АКУСТИЧЕСКИЙ ЖУРНАЛ, 2003, том 49, № 3, с. 427–428

КРАТКИЕ СООБЩЕНИЯ

УДК 534.26

РЕЗОНАНСНЫЕ ПОГЛОТИТЕЛИ ВОЛН В УЗКИХ ТРУБАХ И СТЕРЖНЯХ

© 2003 г. А. Д. Лапин

Акустический институт им. Н.Н. Андреева РАН
117036 Москва, ул. Шверника 4
E-mail: mironov@akin.ru

Поступила в редакцию 28.03.2002 г.

Известно, что резонатор Гельмгольца без диссипативных потерь является эффективным отражателем звука в безграничной узкой трубе [1–3]. На резонансной частоте падающая звуковая волна полностью отражается от резонатора, бегущая волна за резонатором отсутствует. Полное звуковое поле перед резонатором, равное сумме падающей и отраженной волн, является стоячей волной. Поставим в какую-либо пучность давления этой стоячей волны второй резонатор Гельмгольца с трением, имеющий ту же резонансную частоту, что и первый резонатор (без трения). Можно ожидать, что при определенном трении второй резонатор будет эффективно поглощать звук [1] и перед этим (вторым) резонатором пропадет отраженная бегущая волна. Ниже показано, что при помощи комбинации резонатора без потерь и резонатора с определенными потерями (сопротивление трения равно сопротивлению излучения) можно полностью поглотить звук резонансной частоты в безграничной узкой трубе. Отметим, что одиночный резонатор с оптимальным трением поглощает не более половины энергии падающей волны. Акустическая связь между двумя близко расположенными друг от друга резонаторами Гельмгольца в свободной среде исследована в работе [4].

В узкой (по сравнению с длиной волны) трубе давление и скорость частиц зависят только от одной координаты x, отсчитываемой по оси трубы. Пусть к трубе в точках $x = x_1 > 0$ и $x = x_2 < x_1$ присоединены резонаторы Гельмгольца и пусть слева на них падает гармоническая звуковая волна с давлением $p_0(x) = \exp(ikx)$, где k – волновое число, временно́й множитель $\exp(-i\omega t)$ опускаем. Под действием падающей волны резонаторы возбуждаются и излучают поля

$$p_1(x) = \frac{\rho c V_1}{2S}\exp(ik|x-x_1|),\quad p_2(x) = \frac{\rho c V_2}{2S}\exp(ik|x-x_2|), \tag{1}$$

где V_1 и V_2 – соответственно объемная скорость первого и второго резонаторов, ρ и c – соответственно плотность заполняющей среды и скорость звука в ней, S – площадь поперечного сечения трубы. Полное поле в трубе равно $p = p_0 + p_1 + p_2$. Требуется определить параметры резонаторов, обеспечивающих полное поглощение падающей волны

$$p(x > x_1) = 0, \quad p(x < x_2) = \exp(ikx).$$

Объемные скорости V_1 и V_2 получим из уравнений движения резонаторов

$$m_1\ddot{\xi}_1 + r_1\dot{\xi}_1 + \kappa_1\xi_1 = -\sigma_1[p_0(x_1) + p_1(x_1) + p_2(x_1)]\exp(-i\omega t), \tag{2}$$

$$m_2\ddot{\xi}_2 + r_2\dot{\xi}_2 + \kappa_2\xi_2 = -\sigma_2[p_0(x_2) + p_1(x_2) + p_2(x_2)]\exp(-i\omega t), \tag{3}$$

где $\xi(t)$, m, r, κ и σ – соответственно смещение, масса, сопротивление трения, коэффициент упругости и площадь поперечного сечения горла, индексы 1 и 2 означают, что данная величина характеризует первый или второй резонатор.

Объемные скорости V_1 и V_2 соответственно равны $\sigma_1 v_1$ и $\sigma_2 v_2$, где $v_1 = \dot{\xi}_1(t)\exp(i\omega t)$ и $v_2 = \dot{\xi}_2(t)\exp(i\omega t)$ – комплексные амплитуды колебательных скоростей. Уравнения (2) и (3) преобразуем к виду

$$(Z_{10} + Z_{11})v_1 + Z_{21}v_2 = -\sigma_1\exp(ikx_1), \tag{4}$$

$$Z_{12}v_1 + (Z_{20} + Z_{22})v_2 = -\sigma_2\exp(ikx_2), \tag{5}$$

где

$$Z_{10} = r_1 + i(\kappa_1/\omega - \omega m_1),$$

$$Z_{20} = r_2 + i(\kappa_2/\omega - \omega m_2),$$

$$Z_{11} = \frac{\sigma_1 p_1(x_1)}{v_1} = \frac{\rho c\sigma_1^2}{2S},$$

$$Z_{22} = \frac{\sigma_2 p_2(x_2)}{v_2} = \frac{\rho c\sigma_2^2}{2S},$$

$$Z_{12} = \frac{\sigma_2 p_1(x_2)}{v_1} = Z_{21} =$$

$$= \frac{\sigma_1 p_2(x_1)}{v_2} = \rho c \frac{\sigma_1 \sigma_2}{2S} \exp[ik(x_1 - x_2)].$$

Определяя комплексные амплитуды скоростей $v_1 = V_1/\sigma_1$ и $v_2 = V_2/\sigma_2$ из уравнений (4) и (5) и подставляя их в формулы (1), получим рассеянные поля p_1 и p_2. Полное поле в трубе равно

$$p(x) = \exp(ikx) - \frac{\rho c \sigma_1}{2S\Delta}[(Z_{20} + Z_{22})\sigma_1 \exp(ikx_1) -$$

$$- Z_{21}\sigma_2 \exp(ikx_2)]\exp(ik|x - x_1|) -$$

$$- \frac{\rho c \sigma_2}{2S\Delta}[(Z_{10} + Z_{11})\sigma_2 \exp(ikx_2) -$$

$$- Z_{12}\sigma_1 \exp(ikx_1)]\exp(ik|x - x_2|),$$

где

$$\Delta = (Z_{10} + Z_{11})(Z_{20} + Z_{22}) - Z_{12}Z_{21}.$$

Из этой общей формулы получим поля за резонаторами ($x > x_1$) и перед резонаторами ($x < x_2$):

$$p(x > x_1) = \frac{Z_{10}Z_{20}}{\Delta}\exp(ikx),$$

$$p(x < x_2) = \exp(ikx) - \frac{1}{\Delta}\{Z_{22}(Z_{10} + Z_{11}) +$$

$$+ Z_{11}(Z_{20} - Z_{22})\exp[i2k(x_1 - x_2)]\}\exp[-ik(x - 2x_2)].$$

В последних двух формулах положим

$$\mathrm{Im} Z_{10} = \mathrm{Im} Z_{20} = 0,$$

$$r_1 = 0, \quad k(x_1 - x_2) = (2n + 1)\pi/2,$$

где n – любое целое число. Это означает, что резонансные частоты обоих резонаторов одинаковы, трение в первом резонаторе отсутствует, расстояние между резонаторами равно нечетному числу четвертей длин волн. Тогда получим выражения

$$p(x > x_1) = 0,$$

$$p(x < x_2) =$$

$$= \exp(ikx) + \frac{Z_{11}}{\Delta}(r_2 - 2Z_{22})\exp[-ik(x - 2x_2)].$$

При $r_2 = 2Z_{22} = \rho c \sigma_2^2/S$ (во втором резонаторе сопротивление трения равно его сопротивлению излучения) отраженная волна перед резонаторами пропадает. Это означает, что резонаторы полностью поглощают падающую волну с частотой, равной их собственной частоте. Если $r_1 \neq 0$, то полное поглощение невозможно. При $r_1 \ll Z_{11}$ амплитуды прошедшей и отраженной волн равны приближенно $r_1/2Z_{11}$ и $r_1/4Z_{11}$.

Аналогичный резонансный поглотитель можно сконструировать для изгибных волн в тонком бесконечном стержне. Простейшим резонатором является пружина с грузом [5, 6]. Такой резонатор, расположенный перпендикулярно стержню и присоединенный к нему пружиной, интенсивно рассеивает изгибные волны. На резонансной частоте падающая изгибная волна полностью отражается от резонатора без трения. Полное поле перед резонатором является стоячей волной. Поставим в какую-либо пучность смещения этой стоячей волны резонатор с трением, имеющий ту же резонансную частоту, что и первый резонатор. При определенном значении коэффициента диссипации отраженная волна перед резонаторами пропадает, прошедшая волна за резонаторами отсутствует. Расчеты показывают, что полное поглощение падающей изгибной волны происходит при выполнении соотношений:

$$\mathrm{Im}(Y_1 + Y) = \mathrm{Im}(Y_2 + Y) = 0,$$

$$\mathrm{Re} Y_1 = 0, \quad \mathrm{Re} Y_2 = 2\mathrm{Re} Y,$$

где Y – податливость бесконечного стержня по отношению к точечной силе, Y_1 и Y_2 – податливости первого и второго резонаторов, расстояние между резонаторами должно быть равным нечетному числу четвертей длин волн.

Отметим, что поглощение изгибных волн резонаторами с диссипацией экспериментально исследовано в работах [7, 8].

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. *Исакович М.А.* Общая акустика. М.: Наука, 1973.
2. *Ржевкин С.Н.* Курс лекций по теории звука. М.: Изд-во Московского университета, 1960.
3. *Morse P., Ingard U.* Theoretical Acoustics. McGraw-Hill, New York, 1968.
4. *Johansson T., Kleiner M.* Theory and experiments on the coupling of two Helmholtz resonators // J. Acoust. Soc. of America. 2001. V.110. № 3. Pt. 1. P. 1315–1328.
5. *Исакович М.А., Кашина В.И., Тютекин В.В.* Способ виброизоляции продольных и изгибных волн в стержнях и пластинах / Авт. свид. № 440509. Б.И. № 31. 1974.
6. *Исакович М.А., Кашина В.И., Тютекин В.В.* Экспериментальное исследование виброизоляции изгибных волн, создаваемой импедансными системами // Акуст. журн. 1977. Т. 23. № 3. С. 384–389.
7. *Клюкин И.И.* Об ослаблении волн изгиба в стержнях и пластинах при помощи резонансных колебательных систем // Акуст. журн. 1960. Т. 6. № 2. С. 213–219.
8. *Тютекин В.В., Шкварников А.П.* Синтез и исследование поглотителей изгибных волн в стержнях и пластинах // Акуст. журн. 1972. Т. 18. № 3. С. 441–447.