АКУСТИЧЕСКИЙ ЖУРНАЛ, 2004, том 50, № 2, с. 242–248

УДК 534.231.1

ДИФРАКЦИОННАЯ ФОКУСИРОВКА АКУСТИЧЕСКИХ ПОЛЕЙ В ПЛАВНО НЕОДНОРОДНЫХ ПО ТРАССЕ ОКЕАНИЧЕСКИХ ВОЛНОВОДАХ

© 2004 г. Ю. В. Петухов

Институт прикладной физики РАН
603950 Нижний Новгород, ул. Ульянова 46
E-mail: petukhov@hydro.appl.sci-nnov.ru

Поступила в редакцию 27.11.2002 г.

С использованием адиабатического и ВКБ приближений для модового представления акустического поля, возбуждаемого тональным источником излучения в плавно неоднородных по трассе океанических волноводах, получены зависимости для характерных пространственных масштабов проявления эффекта дифракционной фокусировки. Сформулированы также условия, выполнение которых необходимо для формирования зон дифракционной фокусировки акустических полей в соответствующих волноводах.

Как известно (см. [1–3]), по аналогии с формированием дифракционных изображений периодических структур в оптике [4], при распространении акустических волн в соответствующих волноводных средах наблюдается явление дифракционной фокусировки. Основные закономерности формирования зон дифракционной фокусировки акустических полей в однородных по трассе океанических волноводах подробно рассмотрены в [5–11].

Целью же настоящей работы является изучение влияния плавной горизонтальной изменчивости параметров океанических волноводов на формирование пространственных областей дифракционной фокусировки акустических полей.

При решении поставленной задачи воспользуемся адиабатическим приближением для модового представления полей в плавно неоднородных по трассе волноводах, предполагая выполнение условий его применимости [12–16]. Тогда для пространственной зависимости интенсивности $J(r, z)$ акустического поля от горизонтального расстояния r и глубины приема z получим следующее выражение:

$$J(r, z) = 2\pi p_0^2 \frac{R_0^2}{r}\left\{\sum_{l=1}^{L}|A_l(r, z)|^2 + \sum_{l\neq l'}^{L}\sum_{l'=1}^{L} A_l(r, z)A_{l'}(r, z)\cos\left[\frac{2\pi r}{\bar{R}_{l,l'}}\right]\right\}. \quad (1)$$

Здесь (см. (1)):

$$A_l(r, z) = \psi_l(z_s, 0)\psi_l(z, r)/\sqrt{k_l(r)} \quad (2)$$

– амплитуда моды с номером l, $k_l(r)$ – ее волновое число, а $\psi_l(z, r)$ – соответствующая ей ортонормированная собственная функция, определенная для волновода сравнения, $L = \max\{l\}$ – число возбуждаемых мод на циклической частоте излучения ω; z_s – глубина погружения источника, p_0 – амплитуда возмущения давления, создаваемого точечным источником в соответствующей однородной среде на сферической поверхности радиуса R_0. В (1) также введена величина

$$\bar{R}_{l,l'}(r) = r\Big/\int_0^r \frac{dr}{R_{l,l'}(r)}, \quad (3)$$

отвечающая пространственному масштабу интерференции мод с номерами l и l', в которой

$$R_{l,l'}(r) = \frac{2\pi}{k_l(r) - k_{l'}(r)}. \quad (4)$$

Используя результаты работы [5], по аналогии с однородными по трассе океаническими волноводами введем необходимую для дальнейшего рассмотрения величину

$$\bar{R}_g(l, l'; n, n'; r) = \frac{\bar{R}_{l,l'}(r)\bar{R}_{n,n'}(r)}{|\bar{R}_{l,l'}(r) - \bar{R}_{n,n'}(r)|} = \frac{r}{\left|\int_0^r \frac{dr}{R_g(l, l'; n, n'; r)}\right|}, \quad (5)$$

характеризующую пространственный масштаб переформирования интерференционной структу-

ры поля для двух пар мод с номерами l, l' и n, n', в которой

$$R_g(l, l'; n, n'; r) = \frac{R_{l,l'}(r)R_{n,n'}(r)}{|R_{l,l'}(r) - R_{n,n'}(r)|}. \quad (6)$$

Очевидно, что зависимости $R_{l,l'}(r)$ (4) и $R_g(l, l'; n, n'; r)$ (6) можно интерпретировать соответственно как периоды интерференции мод с номерами l, l' и периоды переформирования интерференционной структуры различных пар мод с номерами l, l' и n, n' для волновода сравнения.

Как и в [5], в рассматриваемых здесь неоднородных по трассе океанических волноводах конструктивная интерференция различных пар конструктивно интерферирующих мод характеризуется величиной $\bar{R}_g(l, l'; n, n'; r)$ (5), которая, тем самым, определяет возможность заметного проявления дифракционной фокусировки акустического поля в соответствующих пространственных областях

$$m\bar{R}_{\min}(r) \le r \le m\bar{R}_{\max}(r) \quad (m = 1, 2, \ldots). \quad (7)$$

При этом изменения с расстоянием характерных минимального

$$\bar{R}_{\min}(r) = \min\{\bar{R}_g(l, l'; n, n'; r)\} \quad (8)$$

и максимального

$$\bar{R}_{\max}(r) = \max\{\bar{R}_g(l, l'; n, n'; r)\} \quad (9)$$

пространственных масштабов дифракционной фокусировки приводят не только к смещениям вдоль r положений соответствующих ей зон, но – и к изменениям их ширины

$$\Delta R_m(r) = m\Delta\bar{R}(r),$$
$$\Delta\bar{R}(r) = \bar{R}_{\max}(r) - \bar{R}_{\min}(r). \quad (10)$$

Однако учет только абсолютных изменений ширины зон дифракционной фокусировки $\Delta\bar{R}_m(r)$ не может однозначно характеризовать соответствующие тенденции в изменении эффективности дифракционной фокусировки. Последнее обусловлено тем, что даже для двух однотипных и однородных по трассе океанических волноводов с различными вертикальными масштабами неоднородности сравнительная оценка эффективности дифракционной фокусировки подразумевает, при прочих равных условиях, сопоставление относительных изменений всех характеризующих это явление величин в зонах дифракционной фокусировки соответствующего номера, которое позволяет исключить различия в расположении этих зон, а также – в условиях возбуждения и приема мод. Поэтому эффективность проявления дифракционной фокусировки в плавно неоднородных по трассе океанических волноводах может оцениваться отношением

$$\sigma(r) = \Delta\bar{R}(r)/\bar{R}_{\max}(r), \quad (11)$$

характеризующим относительную ширину каждой зоны. Естественно, что эффективность дифракционной фокусировки будет возрастать с уменьшением $\sigma(r)$.

Здесь следует отметить, что акустическое поле в океаническом волноводе формируется в общем случае различными типами мод, а именно, чисто водными, взаимодействующими только с поверхностью или – дном, взаимодействующими с поверхностью и дном. В этой связи, по аналогии с [5], дифракционная фокусировка может заметнее всего проявляться для определенной группы наиболее энергонесущих мод с номерами $l_s(r) \le l \le l_b(r)$ (относящихся к одному из отмеченных типов), для которых минимальны изменения величины $\bar{R}_g(l, l'; n, n'; r)$ (5) в зависимости от l, l', n и n'. При этом чем больше число мод $L_m(r) = l_b(r) - l_s(r)$ в такой группе, тем заметнее проявляется дифракционная фокусировка акустического поля в соответствующих областях горизонтальных расстояний:

$$m\bar{R}_s(r) \le r \le m\bar{R}_b(r), \quad (12)$$

где

$$\bar{R}_s(r) = \min\{\bar{R}_g(l, l'; n, n'; r)\},$$
$$\bar{R}_b(r) = \max\{\bar{R}_g(l, l'; n, n'; r)\} \quad (13)$$
$$(l_s(r) \le l, l', n, n' \le l_b(r)).$$

Наряду с количеством мод $L_m(r)$, ширина этих зон

$$\Delta R_m(r) = m\Delta\bar{R}_{bs}(r),$$
$$\Delta\bar{R}_{bs}(r) = \bar{R}_b(r) - \bar{R}_s(r), \quad (14)$$

для соответствующей группы мод также определяет эффективность дифракционной фокусировки акустического поля, которая будет проявляться тем заметнее, чем меньше отношение

$$\delta(r) = \Delta\bar{R}_{bs}(r)/\bar{R}_b(r), \quad (15)$$

характеризующее их относительную ширину. Отсюда следует, что эффективность дифракционной фокусировки акустического поля в плавно неоднородном по трассе океаническом волноводе может не уменьшаться с ростом величины $\sigma(r)$ (11), а даже наоборот увеличиваться, если при этом будет уменьшаться величина $\delta(r)$ (15) и возрастать число мод $L_m(r)$ в соответствующей группе.

Далее, как и в [5–11], будем интересоваться лишь наиболее устойчивой и хорошо прогнозируемой в реальных условиях относительно крупномасштабной интерференционной структурой

акустического поля в океанических волноводах, формирующейся различными парами соседних мод. Тогда, предполагая выполнение условий применимости приближения ВКБ (см. [16]), с использованием полностью аналогичных приведенным в [5] преобразований и полученных там соотношений, из (3), (5) находим следующие выражения для соответствующих величин:

$$\bar{R}_{l,l+1}(r) = r/\int_0^r \frac{dr}{R_{l,l+1(r)}}, \tag{16}$$

$$R_{l,l+1}(r) \approx D_l/\left\{1 + \frac{\pi}{kD_l^2}\frac{dD_l}{d\beta_l} - \frac{2\pi^2}{3k^2D_l^3}\left[\frac{d^2D_l}{d\beta_l^2} - \frac{2}{D_l}\left(\frac{dD_l}{d\beta_l}\right)^2\right]\right\}; \tag{17}$$

$$\bar{R}_g(l, l+1; l+1, l+2; r) = r/\left|\int_0^r \frac{dr}{R_g(l, l+1; l+1, l+2; r)}\right|, \tag{18}$$

$$R_g(l, l+1; l+1, l+2; r) \approx \frac{kD_l^3}{2\pi} \times \left(1 - \frac{2\pi}{kD_l^2}\frac{dD_l}{d\beta_l}\right)/\left\{\frac{dD_l}{d\beta_l} - \frac{2\pi}{kD_l}\left[\frac{d^2D_l}{d\beta_l^2} - \frac{2}{D_l}\left(\frac{dD_l}{d\beta_l}\right)^2\right]\right\}. \tag{19}$$

Здесь

$$D_l = 2\beta_l(r)\int_{z_1(r)}^{z_2(r)} \frac{dz}{\sqrt{n^2(z, r) - \beta_l^2(r)}} - \tag{20}$$

длина цикла бриллюэновского луча с соответствующим углом скольжения $\chi_l(r)$ на глубине $z = z_0(r)$, отвечающей оси канала, где скорость звука $c(z, r)$ принимает минимальные значения $c_0(r)$; $n(z, r) = c_0(r)/c(z, r)$ – показатель преломления акустических волн, $\beta_l(r) = k_l(r)/k(r) = \cos\chi_l$ – лучевой параметр, значения которого определяются из соответствующего приближению ВКБ дисперсионного уравнения:

$$k(r)\int_{z_1(r)}^{z_2(r)} \sqrt{n^2(z, r) - \beta_l^2(r)}dz = \pi(l - \nu), \tag{21}$$

$k(r) = \omega/c_0(r)$. В зависимости от того, являются ли $z_1(r)$ и $z_2(r)$ горизонтами поворота или отражения бриллюэновских лучей, значения параметра ν в (21) изменяются в достаточно узком диапазоне $\frac{1}{4} \le \nu \le \frac{1}{2}$ (см. [5, 16]).

Из (8), (9) с использованием выражений (18), (19) при $kD_l \gg 1$ получаем достаточно простые соотношения для минимального и максимального пространственных масштабов дифракционной фокусировки:

$$\bar{R}_{\min}(r) = \frac{1}{2\pi}\min\left\{r/\left|\int_0^r \frac{dD_l}{d\beta_l}\frac{dr}{kD_l^3}\right|\right\}, \tag{22}$$

$$\bar{R}_{\max}(r) = \begin{cases} \frac{1}{2\pi}\max\left\{r/\left|\int_0^r \frac{dD_l}{d\beta_l}\frac{dr}{kD_l^3}\right|\right\}, & \frac{dD_l}{d\beta_l} \ne 0 \\ \frac{1}{4\pi^2}r/\left|\int_0^r \left(\frac{d^2D_l}{d\beta_l^2}D_l^{-4}\right)\right|_{\beta_l = \beta_c(r)} \times \\ \times \frac{dr}{k^2}\left|\frac{dD_l}{d\beta_l}\right|_{\beta_l = \beta_c(r)} = 0. \end{cases} \tag{23}$$

Наличие двух принципиально различающихся зависимостей для $\bar{R}_{\max}(r)$ (23) обусловлено возможностью формирования вдоль всей трассы слаборасходящихся пучков при соответствующих значениях параметра $\beta_l = \beta_c(r)$, которым отвечают достаточно гладкие минимумы функции $D_l(\beta_l)$ [17, 18].

Как отмечалось в [5], в однородных по трассе океанических волноводах дифракционная фокусировка проявляется тем заметнее, чем меньше диапазон изменения величины

$$R_g(l, l+1; l+1, l+2) \equiv \bar{R}_g(l, l+1; l+1, l+2; r_0) \tag{24}$$

в зависимости от l для всех $1 \le l \le L$ или – определенной группы $l_s \le l \le l_b$ мод; здесь r_0 – произвольно зафиксированное расстояние, от которого в этом случае зависимость обсуждаемых величин отсутствует. При достаточно многомодовом режиме распространения акустических волн, когда допустимый для распространяющихся мод диапазон изменения параметра $\beta_g \le \beta_l \le 1$, ограниченный снизу значением β_g, отвечающим возбуждению при $\beta_l < \beta_g$ переизлучающих мод, разбивается на весьма малые отрезки $\Delta\beta_l = \beta_l - \beta_{l+1}$:

$$\Delta\beta_l/(1 - \beta_g) \ll 1,$$

условие эффективного проявления дифракционной фокусировки акустического поля в однородном по трассе океаническом волноводе можно сформулировать в виде требования малости производной dR_g/dl. Поскольку максимальная величина эффекта дифракционной фокусировки акустического поля наблюдается при $R_g = \text{const}$ (см. [5]), то в такой ситуации и многомодовом режиме распространения для определенной группы мод

$l_s \le l \le l_b$ выполняется следующее дифференциальное равенство:

$$\frac{d\bar{R}_g}{dl} = 0. \qquad (25)$$

Если теперь вернуться к рассмотрению возможности усиления или ослабления эффекта дифракционной фокусировки для той же группы мод в плавно неоднородном по трассе океаническом волноводе, то поведение аналогичной (25) производной $d\bar{R}_g/dl$ с расстоянием уже не сможет служить соответствующим информативным признаком. Дело в том, что, как и при формулировке соотношений для величин $\sigma(r)$ (11) и $\delta(r)$ (15), здесь важны не абсолютные, а относительные изменения величины $\bar{R}_g(r)$ (по отношению к $\bar{R}_{\max}$). Поэтому в плавно неоднородных по трассе океанических волноводах эффективность дифракционной фокусировки для определенной группы мод $l_s \le l \le l_b$ будет характеризоваться величиной производной

$$\Phi(l, r) = \frac{d}{dl}(\bar{R}_g/\bar{R}_{\max}). \qquad (26)$$

Естественно, что максимально возможная величина эффекта дифракционной фокусировки акустического поля будет достигаться в предельной ситуации

$$\Phi(l, r) = 0. \qquad (27)$$

С использованием следующего из (21) соотношения

$$\frac{d\beta_l}{dl} = -\frac{2\pi}{k(r)D_l}, \qquad (28)$$

а также при выполнении условия $kD_l \gg 1$ из (18), (19), (27) получим приближенное уравнение

$$\frac{d^2\bar{D}_l}{d\beta_l^2} - \frac{3}{\bar{D}_l}\left(\frac{d\bar{D}_l}{d\beta_l}\right)^2 = 0, \qquad (29)$$

которому должна удовлетворять зависимость $\bar{D}_l(\beta_l)$ для соответствующей группы мод; здесь $\bar{D}_l = D_l/\{(D_l)|_{l=l_a}\}$, l_a – отвечает номеру моды с максимальным значением $\bar{R}_g$.

Необходимо отметить, что удовлетворяющее уравнению (29) решение $\bar{D}_l = a_1(r)$, где $a_1(r)$ – произвольная функция от r, которое на фиксированном расстоянии не зависит от лучевого параметра β_l, следует отбросить, поскольку ему отвечает бесконечно большое значение величины $\bar{R}_g$ (18), отвечающее, фактически, отсутствию дифракционной фокусировки акустического поля для соответствующей группы мод.

Уравнение (29) можно привести к более простому и удобному для анализа виду

$$\frac{d^2}{d\beta_l^2}(\bar{D}_l^{-2}) = 0, \qquad (30)$$

позволяющему определять диапазоны изменения лучевого параметра $\beta_b \le \beta_l \le \beta_s$, в которых следующая из (30) линейная зависимость

$$\bar{D}_l^{-2} = a_1(r)\beta_l + a_2(r) \quad (\beta_b \le \beta_l \le \beta_s) \qquad (31)$$

отвечает максимально возможной величине эффекта дифракционной фокусировки акустического поля. В (31) произвольная функция $a_2(r)$ на фиксированном расстоянии также не зависит от лучевого параметра β_l для соответствующей группы мод.

С использованием зависимости (31) выражение (18) приводится к следующему виду:

$$\bar{R}_g(l, l+1;\, l+1, l+2;\, r) = \\ = \frac{\omega}{\pi} r \Big/ \int_0^r a_1 c_0 dr = \bar{R}_s = \bar{R}_b \quad (l_s \le l \le l_b). \qquad (32)$$

Как и следовало ожидать (см. (32)), эффективность дифракционной фокусировки акустического поля соответствующей группы мод не зависит от поведения функций $a_1(r)$ и $a_2(r)$; при этом лишь одна из них $a_1(r)$ влияет на значения характерных пространственных масштабов $\bar{R}_s$ и $\bar{R}_b$ (13). Из (32) следует также, что при возможной взаимной компенсации изменений $a_1(r)$ и $c_0(r)$, т.е. при $a_1c_0 =$ const, пространственный масштаб дифракционной фокусировки акустического поля соответствующей группы мод не зависит от горизонтального расстояния, поэтому в таких плавно неоднородных по трассе океанических волноводах описываемое явление будет носить чисто периодический характер:

$$\bar{R}_b = \frac{\omega}{\pi c_0 a_1}. \qquad (33)$$

Вполне естественно, что эффективность дифракционной фокусировки акустического поля целиком определяется шириной соответствующего диапазона изменения лучевого параметра $\Delta\beta(r) = \beta_s(r) - \beta_b(r)$ и темпом его смещения по оси β_l. Так, увеличение этого диапазона $\Delta\beta(r)$ с расстоянием, отвечающее увеличению числа мод $L_m(r) = l_b(r) - l_s(r)$ в соответствующей группе, будет однозначно приводить к росту эффективности дифракционной фокусировки акустического поля при $\beta_b(0) \ge \beta_b(r)$ и $\beta_s(0) \le \beta_s(r)$. Однако возможны ситуации, при которых увеличение $\Delta\beta(r)$ с расстоянием будет сопровождаться одновременным значительным смещением этого диапазона по оси β_l. Последнее может привести к тому, что при выполнении одного из условий

$$\left.\begin{aligned} \beta_s(r) \le \beta_b(0) \\ \beta_b(r) \ge \beta_s(0) \end{aligned}\right\} \quad (r < \bar{R}_b), \qquad (34)$$

отвечающих отсутствию перекрытия исходного диапазона $\Delta\beta(0)$ с аналогичным диапазоном $\Delta\beta(r)$ на расстояниях, меньших максимального пространственного масштаба этого эффекта, дифракционная фокусировка акустического поля не будет проявляться.

После сделанных выше достаточно общих выводов относительно эффекта дифракционной фокусировки акустических полей в плавно неоднородных по трассе океанических волноводах перейдем к рассмотрению простейшей модели волновода, допускающей получение приближенных аналитических зависимостей для соответствующих величин.

С этой целью рассмотрим модель волновода в виде изоскоростного водного слоя с плавно изменяющейся с расстоянием глубиной $H(r)$, лежащего на абсолютно жестком полупространстве

$$n^2(r, z) = 1 \quad (0 \le z \le H(r)). \tag{35}$$

С использованием адиабатического приближения в рамках такой модели получаем достаточно простую аналитическую зависимость для горизонтальных волновых чисел мод [16, 19]:

$$k_l(r) = k(r)\sqrt{1 - x_l(r)}, \quad x_l(r) = \left(\frac{\pi\left(l - \frac{1}{2}\right)}{k(r)H(r)}\right)^2, \tag{36}$$

в которой $x_l(r) \le 1$. Если теперь для представляющего основной интерес многомодового режима распространения $kH \gg 1$ ограничиться рассмотрением мод лишь относительно низких номеров с соответственно малыми углами скольжения ($x_l(r) \ll 1$), то с использованием следующего из (36) выражения, полученного разложением в ряд по $x_l(r)$ с точностью до членов второго порядка малости включительно, по аналогии с [7, 8] найдем зависимость для R_g (см. (6)) при $l' = l + 1$, $n = l'$, $n' = n + 1$:

$$R_g(l, l+1; l+1, l+2; r) \approx$$
$$\approx S/\left[1 + \frac{\pi}{4kS}(12l^2 + 12l + 5)\right], \tag{37}$$
$$S = \frac{2}{\pi}kH^2.$$

Рассмотрим сначала ситуацию, при которой остается постоянной величина $k(r) = k_0 = \text{const}$, а глубина водного слоя изменяется с расстоянием по определенному закону:

$$H(r) = H_0/\sqrt{1 - r/R_H}, \tag{38}$$

где $H_0 = H\ (r = 0)$, а характерный горизонтальный масштаб неоднородности R_H предполагается достаточно большим:

$$\bar{R}_{l,l+1}(r)/R_H \ll 1, \quad r/R_H \ll 1. \tag{39}$$

Тогда из (5) с использованием (37) найдем следующую зависимость для $\bar{R}_g$ при $l' = l + 1$, $n = l'$, $n' = n + 1$:

$$\bar{R}_g(l, l+1; l+1, l+2; r) \approx$$
$$\approx \frac{S_0/\left(1 - \frac{r}{2R_H}\right)}{1 + \frac{\pi}{4k_0S_0}(12l^2 + 12l + 5)\left(1 - \frac{r}{2R_H}\right)}, \tag{40}$$
$$S_0 = \frac{2}{\pi}k_0H_0^2.$$

Как видно из (40), изменения величины $\bar{R}_g$ в зависимости от l минимальны для мод низких номеров, поэтому именно этими модами формируются наиболее интенсивные всплески поля в зонах дифракционной фокусировки (см. [7, 8]). Естественно, что максимальное значение $\bar{R}_{\max}(r)$ величины $\bar{R}_g$ достигается в (40) при $l = l_a = l_s = 1$; минимум же зависимости $\bar{R}_g$ (40) достигается при некотором значении $l = l_u$, для определения которого приближенное выражение (40) не пригодно (см. [7, 8]). Однако, если интересоваться лишь группой мод $1 \le l \le l_b$, вносящих основной вклад в формирование зон дифракционной фокусировки, то вместо l_u можно воспользоваться граничным значением l_b, приближенное определение которого возможно из условия равенства ширины первой зоны дифракционной фокусировки периоду интерференции соседних мод

$$\Delta R_{bs}(r) = \bar{R}_{l_b, l_b+1}(r). \tag{41}$$

Для дальнейшего же изложения знание значения l_b не является принципиальным, поэтому, не останавливаясь на решении уравнения (41), перейдем непосредственно к определению зависимостей $\Delta\bar{R}_{bs}(r)$ (14), $\delta(r)$ (15) и $\Phi(l, r)$ (26), характеризующих явление дифракционной фокусировки акустического поля в рассматриваемом идеальном волноводе (35).

Из (14), (15) и (26) с использованием (37) находим:

$$\Delta\bar{R}_{bs} \approx \frac{3\pi}{k_0}\frac{(l_b^2 + l_b - 2)}{1 + \frac{\pi}{2k_0S_0}(6l_b^2 + 6l_b + 17)\left(1 - \frac{r}{2R_H}\right)}, \tag{42}$$

$$\delta(r) \approx \frac{3\pi}{k_0S_0}\frac{(l_b^2 + l_b - 2)\left(1 - \frac{r}{2R_H}\right)}{1 + \frac{\pi}{4k_0S_0}(12l_b^2 + 12l_b + 5)\left(1 - \frac{r}{2R_H}\right)}, \tag{43}$$

$$\Phi(l, r) \approx$$
$$\approx -\frac{3\pi}{k_0 S_0}\frac{\left(1+\frac{29\pi}{4k_0S_0}\left(1-\frac{r}{2R_H}\right)\right)\left(1-\frac{r}{2R_H}\right)(2l+1)}{1+\frac{\pi}{2k_0S_0}(12l^2+12l+5)\left(1-\frac{r}{2R_H}\right)}. \quad (44)$$

Как видно из (37), (42)–(44), увеличение с расстоянием глубины водного слоя приводит к заметному увеличению максимального и минимального масштабов дифракционной фокусировки:

$$\bar{R}_{\max}(r) = \bar{R}_g\big|_{l=1} \approx S,$$
$$\bar{R}_{\min}(r) = \bar{R}_g\big|_{l=l_b} \approx S - \frac{3\pi}{k}\left(l_b^2 + l_b + \frac{5}{12}\right), \quad (45)$$
$$S = S_0\Big/\left(1-\frac{r}{2R_H}\right),$$

а также – к незначительному возрастанию абсолютной ширины каждой из соответствующих зон. Однако уменьшение относительной ширины зон дифракционной фокусировки $\delta(r)$, аналогично, как и уменьшение по абсолютной величине характерной производной $|\Phi(l, r)|$ с расстоянием, будет, тем не менее, приводить к усилению рассматриваемого эффекта в таком волноводе. Причем здесь следует отметить, что существенно возрастающая с увеличением номера моды величина $|\Phi(l, r)|$ заметнее всего уменьшается с расстоянием для мод низких номеров, оказывающих определяющее влияние на формирование зон дифракционной фокусировки акустического поля.

Остановимся теперь на рассмотрении ситуации, при которой в изоскоростном волноводе наряду с его глубиной $H(r)$ (38) изменяется с расстоянием скорость звука $c_0(r)$, а следовательно и волновое число $k(r)$, причем так, что остается неизменной величина $kH^2 = k_0H_0^2$. В этом случае из (5) с использованием (37) находим следующую зависимость:

$$\bar{R}_g(l, l+1; l+1, l+2; r) \approx$$
$$\approx S_0\Big/\left[1-\frac{\pi}{4k_0S_0}(12l^2+12l+5)\frac{R_H}{r}\ln\left(1-\frac{r}{R_H}\right)\right]. \quad (46)$$

С учетом малости отношения $r/R_H \ll 1$ (см. (39)) преобразуем выражение (46) к более удобному для дальнейшего анализа виду:

$$\bar{R}_g(l, l+1; l+1, l+2; r) \approx$$
$$\approx S_0\Big/\left[1+\frac{\pi}{4k_0S_0}(12l^2+12l+5)\left(1-\frac{r}{2R_H}\right)\right]. \quad (47)$$

Как следует из сравнения зависимостей (40), (47), во втором случае максимальный (при $l = l_s = 1$) и минимальный (при $l = l_b$) пространственные масштабы дифракционной фокусировки увеличиваются с расстоянием значительно медленнее. Последнее приводит к тому, что следующая из (14), (47) зависимость

$$\Delta\bar{R}_{bs} \approx \frac{3\pi}{k_0}\frac{(l_b^2+l_b-2)\left(1-\frac{r}{2R_H}\right)}{1+\frac{\pi}{2k_0S_0}(6l_b^2+6l_p+17)\left(1-\frac{r}{2R_H}\right)} \quad (48)$$

теперь уже уменьшается с расстоянием, в отличие от возрастающей зависимости (42) при $k = k_0$. Однако соответствующее уменьшение ширины каждой зоны дифракционной фокусировки $\Delta R_m(r)$ с расстоянием не сопровождается усилением эффекта по сравнению с первым случаем (где $k = k_0$), поскольку характеризующие этот процесс зависимости $\delta(r)$ и $\Phi(l, r)$, следующие из (15), (26) и (47); полностью совпадают с аналогичными (43) и (44). Поэтому в рассмотренных ситуациях эффективность дифракционной фокусировки акустического поля в соответствующих пространственных областях возрастает с расстоянием одними и теми же темпами.

В заключение сформулируем полученные в настоящей работе основные результаты и следующие из них выводы.

Сформулированы условия, выполнение которых необходимо для проявления эффекта дифракционной фокусировки акустических полей в плавно неоднородных по трассе океанических волноводах. С использованием адиабатического и ВКБ приближений для модового представления поля в таких волноводах установлено, что максимально возможная эффективность дифракционной фокусировки достигается для тех диапазонов изменения лучевого параметра, где имеет место линейная зависимость от этого параметра величины, обратно пропорциональной квадрату длины цикла бриллюэновских лучей. При этом отмечено, что дифракционная фокусировка будет проявляться лишь при перекрытии исходного диапазона изменения лучевого параметра с аналогичным диапазоном на расстояниях, превышающих определенное число максимальных пространственных масштабов явления.

Характерные закономерности в проявлении эффекта усиления дифракционной фокусировки акустического поля в плавно неоднородном по трассе океаническом волноводе проанализированы аналитически для модели идеального изоскоростного волновода с увеличивающейся глубиной водного слоя и абсолютно жестким дном. Численному моделированию рассмотренных выше процессов будет посвящена следующая работа.

Квазипериодический характер дифракционной фокусировки необходимо, по-видимому, учи-

тывать при фокусировке акустического излучения в океанических волноводах при обращении волнового фронта, поскольку даже в неоднородных по трассе океанических волноводах при таком подходе (см. [19–21]) возможно формирование нескольких заметно проявляющихся фокальных областей.

Работа выполнена при финансовой поддержке Российского фонда фундаментальных исследований (код проекта: 00-05-64604).

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. *Ривлин Л.А., Шильдяв В.С.* Полигармонические волноводы для когерентного света // Изв. ВУЗов. Радиофизика. 1968. Т. 11. № 4. С. 572–578.
2. *Григорьева Е.Е., Семенов А.Т.* Волноводная передача изображений в когерентном свете (Обзор) // Квантовая электроника. 1978. Т. 5. № 9. С. 1877–1894.
3. *Weston D.E.* Sound focusing and beaming in the interference field due to several shallow-water modes // J. Acoust. Soc. Amer. 1968. V. 44. № 6. P. 1706–1712.
4. *Edgar R.F.* The Fresnal difraction images of periodic structures // Optica Acta. 1969. V. 16. № 3. P. 281–287.
5. *Петухов Ю.В.* Периодическое пространственное переформирование интерференционной структуры и дифракционная фокусировка акустических полей в океанических волноводах // Акуст. журн. 2000. Т. 46. № 3. С. 384–391.
6. *Абросимов Д.И., Петухов Ю.В.* Дифракционная фокусировка акустического поля в подводном звуковом канале // Акуст. журн. 2000. Т. 46. № 2. С. 149–156.
7. *Абросимов Д.И., Петухов Ю.В.* Особенности пространственной интерференционной структуры акустического поля в мелком море // Акуст. журн. 2000. Т. 46. № 1. С. 5–12.
8. *Бородина Е.Л., Петухов Ю.В.* Пространственно-частотная интерференционная структура акустических полей в океанических волноводах // Акуст. журн. 2001. Т. 47. № 3. С. 313–319.
9. *Бородина Е.Л., Петухов Ю.В.* Особенности пространственно-временной структуры акустических сигналов в многомодовых океанических волноводах // Акуст. журн. 2001. Т. 47. № 4. С. 451–459.
10. *Бородина Е.Л., Петухов Ю.В.* Влияние осадочного слоя дна на дифракционную фокусировку акустического поля в мелком море // Акуст. журн. 2001. Т. 47. № 5. С. 590–596.
11. *Бородина Е.Л., Петухов Ю.В.* Влияние стратификации скорости звука в осадочном слое дна на дифракционную фокусировку акустического поля в мелком море // Препринт № 555. Н. Новгород: ИПФ РАН, 2001. 15 с. // Акуст. журн. 2002. Т. 48. № 5. С. 602–608.
12. *Каценеленбаум Б.З.* К теории нерегулярных акустических волноводов // Акуст. журн. 1961. Т. 7. № 2. С. 201–209.
13. *Шевченко В.В.* Неоднородные акустические волноводы // Акуст. журн. 1961. Т. 7. № 4. С. 484–491.
14. *Каценеленбаум Б.З.* Теория нерегулярных волноводов с медленно меняющимися параметрами. М.: Изд-во АН СССР, 1961. 191 с.
15. *Шевченко В. В.* Плавные переходы в открытых волноводах. М.: Наука, 1969. 191 с.
16. *Бреховских Л.М., Лысанов Ю.П.* Теоретические основы акустики океана. Л.: Гидрометеоиздат, 1982. 264 с.
17. *Петухов Ю.В.* Формирование преобладающих по интенсивности узких звуковых пучков в стратифицированных океанических волноводах // Акуст. журн. 1995. Т. 41. № 5. С. 807–813.
18. *Петухов Ю.В.* Слаборасходящиеся акустические пучки в плавнонеоднородных по трассе океанических волноводах // Акуст. журн. 1997. Т. 43. № 2. С. 230–237.
19. *Исмагилов Ф.М., Кравцов Ю.А.* Об эффективности фокусировки звукового поля обращенным волновым фронтом в океаническом волноводе // Акуст. журн. 1991. Т. 37. № 2. С. 294–302.
20. *Dowling D.R., Jackson D.R.* Phase conjugation in underwater acoustics // J. Acoust. Soc. Amer. 1991. V. 89. № 1. P. 171–181.
21. *Akal T., Ferla C., Jackson D.R., Hodgkiss W.S., Song H.C., Kuperman W.A.* A long-range and variable focus phase-conjugation experiment in shallow water // J. Acoust. Soc. Amer. 1999. V. 105. № 3. P. 1597–1604.

Diffraction Focusing of Acoustic Fields in Oceanic Waveguides Smoothly Varying along the Track

Yu. V. Petukhov

With the use of adiabatic and WKB approximations for the mode representation of acoustic field excited by a tone source in an oceanic waveguide smoothly varying along the track, dependences of the characteristic spatial scales of the phenomenon of diffraction focusing are obtained. Conditions that should be satisfied for the formation of zones of diffraction focusing of the acoustic field in such a waveguide are formulated.