

КЛАССИЧЕСКИЕ ПРОБЛЕМЫ  
ЛИНЕЙНОЙ АКУСТИКИ И ТЕОРИИ ВОЛН

УДК 534.26

НЕКОТОРЫЕ ОСОБЕННОСТИ КВАЗИРЭЛЕЕВСКИХ ВОЛН,  
ОБУСЛОВЛЕННЫХ ДВУХКОМПОНЕНТНОЙ  
ИМПЕДАНСНОЙ НАГРУЗКОЙ

© 2008 г. В. В. Тютюкин

Акустический институт им. Н.Н. Андреева  
117036 г. Москва, ул. Шверника д. 4.

E-mail: Tyutekin@akin.ru@

Поступила в редакцию 31.05.2007 г.

PACS: 43.20.Mv, 43.35.Cg, 46.40.Cd

В работе [1] были исследованы квазирэлеевские волны, возникающие вблизи поверхности упругого тела, находящегося в контакте с двухкомпонентной импедансной нагрузкой. Полученное в этой работе дисперсионное уравнение для волновых чисел (или фазовых скоростей) таких волн имеет вид:

$$\Delta + pX_n + qX_t - (\xi^2 - pq)X_nX_t = 0, \quad (1)$$

где введены следующие обозначения:  $\xi = \frac{k}{k_t^0}$  –

безразмерное волновое число квазирэлеевской волны,  $X_{n,t} = \frac{x_{n,t}}{\rho_0 c_t^0}$  – мнимая часть импеданса для

нормальных и тангенциальных смещений поверхности тела,  $\eta = \frac{c_t^0}{c_l^0} = \sqrt{\frac{1-2\nu}{2(1-\nu)}}$ ,  $p = \sqrt{\xi^2 - \eta^2}$ ,  $q =$

$= \sqrt{\xi^2 - 1}$ ,  $\Delta = (2\xi^2 - 1)^2 - 4pq\xi^2$  – характеристическое выражение для волнового числа рэлеевских волн,  $c_l^0$  и  $c_t^0$  – скорости продольной и поперечной волн в упругом полупространстве,  $\rho_0$  и  $\nu$  соответственно его плотность и коэффициент Пуассона.

В настоящей заметке обсуждаются некоторые дополнительные особенности рассматриваемых волн, не отмеченные в работе [1].

Прежде всего, сделаем некоторое расширение свойств поверхностной “трещиноватой” среды. Будем полагать, что упруго-инерционные свойства слоя такой среды, покрывающего поверхность упругого полупространства, отличаются от аналогичных свойств последнего. Нормальный и тангенциальный импедансы такого слоя можно

представить в виде  $x_{n,t} = \rho\omega l$ , где  $\rho$  – плотность слоя,  $l$  – его толщина. Тогда

$$X_{n,t} = \frac{\rho\omega l}{\rho_0 c_t^0} = g\Omega, \quad (2)$$

где  $g = \frac{\rho c_t}{\rho_0 c_t^0}$ ,  $\Omega = k_t l$ .  $c_t$  и  $k_t$  – скорость и волновое

число сдвиговых волн в слое. Формула (2) содержит множитель  $g$ , “усиливающий” (при  $g > 1$ ) действие нагрузки (в работе [1]  $g = 1$ ).

На рис. 1 приведены частотные зависимости фазовых скоростей для различных значений параметра  $g$ . (В дальнейших примерах всюду  $\nu = 0.3$ ). Видно, что при его увеличении возникает вторая квазирэлеевская волна; при этом частота, при

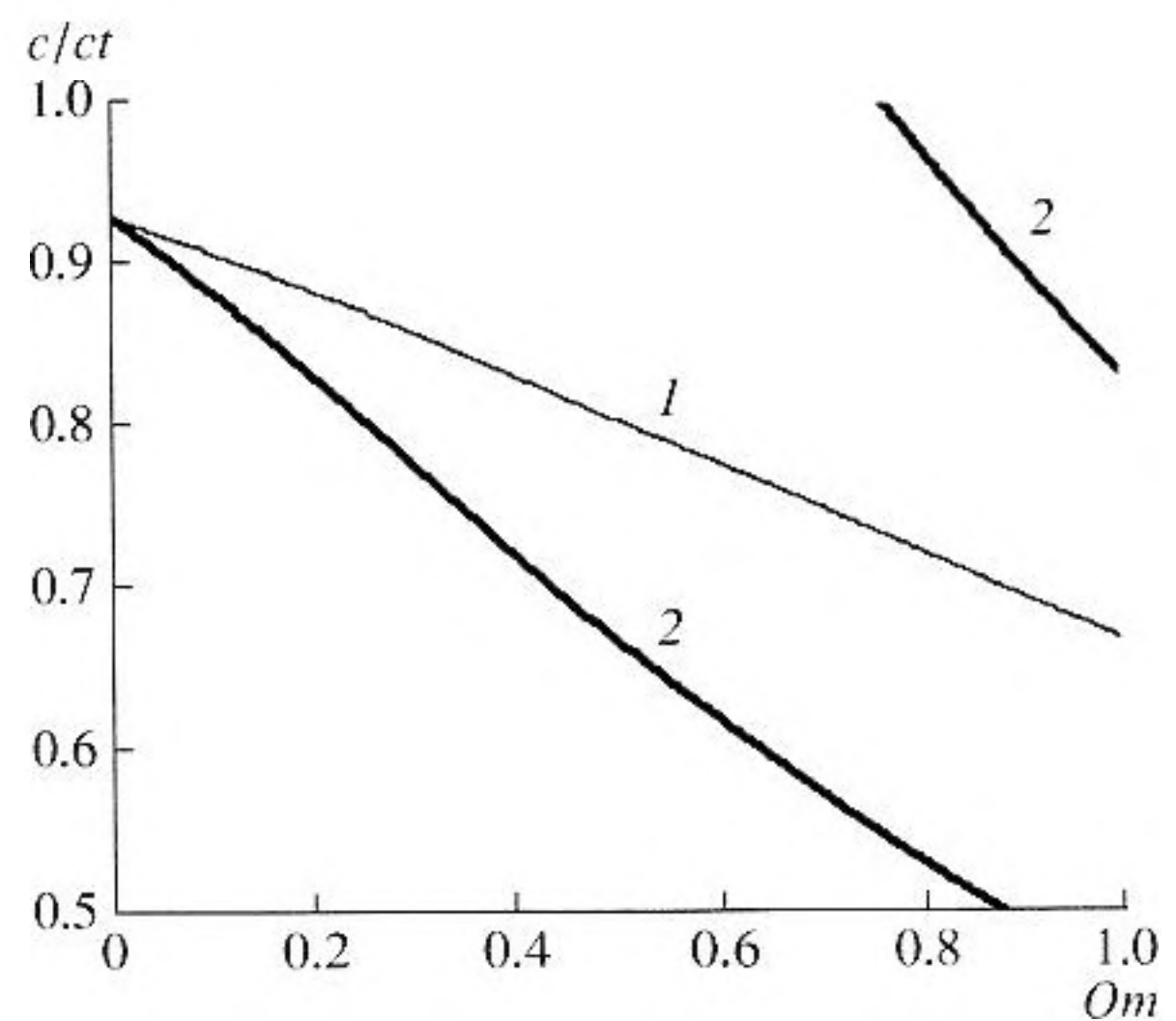


Рис. 1. Скорости квазирэлеевских волн для поверхностной “трещиноватой” среды для различных значений параметра  $g$   
Обозначения: 1 –  $g = 1$ ; 2 –  $g = 2$ .

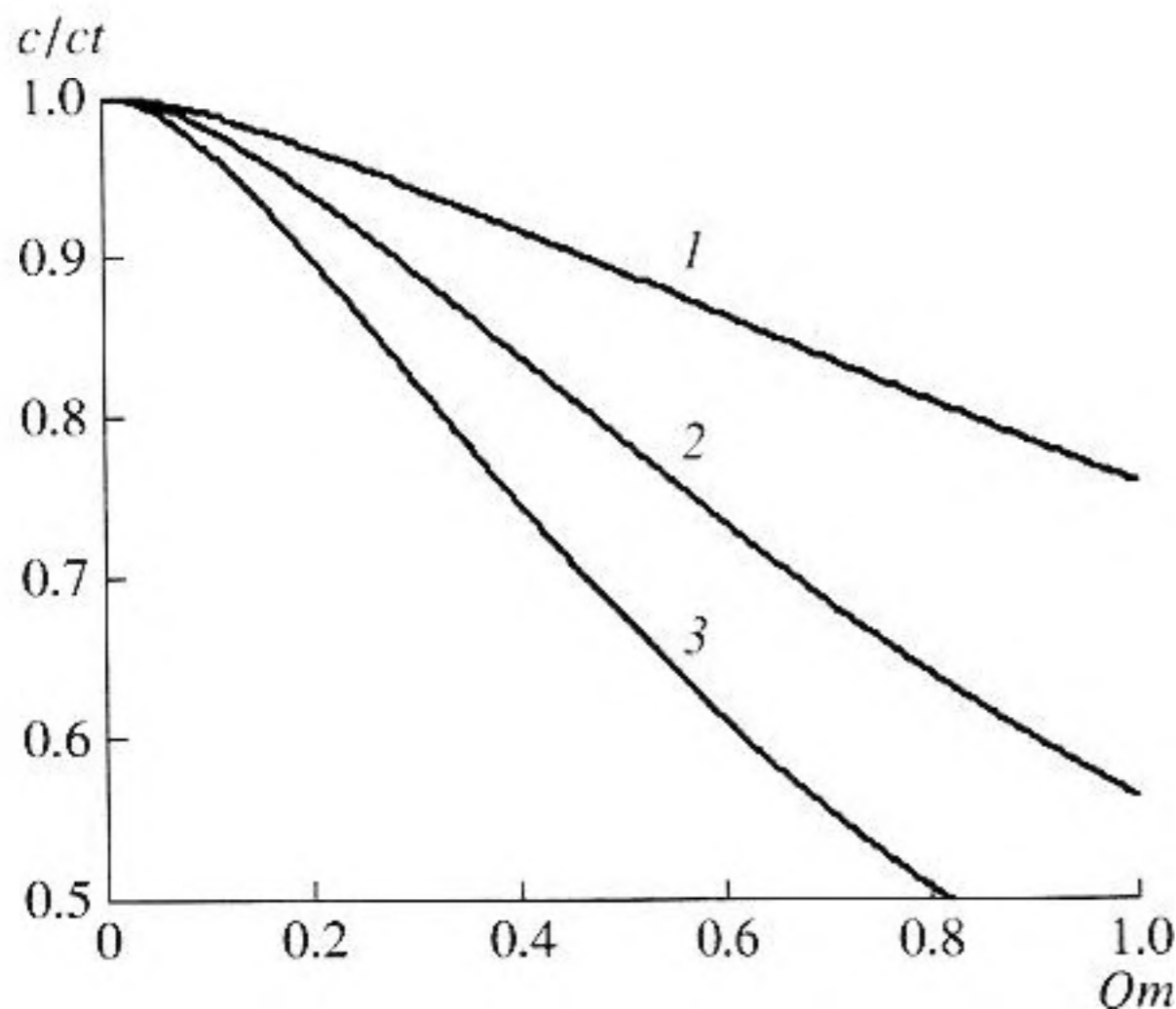


Рис. 2. То же, что на рис. 1, но для слоя объемной "трещиноватой" среды (симметричный случай). Обозначения те же.

которой это происходит тем ниже, чем больше его величина. В работе [1] одновременное существование двух таких волн было установлено для нагрузки резонансного типа и для периодической нагрузки (жидкий слой). На рис. 2 показано влияние параметра  $g$  на скорость квазирэлеевских волн для слоя объемной "трещиноватой" среды (симметричный случай).

Далее, еще одной особенностью рассматриваемой проблемы является возможность компенсации действия импеданса, соответствующего одной поляризации, действием импеданса другой, т.е. суммарная нагрузка оказывается равной нулю, и, следовательно, двухкомпонентный поверхностный импеданс в этом случае никакого воздействия на свойства "исходной" рэлеевской волны не оказывает. Это явление иллюстрируется рисунком 3, на котором графически воспроизводится плоскость рассматриваемого поверхностного импеданса. На ней воспроизведены гиперболы  $A$  и  $B$  [1], соответствующие предельному значению скорости квазирэлеевских волн  $c = c_t$  и гиперболы  $C$  и  $D$ , соответствующие  $c = c_{rel}$ . Видно,

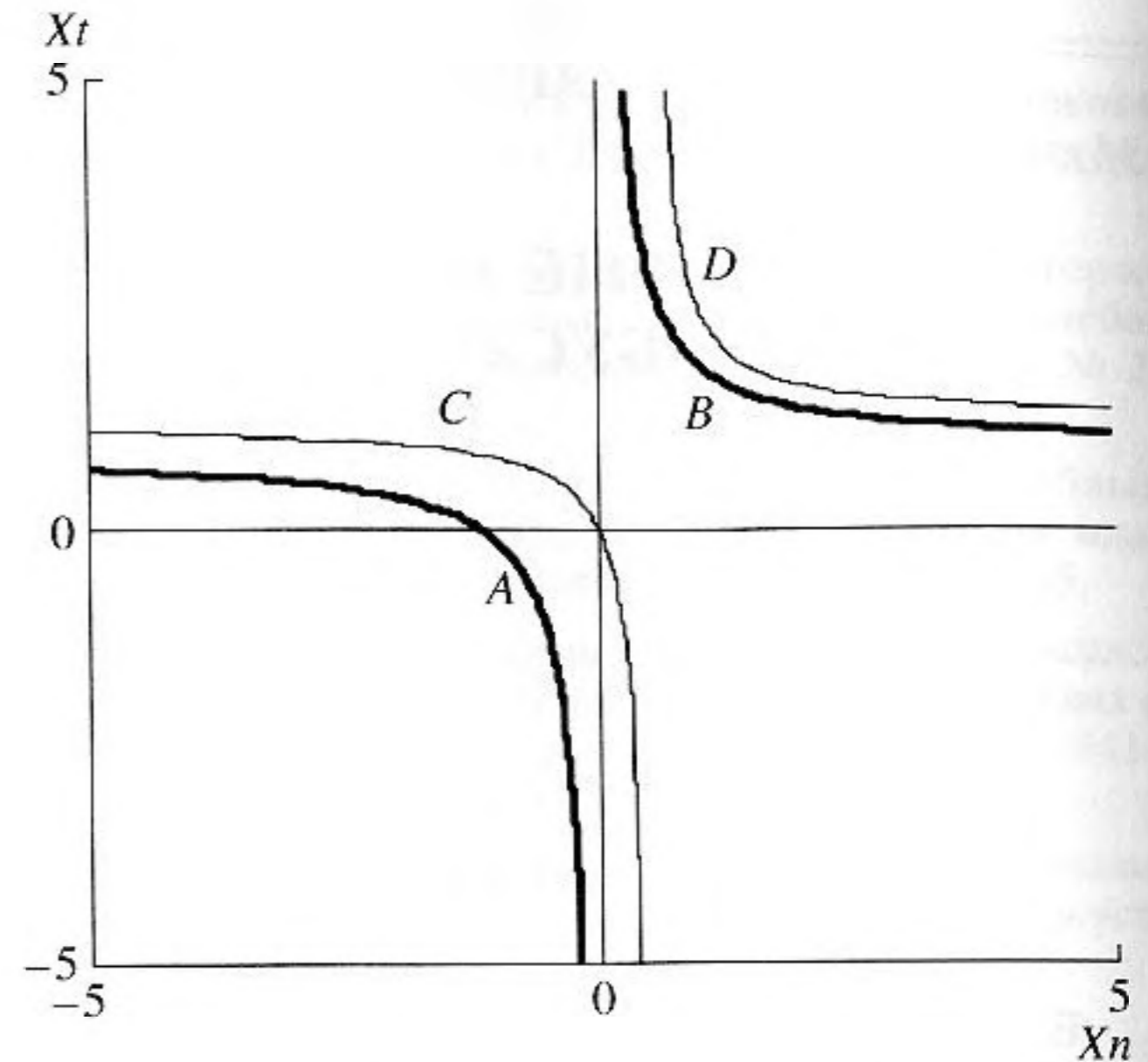


Рис. 3. Плоскость двумерного поверхностного импеданса  $X_n, X_t$ .

что гипербола  $C$  проходит через начало координат ( $X_t = X_n = 0$ ), что соответствует условию существования чисто рэлеевской волны; кроме этого, имеется определенное соотношение между этими составляющими, которые обеспечивают выполнение этого условия. Математически это соотношение может быть получено из уравнения (1), если положить  $\Delta = 0$ . Тогда оно может быть представлено в виде

$$\frac{p_0}{X_t} + \frac{q_0}{X_n} = \xi_0^2 - p_0 q_0 \quad (3)$$

Уравнение (3) описывает гиперболу, ветви которой  $C$  и  $D$  представлены на рис. 3. Здесь величины  $p_0, q_0$  и  $\xi_0$  соответствуют рэлеевской волне.

#### СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Тютюкин В.В. Влияние поверхностной импедансной нагрузки на свойства квазирэлеевских волн // Акуст. журн. 2007. Т. 53. № 4. С. 514–521.

## Specific Features of Quasi-Rayleigh Waves Caused by a Two-Component Impedance Load

V. V. Tyutekin

Andreev Acoustics Institute, Russian Academy of Sciences,  
ul. Shvernika 4, Moscow, 117036 Russia

e-mail: Tyutekin@akin.ru