

ВЫСВЕЧИВАНИЕ ЛУЧЕЙ ИЗ ГОРИЗОНТАЛЬНО-НЕОДНОРОДНОГО ПОДВОДНОГО ЗВУКОВОГО КАНАЛА

© 2007 г. Д. В. Макаров, М. Ю. Улейский

Тихоокеанский океанологический институт имени В.И. Ильичева ДВО РАН

690041 Владивосток, ул. Балтийская 43

E-mail: makarov@poi.dvo.ru

Поступила в редакцию 21.01.06 г.

Рассмотрена задача о распространении звука в пространственно-неоднородном подводном звуковом канале. Исследуется эффект высвечивания – хаотической раскачки водных лучей, в результате которой эти лучи достигают дна и быстро затухают. С помощью отображения Пуанкаре и карт высвечивания продемонстрирована связь высвечивания со свойствами фазового пространства системы лучевых уравнений. Выявлено, что максимальное высвечивание наблюдается при резонансе между колебаниями луча в волноводе и вертикальными осцилляциями неоднородности – так называемом вертикальном резонансе. Построена качественная теория вертикального резонанса. Показано, что высвечивание лучей приводит к значительному сокращению времени затягивания звукового сигнала.

PACS: 43.3.+m, 05.45.-a, 42.25.Bs, 42.15.Dp

ВВЕДЕНИЕ

Открытие явления лучевого хаоса [1] позволило существенно расширить представления о свойствах волновых полей в пространственно-неоднородных средах [2–7]. Лучевой хаос обусловлен ляпуновской неустойчивостью решения системы уравнений Гамильтона, описывающих траекторию луча, и означает экспоненциальную расходимость двух сколь угодно близких лучей. При этом их траектории принимают вид нерегулярных и некоррелированных между собой колебаний. Для появления хаотических лучей достаточно даже малой горизонтальной изменчивости профиля скорости звука, связанной с влиянием внутренних волн. По этой причине лучевой хаос рассматривается как один из главных механизмов образования сложной структуры поля на достаточно больших расстояниях от источника.

Одним из проявлений лучевого хаоса является эффект высвечивания лучей из волноводного канала. Под высвечиванием подразумевается “раскачка” водных лучей до такой степени, что они начинают достигать поглощающего дна. Таким образом, высвечивание является дополнительным источником потерь акустической энергии. Высвечивание возможно даже при адиабатической горизонтальной неоднородности канала [8], однако лучевой хаос значительно усиливает этот эффект [9–11]. Пример высвечивающегося луча приведен на рис. 1. Очевидно, что в первую очередь высвечиванию подвержены наиболее крутые лучи, соответствующие высоким модам.

Основная цель данной работы – на примере простой модели звукового канала оценить зависимость доли покидающих канал лучей от вертикального и горизонтального масштабов неоднородности канала. Такая постановка задачи во многом мотивирована результатами недавней работы [12], где исследовалось качественное соответствие лучевого и волнового описания в неоднородном подводном звуковом канале. В этой статье было показано, что некорректность приближения геометрической акустики при низких частотах сигнала можно преодолеть путем сгла-

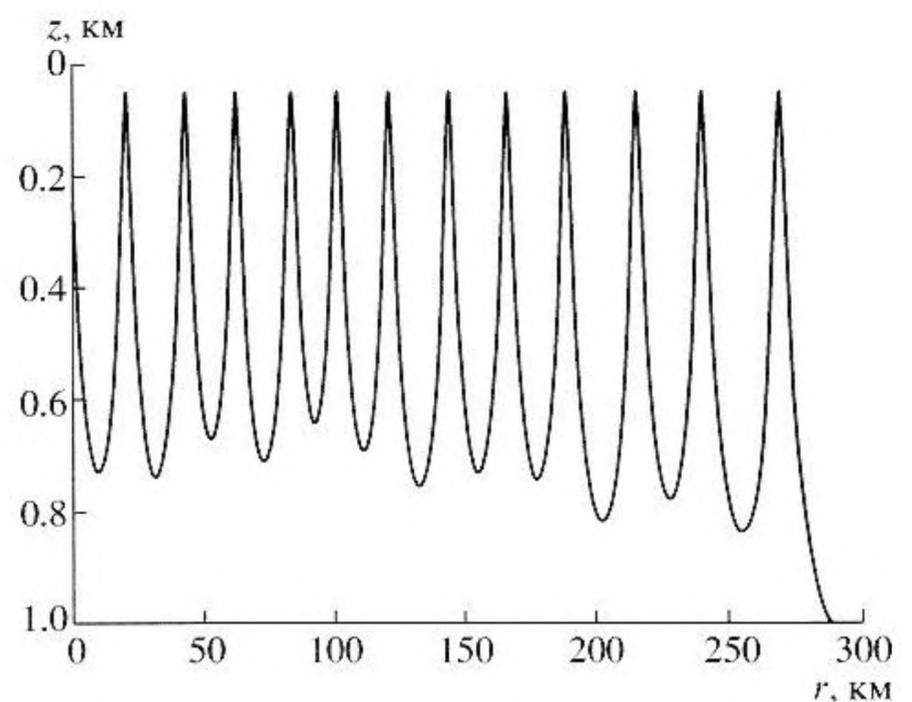


Рис. 1. Хаотическая раскачка луча с последующим высвечиванием.

живания тонкоструктурных особенностей поля внутренних волн, вертикальный масштаб которых не превышает порог чувствительности, приближенно оцениваемый как

$$\lambda_{\min} = \frac{c_0}{f \operatorname{tg} \phi_{\max}},$$

где f – частота сигнала и $\operatorname{tg} \phi_{\max}$ – максимальное значение тангенса угла скольжения в распространяемом волновом пакете. Таким образом, меняя частоту сигнала, мы изменяем эффективный вертикальный масштаб неоднородности звукового канала. С другой стороны, в работах [11, 13] было показано, что устойчивость лучей в звуковом канале кардинально зависит от соотношения вертикального и горизонтального масштабов поля неоднородности. Это позволяет, например, сделать предположение о связи аномально высокого затухания низкочастотного звука [14] с высвечиванием лучей.

ВЕРТИКАЛЬНЫЙ РЕЗОНАНС

Траектория луча в двумерном акустическом волноводе описывается системой уравнений Гамильтона

$$\frac{dz}{dr} = \frac{\partial H}{\partial p}, \quad \frac{dp}{dr} = -\frac{\partial H}{\partial z}, \quad (1)$$

где z – глубина, r – горизонтальная координата, $p = n \sin \phi$, $n(z, r) = c_0/c(z, r)$ – показатель преломления, c – скорость звука, c_0 – ее значение на некоторой глубине, ϕ – угол скольжения луча, H – функция Гамильтона

$$H = -\sqrt{n^2(z, r) - p^2}. \quad (2)$$

В подводных звуковых каналах показатель преломления звуковых волн слабо меняется с глубиной, и только лучи с малыми углами скольжения не касаются поглощающего дна. Поэтому, представляя профиль скорости звука в виде суммы невозмущенного слагаемого (опорного профиля) и возмущения

$$c(z, r) = c(z) + \delta c(z, r),$$

и учитывая, что $|n^2 - 1| \ll 1$, мы можем привести гамильтониан (2) к виду

$$H = H_0 + H_1(r), \quad H_0 = -1 + \frac{p^2}{2} + \frac{\Delta c(z)}{c_0}, \quad (3)$$

$$H_1 = \frac{\delta c(z, r)}{c_0},$$

где $\Delta c(z) = c(z) - c_0$.

По своему виду гамильтониан (3) аналогичен гамильтониану точечной частицы единичной массы в потенциальной яме, роль которой исполняет

профиль скорости звука. При этом z и p рассматриваются как сопряженные координата и импульс, горизонтальная координата r является независимой переменной, т.е. играет роль времени, а неоднородность вдоль трассы является возмущением.

В настоящей работе мы рассматриваем идеализированную модель подводного звукового канала, когда горизонтальные вариации скорости звука описываются простой формулой

$$\frac{\delta c(z, r)}{c_0} = \varepsilon V(z) \cos(k_z z + k_r r),$$

где $V(z)$ – плавная функция глубины, $k_z = 2\pi/\lambda_z$ и $k_r = 2\pi/\lambda_r$ – соответственно, вертикальное и горизонтальное волновые числа неоднородности канала. Лучевые уравнения (1) могут быть приведены к более удобному виду в терминах переменных действие–угол. Соответствующее преобразование задается формулами

$$I = \frac{1}{2\pi} \oint p dz, \quad \vartheta = \frac{\partial}{\partial I} \int_{z_0}^z p dz,$$

где z_0 – глубина одной из точек заворота. В дальнейшем в качестве z_0 мы будем использовать верхнюю точку заворота луча. Переменная действия характеризует амплитуду, а угол – фазу колебаний траектории луча в подводном звуковом канале. Кроме того, говоря о “физическом” смысле переменной действия, стоит отметить, что с помощью правил квантования Бора–Зоммерфельда

$$k_0 I_m = m - \frac{\Psi_{\text{up}} + \Psi_{\text{low}}}{2\pi},$$

где Ψ_{up} и Ψ_{low} – фазы коэффициента отражения в верхней и нижней точках заворота луча, $k_0 = 2\pi f/c_0$, действие связано с номером моды m , соответствующей лучу. В новых переменных гамильтониан (3) выглядит следующим образом:

$$H = H_0(I) + H_1(I, \vartheta, r).$$

Традиционный подход к описанию динамики лучей в периодически-неоднородных волноводах, развитый в работах Абдуллаева и Заславского [9, 15], предполагает представление функции H_1 в виде двойного ряда Фурье

$$H_1 = \sum_{m, n = -\infty}^{\infty} H_{mn}(I) \exp[i(m\vartheta + nk_r r)].$$

Подставляя это разложение в лучевые уравнения в представлении переменных действие–угол

$$\frac{dI}{dr} = -\frac{\partial H_1}{\partial \vartheta}, \quad \frac{d\vartheta}{dr} = \frac{2\pi}{D} + \frac{\partial H_1}{\partial I}, \quad (4)$$

где D – длина цикла луча, получаем

$$\frac{dI}{dr} = -i \sum_{m, n = -\infty}^{\infty} m H_{mn} \exp[i(m\vartheta + nk_r r)],$$

$$\frac{d\vartheta}{dr} = \frac{2\pi}{D} + \sum_{m, n = -\infty}^{\infty} \frac{\partial H_{mn}}{\partial I} \exp[i(m\vartheta + nk_r r)].$$

Лучи, удовлетворяющие условию стационарной фазы

$$m\lambda_r = nD(I_{res}), \quad m, n = 1, 2, 3, \dots, \quad (5)$$

где $\lambda_r = 2\pi/k_r$ – горизонтальный период неоднородности, попадают в пространственный нелинейный резонанс с модой неоднородности волнового канала [9, 10, 15, 16]. В резонансе изменение переменной действия имеет вид колебаний, описываемых универсальным гамильтонианом нелинейного резонанса [15]

$$H_u = m \left(\frac{1}{2} |\omega'_l(I_{res})| (I - I_{res})^2 + |H_{mn}| \cos m\Psi \right), \quad (6)$$

где $\Psi = m\vartheta - nk_r r + \psi_0$, ψ_0 – начальная разность фаз между резонансной гармоникой и модой неоднородности, ω'_l – производная частоты колебаний луча $\omega = 2\pi/D$ по действию. Степень влияния отдельного резонанса на движение лучей можно характеризовать его шириной по частоте пространственных колебаний

$$\Delta\omega = |\omega'_l| \Delta I = 2\sqrt{|\omega'_l| |H_{mn}|}, \quad (7)$$

где ΔI – ширина резонанса по переменной действия. При выполнении критерия Чирикова [17]

$$\frac{\Delta\omega}{\delta\omega} \approx 1,$$

соседние резонансы, отстоящие друг от друга по частоте на $\delta\omega$, перекрываются, что приводит к глобальному хаосу лучей.

К сожалению, в рамках изложенного выше подхода достаточно сложно исследовать влияние вертикальных осцилляций возмущения $\delta c(z, r)$ на динамику лучей. Для того чтобы устранить этот недостаток, представим систему уравнений движения для угла и действия (4) в следующем виде

$$\begin{aligned} \frac{dI}{dr} &= -\varepsilon \left(\frac{\partial V}{\partial \vartheta} \cos(k_z z + k_r r) - k_z V \frac{p}{\omega} \sin(k_z z + k_r r) \right), \\ \frac{d\vartheta}{dr} &= \omega + \varepsilon \left(\frac{\partial V}{\partial I} \cos(k_z z + k_r r) - k_z V \frac{\partial z}{\partial I} \sin(k_z z + k_r r) \right). \end{aligned} \quad (8)$$

Представляя функцию V в виде ряда Фурье по циклической переменной угла ϑ

$$V(I, \vartheta) = \sum_{m=1}^{\infty} V_m(I) \cos m\vartheta,$$

преобразуем уравнения (8) к виду

$$\begin{aligned} \frac{dI}{dr} &= \frac{\varepsilon}{2} \left(\sum_m m V_m (\cos \Psi^- + \cos \Psi^+) + \right. \\ &\quad \left. + \frac{k_z p}{\omega} \sum_m V_m (\sin \Psi^+ - \sin \Psi^-) \right), \end{aligned} \quad (9)$$

$$\begin{aligned} \frac{d\vartheta}{dr} &= \omega + \frac{\varepsilon}{2} \left(\sum_m \frac{dV_m}{dI} (\cos \Psi^- + \cos \Psi^+) - \right. \\ &\quad \left. - k_z \sum_m V_m \frac{\partial z}{\partial I} (\sin \Psi^- + \sin \Psi^+) \right), \end{aligned} \quad (10)$$

где $\Psi^\pm = m\vartheta \pm k_r r \pm k_z z(I, \vartheta)$. Основной вклад в решение этой системы дают точки стационарной фазы $d\Psi^\pm/dr \approx 0$, определяющие систему целочисленных резонансов

$$m\omega(I) - k(I, \vartheta) \approx 0, \quad (11)$$

$$m\omega(I) + k(I, \vartheta) \approx 0, \quad (12)$$

где $k(I, \vartheta) = k_r + k_p(I, \vartheta)$.

Таким образом, мы получаем два независимых резонансных условия. Рассмотрим первое из них. Его можно упростить, если влияние возмущения $V(I, \vartheta)$ на траекторию сосредоточено вблизи верхней точки заворота луча, где $\vartheta = 0$. Это вполне соответствует реальным условиям в глубоком океане, поскольку наибольшие флуктуации профиля скорости звука наблюдаются именно на малых глубинах [18]. Поскольку расстояние между двумя последовательными прохождениями луча через точку $\vartheta = 0$ равно длине цикла траектории, мы вправе заменить в выражении (11) функцию $k(I, \vartheta)$ на ее среднее значение за цикл, равное k_r . Тогда условие (11) принимает вид

$$m\omega(I) - k_r \approx 0, \quad (13)$$

т.е. идентично уравнению (5) при $n = 1$. Свойства резонансов этого типа описываются формулами (6) и (7).

В данной работе нас будет больше интересовать второе резонансное условие (12), соответствующее резонансному взаимодействию луча с вертикальными осцилляциями возмущения. В отличие от (13), это условие может выполняться только в отдельных точках траектории луча при определенном значении тангенса угла скольжения $p = p_{res} < 0$. В дальнейшем, во избежание пута-

ницы, мы будем называть резонансы (13) горизонтальными, а резонансы (12), соответственно, вертикальными.

Назовем η -окрестностью вертикального резонанса с резонансной точкой p_{res} участок траектории, на котором расстройка резонанса $\Gamma = |m\omega(I) + k(I, \vartheta)| = k_z|p - p_{\text{res}}|$ не превышает некоторого малого числа η . При резонансе появляются неосциллирующие члены в правых частях уравнений (9) и (10), поэтому внутри η -окрестности происходит секулярный рост (или уменьшение) действия. В первом приближении этот рост можно считать линейным. Тогда максимальное изменение действия, обусловленное резонансом с резонансной точкой p_{res} , есть

$$\Delta I_{\text{max}} \approx \left| \frac{\varepsilon k_z p_{\text{res}} V_m}{2\omega} \right| r_0, \quad (14)$$

где r_0 – расстояние по горизонтали от точки попадания луча в η -окрестность до точки покидания ее. Мгновенная скорость изменения расстройки вдоль луча дается выражением

$$\frac{d\Gamma}{dr} = k_z \left| \frac{dp}{dr} \right| \approx k_z \frac{1}{c_0} \left| \frac{d(\Delta c)}{dz} \right|.$$

Усредняя $d\Gamma/dr$ на интервале $[z_1 : z_2]$, где z_1 и z_2 – границы η -окрестности по глубине, и полагая, что ось подводного звукового канала z_a не лежит внутри η -окрестности, получаем

$$\left\langle \frac{d\Gamma}{dr} \right\rangle = \frac{k_z}{c_0 \Delta z} \int_{z_1}^{z_2} \left| \frac{d(\Delta c)}{dz} \right| dz = \frac{k_z}{c_0 \Delta z} |c(z_2) - c(z_1)|, \quad (15)$$

где $\Delta z = |z_2 - z_1|$. Если же $z_a \in [z_1 : z_2]$, то скорость звука и тангенс угла скольжения одинаковы в точках z_1 и z_2 . В этом случае средняя скорость изменения расстройки описывается формулой

$$\left\langle \frac{d\Gamma}{dr} \right\rangle = \frac{2k_z}{c_0 \Delta z} [c(z_1) - c(z_a)]. \quad (16)$$

Дистанция r_0 выражается через $\langle d\Gamma/dr \rangle$

$$r_0 = \frac{2\eta}{\langle d\Gamma/dr \rangle} = \frac{2k_z \Delta p}{\langle d\Gamma/dr \rangle}.$$

Учитывая (15) и (16), получаем выражения для r_0 при $z_a \notin [z_1 : z_2]$

$$r_0 = \frac{2\Delta p \Delta z}{|c(z_2) - c(z_1)|},$$

и при $z_a \in [z_1 : z_2]$

$$r_0 = \frac{\Delta p \Delta z}{c(z_1) - c(z_a)}. \quad (17)$$

Отметим, что размер η -окрестности по глубине $\Delta z \sim |\Delta p| dz/dp$ является максимальным, если резонансная точка находится вблизи оси канала, где

производная dz/dp обращается в бесконечность. Следовательно, влияние вертикального резонанса будет в этом случае наибольшим. Так как при прохождении оси канала угол скольжения максимален, уравнение

$$p_{\text{res}} = -p_{\text{max}}(I) = -\frac{m\omega(I) + k_r}{k_z} \quad (18)$$

определяет лучи, наиболее подверженные влиянию вертикального резонанса.

Если ось канала z_a является серединой интервала $[z_1 : z_2]$, выражения (16) и (17) можно упростить, аппроксимируя профиль скорости звука в малой окрестности z_a параболой

$$c(z) \approx c(z_a) + \frac{1}{8} \frac{d^2 c}{dz^2} (\Delta z)^2 = c(z_a) + \frac{\omega_0^2 (\Delta z)^2}{8}, \quad (19)$$

где $\omega_0 = \omega(I=0)$. После подстановки (19) в (16), получаем выражение для r_0

$$r_0 = \frac{8\Delta p}{\omega_0^2 \Delta z}. \quad (20)$$

В непосредственной близости оси канала Δp и Δz связаны соотношением

$$(p_{\text{max}} - \Delta p)^2 + \frac{\omega_0^2 (\Delta z)^2}{4} = p_{\text{max}}^2,$$

из которого следует

$$\Delta z = \frac{2}{\omega_0} \sqrt{2p_{\text{max}} \Delta p - (\Delta p)^2}. \quad (21)$$

После подстановки (21) в (20), выражение для r_0 принимает вид

$$r_0 = \frac{4}{\omega_0 \sqrt{\frac{2p_{\text{max}}}{\Delta p} - 1}}. \quad (22)$$

Для крутых лучей $p_{\text{max}} \gg \Delta p$. Тогда из выражения (22) следует

$$r_0 \sim \frac{1}{\omega_0 \sqrt{k_z p_{\text{max}}}}. \quad (23)$$

Таким образом, крутые лучи быстро “проскакивают” резонансную окрестность, в то время как приосевые могут вообще не покидать ее. Последнее обстоятельство, вообще говоря, не дает возможности применять линейное приближение (14) по отношению к приосевым лучам.

Подставляя (23) в (14), получаем изменение действия для крутых лучей

$$\Delta I_{\text{max}} \sim \varepsilon \frac{V_m k_z^{1/2} p_{\text{max}}^{1/2}}{\omega_0 \omega}. \quad (24)$$

С учетом (18), выражение (24) может быть записано следующим образом:

$$\Delta I_{\max} \sim \varepsilon \frac{m V_m k_z^{1/2} p_{\max}^{1/2}}{\omega_0^2 (k_z p_{\max} - k_r)} \quad (25)$$

Из (25) следует, что при

$$\left| \frac{k_r}{k_z p_{\text{res}}} \right| \rightarrow 1 \quad (26)$$

амплитуда резонансного отклика будет нарастать. Если $k_r, k_z \gg \omega$, а также при условии, что нормы амплитуд Фурье V_m достаточно быстро спадают с ростом m , условия (18) и (26) сводятся к одному

$$p_{\max}(I) = \frac{\lambda_z}{\lambda_r}, \quad (27)$$

что предполагает усиление вертикального резонанса с уменьшением λ_z и λ_r . Это свойство принципиально отличает вертикальный резонанс от горизонтального (13), амплитуда которого, напротив, падает с уменьшением λ_r .

Таким образом, вертикальные осцилляции возмущения профиля скорости звука могут резонансно влиять на отдельные распространяющиеся лучи. Дополнительное возмущение, вызываемое вертикальным резонансом, способно усилить хаотическую диффузию лучей по фазовому пространству и высвечивание. Для последнего необходимо, чтобы условие (18) выполнялось для относительно крутых лучей, для которых неустойчивость является достаточным условием для достижения поглощающего дна.

ЧИСЛЕННОЕ МОДЕЛИРОВАНИЕ

Рассмотрим модель подводного звукового канала, в котором опорный профиль скорости звука описывается формулой [10, 16]

$$c(z) = c_0 \left[1 - \frac{b^2}{2} (\mu - e^{-az})(e^{-az} - \gamma) \right], \quad 0 \leq z \leq h, \quad (28)$$

где $\gamma = e^{-ah}$, $h = 1$ км, $\mu = 0.8$, $c_0 = 1470$ м/с, $a = 5$ км⁻¹ и $b = 0.4$. Вид профиля, соответствующего данным значениям параметров, приведен на рис. 2. Функцию $V(z)$ представим как $V(z) = e^{-z/B}$, где $B = 0.2$ км, т.е. вариации скорости звука вдоль трассы канала происходят, в основном, в малом приповерхностном слое. Параметр ε принят равным 0.0005, отсюда максимальная амплитуда горизонтальных вариаций скорости звука равна 0.75 м/с.

Для простоты мы будем рассматривать дно как абсолютно поглощающее и считать луч полностью высветившимся уже после первого касания дна. Определим коэффициент высвечивания

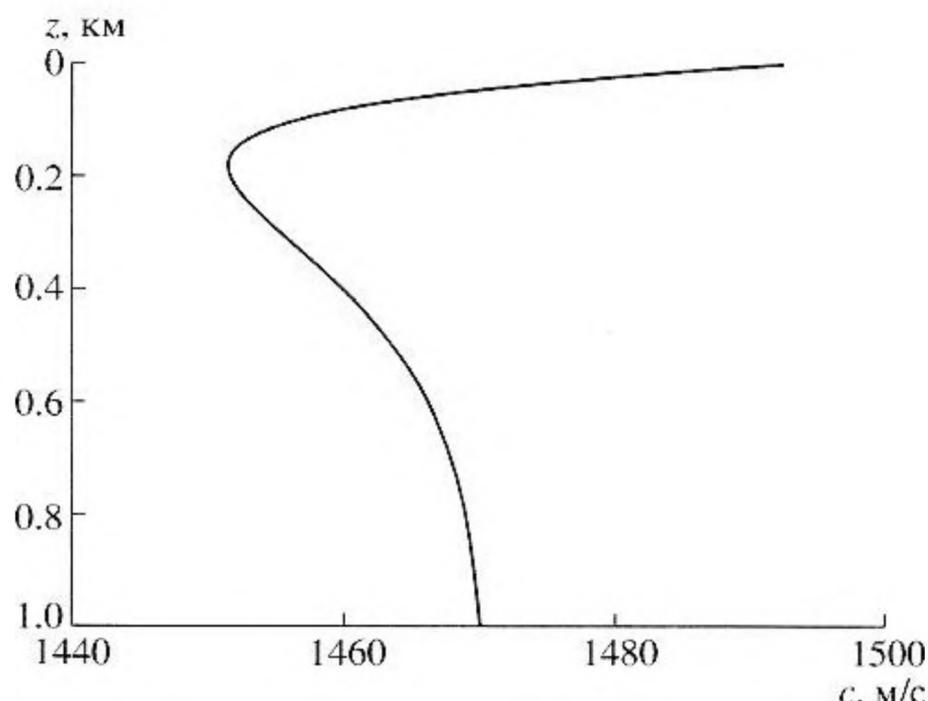


Рис. 2. Профиль скорости звука.

как отношение числа высветившихся лучей N_e к общему числу рассчитываемых лучей N_s

$$n_e = \frac{N_e}{N_s} \quad (29)$$

При численном расчете n_e мы использовали ансамбль лучей с равномерным начальным распределением по переменным угла и действия. Это соответствует всем возможным значениям угла испускания и глубины источника, при которых луч в отсутствие горизонтальной неоднородности не касался бы дна. Выражения для переменных угол-действие в случае профиля (28) имеют вид

$$I = \frac{b}{a} \left(\frac{\mu + \gamma}{2} - \sqrt{\mu\gamma - \frac{2E}{b^2}} \right),$$

$$\vartheta = \pm \frac{\pi}{2} \mp \arcsin \frac{\mu + \gamma - (2\mu\gamma - 4E/b^2)e^{az}}{Q},$$

где $E = 1 + H$, $Q = \sqrt{(\mu - \gamma)^2 + 8E/b^2}$, а верхний и нижний знаки соответствуют лучам, движущимся соответственно вниз и вверх. Помимо начального распределения лучей, коэффициент высвечивания также зависит и от длины трассы. Все приведенные ниже результаты получены для трассы длиной 400 км.

На рис. 3 изображена зависимость коэффициента высвечивания (29) от вертикального периода волны неоднородности λ_z . В случае $\lambda_r = 1$ км функция $n_e(\lambda_z)$ имеет резкий пик в точке $\lambda_z \approx 0.13$ км. При $\lambda_r = 4$ км максимум функции расположен в точке $\lambda_z \approx 0.5$ км, имея при этом гораздо меньшую амплитуду и являясь достаточно расплывчатым. Скачок коэффициента высвечивания обусловлен изменением структуры фазового пространства системы лучевых уравнений (1), что

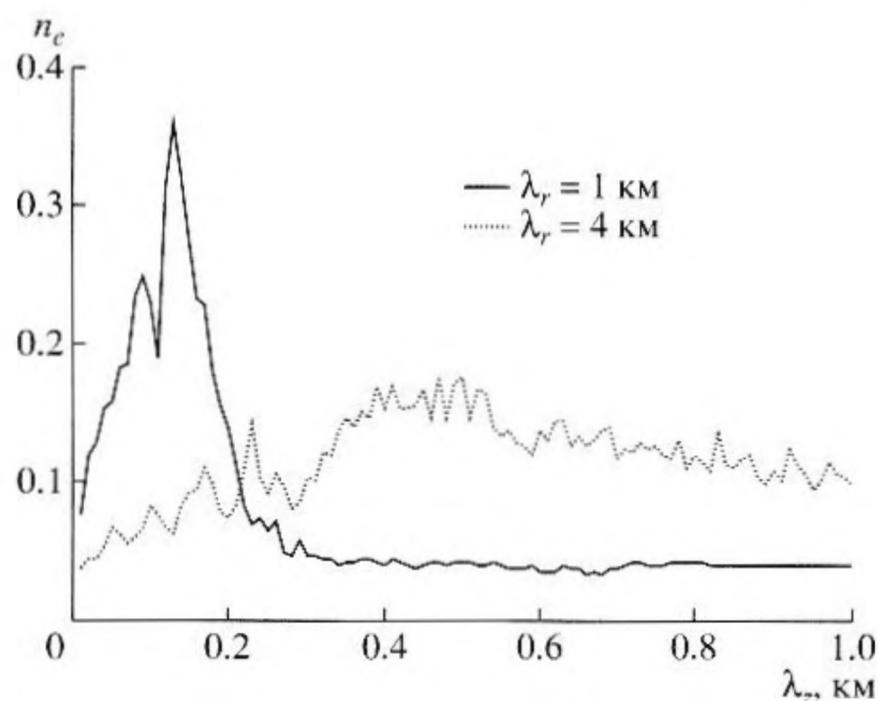


Рис. 3. Зависимость коэффициента высвечивания лучей от вертикального периода неоднородности.

можно наглядно продемонстрировать с помощью отображения Пуанкаре [19]. В рассматриваемом случае отображение Пуанкаре может быть записано следующим образом:

$$z_{i+1} = z(z_i, p_i, r = \lambda_r), \quad p_{i+1} = p(z_i, p_i, r = \lambda_r),$$

где $z(z_i, p_i, r)$ и $p(z_i, p_i, r)$ – решения системы лучевых уравнений (1) с начальными условиями:

$$z(r = 0) = z_i, \quad p(r = 0) = p_i.$$

Карты отображения Пуанкаре, построенные для $k_z = 0$ и $k_z = 2\pi/0.13 \text{ км}^{-1}$ при $\lambda_r = 1 \text{ км}$ и приведенные на рис. 4, указывают на связь скачка коэффициента высвечивания с резким уширением хаотического слоя в фазовом пространстве и, таким образом, увеличением числа лучей, способных “раскачаться” и достичь дна. Максимальное уширение хаотического слоя наблюдается при одном и том же отношении $\lambda_z : \lambda_r$ для различных λ_r , что свидетельствует о роли вертикального резонанса (27), соответствующего резонансной точке $|p_{\text{res}}| = \lambda_z/\lambda_r \approx 0.13$.

Прямое указание на роль вертикального резонанса дает карта коэффициента высвечивания, построенная в координатах $\lambda_z - \lambda_r$ и изображенная на рис. 5. Из нее видно, что область максимального высвечивания простирается вдоль линии, соответствующей резонансному условию $\lambda_z = 0.13\lambda_r$. Различие кривых $n_c(\lambda_z)$, соответствующих разным значениям λ_r , связано с ростом амплитуды вертикального резонанса при уменьшении λ_z и λ_r (при условии, что отношение между ними сохраняется).

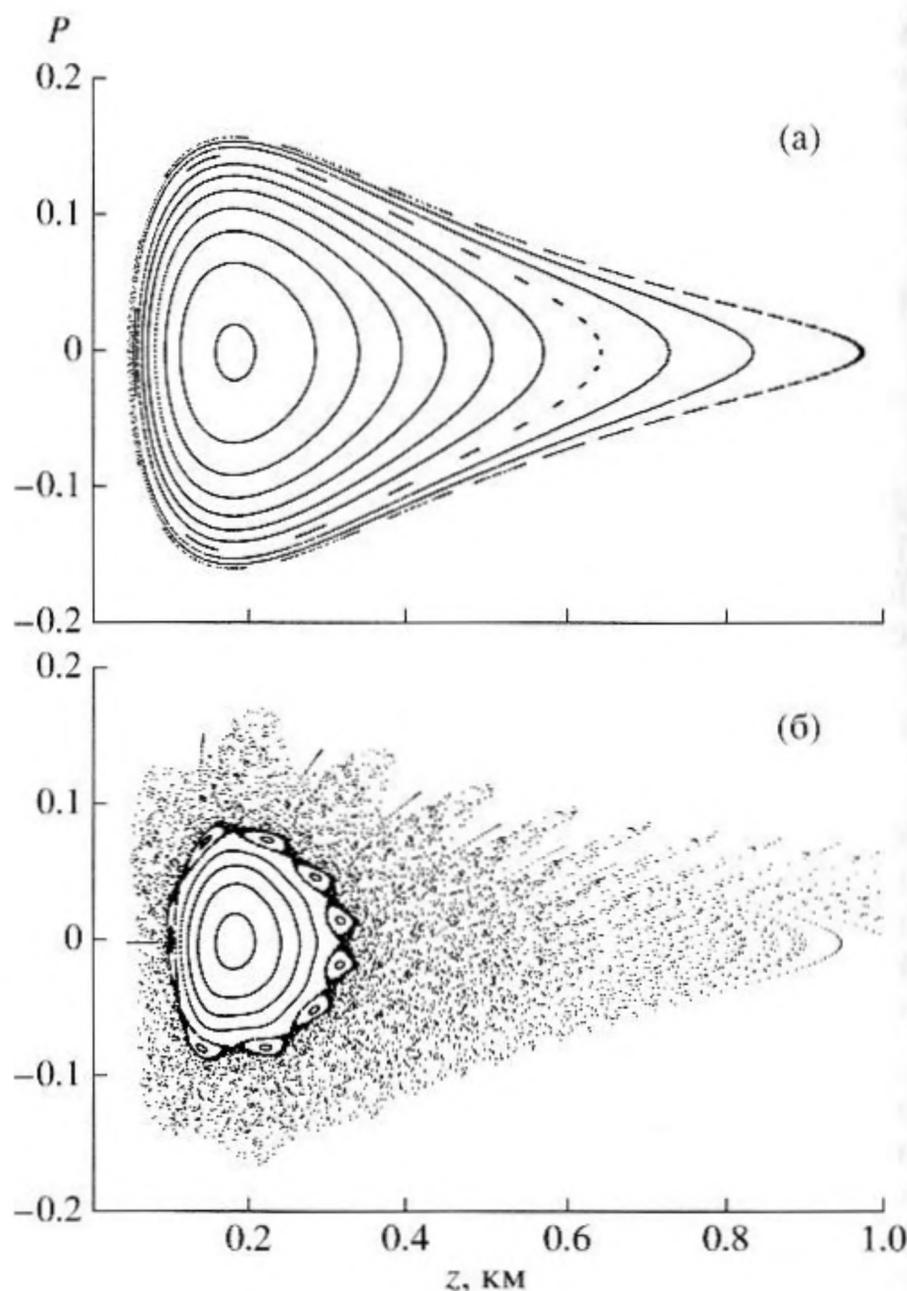


Рис. 4. Карты отображения Пуанкаре для случая неоднородности с горизонтальным периодом $\lambda_r = 1 \text{ км}$. а) $k_z = 0$, б) $k_z = 2\pi/0.13 \text{ км}^{-1}$.

ВЛИЯНИЕ ВЫСВЕЧИВАНИЯ НА ВРЕМЕННУЮ СТРУКТУРУ ЗВУКОВОГО СИГНАЛА

Основной измеряемой характеристикой в экспериментах по дальнему распространению звука являются времена прихода звуковых импульсов, распространяющихся вдоль отдельных лучей. Время прихода определяется длиной оптического пути вдоль лучевой траектории и вычисляется в соответствии с принципом Ферма

$$t = \frac{S}{c_0} = \frac{1}{c_0} \int_0^R L dr,$$

где S – эйконал, R – расстояние до точки приема сигнала, а $L = p^2 - H$ – функция Лагранжа. При условии достаточно большой длины трассы ($R/D \gg 1$) можно рассматривать лагранжиан как функцию только переменной действия

$$L(I) = I\omega(I) - H(I). \quad (30)$$

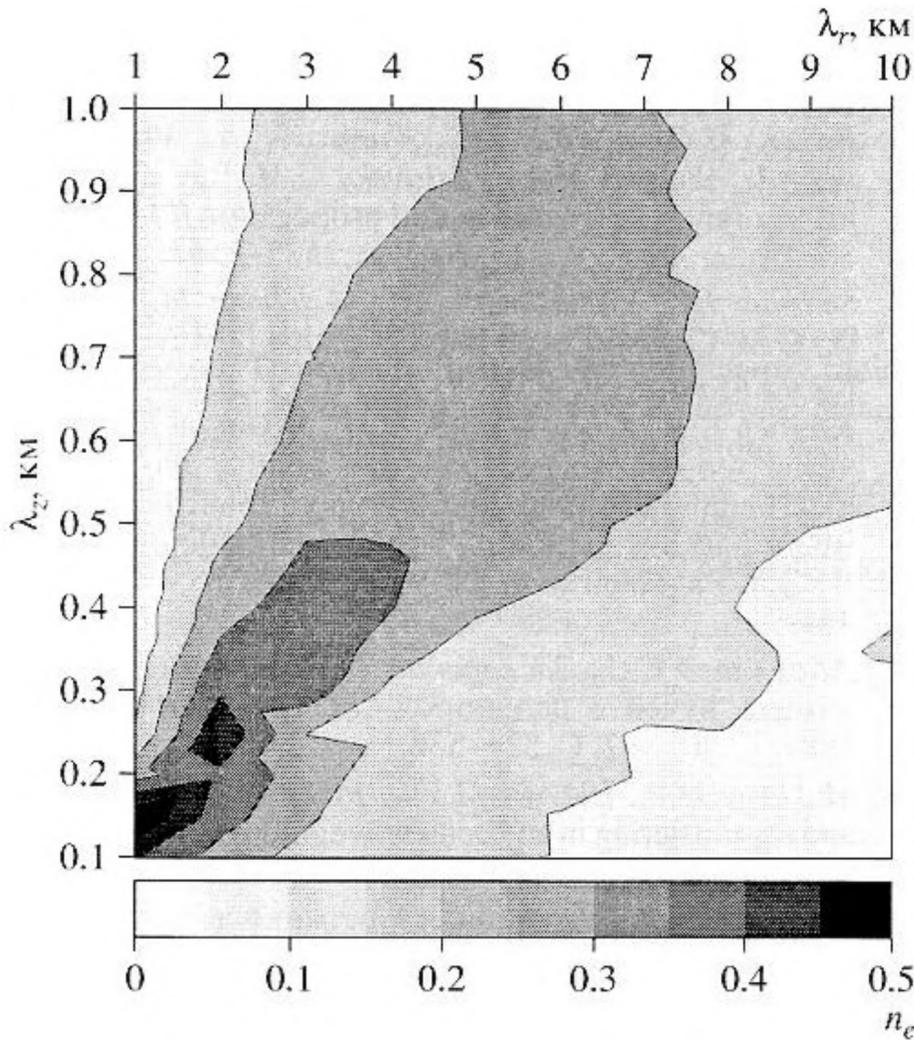


Рис. 5. Карта коэффициента высвечивания в координатах $\lambda_z - \lambda_r$.

В горизонтально однородном волноводе действие является инвариантом, поэтому, в соответствии с (30), время прихода может быть приближенно выражено как

$$t(I) = \frac{L(I)}{c_0} R, \quad (31)$$

Обратимся к вопросу о влиянии эффекта высвечивания на плотность распределения лучей по временам прихода. В случае горизонтально однородного волновода и точечного источника, расположенного на оси канала, вид этой функции определяется только диаграммой направленности источника $\Omega(\phi_0)$ и дистанцией R

$$\rho_t(t; \varepsilon = 0) \propto \Omega(\phi_0) \frac{d\phi_0}{dt} = \frac{c_0 \Omega(t) d\phi_0}{R \omega'_l I} (t),$$

где угол испускания луча ϕ_0 рассматривается как функция времени прихода и принято во внимание, что $dH/dI = \omega$. Положим, что диаграмма направленности источника обладает сферической симметрией. В этом случае, учитывая, что на дальние расстояния в океане распространяются только относительно пологие лучи, для которых $p_0 = \text{tg } \phi_0 \approx \phi_0$, можно записать $\Omega(p_0) \approx \text{const}$. Тогда в однородном волноводе (28) функция распределения лучей по временам прихода принимает следующий вид [20]:

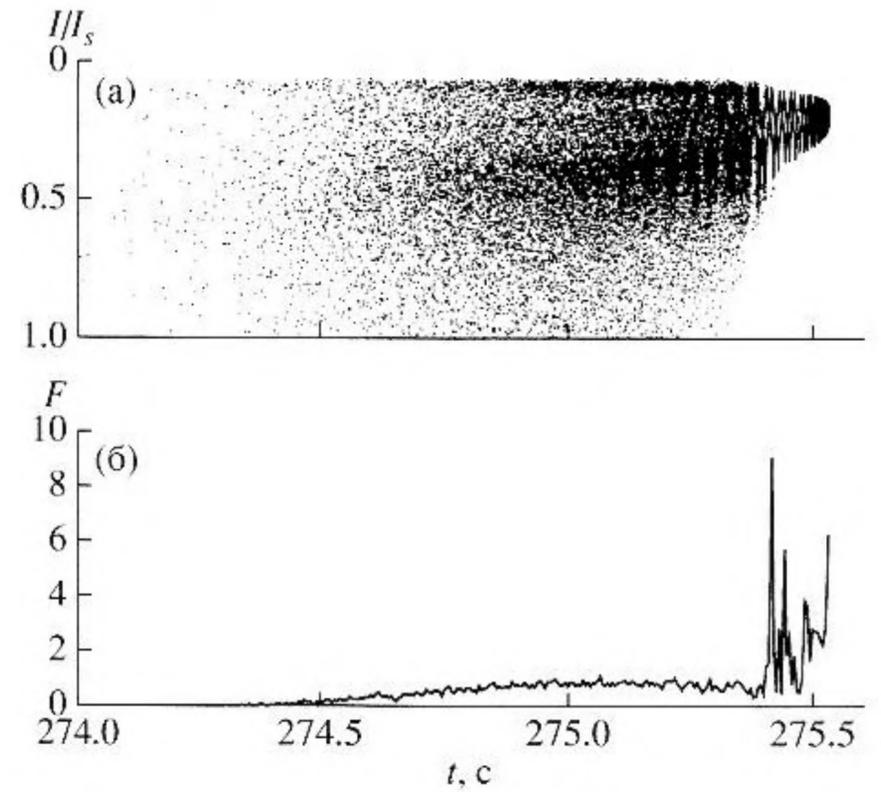


Рис. 6. Структура принимаемого сигнала в координатах время прихода–действие (а) и функция $F(t)$ (б) на расстоянии 400 км от источника в присутствии неоднородности с параметрами $\lambda_r = 1$ км, $\lambda_z = 0.13$ км.

$$\rho_t(t; \varepsilon = 0) = A \frac{c_0 [b(\mu + \gamma) - 2aI(t)]}{RaI(t) \sqrt{-a^2 I^2(t) + b(\mu + \gamma)aI(t)}},$$

где A – нормировочная константа, а выражение для функции $I(t)$ выводится из формулы (31) и выглядит следующим образом:

$$I(t) = \frac{1}{a} \sqrt{2 + \frac{b^2(\mu - \gamma)^2}{4} - \frac{2c_0 t}{R}}.$$

Функция $\rho_t(t; \varepsilon = 0)$ быстро нарастает с ростом t , имея сингулярность при $t = t_{\text{max}}$, поэтому для эффективного отслеживания влияния горизонтальной неоднородности на функцию $\rho_t(t)$ более удобно исследовать нормированную функцию распределения по временам прихода сигнала $F(t)$ [10, 20], вводимую как

$$F(t) = \frac{\rho_t}{\rho_t(\varepsilon = 0)}.$$

На рис. 6 изображены результаты расчета $t-z$ диаграммы и функции $F(t)$ для случая неоднородности с параметрами $\lambda_r = 1$ км и $\lambda_z = 0.13$ км, что соответствует пику коэффициента высвечивания. Согласно рис. 6а, $t-z$ диаграмма принимаемого сигнала является относительно регулярной только в области времен $t > 275.4$ с, тогда как приходы сигнала в ранней его части принимаемого распределены беспорядочно, что является свидетельством сильного лучевого хаоса. Вследствие сильного высвечивания амплитуда функции $F(t)$ при $t < 275.4$ с на порядок ниже, чем при $t > 275.4$ с. В результате время затягивания звукового сигнала составляет лишь 0.15 с, хотя в горизонтально

однородном волноводе эта величина приблизительно равна 3 с. Таким образом, высвечивание лучей приводит, в данном случае, к 20-кратному обрезанию принимаемого сигнала.

ЗАКЛЮЧЕНИЕ

В представленной работе проведено теоретическое исследование высвечивания лучей из подводного звукового канала под влиянием слабой горизонтальной неоднородности вдоль трассы. Показано, что вертикальные осцилляции возмущения волновода могут резонансным образом влиять на распространение наиболее крутых водных лучей, способствуя тем самым усилению высвечивания. Указано на связь величины коэффициента высвечивания со структурой фазового пространства системы лучевых уравнений.

Связь высвечивания с вертикальным масштабом неоднородности позволяет говорить о качественной зависимости этого эффекта от частоты сигнала. Количественная оценка влияния высвечивания на частотную зависимость коэффициента затухания требует проведения волновых расчетов для реалистичных моделей среды, что является предметом нашей будущей работы. Вместе с тем, проведенные нами лучевые расчеты позволяют выделить, пожалуй, главное проявление рассмотренного эффекта в структуре принимаемого сигнала – это значительное сокращение времени затягивания звукового сигнала за счет фильтраций высоких мод, имеющих наибольшие групповые скорости. При этом общая интенсивность сигнала, вообще говоря, может меняться не столь значительно, поскольку наиболее высокоэнергетическая поздняя часть принимаемого сигнала, формируемая приосевыми лучами, менее всего подвержена высвечиванию.

Работа выполнена при финансовой поддержке проектов ДВО РАН 05-III-Г-07-075 и 06-III-В-07-297, а также гранта Президента Российской Федерации МК-9007.2006.5.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Чугарев А.В., Чугарев Ю.В. О возможности возникновения стохастической неустойчивости лучей в неоднородных средах // Акуст. журн. 1978. Т. 24. С. 765–771.
2. Tappert F.D., Xin Tang. Ray chaos and eigenrays // J. Acoust. Soc. Amer. 1996. V. 99. № 1. P. 185–195.
3. Virovlyansky A.L., Zaslavsky G.M. Wave chaos in terms of normal modes // Phys. Rev. E. 1999. V. 59. № 2. P. 1656–1668.
4. Wolfson M.A., Tappert F.D. Study of horizontal multipaths and ray chaos due to ocean mesoscale structure // J. Acoust. Soc. Amer. 2000. V. 107. № 1. P. 154–162.
5. Smirnov I.P., Virovlyansky A.L., Zaslavsky G.M. Sensitivity of ray travel times // Chaos 2002. V. 12. № 3. P. 617–635.
6. Brown M.G., Colosi J.A., Tomsovic S., Virovlyansky A.L., Wolfson M.A., Zaslavsky G.M. Ray dynamics in long-range deep ocean sound propagation // J. Acoust. Soc. Amer. 2003. V. 113. № 5. P. 2533–2547.
7. Smirnov I.P., Virovlyansky A.L., Edelman M., Zaslavsky G.M. Chaos-induced intensification of wave scattering // Phys. Rev. E. 2005. V. 72. № 2. P. 026206.
8. Кинбер Б.Е., Комиссарова Н.Н., Кравцов Ю.А. Лучевая теория распространения волн в неоднородных рефракционных волноводах: трансформация мод и раскочка ширины волновых каналов // Изв. ВУЗов Радиофизика. 1979. Т. XXII. № 4. С. 414–424.
9. Абдуллаев С.С., Заславский Г.М. Нелинейная динамика лучей в неоднородных средах // ЖЭТФ. 1981. Т. 80. № 2. С. 524–536.
10. Makarov D.V., Uleysky M.Yu., Prants S.V. Ray chaos and ray clustering in an ocean waveguide // Chaos. 2004. V. 14. № 1. P. 79–95.
11. Макаров Д.В. Нелинейная динамика лучей в неоднородном подводном звуковом канале. Диссертация на соискание ученой степени кандидата физико-математических наук. Владивосток, ТОИ ДВО РАН, 2004; <http://dynamlab.poi.dvo.ru>.
12. Hegewisch K.C., Cerruti N.R., Tomsovic S. Ocean acoustic wave propagation and ray method correspondence: internal wave fine structure // J. Acoust. Soc. Amer. 2004. V. 117. № 3. Pt 2. P. 1582–1594.
13. Makarov D.V., Uleysky M.Yu., Martynov M.Yu. Sensitivity of ray dynamics in an underwater sound channel to vertical scale of longitudinal sound-speed variations. e-print arXiv:physics/0508226 (2005).
14. Вадов Р.А. Поглощение и затухание низкочастотного звука в морской среде // Акуст. журн. 2000. Т. 46. № 5. С. 624–631.
15. Абдуллаев С.С., Заславский Г.М. Классические нелинейная динамика и хаос лучей в задачах распространения волн в неоднородных средах // УФН. 1991. Т. 161. № 8. С. 1–43.
16. Макаров Д.В., Пранц С.В., Улейский М.Ю. Структура пространственного нелинейного резонанса лучей в неоднородном подводном звуковом канале // Докл. АН. 2002. Т. 382. № 3. С. 394–396.
17. Chirikov B.V. An universal instability of many-dimensional oscillator systems // Phys. Rep. 1979. V. 52. № 5. P. 265–379.
18. Beron-Vera F.J., Brown M.G., Colosi J.A., Tomsovic S., Virovlyansky A.L., Wolfson M.A., Zaslavsky G.M. Ray dynamics in a long-range acoustic propagation experiment // J. Acoust. Soc. Amer. 2003. V. 114. № 3. P. 1226–1242.
19. Заславский Г.М., Сагдеев Р.З. Введение в нелинейную физику: от маятника до турбулентности и хаоса. М.: Наука, 1988. 368 с.
20. Макаров Д.В., Улейский М.Ю., Пранц С.В. О возможности определения характеристик внутренних волн по данным распределения времен прихода лучей в подводном звуковом канале в условиях хаоса // Письма в ЖТФ. 2003. Т. 29. № 10. С. 70–76.

Ray Escape from a Range-Dependent Underwater Sound Channel**D. V. Makarov and M. Yu. Uleiskii**

*Il'ichev Pacific Oceanological Institute, Far-East Division, Russian Academy of Sciences,
ul. Baltiiskaya 43, Vladivostok, 690041 Russia
e-mail: makarov@poi.dvo.ru*

Abstract—The problem of sound propagation in a spatially inhomogeneous underwater sound channel is considered. The effect of ray escape, i.e., the ray incidence on the absorbing bottom due to the chaotic swing of rays, is studied. With the use of the Poincaré map and maps of escape, the relation of ray escape to the properties of the phase space of the set of ray equations is demonstrated. It is found that the maximum escape occurs under the vertical resonance conditions, i.e., at resonance of the ray oscillations in the waveguide with the vertical oscillations of the sound velocity perturbation. A qualitative theory of the vertical resonance is developed. It is shown that the ray escape considerably shortens the time spreading of the signal.