АКУСТИЧЕСКИЙ ЖУРНАЛ, 2007, том 53, № 5, с. 682–686

АКУСТИКА ОКЕАНА. ГИДРОАКУСТИКА

УДК 534.26

РАСПРЕДЕЛЕНИЕ ОПТИМАЛЬНЫХ ГЛУБИН ИЗЛУЧЕНИЯ ПРИ ОБРАЩЕНИИ ДАННЫХ РЕВЕРБЕРАЦИИ В МЕЛКОВОДНОМ ВОЛНОВОДЕ

© 2007 г. Т. Ф. Гао[1], Е. Ц. Шанг[2]

[1] *Институт акустики Китайской академии наук, Пекин, Китай*
E-mail: ymwjr@yahoo.com.cn
[2] *CIRES, University of Colorado, Boulder, USA*
E-mail: ecshang32@aol.com

Поступила в редакцию 6.09.06 г.

Недавно был предложен метод извлечения матрицы обратного рассеяния мод из данных о реверберации в мелком море (Shang, Gao, Tang, 2002). Матрица ядра для процедуры обращения построена на основе квадратов волновых функций мод. Сингулярность этой матрицы (или стабильность процедуры обращения) является решающим фактором, который должен быть исследован. В данной статье этот вопрос рассматривается аналитически для волновода Пекериса при ограниченном числе мод M. Метод, используемый для анализа сингулярности, основан на расчете максимального значения определителя матрицы ядра. Найдено, что существует оптимальное распределение глубин излучения, которое соответствует максимуму определителя матрицы ядра. Это означает, что, выбирая оптимальное распределение глубин излучения, можно получить наиболее стабильное обращение. Сделан вывод о том, что при вполне допустимых условиях матрица не сингулярна, и матрица обратного рассеяния допускает обращение.

PACS: 43.30.Gv, 43.30.Ec, 43.30.Hw

1. ВВЕДЕНИЕ

Решение обратной задачи для данных реверберации представляет большой интерес, так как эти данные легко получать и из них можно извлечь большой объем информации. В [1] был предложен метод получения матрицы обратного рассеяния мод на основе реверберационных данных; численное моделирование на основе таких данных проводилось в [2]; и, наконец, решение обратной задачи для реверберационных данных проводилось в [3]. В данной статье мы обсуждаем стабильность процедуры обращения и оптимальное распределение глубин излучения для случая идеального волновода. В пределах точности борновского приближения поле реверберации можно записать как [1]

$$p^s(z_s, z; r_c) = (2\pi/k_0 r_c)\sum_m^M\sum_n^M \phi_m(z_s)\phi_n(z)\times \\ \times\exp\{-(\beta_m+\beta_n)r_c\}S_{mn}\int dr\eta(r)\exp\{i(k_m+k_n)r\}, \quad (1)$$

где $\phi_m(z)$ – нормированная волновая функция моды, k_m – действительная часть волнового числа моды, β_m – мнимая часть волнового числа моды, z_s – глубина излучения, z – глубина приема, r_c – расстояние до центра рассеивающей области, S_{mn} – матрица, описывающая взаимодействие мод на рассеивающем элементе, $\eta(r)$ описывает случайные флуктуации рассеивающего элемента, представляющего собой шероховатость границы или объемную неоднородность.

При помощи модового фильтра на приемной антенне мы можем получить j-ую модовую компоненту:

$$p_j(z_s; r_c) = \int p^s(z_s, z; r_c)\phi_j(z)dz = \\ = (2\pi/k_0 r_c)\sum_{m=1}^M \phi_m(z_s)\times \quad (2) \\ \times\exp\{-(\beta_m+\beta_j)r_c\}S_{mj}\int dr\eta(r)\exp\{i(k_m+k_j)r\}.$$

Если мы возьмем когерентную часть в качестве усредненной интенсивности реверберации, то j-ая компонента может быть представлена в виде

$$I_j(z_s; r_c) = (2\pi/k_0 r_c)^2 A\sum_{m=1}^M \phi_m^2(z_s)\times \\ \times\exp\{-2(\beta_m+\beta_j)r_c\}\Theta_{mj}^2, \quad (3)$$

где

$$\Theta_{mj}^2 = S_{mj}^2 \sigma^2 K_{mj}, \tag{4}$$

$$K_{mj} = (1/A)\iint dr_1 dr_2 N(r_1, r_2) \times \times \exp\{i(k_m + k_j)r_1 - i(k_m + k_j)r_2\}. \tag{5}$$

Здесь A – озвучиваемая площадь, σ – стандартное отклонение величины η, $N(r_1, r_2)$ – нормированная корреляционная функция величины η.

В предыдущей работе было осуществлено обращение матрицы обратного рассеяния на основе некоторого модельного предположения, такого как рассеяние Ламберта [4], и на этом пути обращение матрицы сводится к оценке парамеров. Либо, на основе предположения о разделении типа

$$\Theta_{mn}^2 = \Theta_m \Theta_n, \tag{6}$$

обращение матрицы сводится к обращению вектора. В данной статье мы рассматриваем обращение исходной матрицы Θ_{mn} на основе данных реверберации в виде (3) для случая идеального волновода, или волновода Пекериса. Только такой метод обращения может выявить реальную **угловую диаграмму** обратного рассеяния. Следовательно это будет способствовать лучшему пониманию механизма рассеяния от морского дна, а также будет полезно для гидролокации в мелководных морских волноводах.

2. АНАЛИЗ СИНГУЛЯРНОСТИ МАТРИЦЫ ЯДРА

В [1] был предложен метод обращения путем изменения глубины излучения. Как видно из (3), матрица ядра построена из элементов типа $\phi_m^2(z_s)$. Для идеального волновода с M модами, изменяя глубину излучения M раз $\{z_{s1}, z_{s2}, \ldots, z_{sM}\}$, мы получим матрицу ядра для обращения Ω_{mj} в виде

$$\Phi = \begin{bmatrix} \phi_1^2(z_{s1}) & \phi_2^2(z_{s1}) & \ldots & \phi_M^2(z_{s1}) \\ \phi_1^2(z_{s2}) & \phi_2^2(z_{s2}) & \ldots & \phi_M^2(z_{s2}) \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ \phi_1^2(z_{sM}) & \phi_2^2(z_{sM}) & \ldots & \phi_M^2(z_{sM}) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \sin^2(y_1) & \sin^2(2y_1) & \ldots & \sin^2(My_1) \\ \sin^2(y_2) & \sin^2(2y_2) & \ldots & \sin^2(My_2) \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ \sin^2(y_M) & \sin^2(2y_M) & \ldots & \sin^2(My_M) \end{bmatrix}, \tag{7}$$

$$y_i = (\pi z_{si}/H). \tag{8}$$

Обобщение на случай волновода Пекериса легко получается путем замены реальной глубины водного слоя H на "эффективную глубину" H_{eff}, определяемую как [5]

$$H_{\text{eff}} = H + \Delta H = H + P/(2k_0), \tag{9}$$

где P – параметр дна, связанный со сдвигом фазы при отражении от дна, который может быть получен из данных реверберации [6].

Используя две следующих формулы:

$$\sin(ny) = \sin y T_n(\cos y),$$

$$T_n(\cos y) = n\cos^{n-1} y + \frac{n(n-1)(n-2)}{3!}\cos^{n-3} y \sin^2 y + \frac{n(n-1)(n-2)(n-3)(n-4)}{5!}\cos^{n-5} y \sin^4 y + \ldots,$$

можно выразить определитель D_M матрицы Φ в виде

$$D_M = \prod_{m=1}^{M} \sin^2 y_m H_m,$$

где H_m – так называемый "детерминант Вандермонде", определяемый как

$$H_M = \begin{bmatrix} 1 & (2\cos y_1)^2 & (2\cos y_1)^4 & (2\cos y_1)^6 & \ldots & (2\cos y_1)^{2(M-1)} \\ 1 & (2\cos y_2)^2 & (2\cos y_2)^4 & (2\cos y_2)^6 & \ldots & (2\cos y_2)^{2(M-1)} \\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ 1 & (2\cos y_M)^2 & (2\cos y_M)^4 & (2\cos y_M)^6 & \ldots & (2\cos y_M)^{2(M-1)} \end{bmatrix}.$$

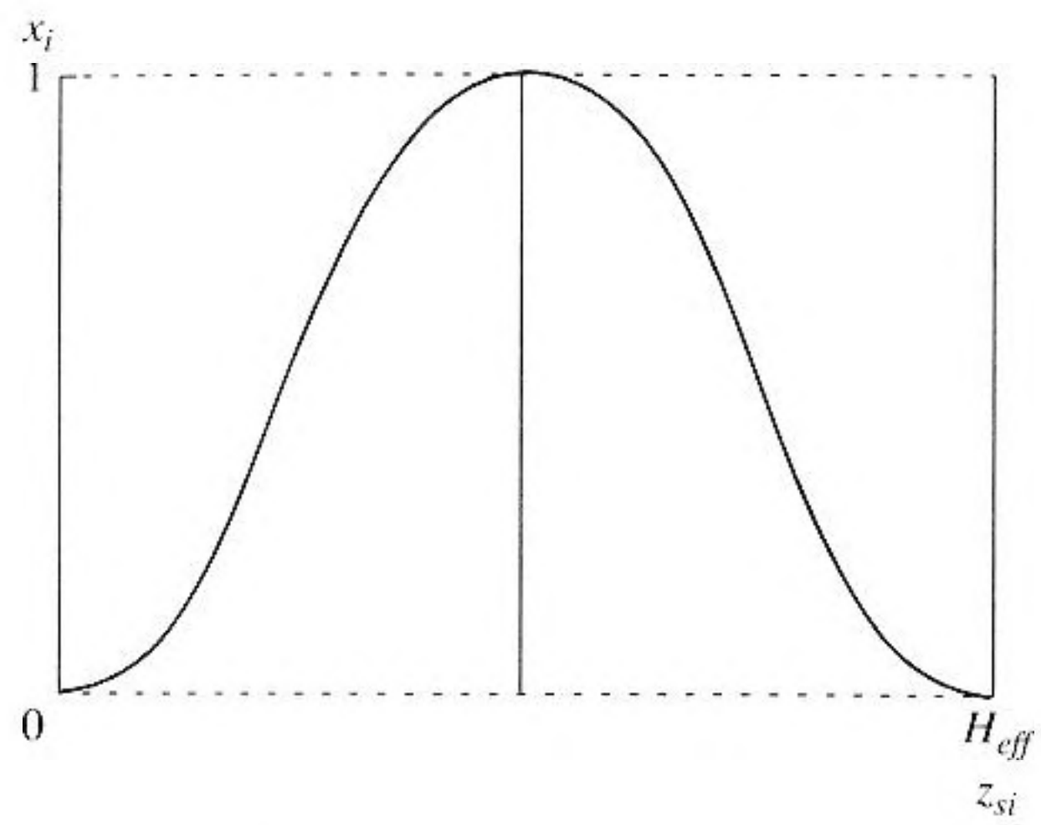

Рис. 1. Связь величин x_i и z_i при отображении.

Наконец, мы получаем

$$D_M = 2^{M(M-1)}\left(\prod_{i=1}^{M} x_i\right)\left(\prod_{1<i<j<M}(x_i - x_j)\right), \qquad (10)$$

где

$$x_i = \sin^2 y_i = \sin^2(\pi z_{si}/H_{\text{eff}}). \qquad (11)$$

Связь величины x_i с глубиной излучения z_{si} при таком отображении показана на рис. 1.

Как видно из выражения (10), величина D_m является функцией распределения глубин излучения $\{z_{si}\}$, и наша задача найти такое оптимальное распределение $\{z_{si}\}_{\text{opt}}$, которое обеспечивает максимальную величину D_M: $[D_M]_{\text{Max}}$.

Процедура поиска максимума D_M состоит в следующем:

Шаг 1: рассматривая x_M как параметр и полагая $(\partial D_M/\partial x) = 0$ для $i = 1, \ldots, M-1$, устанавливаем взаимосвязь между x_M и x_i $(i = 1, 2, \ldots, M-1)$;

Шаг 2: используя результаты шага 1, определяем D_M как одну варьируемую функцию $D_M(x_M)$, затем находим максимум $\text{Max}D_M(x_M)$ и соответствующее оптимальное значение x_M: $(x_M)_{\text{opt}}$;

Шаг 3: используя связь между x_M и x_i $(i = 1, 2, \ldots, M-1)$, опять определяем $(x_i)_{\text{opt}}$ для $i = 1, \ldots, M$;

Шаг 4: при помощи выражений (11) и (8) мы наконец получаем оптимальное распределение глубин излучения $\{z_{si}\}_{\text{opt}}$.

Опуская детали, мы только приведем основные результаты для $|D_M|_{\text{Max}}$ и $\{z_{si}\}_{\text{opt}}$ для случаев от $M = 2$ до $M = 16$. Значения $(x_i)_{\text{opt}}$ приведены в табл. 1, а значения $|D_M|_{\text{Max}}$ – в табл. 2.

Оптимальное распределение глубин излучения, заданное значениями $[x_{si}]_{\text{opt}}$, приведенными в табл. 1, дает положения источника в случае точного решения. Однако для практики желательно, чтобы точность в распределении глубин излучения не играла решающей роли. Как видно из (10), необходимым является нестрогое условие, чтобы матрица **Ф** была не вырождена, что достигается выбором x_i не слишком близкими друг к другу.

Таблица 1. Оптимальные наборы $\{x_i\}$ для $M = 2, 3, 4, \ldots, 16$

$(x_i)_{\text{opt}} \backslash M$	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16
x_1	0.5	0.276	0.173	0.117	0.085	0.064	0.050	0.040	0.033	0.027	0.023	0.020	0.017	0.015	0.013
x_2	1.0	0.724	0.5	0.357	0.266	0.204	0.161	0.131	0.108	0.904	0.077	0.066	0.057	0.050	0.045
x_3		1.0	0.827	0.642	0.5	0.395	0.318	0.261	0.217	0.184	0.157	0.136	0.118	0.104	0.092
x_4			1.0	0.883	0.734	0.605	0.5	0.417	0.352	0.300	0.259	0.225	0.197	0.174	0.154
x_5				1.0	0.915	0.796	0.681	0.583	0.5	0.413	0.375	0.329	0.289	0.257	0.229
x_6					1.0	0.936	0.839	0.739	0.648	0.568	0.5	0.442	0.392	0.350	0.314
x_7						1.0	0.936	0.869	0.783	0.699	0.625	0.558	0.5	0.449	0.405
x_8							1.0	0.960	0.892	0.816	0.741	0.671	0.608	0.551	0.5
x_9								1.0	0.967	0.910	0.843	0.775	0.710	0.650	0.594
x_{10}									1.0	0.972	0.923	0.684	0.803	0.743	0.686
x_{11}										1.0	0.977	0.934	0.882	0.826	0.771
x_{12}											1.0	0.978	0.943	0.896	0.846
x_{13}												1.0	0.983	0.950	0.908
x_{14}													1.0	0.985	0.955
x_{15}														1.0	0.987
x_{16}															1.0

Таблица 2. Максимальные значения D_M

M	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16
$(D_M)_{\text{Max}}$	1.0	1.14	1.47	2.06	3.13	5.09	8.79	16.0	30.7	61.3	127.8	276.4	619.2	1433.2	3420.8

Мы предлагаем вполне удобный способ для выбора глубин излучения: почти оптимальное их распределение; т.е. можно взять равные расстояния от середины глубины места:

$$\{z_{si}\}_{\text{sub}} \sim \begin{matrix} 0.5H_{\text{eff}} - (i-1)(0.5H_{\text{eff}}/M) & \text{при} \quad z_s < 0.5H_{\text{eff}} \\ 0.5H_{\text{eff}} + (i-1)(0.5H_{\text{eff}}/M) & \text{при} \quad z_s > 0.5H_{\text{eff}}. \end{matrix} \tag{12}$$

3. ЧИСЛЕННЫЕ ПРИМЕРЫ

3.1. Пример 1

Рассмотрим точечный источник звука с частотой $f = 150$ Гц в волноводе Пекериса глубиной $H = 50$ м с парамером дна $c_b = 1623$ м/сек, $\rho_b = 1.77$, $P = 10$, $H_{\text{eff}} = 58$ м. Имеются 4 захваченные моды. Волновая функция моды задана в виде

$$\phi_m^2(z) = (2/H_{\text{eff}})\sin^2(m\pi z/H_{\text{eff}}).$$

Если мы зададим распределение глубин излучения как {7 м, 14 м, 21 м, 28 м}, то матрица Φ запишется как

$$\Phi = (0.034)\begin{bmatrix} 0.137 & 0.472 & 0.823 & 0.997 \\ 0.472 & 0.997 & 0.582 & 0.012 \\ 0.823 & 0.582 & 0.071 & 0.973 \\ 0.997 & 0.012 & 0.973 & 0.047 \end{bmatrix}.$$

Выбранные глубины излучения представляют собой "почти оптимальное" распределение, определяемое формулой (12). Как видно из табл. 3, оно очень близко к "оптимальному" распределению, заданному в табл. 1, и соответствующие этим распределениям значения $|D_M|_{\text{Max}}$ также очень близки друг к другу. В этом случае стабильность процедуры обращения, описываемая числом N_c есть

$$N_c = 3.1. \tag{13}$$

Число (13) означает, что обращение при выборе почти оптимального распределения глубин излучения, заданного формулой (12), вполне стабильно (корректно поставленная задача). Также оно показывает, что точность установки оптимальных положений источника не очень существенна.

3.2. Пример 2

Точечный источник звука с частотой $f = 300$ Гц расположен в волноводе Пекериса глубиной $H = 50$ м с тем же параметром дна, что и в примере 1, и с $P = 10$, $H_{\text{eff}} = 54$ м. Имеются 8 захваченных мод. В [2] проведено численное моделирование с целью сравнения качества инверсии данных для различных случаев. Здесь рассмотрены четыре случая с различными распределениями глубин излучения. Эти четыре разных распределения показаны в табл. 4 и проиллюстрированы на рис. 2. Стабильность обращения, характеризуемая числом N_c, представлена в табл. 5.

Как видно из табл. 5, распределение глубин излучения в случае A дает наиболее стабильную

Таблица 3. Сравнение результатов для оптимального и почти оптимального распределений

	$(x_i)_{\text{opt}}$	Оптимум $(z_{si})_{\text{opt}}$	Почти оптимум $(z_{si})_{\text{sub}}$	$(x_{si})_{\text{sub}}$
$i = 1$	0.173	7.9 (m)	7.0 (m)	0.137
$i = 2$	0.500	14.5 (m)	14 (m)	0.472
$i = 3$	0.827	21.1 (m)	21 (m)	0.823
$i = 4$	1.000	29.0 (m)	28 (m)	0.996
	$\lvert D_M\rvert_{\text{opt}} = 1.47$		$\lvert D_M\rvert_{\text{sub}} = 1.36$	

Таблица 4. Распределения глубин излучения для различных случаев

	Распределение глубин излучения $\{z_{si}\}$ (м)			
	Случай A	Случай B	Случай C	Случай D
$i = 1$	26	15	22	5
$i = 2$	29	18	23	11
$i = 3$	32	21	24	17
$i = 4$	35	24	25	23
$i = 5$	38	27	26	29
$i = 6$	42	30	27	35
$i = 7$	45	33	28	41
$i = 8$	48	36	29	47

Таблица 5

Случай	A	B	C	D
N_c	12	2×10^5	4×10^5	1×10^3

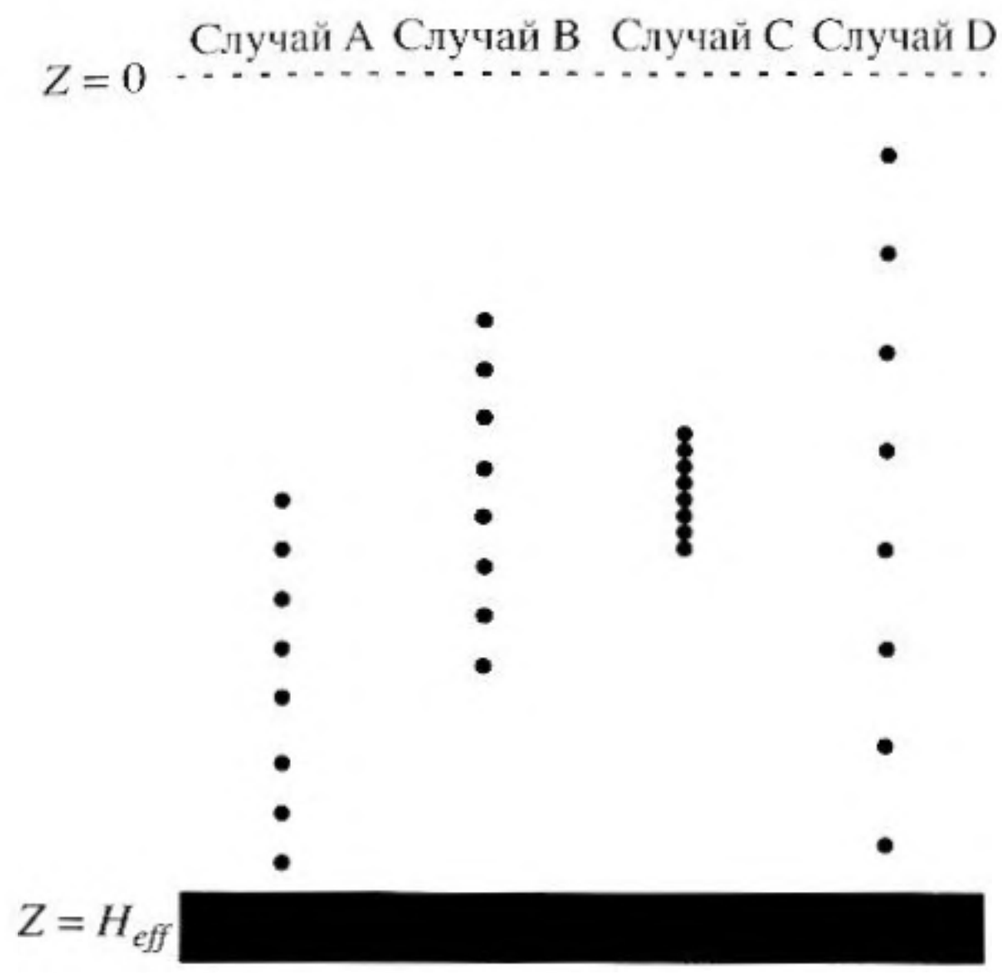

Рис. 2. Распределения глубин излучения в соответствии с табл. 4.

процедуру обращения, так как это распределение наиболее близко к оптимальному.

4. ЗАКЛЮЧЕНИЕ

(I) Метод обращения матрицы обратного рассеяния мод Ω_{mn} на основе данных реверберации был предложен в [1]. Набор данных размером $(M \times M)$, используемый в этом методе, получен с помощью фильтрации мод $(m = 1, 2, \ldots, M)$ в сочетании с изменением глубины излучения $(z_{s1}, z_{s2}, \ldots, z_{sM})$. Матрица ядра для процедуры обращения в волноводе Пекериса, Ф, задается формулой (7).

(II) Стабильность процедуры обращения оценивается на основе вычисления максимума определителя матрицы ядра, $|D_M|_{\mathrm{Max}}$. Соответствующее распределение глубин излучения является оптимальным: $\{z_{si}\}_{\mathrm{opt}}$. Данные, полученные при глубинах излучения $\{z_{si}\}_{\mathrm{opt}}$ дают наиболее стабильный результат при обращении. Точные значения $\{z_{si}\}_{\mathrm{opt}}$ могут быть получены из соотношения (11), описывающего отображение, и из значений $\{x_i\}_{\mathrm{opt}}$, представленных в табл. 1 для случаев от $M = 2$ до $M = 16$.

(III) Требование к точности соблюдения положений $\{z_{si}\}$ не является решающим. Возможно использование распределения глубин излучения с учетом реальной ситуации: можно выбрать равные промежутки в половину глубины места или использовать верхнюю или нижнюю половины водного слоя. Почти оптимальное распределение глубин излучения дается формулой (12).

Работа была частично поддержана Институтом акустики Китайской академии наук.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. *Shang B.C., Gao T.F., Tang D.J.* "Extraction of modal back-scattering matrix from reverberation data in shallow-water waveguide" / Proceeding of the Sixth European Conference on Underwater Acoustics, ECUA'2002, pp. 131–136, June 2002, Gdansk, POLAND.
2. *Peng L.H. et al.* "Numerical simulation of extracting modal back-scattering matrix from reverberation in shallow-water waveguide" // J. Comp. Acoust. 2005. V. 13. № 2, pp. 279–285.
3. *Wu J.R., Gao T.F., Shang E.G.* "Inversion of modal bottom back-scattering matrix" / Proceedings of ICTCA2005, pp. 195–204. Ed. By A. Tolstoy, E.G. Shang and Y.C. Teng, World Scientific Publisher, Singapore, 2006.
4. *Grigor'ev V.A., Kuzkin V.M., Pethnikov E.G.* "Low-frequency Bottom Reverberation in Shallow-water Ocean Regions" // Acoustical Physics. 2004. V. 50. № 1, pp. 37–45.
5. *Wang D.C., Shang E.G.* Underwater Acoustics, p. 197, (in Chinese), Science Press, 1981.
6. *Ge H.E. et al.* "Bottom-reflection Phase-shift Estimation from ASIAEX Data" // IEEE-JOE, 2004. 29, № 4, pp. 1045–1049.

The Optimum Source Depth Distribution for Reverberation Inversion in a Shallow-Water Waveguide

T. F. Gao[a] and E. C. Shang[b]

[a] *Institute of Acoustics, Chinese Academy of Science, Beijing, China*
e-mail: ymwjr@yahoo.com.cn

[b] *Cooperative Institute for Research in the Environmental Sciences (CIRES), University of Colorado, Boulder, USA*
e-mail: ecshang32@aol.com

Abstract—An approach for extracting the modal backscattering matrix from reverberation data in shallow water was proposed recently (Shang, Gao, and Tang, 2002). The kernel matrix of the inversion is constructed using the square of the modal functions. The singularity of this matrix (or the stability of the inversion) is the crucial issue to be considered. In this paper, we discuss this issue analytically for a Pekeris waveguide with the limited mode number M. The method that we used for singularity analysis is to calculate the maximum value of the determinant of this kernel matrix. We found that there is an optimum source depth distribution corresponding to the maximum value of the determinant of the kernel matrix. That means that, by choosing the optimum source depth distribution, we can get the most stable inversion. The conclusion is that, under a quite tolerant condition, the matrix is not singular, and the backscattering matrix can be inverted.