АКУСТИЧЕСКИЙ ЖУРНАЛ, 2008, том 54, № 1, с. 143–146

АКУСТИКА ЖИВЫХ СИСТЕМ. БИОЛОГИЧЕСКАЯ АКУСТИКА

УДК 534.7:534:612.014.45

ВЗАИМОДЕЙСТВИЕ АКУСТИЧЕСКОЙ И ЭЛЕКТРИЧЕСКОЙ ВОЛН В МЫШЕЧНОЙ ТКАНИ

© 2008 г. Б. Н. Клочков

Институт прикладной физики РАН
603950 Н. Новгород, ул. Ульянова 46
klochkov@appl.sci-nnov.ru

Поступила в редакцию 24.10.06 г.

PACS: 43.20.Hq, 43.80. Cs

Данная работа посвящена исследованию акусто-электрических волновых процессов в мышечной ткани. Предложен теоретический подход к описанию нервно-мышечных акустических и электрических взаимодействий в ткани, включающий механохимическое уравнение, а также уравнения, определяющие процесс распространения возбуждения по нервно-мышечному пулу. Исследована волновая активность мышечной ткани: распространение и взаимодействие электрической волны возбуждения мышцы и акустической волны ее деформации, как следствие зависимости параметров распространения электрического сигнала от деформации волокна. Рассмотрена линейная задача. Получены дисперсионные характеристики акусто-электрических волн при различных значениях параметров связи, увеличение которых приводит к их расхождению.

При исследовании биологических тканей с точки зрения диагностики их структуры и функций особый интерес представляют волновые процессы с проявлением активных свойств тканей (мышцы, нервы, мозг и др.). Мышечная ткань пронизана не только разветвленной сетью кровеносных сосудов с гладкомышечной мускулатурой, но и разветвленной сетью нервных волокон. В таких тканях могут распространяться и взаимодействовать между собой волны акустомеханической (деформация) и электрической (потенциал действия, ионные концентрации) природы с близкими по величине скоростями распространения 1–100 м/с [1–3]. При этом возможны эффекты "релятивизма", связанные с конечностью (ограниченностью) величины скорости распространения информационных сигналов возбуждения в нервных волокнах и в тканях [4].

Кроме механохимических процессов в мышечной ткани имеют место и электрические процессы, связанные с ее возбуждением. Обычно электрическая волна вызывает механическое сокращение мышцы. Существуют определенные факты, показывающие взаимодействие этих волновых процессов (мышечная дрожь, судороги, перенапряжения и др.) [5]. Сокращение мышцы можно вызвать механическим воздействием [2], изменением температуры и другими факторами (в том числе акустическим облучением) [6]. Известно также, что деформация ткани может менять ее электрические свойства, а следовательно, и условия распространения потенциала возбуждения [7, 8]. В ряде работ сделана фрагментарная попытка математически описать сокращение мышцы под действием потенциала возбуждения и их взаимосвязь [2, 7, 8]. Однако до сих пор не существует целостного математического описания взаимодействия электрической и акустической волн при их распространении в мышце.

Рассмотрим математическое моделирование активных волновых процессов в ткани для описания электромеханического взаимодействия волн возбуждения и деформации в мышце. При получении системы уравнений будем считать мышцу одномерной однородной средой. Мышечное волокно состоит из белковых нитей, вдвигающихся друг в друга при сокращении (деформации) мышцы, между которыми при развиваемом мышцей усилии замыкаются мостики, что создает дополнительное (активное) напряжение. Активация мышцы происходит следующим образом. Потенциал возбуждения проходит от нервного окончания внутрь мышцы по мембране мышечного волокна, активирует высвобождение ионов кальция и, таким образом, инициирует химическую реакцию расщепления аденозинтрифосфата и сокращение мышцы. Это означает, что связь между продольной деформацией ε и напряжением σ не такая, как у обычной упругой среды, а содержит дополнительное слагаемое активного напряжения $N(\varepsilon, \varphi)$: $\sigma = E\varepsilon + N(\varepsilon, \varphi)$, где E – модуль упругости Юнга, φ – потенциал действия (возбуждения).

Это фактически обобщение закона Гука с учетом механохимических реакций в мышце [8–10]. Структура этого слагаемого такова, что $N(\varepsilon, \varphi) = \gamma(\varphi)F(\varepsilon)$, где $\gamma = \gamma(\varphi) = \gamma_0\varphi$ – активация (функция возбуждения), $F(\varepsilon)$ – обусловленная строением мышцы структурная финитная функция взаимодействия белков [5, 9–11]. Новые уравнения состояния вязкоупругих биотканей предложены в [12].

Для мышцы справедливо волновое уравнение, описывающее распространение продольной деформации ε без учета диссипации во времени t и в пространстве x:

$$\frac{\partial^2\varepsilon}{\partial t^2} = c^2\frac{\partial^2\varepsilon}{\partial x^2} + \frac{1}{\rho}\frac{\partial^2(\gamma F)}{\partial x^2} \tag{1}$$

где $c = \sqrt{E/\rho}$ – скорость пассивной упругой волны, ρ – плотность.

Распространение возбуждения φ по мышце описывается уравнениями автоволнового типа [2, 3]:

$$\frac{\partial\varphi}{\partial t} = D(\varepsilon)\frac{\partial^2\varphi}{\partial x^2} + f(\varphi, n, \varepsilon) \tag{2а}$$

$$\frac{\partial n}{\partial t} = g(\varphi, n, \varepsilon) \tag{2б}$$

Здесь φ – быстрая переменная, n – медленная переменная (проводимость мембраны для ионов калия). Диффузия $D(\varepsilon) > 0$ определяется электрическими параметрами (обратно пропорциональна сопротивлению и емкости на единицу длины волокна). Величины D, f и g зависят от деформации ε. Нелинейная немонотонная функция $f(\varphi, n, \varepsilon)$ определяет ионный ток, $g(\varphi, n, \varepsilon)$ – монотонная функция (скорость изменения проводимости). Не только возбуждение φ влияет на деформацию ε мышцы, существует и обратное влияние – деформация мышцы меняет ее электрические свойства. Электрическая емкость пропорциональна диаметру волокна, а сопротивление обратно пропорционально квадрату диаметра. В процессе распространения механической волны по волокну его диаметр меняется, причем радиальная компонента тензора деформации для волокна в силу условия его несжимаемости равна продольной со знаком минус.

Исследуем распространение и взаимодействие электрической и акустической волн в мышечной ткани. Линеаризуем систему уравнений (1, 2а, 2б) вблизи стационарного состояния при малых отклонениях, она будет описывать линейное взаимодействие этих волн:

$$\varepsilon_{tt} - c^2\varepsilon_{xx} = A\varphi_{xx} \tag{3а}$$

$$\varphi_t = D\varphi_{xx} + B\varphi - \tau n + \alpha\varepsilon \tag{3б}$$

$$n_t = \delta\varphi - \beta n + r\varepsilon \tag{3в}$$

где $A = \gamma_0 F/\rho > 0$, $\tau = -f'_n > 0$, $\beta = -g'_n > 0$, $\delta = g'_\varphi > 0$, $B = f'_\varphi$, $\alpha = f'_\varepsilon$, $r = g'_\varepsilon$.

Решение ищем в виде гармонических волн (ω и k – соответственно, частота и волновое число, а ε_a, φ_a, n_a – амплитуды отклонений):

$$\varepsilon = \varepsilon_a e^{i(\omega t - kx)}, \quad \varphi = \varphi_a e^{i(\omega t - kx)}, \quad n = n_a e^{i(\omega t - kx)} \tag{4}$$

Подставляя (4) в (3), получим дисперсионное биквадратное уравнение для взаимодействующих волн деформации и возбуждения в виде:

$$(k^2 - k_\varphi^2)(k^2 - k_\varepsilon^2) - \mu k^2 = 0 \tag{5а}$$

$$k_\varepsilon^2 = \frac{\omega^2}{c^2},$$
$$k_\varphi^2 = \frac{-\beta\delta\tau + B\beta^2 + B\omega^2 + i\omega(-\beta^2 - \omega^2 + \delta\tau)}{D(\beta^2 + \omega^2)} \tag{5б}$$

$$\mu = \frac{A}{Dc^2}\frac{-\alpha(\beta^2 + \omega^2) + r\tau(\beta - i\omega)}{\beta^2 + \omega^2} \tag{5в}$$

Здесь параметр взаимовлияния волн μ дается формулой (5в). Дисперсионные соотношения при отсутствии взаимодействия волн $k^2 = k_\varepsilon^2(\omega)$ и $k^2 = k_\varphi^2(\omega)$ выражаются формулами (5б). В случае независимого распространения возбуждения и деформации (невзаимодействующие волны) параметры A, α и r равны нулю. Тогда система уравнений распадается на две части. Для волны деформации дисперсии и затухания нет. Для волны возбуждения характерна дисперсия и затухание.

При учете взаимного влияния возбуждения и деформации $A \neq 0$, $\alpha \neq 0$, $r \neq 0$. При любой связи μ из (5а) удается получить аналитические выражения для различных ветвей $k(\omega)$. На рис. 1 представлены дисперсионные характеристики взаимодействующих волн возбуждения и деформации (электроакустических волн на мышечной ткани). Безразмерные кривые ($\bar{k} = kc/\beta$, $\bar{\omega} = \omega/\beta$) построены при следующих значениях безразмерных параметров волн: $\bar{B} = B/\beta = 5$; $\bar{d} = \delta\tau/\beta^2 = 5$; $\bar{D} = D\beta/c^2 = 0.3$, и при значениях безразмерных параметров связи, равных $m_1 = \alpha A/(D\beta^2) = -4$, $m_2 = r\tau A/(D\beta^3) = 0$ [1, 3, 7, 8].

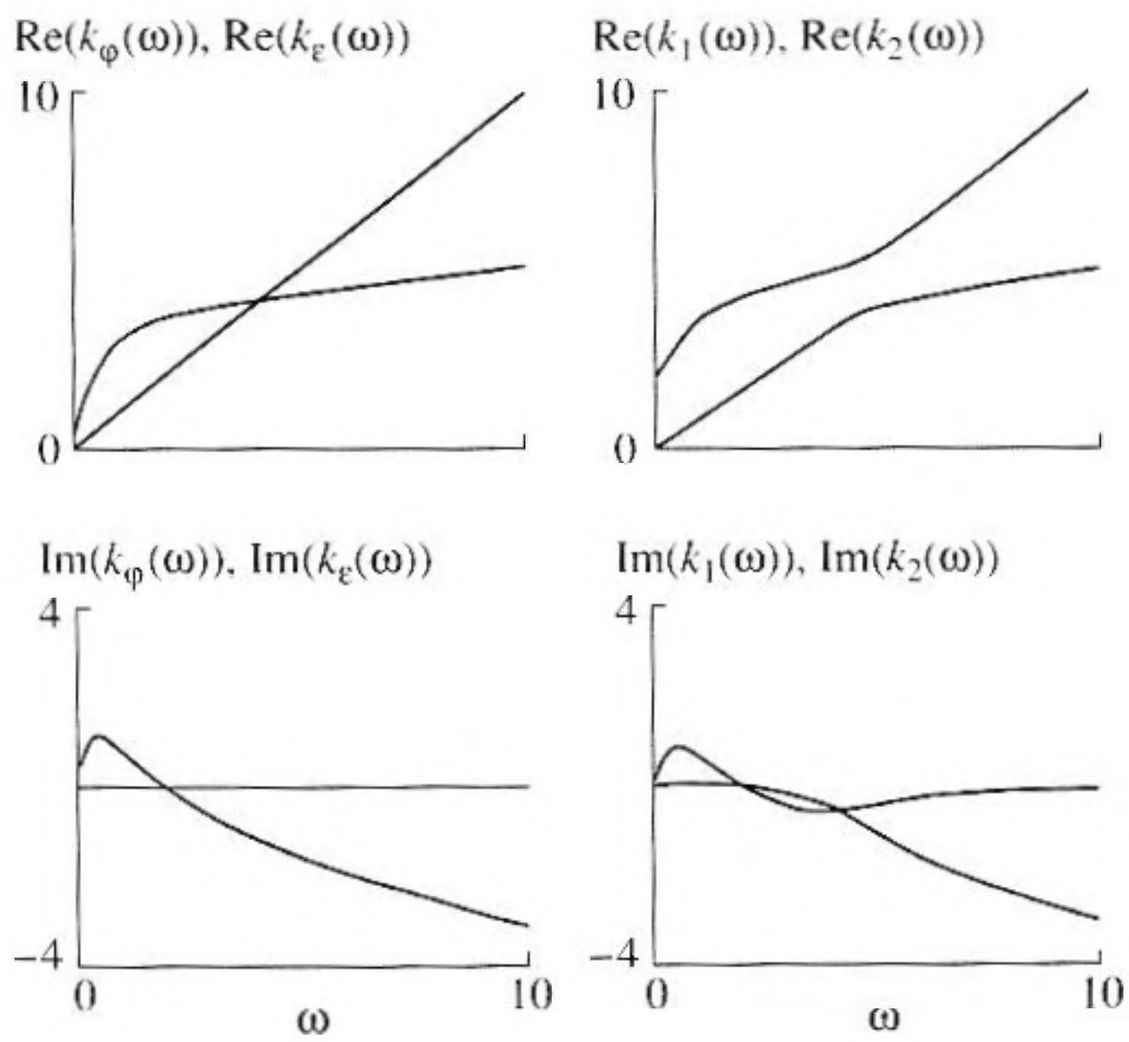

Рис. 1. Дисперсионные характеристики (действительная и мнимая части) активноакустических волн в мышечной ткани: несвязанные волны (слева), связанные (справа).

Взаимодействие возбуждения и деформации приводит к тому, что реальные дисперсионные кривые становятся непересекающимися, а увеличение связи между электрической и механической волнами дает постепенное расхождение этих кривых. Фазовые скорости несвязанных волн равны при некоторой частоте $\omega = \omega_*$ (см. рис. 1). Дисперсионные характеристики искажаются вблизи ω_* (частота электромеханического резонанса). При $\omega > \omega_*$ верхней кривой соответствует акустическая ветвь, нижней – электрическая, а при $\omega < \omega_*$ – наоборот. Вблизи резонанса $\omega \approx \omega_*$ наличие связи изменяет также и затухание волн. При некотором изменении параметров эффект расхождения действительных частей дисперсионных кривых сохраняется. Мнимые части кривых при $m_1 = -4$, $m_2 = -4$ (остальные параметры те же) только касаются друг друга, а при некоторых значениях параметров задачи пересечение мнимых частей кривых может быть однократным.

В низкочастотной области наличие связи приводит к уменьшению фазовой скорости распространения активной волны (см. рис. 1), что соответствует наблюдениям (при механическом ударе по мышечной ткани возникают две волны: первая – обычная пассивная быстрая короткая волна со скоростью 2–3 м/с, вторая – активная медленная длинная волна со скоростью 0.5–0.6 м/с) [2]. Следует отметить, что данная задача имеет известные физические аналоги: взаимодействие двух мод электромагнитной волны при их распространении в волноводе [12] и эффект магнитоакустического резонанса для связанных магнитоупругих волн [14]. В названных примерах также наблюдается аналогичная эволюция дисперсионных характеристик при увеличении связи между волнами. Отметим, что численные расчеты нелинейной системы уравнений (1), (2) выявляют режимы сложных распределенных колебаний мышцы, возникающих при данном электроакустическом взаимодействии.

В заключение изложим основные результаты. Предложена математическая модель, описывающая распространение и взаимодействие линейных пассивной акустической волны и активной волны возбуждения в мышечной ткани. Получены их комплексные дисперсионные характеристики. Показано, что увеличение параметра связи между этими волнами приводит к тому, что реальные дисперсионные кривые становятся непересекающимися и расходятся. При этом на низких частотах скорость волны возбуждения мышцы существенно ниже акустической.

Автор признателен А.М. Сергееву, А.Б. Езерскому и В.Г. Яхно за полезное обсуждение.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. *Березовский В. А., Колотилов Н. Н.* Биофизические характеристики тканей человека. Справочник. Киев: Наук. думка, 1990. 224 с.
2. Коллективная динамика возбуждений и структурообразование в биологических тканях/Сб. научн. тр. ИПФ АН СССР. Горький, 1988. 225 с.
3. *Васильев В. А., Романовский Ю. М., Яхно В. Г.* Автоволновые процессы в распределенных кинетических системах // Успехи физических наук. 1979. Т. 128. Вып. 4. С. 625–666.
4. *Смолянинов В. В.* Пространственно-временные задачи локомоторного управления // Успехи физических наук. 2000. Т. 170. № 10. С. 1063–1128.
5. *Хилл А.* Механика мышечного сокращения. М.: Мир, 1972. 184 с.
6. Применение ультразвука в медицине: Физические основы / Под ред. К. Хилла. Перев. с англ. под ред. Л.Р. Гаврилова и А.П. Сарвазяна. М.: Мир, 1989. 568 с. (Physical Principles of Medical Ultrasonics / Ed. C. R. Hill. Chichester: Ellis Horwood Limited Publishers, 1986).
7. *Малев В. В.* Волна деформации нервного волокна при возбуждении // Изв. АН СССР. Механика жидкости и газа. 1987. № 4. С. 3–13.
8. *Цатурян А.К., Желамский С.В.* О взаимосвязи деформации и активации сердечной мышцы // Механика композитных материалов. 1980. № 1. С. 100–106.
9. *Клочков Б.Н.* Упругие волны в материале с механо-химическими реакциями // Прикладная математика и механика. 1986. Т. 50. Вып. 3. С. 451–460.
10. *Клочков Б.Н.* Математическое моделирование активных волновых процессов в ткани / Вестник Ни-

жегородского университета. Математическое моделирование и оптимальное управление. Сб. научн. тр. Н. Новгород: Изд-во ННГУ, 1997. Т. 17. С. 81–93.

11. *Руденко О.В., Сарвазян А.П.* Волновая биомеханика скелетной мышцы // Акуст. журн. 2006. Т. 52. № 6. С. 833–846.

12. *Алексеев В.Н., Рыбак С.А.* Об уравнениях состояния вязкоупругих биологических сред // Акуст. журн. 2002. Т. 48. № 5. С. 581–588.

13. *Скотт Э.* Волны в активных и нелинейных средах в приложении к электронике / Пер. с англ. М.: Сов. радио, 1977. 368 с.

14. *Красильников В.А., Крылов В.В.* Введение в физическую акустику. М.: Наука, 1984. 400 с.

Interaction of Acoustic and Biological Waves in Muscular Tissue

B. N. Klochkov

Institute of Applied Physics, Russian Academy of Sciences, ul. Ul'yanova 46, Nizhni Novgorod, 603950 Russia

e-mail: klochkov@appl.sci-nnov.ru