

К РАСЧЕТАМ НИЗКОЧАСТОТНЫХ АКУСТИЧЕСКИХ ПОЛЕЙ В НЕРЕГУЛЯРНЫХ ВОЛНОВОДАХ ПРИ НАЛИЧИИ СИЛЬНОГО ОБРАТНОГО РАССЕЯНИЯ

© 2008 г. О. Э. Гулин

Тихоокеанский океанологический институт им. В.И. Ильичева,

Дальневосточное отделение РАН

690041 Владивосток, ул. Балтийская 43

E-mail: gulinoe@rambler.ru

Поступила в редакцию 22.05.07 г.

Обсуждается развитие подхода к вычислению акустических полей в неслоистой морской среде, когда нерегулярности не являются слабыми. На основе идеологии метода поперечных сечений для описания горизонтальных частей акустических мод используются причинные уравнения первого порядка, эквивалентные краевой задаче. Проанализировано матричное уравнение, описывающее обратно рассеянное поле мод, и рассмотрены условия, при которых нерегулярности среды можно считать слабыми, а известные приближенные методы расчета звуковых полей адекватными. В этом случае для приближения однонаправленного распространения получено квадратурное представление решения. На примере двумерного мелководного волновода с сильно нерегулярным профилем абсолютно жесткого дна для ряда низких частот расчетами проиллюстрированы возможности разрабатываемого подхода в сопоставлении с результатами приближенных методов. Обсуждаются вносимые учетом обратно рассеянного поля количественные и качественные различия между кривыми потерь при распространении, соответствующими точному решению и традиционным приближенным методам.

PACS: 43.20.Bi, 43.20.Mv, 43.30.Vr

ВВЕДЕНИЕ

В работах [1, 2] предложен перспективный подход к моделированию распространения звука в горизонтально-неоднородной морской среде, который свободен от приближений, обычно используемых в акустике океана при решении такого рода проблем. В рамках этого подхода для гармонического источника была сформулирована краевая задача для волновых уравнений, описывающих распространение мод в горизонтальной плоскости, после чего получены обыкновенные дифференциальные уравнения (матричные) с начальными условиями, полностью эквивалентные краевой задаче. Изучение двумерно-неоднородной (2D) задачи в строгой постановке актуально прежде всего в фундаментальном плане, так как позволяет исследовать волновые эффекты обратного рассеяния, не описываемые известными в акустике нерегулярных сред приближениями однонаправленного распространения (методы Вентцеля-Крамерса-Бриллюэна (ВКБ) и параболического уравнения (ПУ)). Кроме того, это дает возможность получить решения эталонных задач, необходимые как для проверки адекватности упомянутых приближенных методов, так и тестирования численных алгоритмов в ситуациях, вы-

ходящих за рамки применимости приближений. Если отвлечься от методов приближенного описания, то за последние 20 лет разрабатывались еще 2 подхода, которые исходят из точной модовой формулировки краевой задачи для уравнения Гельмгольца в горизонтальной плоскости [3–5]. Недостатком этих подходов является изначальная ориентация сугубо на выполнение расчетов, поэтому в ущерб физике они являются по существу алгоритмами численного решения дискретизованных исходных уравнений. При этом прямая дискретизация уравнений без их предварительных преобразований приводит, как правило, к весьма значительному объему вычислений даже при наличии относительно небольшого числа мод и серьезным проблемам устойчивости решений. В итоге все сводится к одному из вариантов решения многомерных волновых уравнений конечно-разностными схемами [6]. Однако сам факт появления таких работ и развитие данных подходов несмотря на известные трудности и ограничения указывают на неудовлетворенность акустиков приближениями ПУ и ВКБ, хотя за последние десятилетия параболическое уравнение научились достаточно хорошо решать численно [7, 8]. Повидимому, приближенное описание не исчерпы-

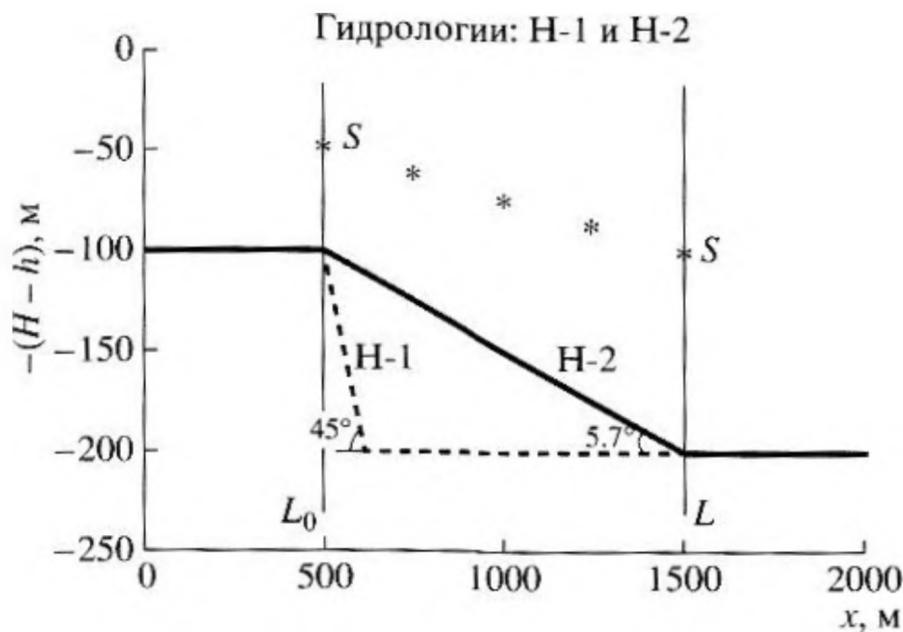


Рис. 1. Два примера гидрологии нерегулярного волновода с однородной водой и абсолютно жестким дном $h(x)$. Геометрия вычислений предполагает решение последовательности задач с переменным положением согласованной границы L , на которой находится источник S (звездочка).

вает всего многообразия задач, встречающихся не только в волновой теории, но и в акустических приложениях. В качестве примера можно указать на следующие ситуации, выходящие за рамки возможностей приближенных методов: наличие вдоль трассы распространения нерегулярностей среды, не удовлетворяющих требованиям плавности и медленности (береговая зона, зона материкового склона, крупномасштабные подводные возвышения на шельфе), переходная от волновой и ближняя области источника излучения, распространение звука на десятки километров, когда возможно накопление ошибок приближенного описания. Укажем также, что не только в подводной акустике, но и в других областях прикладной и теоретической физики существует интерес к решению аналогичных многомерных краевых задач без приближений. Не говоря уже о проблемах для электромагнитного поля, в [5], в частности, отмечается прямая аналогия между задачей для уравнения Гельмгольца с взаимодействующими модами и уравнениями физики элементарных частиц, описывающими рассеяние нуклонов и ядер. В настоящей работе на примере 2-D задачи покажем, что предложенные для описания причинные уравнения [1, 2], эквивалентные исходной краевой задаче в горизонтальной плоскости, позволяют получить ряд полезных аналитических результатов, касающихся случаев слабого обратного рассеяния, а также выполнить численный анализ некоторых моделей сильно нерегулярных акустических волноводов, для которых обратное рассеяние играет важную роль и не может быть проигнорировано. В дальнейшем описании будем

опираться на изложение работ [1, 2] и замечания работы [9].

ТЕОРИЯ

По аналогии с [9] рассмотрим формулировку в декартовых координатах x, z (z – вертикальное направление от дна h к поверхности H) двумерной задачи для волновых уравнений, описывающих поля акустического давления p и колебательной скорости v $\{v, w\}$, возбуждаемых линейным источником $-\delta(x-x_0)\delta(z-z_0)$ (задача для двумерной функции Грина). Представив функции полей посредством локально-модового разложения метода поперечных сечений

$$p(x, x_0, z, z_0) = \sum_l \bar{\varphi}_l(x, z) G_l(x, x_0, z_0), \quad (1)$$

$$v(x, x_0, z, z_0) = [i\omega\rho(z)]^{-1} \sum_l \bar{\varphi}_l(x, z) g_l(x, x_0, z_0),$$

сразу перейдем к одномерной задаче для мод в горизонтальном направлении x [9]:

$$\frac{\partial}{\partial x} G_m(x, x_0) = g_m(x, x_0) - \sum_l G_l(x, x_0) V_{ml}(x),$$

$$\frac{\partial}{\partial x} g_m(x, x_0) = -\kappa_m^2(x) G_m(x, x_0) - \quad (2)$$

$$- \sum_l g_l(x, x_0) V_{ml}(x) + 2a_m(x_0, z_0) \rho^{-1}(z_0) \delta(x-x_0).$$

Здесь: ω – частота, $\kappa_m(x)$ – локальные собственные значения, $m = 1, 2, \dots$, $\bar{\varphi}_m(x, z)$ – нормированные собственные функции с заданной областью определения \mathcal{D} , $a_m = -\bar{\varphi}_m(x_0, z_0)/2$, $V_{ml}(x) = \int_{\mathcal{D}} \frac{\bar{\varphi}_m(x, z) \partial \bar{\varphi}_l(x, z)}{\rho(z) \partial x} dz$ – коэффициент взаимодействия мод, $\rho(z)$ – стратификация плотности в общем случае, далее $\rho(z_0) = 1$. В отсутствие нерегулярностей среды (слоистая задача) $V_{ml}(x) = 0$, $\kappa_m(x) = \kappa_m^0$, $\bar{\varphi}_m(x_0, z_0) = \bar{\varphi}_m(z_0)$, и решение одномерных уравнений (2), удовлетворяющих принципу излучения, например, для $G_m(x, x_0)$, имеет обычный вид функции Грина:

$$G_m(x, x_0) = (a_m / i\kappa_m^0) \exp[i\kappa_m^0 |x - x_0|].$$

Если источник находится в нерегулярной по x среде, занимающей область (L, L_0) , то к уравнениям (2) следует поставить условия непрерывности функций G_m, g_m на границах L, L_0 нерегулярной области (рис. 1):

$$\begin{aligned} i\kappa_m^0 G_m(L, x_0) - g_m(L, x_0) &= 0, \\ i\kappa_m^1 G_m(L_0, x_0) + g_m(L_0, x_0) &= 0. \end{aligned} \quad (3a, б)$$

Если источник расположить на границе L нерегулярной области, то первое условие (3а) с учетом скачка функции g_m при переходе через точку источника приобретает вид

$$i\kappa_m^0 G_m(L, L) - g_m(L, L) = 2a_m(L). \quad (3в)$$

Обратим внимание, что краевая задача (2)–(3б, в) описывает также падение моды, возбуждаемой источником в точке x_0 , на границу L из слоистой части среды. В этом легко убедиться, записав решение такой задачи при $L < x < x_0$:

$$\begin{aligned} G_m(x, x_0) &= (a_m/i\kappa_m^0) \{ \exp[-i\kappa_m^0(x - x_0)] + \\ &+ R_m(L) \exp[i\kappa_m^0((x - L) + (x_0 - L))] \}, \\ g_m(x, x_0) &= -a_m \{ \exp[-i\kappa_m^0(x - x_0)] - \\ &- R_m(L) \exp[i\kappa_m^0((x - L) + (x_0 - L))] \}. \end{aligned} \quad (4)$$

Здесь введена функция $R_m(L)$, которая по аналогии с коэффициентом отражения для слоистых сред описывает обратно рассеянное нерегулярной областью поле моды, формирующееся в сечении $x = L$, и связана с полем моды в этом сечении посредством

$$G_m(L, L) = (a_m/i\kappa_m^0)(1 + R_m(L)). \quad (5)$$

Далее будем иметь дело с краевой задачей (2), (3б), (3в) при согласованных границах L, L_0 , то есть $\kappa_m^0 = \kappa_m(L)$, $\kappa_m^1 = \kappa_m(L_0)$, в соответствии с замечаниями работы [9]. В этом случае краевой задаче эквивалентны следующие уравнения по переменному параметру L , характеризующему положение правой границы L нерегулярной

области. Например, для описывающих звуковое давление функций $G_m(x, L; L) \equiv u_m(x; L)$:

$$\begin{aligned} u_m(x; L) &= u_m(x; x) a_m(L) a_m^{-1}(x) \times \\ &\times \exp \left\{ i \int_x^L d\eta \kappa_m(\eta) - \int_x^L d\eta P_m(\eta) u_m(\eta; \eta) + \right. \\ &\quad \left. + \int_x^L d\eta a_m^{-1}(\eta) \sum_l V_{ml}(\eta) \times \right. \\ &\quad \left. \times [i u_l(\eta; \eta) (\kappa_m(\eta) - \kappa_l(\eta))/2 + a_l(\eta)] \right\}; \end{aligned} \quad (6a)$$

$$\begin{aligned} \frac{d}{dL} u_m(L; L) &= 2[i\kappa_m(L) u_m(L; L) - a_m(L)] + \\ &+ K_m(L) u_m(L; L) - P_m(L) u_m^2(L; L) + \\ &+ a_m^{-1}(L) \sum_{l \neq m} V_{ml}(L) \times \\ &\times [i u_m(L; L) u_l(L; L) (\kappa_m - \kappa_l)/2 + \\ &+ u_m(L; L) a_l(L) - u_l(L; L) a_m(L)], \\ u_m(L; L)|_{L=L_0} &= a_m(L_0)/(i\kappa_m(L_0)), \end{aligned} \quad (6б)$$

$P_m(L) = i(\partial/\partial L)\kappa_m(L)/(2a_m)$, $K_m(L) = (\partial/\partial L)a_m(L)/a_m$. Представляется важным с целью последующего анализа записать уравнение, вытекающее из (6б) и (5) для функции $R_m(L; L) \equiv R_m(L)$, которое в чистом виде описывает обратное рассеяние моды нерегулярностями среды:

$$\begin{aligned} \frac{d}{dL} R_m(L; L) &= 2i\kappa_m(L) R_m(L; L) + \\ &+ \kappa'_m(L) [1 - R_m^2(L; L)] / (2\kappa_m) + \\ &+ a_m^{-1}(L) \sum_{l \neq m} V_{ml}(L) a_l(L) [(1 - R_l)(1 + R_m) - \\ &- (\kappa_m/\kappa_l)(1 + R_l)(1 - R_m)] / 2, \\ R_m(L; L)|_{L=L_0} &= 0, \end{aligned} \quad (7)$$

$\kappa'_m(L) = (\partial/\partial L)\kappa_m(L)$. Начальное условие к этому уравнению соответствует, естественно, отсутствию обратного рассеянного поля в сечении L_0 , где согласно краевому условию (3б) мода свободно

проходит в слоистую часть среды $x < L_0$. Таким образом, чтобы без приближений получить решение исходной краевой задачи (2)–(3б, в) и значит звуковое поле в нерегулярной среде необходимо решить уравнение для обратно рассеянного поля моды, после чего вычислить квадратуру (6а), с учетом связи (5) и просуммировать моды (1) для заданных горизонтов наблюдения и расположения источника. Как видно из (6а), учет обратного рассеяния влияет как на амплитуду, так и на фазу поля моды. Уравнение (7) допускает следующий качественный анализ. Во-первых, чтобы пренебречь обратным рассеянием в нерегулярной среде, на чем основаны все методы однонаправленного распространения, мы должны, очевидно, положить $R_m(L; L) = 0$ для любого сечения среды (то есть оставить в каждом сечении только поле падающей моды $u_m(L; L) = a_m(L)/i\kappa_m(L)$). Данное решение получится автоматически, если в правой части (7) пренебречь 2-м членом с коэффициентом $\kappa'_m(L)/(2\kappa_m)$ и 3-м членом, обусловленным межмодовым взаимодействием. Таким образом, важно подчеркнуть, что из уравнения (7) следует вывод: обратно рассеянное поле формируется в среде как в результате непосредственного рассеяния моды на нерегулярностях, которые входят через $\kappa'_m(L)/\kappa_m$, так и по причине межмодовой связи, существующей в нерегулярной среде и обуславливающей энергообмен модами (перерассеяние с различных направлений в данное). Причем последний механизм играет важное значение, так как именно он приводит к “раскачке” нелинейного члена в уравнении и нарастанию обратного рассеяния. Во-вторых, из рассматриваемого уравнения нетрудно получить приближенное решение, дающее понятие об обратном рассеянии по крайней мере для скользких мод первых номеров, слабо затухающих в процессе распространения. Для этого будем полагать, что обратно рассеянное поле моды m не равно нулю, но достаточно мало $|R_m(L; L)| \ll 1$, чтобы линеаризовать уравнение. Тогда получаем в квадратурах поправку к нулевому решению:

$$R_m^1(L; L) = 0.5 \int_{L_0}^L d\xi \kappa'_m(\xi) \times \exp \left[2i \int_{\xi}^L d\eta \kappa_m(\eta) \right] / \kappa_m(\xi) + 0.5 \int_{L_0}^L d\xi \exp \left[2i \int_{\xi}^L d\eta \kappa_m(\eta) \right] \times \quad (8)$$

$$\times \sum_{l \neq m} V_{ml}(\xi) a_l(\xi) [1 - \kappa_m/\kappa_l] / a_m(\xi).$$

Здесь мы предполагаем, что под знаком модовой суммы $|R_l|$ также малы $|R_l| \ll 1$. Если считать, что $|\kappa''_m/\kappa'_m| \ll |\kappa'_m/\kappa_m|$, первый интеграл можно преобразовать к $i\kappa'_m(L)/(4\kappa_m^2(L))$. Эта величина мала в рассматриваемых условиях скользких мод и определяет минимальную амплитуду обратного рассеянного поля. Величина второго интеграла зависит от вида $V_{ml}(x)$, имеющего размерность обратной длины, однако можно полагать, что она более существенна, поскольку для известных моделей однородного водного слоя, лежащего на импедансном дне, $V_{ml} \sim \bar{\varphi}_m(h(x))\bar{\varphi}_l(h)\kappa'_l(x)\kappa_l(x)/(\kappa_l^2(x) - \kappa_m^2(x))$ [10], и в этом случае подынтегральное выражение под знаком суммы приводится к виду $Z_{ml}(\xi)\kappa'_l(\xi)[\kappa_l(\xi) + \kappa_m(\xi)]^{-1}$, где $Z_{ml}(\xi)$ знакопеременная от l медленная функция ξ , скажем, для абсолютно жесткого дна имеющая вид: $(-1)^{m+l} \sin q_l(H - z_0) / \sin q_m(H - z_0)$, $q_m(\xi) = \pi(m - 1/2)/(H - h(\xi))$. Результат проведенного анализа сводится к приближенному выражению для обратно рассеянного поля вида

$$R_m^1(L; L) \approx i\kappa'_m(L)/4\kappa_m^2(L) + (i/2\kappa_m) \sum_{l \neq m} Z_{ml}(L)\kappa'_l(L)(\kappa_l + \kappa_m)^{-1}, \quad (9)$$

из которого ясно, что рост обратного рассеяния происходит из-за вклада в поле m -той моды от мод других номеров l благодаря их связи, возникающей вследствие нерегулярности среды. Условием, при котором обратно рассеянным полем можно пренебречь, является малость суммы в (9), для чего необходимо выполнение известного для метода ВКБ условия

$$0.25 |\kappa'_l(x)/\kappa_l^2| \ll 1. \quad (10)$$

При данном условии переход к приближению однонаправленного распространения на основании (6а) приводит к следующему представлению для поля моды:

$$u_m(x; L) = -ia_m(L)[\kappa_m(x)\kappa_m(L)]^{-1/2} \times \exp \left\{ \int_x^L d\eta [i\kappa_m(\eta) + \quad (11)$$

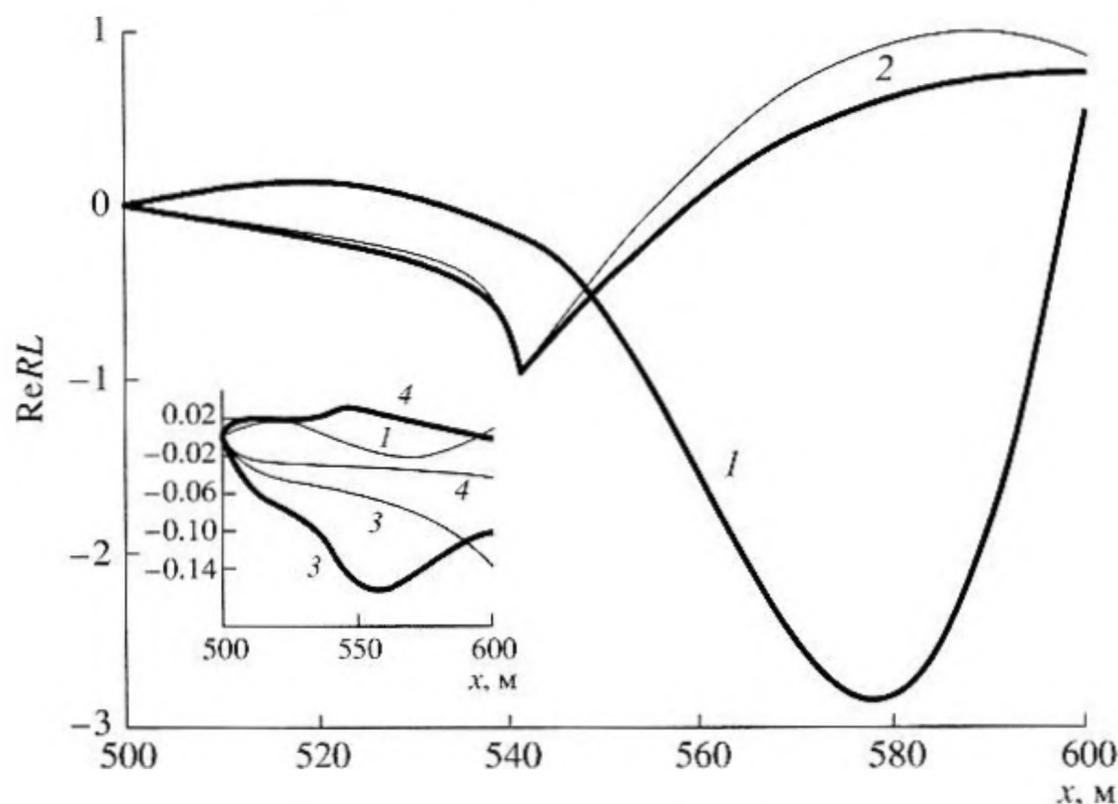


Рис. 2. 8 Гц, гидрология Н-1. Реальная часть обратно рассеянного поля мод 1-4. Жирные кривые – точное решение, тонкие – моды не взаимодействуют. $k = k_0(1 + i\gamma/2)$, $\gamma = 10^{-6}$.

$$+ a_m^{-1}(\eta) \sum_l V_{ml}(\eta) a_l(\eta) (\kappa_m + \kappa_l) / 2\kappa_l \Big\},$$

где под знаком суммы в экспоненте в процессе движения по x подлежат учету лишь моды, для которых выполняется (10). Выражение (11) в квадратурах является альтернативным к представлению решения в приближениях ВКБ и ПУ (для них следует брать только моды, удовлетворяющие (10), положив амплитуду $a_m(L)/[\kappa_m(x)\kappa_m(L)]^{1/2} \approx a_m(L)/\kappa_m(x)$ и под знаком суммы $(\kappa_m + \kappa_l)/2\kappa_l \approx 1$). Адиабатическое приближение при этом ограничивается учетом лишь первого интеграла в экспоненте (11). В связи с проведенным анализом заметим, что не вполне ясный смысл имеют расхожие представления об описании рассеяния на большие углы, доходящие до $\pi/2$, используемые в рамках так называемого широкоугольного ПУ (ШПУ) [7, 8]. В действительности (см. (9)), учет рассеяния на большие углы сразу приводит к возрастанию обратно рассеянного поля моды, непосредственно связанному с этим обстоятельством, и при нарушении (10) амплитуда и фаза поля (11) станут отличаться от решения (6а). Вероятно, для подобных интерпретаций ШПУ правильнее говорить об учете лишь однократных актов рассеяния на большие углы строго вперед, что согласуется, в частности, с обоснованием метода ПУ в [11]. Из уравнения (7) следует важный механизм обратного рассеяния мод, выходящий за рамки приближенного анализа (8)–(9). Он заключается в резонансном нарастании обратно рассеянного поля

при малости $|\kappa_m|$. Такие значения соответствуют, в частности, переходу мод из категории распространяющихся в разряд затухающих по x (или наоборот) для волновода с абсолютно жестким дном. В этом случае $R_m(L; L) \rightarrow -1$, как следует из (3в) и (4), и происходит наиболее сильный энергообмен между m -той модой и другими, в первую очередь – соседними модами. Причем с ростом частоты из-за уменьшения разности $\kappa_m - \kappa_l$ обратно рассеянное поле должно нарастать. Менее выраженную, но сходную ситуацию следует ожидать для конечного импеданса дна при малых $|\kappa_m|$, $|\kappa_m| < \kappa_1$, где κ_1 – волновое число в дне. В этих сечениях $\text{Re}\kappa_m \approx \kappa_1$ также наблюдается резкое изменение значений собственных функций $\bar{\varphi}_m(h(x))$, что отражается на величине V_{ml} .

РЕЗУЛЬТАТЫ МОДЕЛЬНЫХ ВЫЧИСЛЕНИЙ

В качестве модельного примера для вычислений в соответствии с (6)–(7) рассмотрим нерегулярный волновод с жестким дном, имеющим разный наклон (рис. 1, Н-1 и Н-2), и низкие акустические частоты $f = 8, 30$ Гц, когда в волноводе формируется небольшое число распространяющихся мод. Источник звука поместим на глубине $z_0 - h = 0.5(H - h)$. Данный пример с одной стороны допускает возможность аналитического вычисления всех коэффициентов в уравнениях, а с другой стороны, позволяет проследить особенности, типичные для точного решения двумерно-неоднородных волновых уравнений. В случае одно-

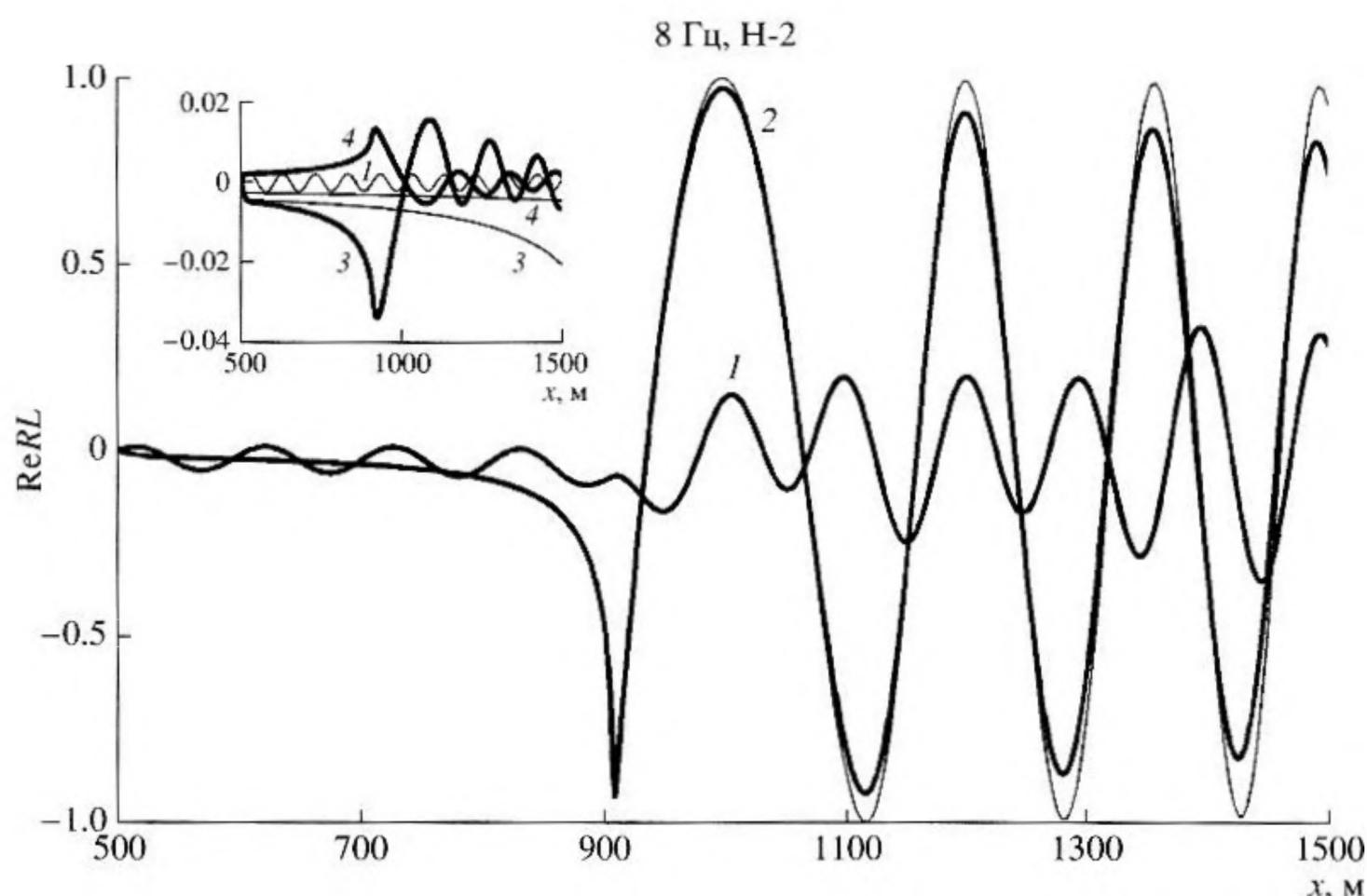


Рис. 3. 8 Гц, гидрология Н-2. Реальная часть обратно рассеянного поля мод 1–4. Обозначения аналогичны рис. 2.

родного волновода с абсолютно жестким дном коэффициенты в уравнениях легко выразить через производную глубины:

$$\begin{aligned} \kappa'_m(L) &= (\kappa_m H)^{-1} H'(L) (k^2 - \kappa_m^2), \\ V_{ml}(L) &= 2(-1)^{m+l} H'(L) (k^2 - \kappa_l^2) / [H(\kappa_l^2 - \kappa_m^2)], \end{aligned} \quad (12)$$

где глубина обозначена через $H(L) = H - h(L)$, k – волновое число, $\kappa_m^2 = k^2 - \pi^2(m - 1/2)^2/H^2(L)$. Для решения уравнений (7) можно использовать стандартные методы Рунге-Кутты с переменным шагом или другие методы решения обыкновенных дифференциальных уравнений. После тестирования мы остановились на подпрограмме ODE15s пакета MATLAB по причине оптимальности с точки зрения точности при минимуме вычислительных операций. В рассмотренных примерах гидрологии рис. 1 число мод в слоистых частях волновода изменяется в 2 раза при переходе через нерегулярную область. Так для 8 Гц имеется одна распространяющаяся мода $m = 1$ при $x < L_0$ и две моды $m = 1, 2$ при $x > L$. Для 30 Гц распространяющихся мод соответственно 4 и 8. Очень низкая частота 8 Гц взята не случайно, а позволяет нагляднее проследить процесс взаимодействия мод при трансформации 2-й моды на нерегулярном участке. Особенности формирования обратно рассеянного поля видны из рис. 2, 3. При увеличивающейся глубине на расстоянии $x \approx 540$ м ($x \approx 900$ м рис. 3) 2-я мода из затухающей переходит

в распространяющуюся, а ее обратно рассеянное поле при этом, как отмечалось, $R_m(L; L) \approx -1$ (при $x < 540$ м мнимая часть $\text{Im}R_m = 0$). При $x > 540$ м ($x > 900$ м рис. 3) связь 2-й и 1-й мод приводит к значительному усилению первой моды, что особенно выражено для гидрологии Н-1, где коэффициент модовой связи $V_{ml}(x)$ в 10 раз больше, и амплитуда $|R_1|$ достигает значений 2.5–3 (0.35 для Н-2). Для сравнения, в отсутствие модовой связи (тонкие кривые на рис. 2, 3) обратно рассеянное поле первой моды имеет малую амплитуду ≈ 0.02 (0.002 на рис. 3), тогда как поле 2-й моды $|R_2|$ ведет себя подобно точному решению (численному решению (6)–(7)). Естественно, что модовая связь приводит также к изменению поля $R_m(L; L)$ номеров мод $m > 2$ (затухающих), которые имеют сравнительно меньшую амплитуду, но для достижения принятой точности (не более 1% относительная ошибка) на частоте 8 Гц в рассмотренном примере необходимо было учитывать взаимодействие по крайней мере между 8 модами. Из (12) следует, что $\kappa'_m(L) \sim \kappa_m^{-1}$, однако особенность, возникающая в уравнении (7) при малых κ_m , является интегрируемой ($R_m \rightarrow -1$) и не создает серьезных проблем при расчетах (в отличие от обычных приближений ВКБ и ПУ, где амплитуда мод $\sim \kappa_m^{-1}(x)$). Тем не менее, для упрощения в водной среде было учтено наличие малого поглощения как $k = k_0(1 + i\gamma/2)$. Выше речь шла об обратно

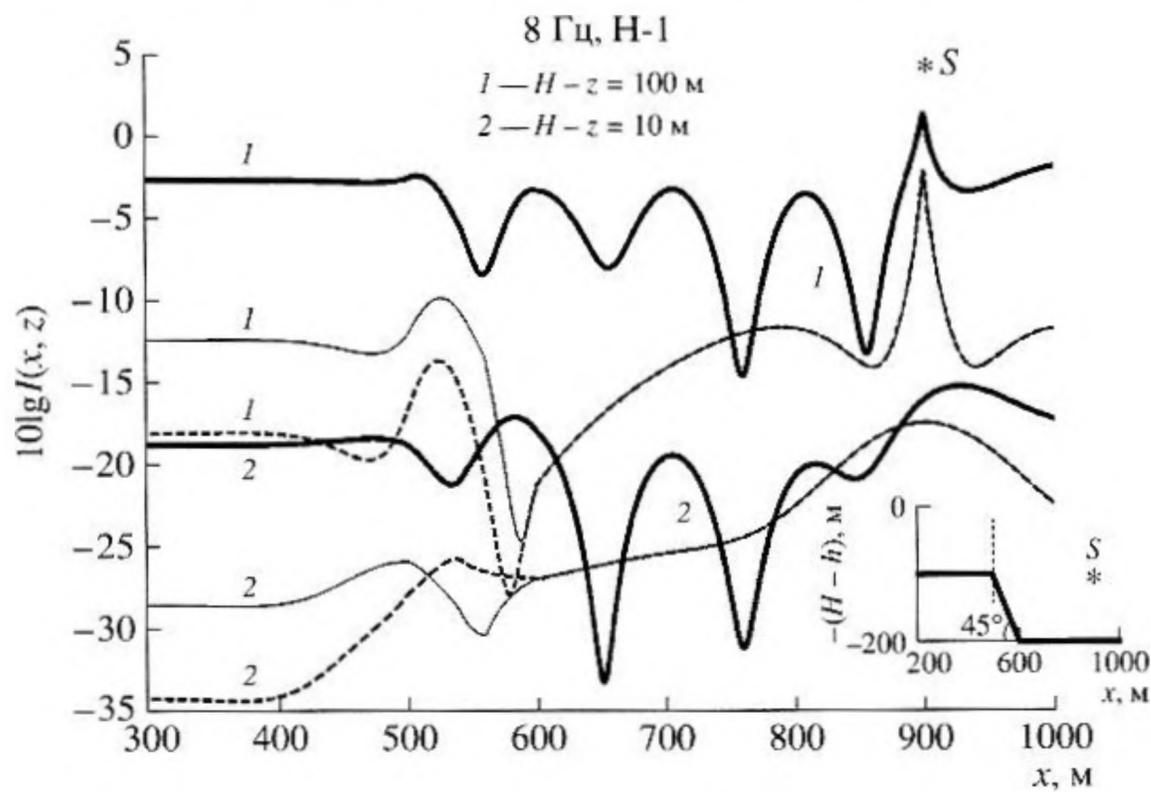


Рис. 4. Кривые потерь при распространении для гидрологии Н-1 и двух глубин: 1 – 100 м, 2 – 10 м от поверхности. Частота звука 8 Гц. Жирные кривые – точное решение, тонкие – однонаправленное распространение (ОР), штрих – адиабатическая теория. Источник S на глубине 100 м и на расстоянии 300 м от нерегулярного участка (500 м, 600 м).

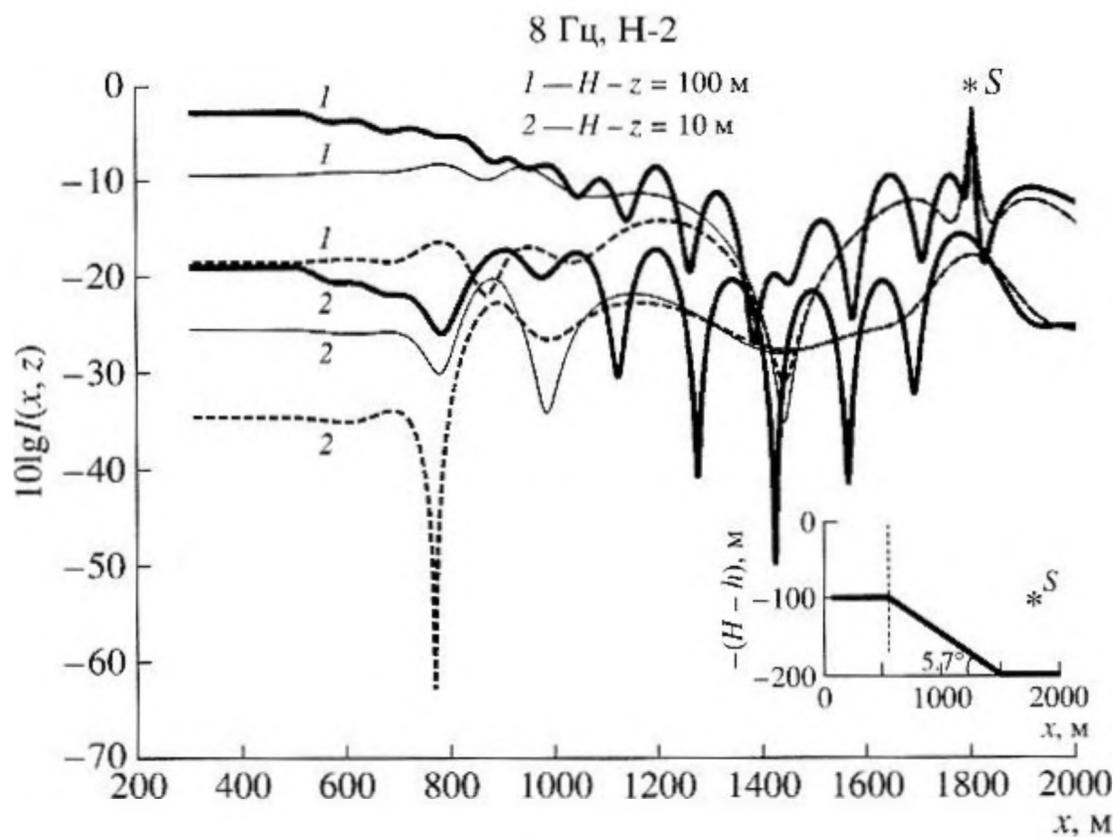


Рис. 5. Кривые потерь при распространении, но для гидрологии Н-2. Нерегулярный участок $x \in (500 \text{ м}, 1500 \text{ м})$.

рассеянном поле мод, которое постепенно увеличивается при движении к передней границе L нерегулярной области, а кроме того, растет с повышением частоты. Так для 30 Гц в случае Н-1 амплитуда обратного рассеянного поля достигает ≈ 100 для 3-й моды и ≈ 50 для 5-й моды.

Рассмотрим теперь волновое поле мод (ба), получаемое интегрированием (7), и полное поле (1). На рис. 4, 5, 9, 10 представлены графики интенсивности звукового поля в децибелах в зависимо-

сти от расстояния x для нескольких горизонтов наблюдения. Уровень кривых нормирован на значение $iH_0^{(1)}(k)/4$, соответствующее полю давления в свободной среде на расстоянии $r = (x^2 + z^2)^{1/2} = 1 \text{ м}$ от линейного источника $-\delta(r)/r$. Графики представляют поведение интенсивности при расположении источника в слоистой части волновода на расстоянии $d = 300 \text{ м}$ от нерегулярной его области, хотя вычисление полей мод (ба) осуществляется для источника на границе L, после чего поле

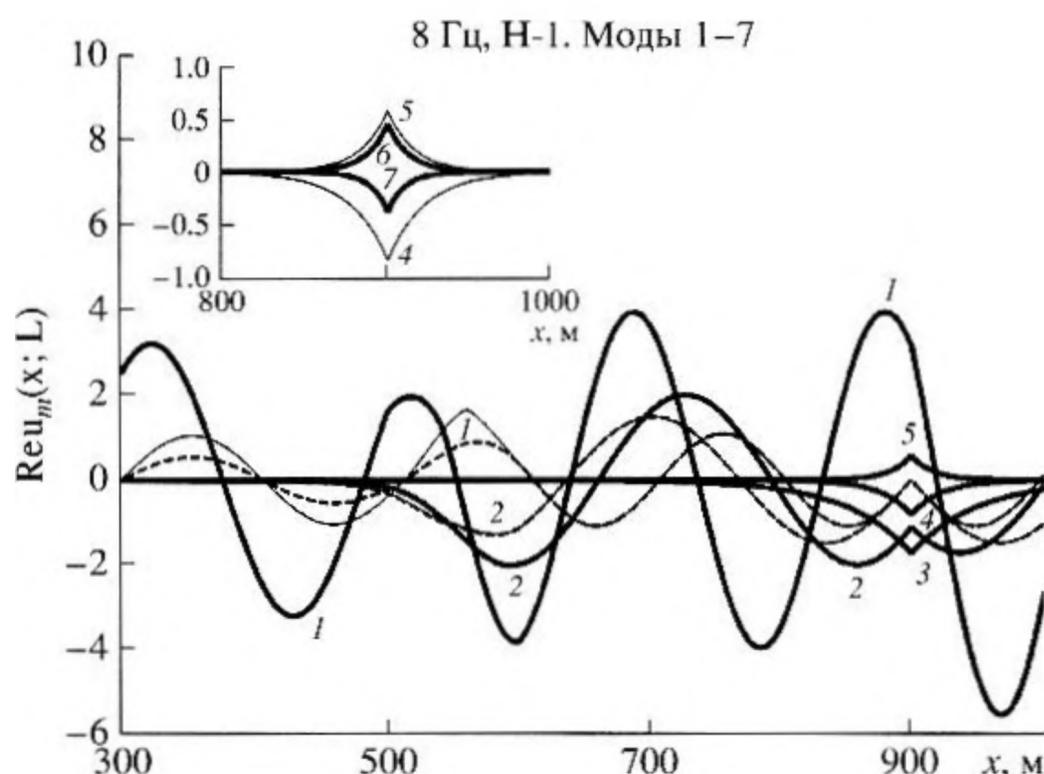


Рис. 6. Реальная часть поля $u_m(x; L)$ для 8 Гц и гидрологии Н-1. Жирные кривые – моды точного решения, тонкие – ОР, штрих – адиабатическая теория. Источник в точке $x_0 = 900$ м. Для мод $m > 2$ различие между точным и приближенными решениями мало и на рисунке не просматривается.

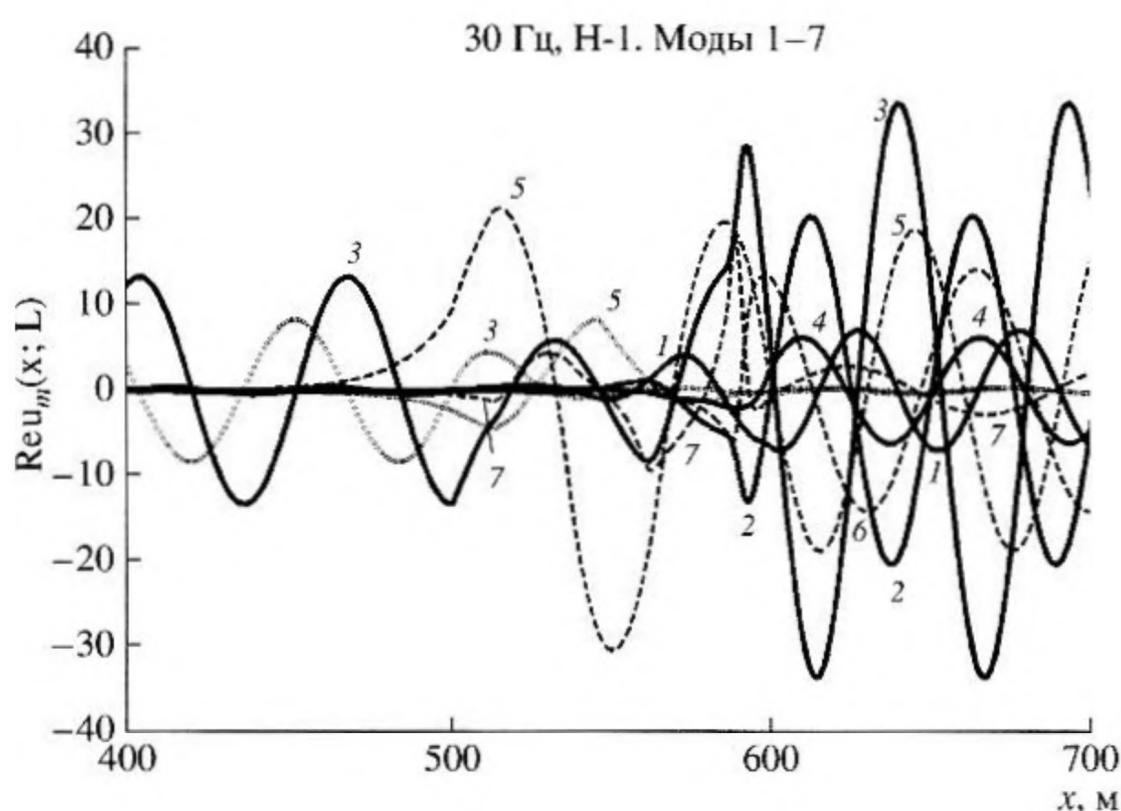


Рис. 7. Реальная часть поля $u_m(x; L)$ для 30 Гц и гидрологии Н-1. Жирные кривые 1-4 и штриховые 5-7 – моды точного решения, маркерные (кружки) – 3, 5 моды в приближении ОР. Источник при $x_0 = 900$ м.

алгебраически продолжается в слоистые части среды. Этот случай $d = 300$ м (около 2 длин волн звука на частоте 8 Гц) выбран специально для наглядного сопоставления с тем, что в такой ситуации дают методы однонаправленного распространения, для адекватности которых необходимо размещение источника в дальней зоне нерегулярной области волновода. Адиабатическая теория, как известно, игнорирует взаимодействие между модами и обратное рассеянное поле. Методы ВКБ и ШПУ пренебрегают обратным рассеянием, но учитывают в определенной степе-

ни (10) взаимодействие между модами. Кривые адиабатической теории с модифицированной по понятным причинам амплитудой $a_m(L)/ik_m(x) \approx a_m(L)/ik_m(L)$ нанесены на рис. 4, 5, 9, 10 штрихом и легко различимы, имея существенно более низкий уровень (в среднем на 15–40 дБ ниже) по сравнению с точным решением. В случае однонаправленного распространения с такой же модифицированной амплитудой $a_m(L)[\kappa_m(x)\kappa_m(L)]^{-1/2} \approx a_m(L)/\kappa_m(L)$ (тонкие сплошные кривые на рис. 4, 5, 9, 10) обратным рассеянием пренебрегалось

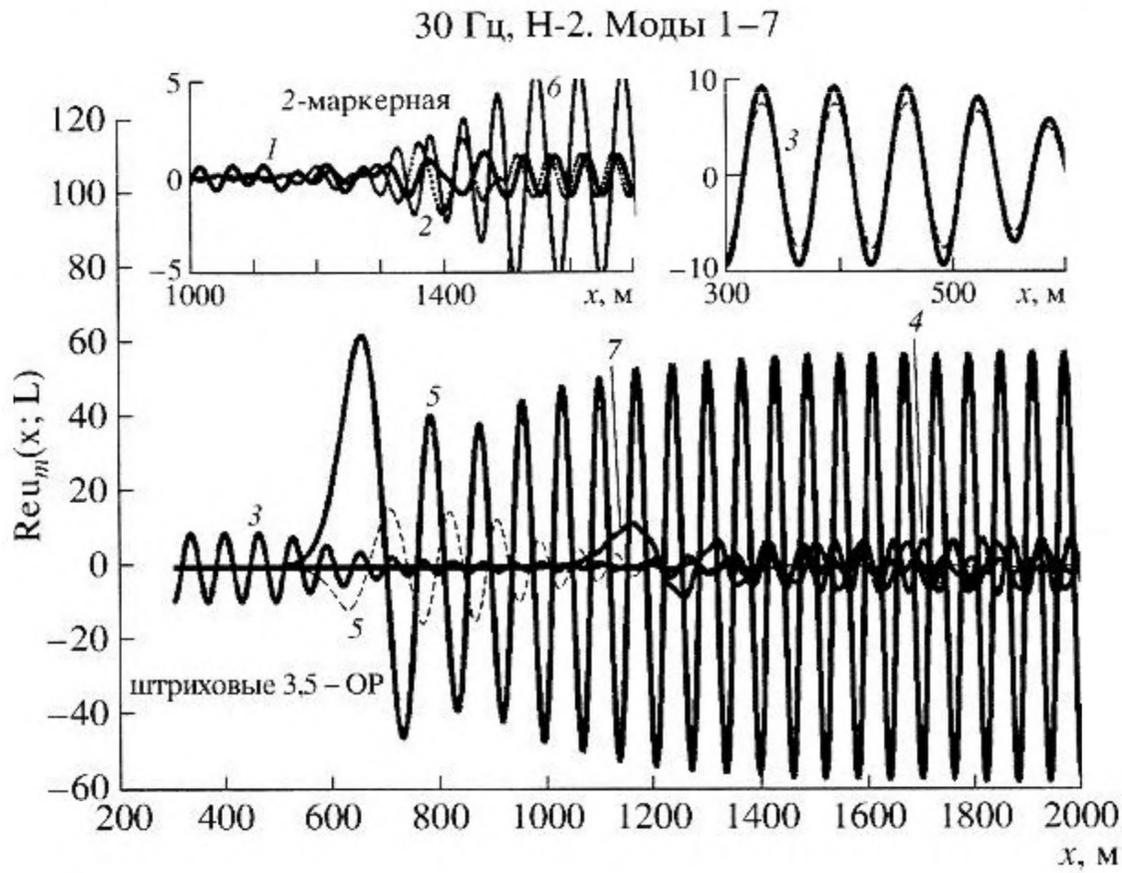


Рис. 8. Реальная часть поля $u_m(x; L)$ для 30 Гц и гидрологии Н-2. Жирные кривые 1,3-7 и маркерная 2 – моды точного решения, штриховые – 3, 5 моды в приближении ОР. Источник в точке $x_0 = 1800$ м.

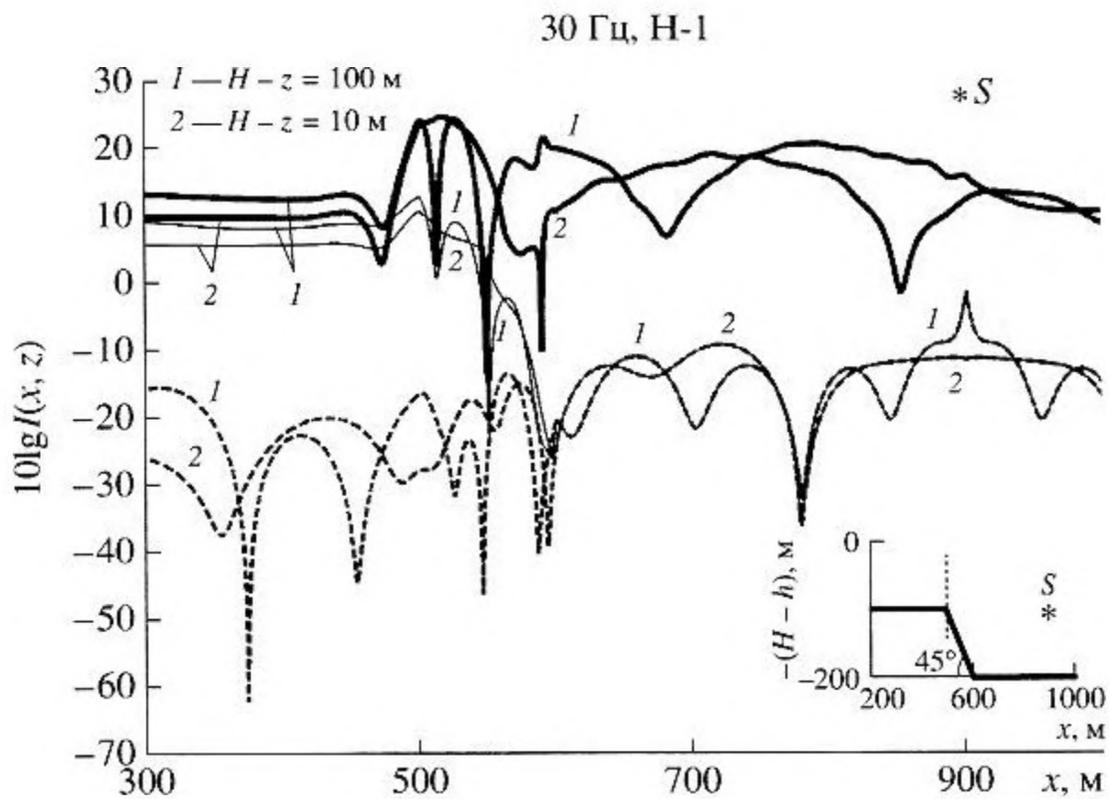


Рис. 9. Кривые потерь при распространении для гидрологии Н-1 и двух глубин: 1 – 100 м, 2 – 10 м от поверхности. Частота звука 30 Гц. Жирные кривые – точное решение, тонкие – ОР, штрих – адиабатическая теория. Источник S на глубине 100 м и на расстоянии 300 м от нерегулярного участка $x \in (500 \text{ м}, 600 \text{ м})$.

(11), из-за чего справа от нерегулярного участка волновода (при $x > L$) эти кривые совпадают с “адиабатическими”, но учитывалось взаимодействие между модами по трассе согласно (10) так, чтобы выполнялось $|\kappa'_i(x)/\kappa_i^2| < 1$ (это приводило к учету взаимодействия только между распространяющимися модами, число которых последовательно уменьшалось с 2 до 1 для 8 Гц и с 8 до 4

для 30 Гц). Как и следовало ожидать, на нерегулярном участке при этом получился “промежуточный” вариант между точным решением и адиабатикой. Отличие кривых ОР от точного решения различно в разных частях среды, но справа и слева от нерегулярного участка составляет около 10 дБ для 8 Гц. В рассмотренной ситуации удаленного источника для гидрологии Н-1 поле дав-

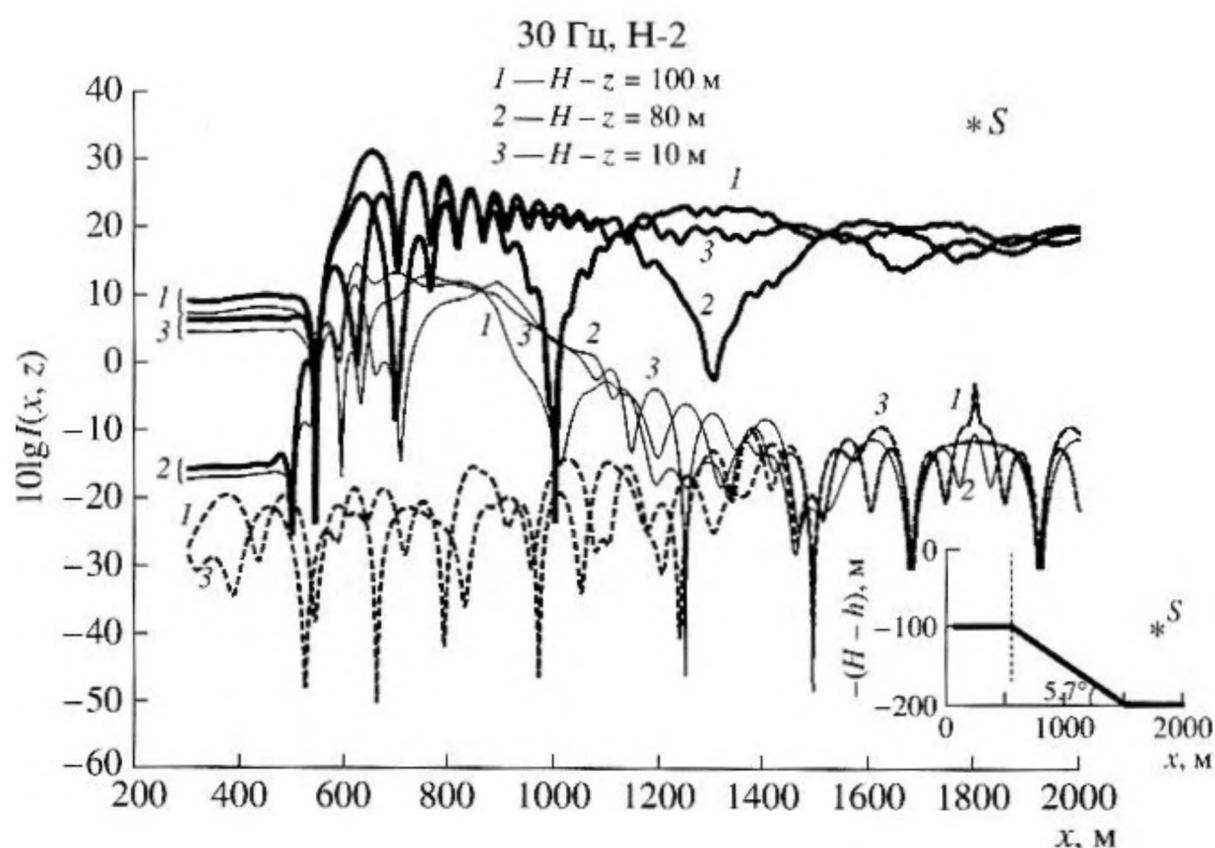


Рис. 10. Кривые потерь при распространении для гидрологии Н-2 и трех глубин: 1 – 100 м, 2 – 80 м, 3 – 10 м от поверхности (адиабатическая теория приведена для двух глубин 10 м и 100 м). Нерегулярный участок (500 м, 1500 м).

ления на нерегулярном участке формируют в основном две первые моды (рис. 6), хотя с уменьшением d для точного решения становится заметным также вклад более высоких номеров мод (затухающих). Область их влияния $x \sim (\text{Im} \kappa_m)^{-1}$ (4), и с увеличением угла наклона дна занимает все большую часть нерегулярного участка. В случае $d = 0$ м (источник на границе L) при расчетах (ба) для гидрологии Н-1 даже на частоте 8 Гц следует учитывать не менее 16 мод для описания поля вблизи источника с заданной точностью. Мы рассматривали сумму 20–30 взаимодействующих мод. Качественное поведение кривых потерь при распространении также везде различно и объясняется структурой решения для полей мод (рис. 6). На частоте 8 Гц “адиабатические” кривые потерь характеризуются постепенным спаданием по всей трассе распространения от источника и значительной гладкостью (рис. 4, 5) (поле определяется двумя первыми модами, а при $x < 500$ м только первой модой (рис. 6)), тогда как точное решение за счет обратного рассеяния характеризуется значительными осцилляциями уровня при $x > 500$ м и его подрастанием к границе $x = L_0$, особенно проявляющимся для более плавной гидрологии Н-2 и с ростом частоты. Учет взаимодействия части мод в приближении ОР также приводит к их усилению на нерегулярном участке (рис. 6, 7) и сопровождается подъемом уровня кривых потерь. Это приближает их к точному решению, но выраженной осциллирующей структуры на графиках не наблюдается ни в случае гидрологии Н-1, ни в

случае Н-2 (рис. 5), что объясняется отсутствием обратного рассеяния.

Увеличение частоты до 30 Гц приводит к возрастанию различий между кривыми интенсивности. Особенности взаимодействия мод теперь таковы (рис. 7, 8), что резко усиленными в нерегулярной области волновода последовательно оказываются нечетные 3, 5 и 7-я моды. В результате при $x < L_0$ поле определяется фактически 3-й распространяющейся модой, а 5-я мода дает существенный вклад или определяет (рис. 8) уровень суммарного поля при $x > L$. Для этой частоты на рис. 9, 10 отличие кривых точного решения от ор при $x < L_0$ минимально (3–5 дБ) за счет малозаметной разницы амплитуд 3-й моды (рис. 7, 8) в этой части среды. Внутри нерегулярной области отличие ≈ 10 –30 дБ и велико ≈ 20 –35 дБ при $x > L$ за счет больших амплитуд усиленных 3-й (рис. 7) и 5-й (рис. 8) мод. Таким образом, с ростом частоты приближение однонаправленного распространения лучше всего описывает проходящее поле ($x < L_0$), а хуже всего (как адиабатическая теория) поле при $x > L$, являющееся комбинацией прямого и обратного рассеянного полей, что и следовало ожидать. Обращает внимание факт увеличения различий кривых с ростом частоты для более плавной гидрологии Н-2. Если при 8 Гц для этой гидрологии рис. 5 показывает уменьшение отличий в уровнях кривых сравнительно с рис. 4, то этого нельзя сказать относительно рис. 9 и рис. 10. На них для частоты 30 Гц наличие обратного рассеяния в волноводе Н-2 проявляется даже рельефнее, чем в волноводе Н-1 с большей нерегулярно-

стью. Это указывает на то, что для протяженной трассы имеют место эффекты накопления для обратно рассеянного поля. Следует отметить, что на рис. 4, 5, 9, 10 рассмотрены представительные горизонты наблюдения (кривые 1, 2 и 1-3), показывающие границы (18–35 дБ), в которых заключен уровень кривых интенсивности для 8 и 30 Гц.

ЗАКЛЮЧЕНИЕ

Подведем итог. На примере нерегулярного волновода с абсолютно жестким дном продемонстрирована возможность получения численного решения краевой задачи для двумерных волновых уравнений с помощью ее преобразования к задаче с начальными условиями для обыкновенных дифференциальных уравнений (ОДУ), описывающих поведение полей акустических мод. При этом никаких приближений касательно характера нерегулярности среды и расположения источника относительно нерегулярной области не делалось, и были рассмотрены модели сильно нерегулярных волноводов. Сильная нерегулярность обеспечивалась жестким дном и его резким наклоном. Для таких моделей наличие обратного рассеяния в структуре звукового поля играет существенную или даже определяющую роль, поэтому в полном объеме вычислялось обратное рассеянное поле каждой моды на основе полученных с этой целью эволюционных уравнений. Можно сказать, что возникновение обратного рассеяния в сильно нерегулярной среде имеет резонансный характер, обусловленный в первую очередь сильной межмодовой связью, и в чем-то данный процесс напоминает формирование мод в слоистой среде. Все более отчетливо это свойство проявляется с ростом частоты звука, в том числе и для наклонов профиля дна, близких к реальным значениям (гидрология Н-2). Как следствие сильного рассеяния назад, результаты расчетов в исследованных моделях демонстрируют значительное количественное и качественное различие между кривыми потерь при распространении (для звукового давления), соответствующими точному решению и приближению однопроводного распространения. Расхождение с кривыми обычных методов ВКБ и ПУ будет еще больше. Полученные количественные результаты конечно непосредственно не распространяются на случай дна с реальными характеристиками импеданса. Однако, поскольку обратное рассеяние значительно усиливается с ростом частоты (ростом числа распространяющихся связанных

мод), при конечном импедансе дна похожие выводы можно ожидать для более высокой, чем была рассмотрена, частоты звука $f \sim 100$ Гц и выше.

Вычисления, представленные в работе, выполнены автором по собственным алгоритмам с привлечением стандартных подпрограмм решения ОДУ пакета MATLAB.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Гулин О.Э. Об уравнениях первого порядка для исследования акустических полей океана с существенными горизонтальными неоднородностями // Докл. АН. 2005. Т. 400. № 4. С. 542–545.
2. Гулин О.Э. Причинные уравнения первого порядка для моделирования волновых полей в горизонтально-неоднородном океане // Акуст. журн. 2006. Т. 52. № 1. С. 23–29.
3. Evans R.B. A coupled mode solution for acoustic propagation in a waveguide with stepwise depth variations of a penetrable bottom // Journ. Acoust. Soc. Am. 1983. V. 74. P. 188–195.
4. Evans R.B. Stepwise coupled mode scattering of ambient noise by a cylindrically symmetric seamount // Journ. Acoust. Soc. Am. 2006. V. 119. № 1. P. 161–167.
5. Knobles D.P., Stotts S.A., Koch R.A. Low frequency coupled mode sound propagation over a continental shelf // Journ. Acoust. Soc. Am. 2003. V. 113. № 2. P. 781–787.
6. Jensen F.B., Kuperman W.A., Porter M.B. and Schmidt H. Computational ocean acoustics/New York : AIP Press, 1994. 612 p.
7. Lee D., Pierce A.D., Shang E.-C. Parabolic equation development in the twentieth century // Journ. Comp. Acoust. 2000. V. 8. № 4. P. 527–637.
8. Авилов К.В. Псевдодифференциальные параболические уравнения распространения звука в океане, плавно неоднородном по горизонтали, и их численное решение // Акуст. журн. 1995. Т. 41. № 1. С. 5–12.
9. Гулин О.Э. Замечания к моделированию звуковых полей в нерегулярном океане с помощью причинных уравнений первого порядка // Акуст. журн. 2008. Т. 54. № 3. С. 408–410.
10. Гулин О.Э. Распространение звука в горизонтально-неоднородном мелком море: некоторые волновые модели для шельфовой зоны Японского моря. Владивосток 2005. 45 с. Деп. в ВИНТИ. 15.02.2005, № 225-В2005.
11. Рытов С.М., Кравцов Ю.А., Татарский В.И. Введение в статистическую радиофизику. Случайные поля. Ч. II. – М.: Наука, 1978. 464 с.

Calculation of Low-Frequency Sound Fields in Irregular Waveguides with Strong Backscattering

O. E. Gulin

*Ilyichev Institute of Oceanology, Far-East Division, Russian Academy of Sciences,
ul. Baltiiskaya 43, Vladivostok, 690041 Russia
e-mail: gulinoe@rambler.ru*

Abstract—An approach is developed for calculating the sound fields in a non-stratified sea medium with irregularities that are not weak. The method of cross sections for horizontal parts of acoustic modes is used to obtain first-order causal equations that are equivalent to the boundary-value problem. A matrix equation describing the backscattered field of modes is analyzed, and the conditions that determine the weakness of the irregularities of the medium and the validity of the known approximate methods of sound field calculations are considered. The approximation of unidirectional propagation is represented in the form of quadratures. Example of a 2D shallow-water waveguide with a strongly irregular profile of a perfectly rigid bottom are considered to illustrate the advantages of the proposed approach in comparison with the approximate methods for specific low frequencies. The qualitative and quantitative differences that arise because of taking into account the backscattering between the curves of propagation losses corresponding to the exact solution and the conventional approximate methods are discussed.