АКУСТИЧЕСКИЙ ЖУРНАЛ, 2010, том 56, № 3, с. 300–302

КЛАССИЧЕСКИЕ ПРОБЛЕМЫ ЛИНЕЙНОЙ АКУСТИКИ И ТЕОРИИ ВОЛН

УДК 534.28

ОБ ОСЛАБЛЕНИИ РЕЗОНАТОРАМИ ИЗГИБНЫХ КОЛЕБАНИЙ ПЛАСТИНЫ В ОБЛАСТИ КОНЕЧНОГО РАЗМЕРА

© 2010 г. Н. Г. Канев

Акустический институт им. акад. Н.Н. Андреева
117036 Москва, ул. Шверника 4
E-mail: nikolay.kanev@mail.ru

Поступила в редакцию 4.08.09 г.

Приведены результаты расчета поля вибраций в пластине с конечным числом закрепленных резонаторов с произвольными параметрами. Показана возможность ослабления изгибных колебаний пластины.

Для виброизоляции и поглощения изгибных волн в стержнях, пластинах, оболочках применяются различные резонансные устройства [1–10]. Простейшей моделью резонатора является масса с пружиной, способная совершать колебания только в одном направлении. В работе [2] теоретически и экспериментально показано, что в окрестности точки закрепления монопольного резонатора к пластине, поле вибраций которой произвольно, наблюдается уменьшение амплитуды колебаний пластины, названное авторами локальным ослаблением. Можно ожидать, что использование нескольких резонаторов, расположенных на некотором расстоянии друг от друга, приведет к увеличению области локального ослабления. Ниже приведен расчет поля вибраций в пластине, на которой закреплено конечное количество резонаторов с произвольными параметрами, и продемонстрирована возможность ослабления изгибных колебаний пластины в области конечного размера.

Рассмотрим бесконечную пластину толщиной h, плотности ρ и изгибной жесткости D, по которой вдоль оси x распространяется изгибная волна единичной амплитуды со смещением

$$w_0(x,y) = \exp(ikx - i\omega t), \tag{1}$$

где k – волновое число изгибной волны. Далее временной множитель $\exp(-i\omega t)$ будем опускать. Разместим N монопольных резонаторов в точках $r_n = (x_n, y_n)$, $n = 1, 2, \ldots, N$. Следуя [1, 5], запишем импеданс n-го резонатора в следующем виде

$$Z_n = i\omega m_n \frac{1 - i\eta_n}{\dfrac{\omega^2}{\omega_n^2} - 1 + i\eta_n}, \tag{2}$$

где m_n, η_n, ω_n – масса, коэффициент потерь и собственная частота резонатора. Каждый резонатор является источником расходящейся волны

$$w_n = A_n\left[H_0^{(1)}(k|r - r_n|) - H_0^{(1)}(ik|r - r_n|)\right],$$

где $r = (x, y)$ – точка наблюдения, $|r - r_n| = \sqrt{(x - x_n)^2 + (y - y_n)^2}$, $H_0^{(1)}(k|r - r_n|)$ – функция Ханкеля первого рода, A_n – амплитуда волны. Согласно [2], неизвестная амплитуда A_n определяется из условия равенства силы реакции резонатора и сил, вызываемых деформацией пластины, которое может быть записано в следующем виде

$$-8\sqrt{D\rho h}A_n = Z_n\left(w_0(r_n) + A_n + \sum_{m \neq n} A_n[H_0^{(1)}(k|r_m - r_n|) - H_0^{(1)}(ik|r_m - r_n|)]\right). \tag{3}$$

Выражение (3) задает следующую систему из N уравнений

$$M\vec{A} = \vec{W},$$

где $\vec{A}$ – вектор искомых амплитуд, элементы вектора $\vec{W}$ равны $W_n = -w_0(r_n)$, элементы матрицы M равны

$$M_{nm} = \begin{cases} 1 + \dfrac{8\sqrt{D\rho h}}{Z_n}, & n = m \\ H_0^{(1)}(k|r_m - r_n|) - H_0^{(1)}(ik|r_m - r_n|), & n \neq m \end{cases}$$

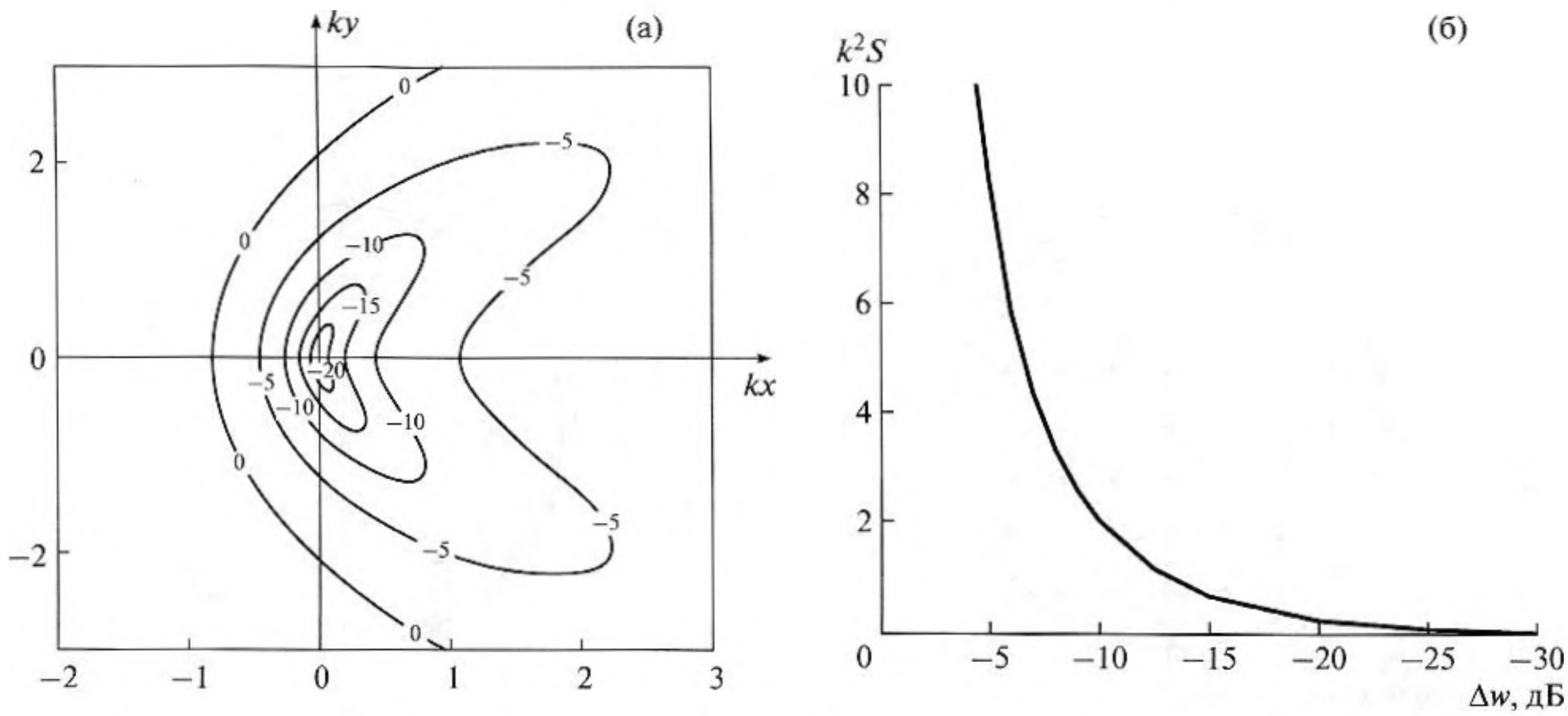

Рис. 1. Ослабление плоской изгибной волны Δw, дБ, распространяющейся по пластине вдоль оси x, одиночным резонатором, расположенным в точке (0, 0): распределение амплитуды колебаний пластины (а) и площадь области, в которой обеспечивается ослабление Δw (б).

Полное поле определяется суммой падающей волны и волн, исходящих от каждого резонатора, т.е.

$$w = w_0 + \sum_n w_n.$$

Уменьшение амплитуды изгибных колебаний удобно оценивать в децибелах

$$\Delta w = 20\lg|w|. \qquad (4)$$

Рассмотрим одиночный резонатор с собственной частотой ω_0. Введем безразмерные частоту $\omega' = \omega/\omega_0$ и массу $\alpha = \dfrac{\omega_0 m}{8\sqrt{D\rho h}}$. Тогда $M = 1 + 1/Z$, где импеданс резонатора (2) записан в безразмерном виде

$$Z = i\omega'\alpha\frac{1 - i\eta}{\omega'^2 - 1 + i\eta}.$$

При малом значении коэффициента потерь $\eta \ll 1$, импеданс резонатора на собственной частоте $\omega' = 1$ равен $Z \approx \alpha/\eta$. Амплитуда волны, исходящей от резонатора, равна $A \approx -\alpha/(\alpha + \eta)$. Наибольшее ослабление вибраций пластины достигается, очевидно, при $A = -1$, что примерно выполняется при $\alpha \gg \eta$. Следовательно, для обеспечения значительного локального ослабления необходимо, чтобы резонатор имел достаточную массу, и, наоборот, для уменьшения массы резонатора необходимо снижать потери в нем. На рис. 1а представлено распределение ослабления вибраций пластины (4) резонатором, расположенным в точке (0, 0) в поле падающей волны (1), на частоте $\omega' = 1$ для случая $\alpha \gg \eta$. Для этих параметров рассчитаны и отложены по вертикальной оси графика на рис. 1б значения площади S области пластины, в которой ослабление вибраций составляет не менее значения Δw, отложенного по горизонтальной оси. Например, ослабление более чем на 10 дБ наблюдается в области, площадь которой равна $k^2S \approx 2.07$, а характерный размер этой области равен $\sqrt{k^2S} \approx 1.44$, т.е. приблизительно четверть длины волны.

Для ослабления колебаний пластины в некоторой области достаточно равномерно распределить в ней резонаторы. Продемонстрируем это на следующем примере. Рассмотрим область, ограниченную окружностью с радиусом $kR = 2\pi$ (длина волны) и центром в точке (0, 0). Разместим в этой области с шагом $kd = \pi/2$ (четверть длины волны) вдоль осей x и y одинаковые резонаторы с собственной частотой ω_0, коэффициентом трения $\eta = 0.1$ и массой $\alpha = 0.5$. Заметим, что при такой массе резонаторов и их концентрации увеличение поверхностной плотности пластины в выбранной области составляет примерно 40%. На рис. 2а представлено распределение ослабления амплитуды изгибных колебаний (4) на частоте ω_0 в случае падающей волны (1). Почти во всей области наблюдается снижение амплитуды колебаний более чем на 10 дБ. При этом колебания ослабляются вглубь области, где снижение превышает 50 дБ. Очевидно, что подобный результат будет обеспечен для плоской волны с произвольным направлением волнового вектора. Следователь-

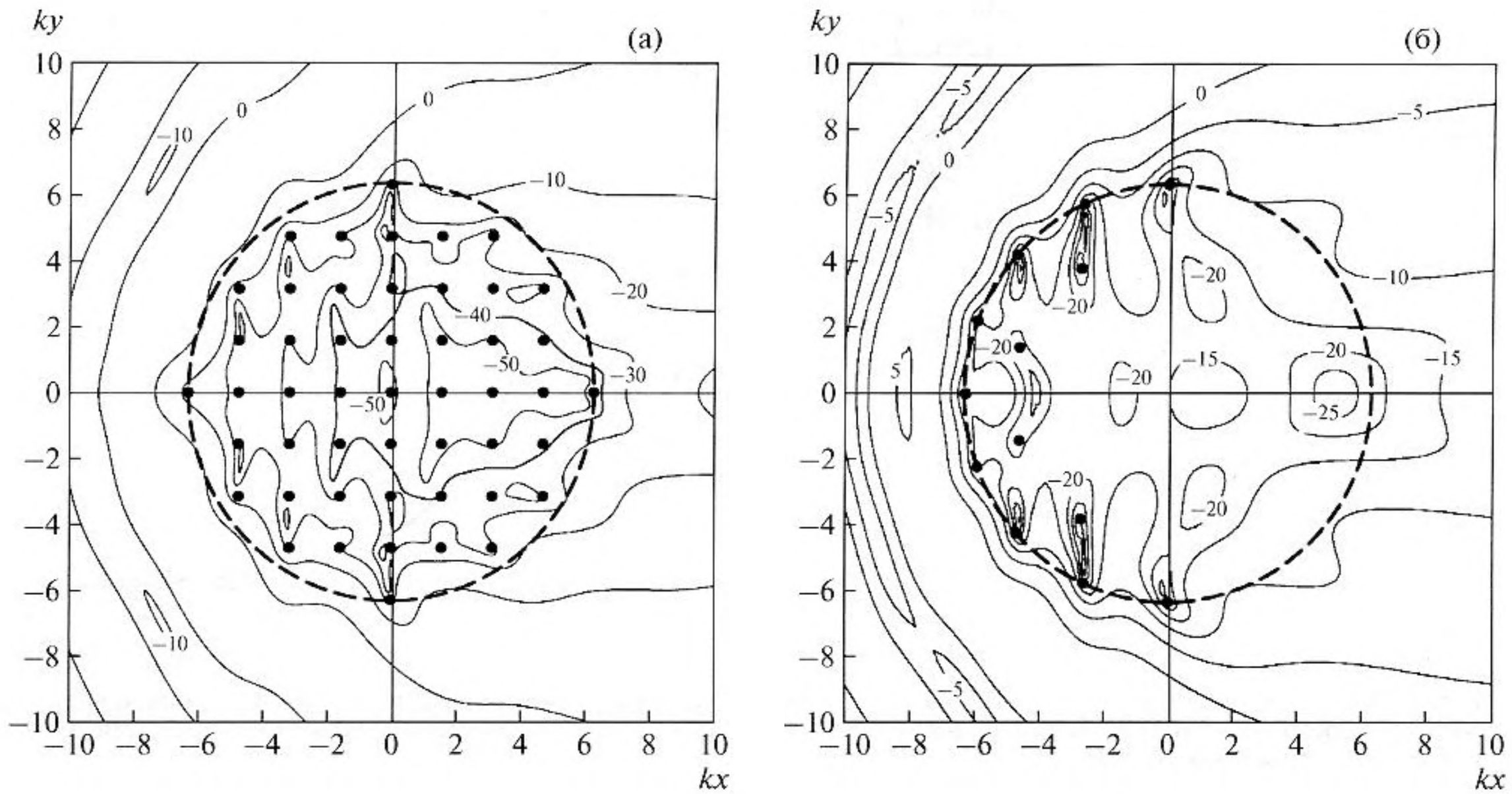

Рис. 2. Ослабление плоской изгибной волны Δw, дБ, распространяющейся вдоль оси x, при равномерном распределении резонаторов в выбранной области (а), выделенной пунктиром, и при распределении резонаторов по границе этой области (б). Точками отмечены места расположения резонаторов.

но, сравнимое по величине ослабление будет наблюдаться и в случае диффузного поля.

Если исходное поле известно заранее, то появляется возможность оптимизации расположения резонаторов с целью уменьшения их количества. Например, пусть известно, что падающее поле является плоской волной с известным направлением распространения, например, вдоль оси x. Из рис. 2а видно, что за системой резонаторов образуется область тени. Для того чтобы обеспечить значительное снижение колебаний в рассматриваемой области, разместим резонаторы на границе области со стороны падающей волны, а также несколько резонаторов внутри области. На рис. 2б представлено распределение ослабления амплитуды изгибных колебаний пластины (4). Во всей области снижение колебаний составляет более 10 дБ. Отличие от случая равномерного распределения резонаторов в области состоит в том, что внутри области достигаются меньшие ослабления – не более 30 дБ. Но при этом количество резонаторов уменьшается почти в четыре раза.

Работа выполнена при поддержке Российского фонда фундаментальных исследований (номер проекта 08-02-00505).

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. *Клюкин И.И.* Об ослаблении волн изгиба в стержнях и пластинах при помощи резонансных колебательных систем // Акуст. журн. 1960. Т. 4. № 2. С. 213–219.
2. *Клюкин И.И., Сергеев Ю.Д.* О рассеянии изгибных волн антивибраторами, установленными на пластине // Акуст. журн. 1964. Т. 10. № 1. С. 60–65.
3. *Тютекин В.В., Шкварников А.П.* Синтез и исследование поглотителей изгибных волн в стержнях и пластинах // Акуст. журн. 1972. Т. 18. № 3. С. 441–447.
4. *Исакович М.А., Кашина В.И., Тютекин В.В.* Экспериментальное исследование виброизоляции изгибных волн, создаваемой импедансными системами // Акуст. журн. 1977. Т. 23. № 3. С. 384–389.
5. *Лапин А.Д.* Резонатор монопольно-дипольного типа для изгибных волн в стержне // Акуст. журн. 2004. Т. 50. № 1. С. 90–93.
6. *Лапин А.Д.* Поглощение изгибных волн монопольно-дипольными резонаторами в пластине // Акуст. журн. 2006. Т. 52. № 2. С. 280–282.
7. *Jolly M.R., Sun J.Q.* Passive tuned vibration absorbers for sound radiation reduction from vibrating panels. J. Sound Vib. 1996. V. 191. № 4. P. 557–583.
8. *Huang Y.M., Fuller C.R.* The effects of dynamic absorbers on the forced vibration of a cylindrical shell and its coupled interior sound field. J. Sound Vib. 1997. V. 200. № 4. P. 401–418.
9. *Nagem R.J., Veljkovic I., Sandri G.* Vibration damping by a continuous distribution of undamped oscillators. J. Sound Vib. 1997. V. 207. № 3. P. 429–434.
10. *Esteve S.J., Johnson M.E.* Reduction of sound transmission into a circular cylindrical shell using distributed vibration absorbers and Helmholtz resonators. J. Acoust. Soc. Amer. 2002. V. 112. № 6. P. 2840–2848.