АКУСТИЧЕСКИЙ ЖУРНАЛ, 2010, том 56, № 6, с. 795–801

АКУСТИКА ОКЕАНА. ГИДРОАКУСТИКА

УДК 534.221

ПРОЯВЛЕНИЕ СЛАБОРАСХОДЯЩИХСЯ ПУЧКОВ ЛУЧЕЙ В ПРОСТРАНСТВЕННО-ВРЕМЕННОЙ СТРУКТУРЕ ПОЛЯ АКУСТИЧЕСКИХ СИГНАЛОВ В ОКЕАНИЧЕСКИХ ВОЛНОВОДАХ

© 2010 г. Ю. В. Петухов, Е. Л. Бородина

Институт прикладной физики РАН

603950 Нижний Новгород, ул. Ульянова 46

E-mail: petukhov@ hydro.appl.sci-nnov.ru

Поступила в редакцию 15.12.09 г.

Установлено, что существование в океаническом волноводе слаборасходящихся лучевых пучков приводит в определенных временном интервале и диапазоне глубин к формированию характерной триплетной структуры волновых фронтов. Выяснено, что слаборасходящийся пучок лучей представляет собой волну Эйри в пространственно-временной структуре поля акустических сигналов в океаническом волноводе.

Ключевые слова: акустические сигналы, океанические волноводы, слаборасходящиеся пучки, лучи, волновые фронты, каустики.

ВВЕДЕНИЕ

Ранее [1–10] достаточно широко обсуждалось проявление слаборасходящихся пучков лучей в пространственной интерференционной структуре акустического поля, формируемого в океанических волноводах точечным источником тонального излучения. При этом для проводимых ниже исследований наибольший интерес представляет установленный в [8] факт того, что слаборасходящийся пучок проявляется в пространственном (по глубине и горизонтальному расстоянию) распределении интенсивности акустического поля в виде формируемых его лучами каустических линий, которые образуют "каустические" пучки. Целью же настоящей работы является изучение закономерностей обусловленных существованием слаборасходящихся пучков и проявляющихся в распределении интенсивности акустического поля по глубине и времени распространения импульсных сигналов в океанических волноводах на фиксированных горизонтальных расстояниях. Актуальность вопроса обусловлена тем, что соответствующие распределения интенсивности импульсных сигналов характеризуют структуру волновых фронтов в океанических волноводах [11, 12], определенные части которой весьма чувствительны к изменениям профиля скорости звука в водном слое (см. [13]), и поэтому могут использоваться при решении типичных для океана обратных задач [3, 14].

ОБЩИЕ ЗАКОНОМЕРНОСТИ ЛУЧЕВОЙ СТРУКТУРЫ ВОЛНОВЫХ ФРОНТОВ

Для описания пространственно-временной структуры акустических полей в океанических волноводах воспользуемся геометроакустическим приближением [14]. При таком подходе время распространения акустических сигналов вдоль соответствующих лучей $t(s, z)$ определяется следующим выражением [11, 12]:

$$t(s,z) = mT(s) + \bar{\mu}T(s,z_s) + \mu T(s,z), \tag{1}$$

в котором

$$T(s) = \frac{1}{c_0 s}\left\{D(s) + 2\int_{z_B}^{z_H}\sqrt{s^2 - p^2}\,\frac{dz}{p}\right\} = \frac{2s}{c_0}\int_{z_B}^{z_H}\frac{dz}{p\sqrt{s^2 - p^2}} \tag{2}$$

– время распространения вдоль луча на горизонтальное расстояние, равное длине его цикла

$$D(s) = 2\int_{z_B}^{z_H}\frac{p\,dz}{\sqrt{s^2 - p^2}}; \tag{3}$$

$$T(s,z) = \frac{1}{c_0 s}\left\{D(s,z) + 2\int_{z_B}^{z}\sqrt{s^2 - p^2}\,\frac{dz}{p}\right\} = \frac{s}{c_0}\int_{z_B}^{z}\frac{dz}{p\sqrt{s^2 - p^2}} \quad (4)$$

– время распространения на горизонтальное расстояние, равное соответствующей части длины цикла этого луча

$$D(s,z) = \int_{z_B}^{z}\frac{p\,dz}{\sqrt{s^2 - p^2}}. \quad (5)$$

Здесь (см. (1)–(5)): z – глубина, z_s – глубина погружения точечного источника; $s = 1/\cos\chi_0$ – лучевой параметр, определяемый через угол скольжения луча $\chi_0 = \chi(z_0)$ на оси канала $z = z_0$, где зависимость скорости звука $c(z)$ принимает минимальное значение $c_0 = c(z_0)$, $p = c(z)/c_0$, $m = 0, 1, 2...$ число полных циклов лучей, достигающих соответственно минимальных $z_B(s)$ и максимальных $z_H(s)$ глубин;

$$\bar{\mu} = \begin{cases}-1, & \chi_s < 0\\ +1, & \chi_s > 0\end{cases}, \quad \mu = \begin{cases}+1, & \chi < 0\\ -1, & \chi > 0.\end{cases} \quad (6)$$

В (6) $\chi_s = \chi(z_s)$ угол скольжения луча при его выходе из источника вниз $\chi_s < 0$ или вверх $\chi_s > 0$, $\chi = \chi(z)$ – угол скольжения луча на глубине приема z; причем:

$$\sin\chi_s = \bar{\mu}\sqrt{s^2 - p_s^2}/s, \quad \sin\chi = -\mu\sqrt{s^2 - p^2}/s. \quad (7)$$

где $p_s = p(z_s)$. Изменение интенсивности поля вдоль соответствующего геометроакустического луча описывается выражением следующего вида

$$J_s = (P_0 R_0)^2 \frac{p^2}{sr\left|\frac{\partial r}{\partial s}\right|\sqrt{(s^2 - p^2)(s^2 - p_s^2)}}, \quad (8)$$

в котором:

$$r(s,z) = mD(s) + \bar{\mu}D(s,z_s) + \mu D(s,z) \quad (9)$$

– проходимое лучом горизонтальное расстояние, P_0 – амплитуда давления, создаваемая точечным источником в однородной среде на расстоянии R_0.

В рамках геометроакустического приближения распределение интенсивности акустического поля $J(t, z)$ по глубине и времени распространения импульсных сигналов на фиксированном расстоянии $r = r_0$ будет характеризоваться определенной структурой линий на плоскости t–z с соответствующим изменением интенсивности J_s (8) вдоль них (см. [11, 12]). При этом характерной для каждого волнового фронта линии $t_m(z)$ на плоскости t–z и $-z_m(s)$ на плоскости z–s соответствуют определенные диапазоны изменения лучевого параметра $s_{cB}(m,r_0) \le s \le s_{cH}(m,r_0)$ и глубины приема $z_{cB}(m,r_0) \le z \le z_{cH}(m,r_0)$, для поиска граничных значений которых s_{cB}, s_{cH} и z_{cB}, z_{cH} можно получить дополнительное к (9) (при $r = r_0$) уравнение. В самом деле, поскольку вдоль соответствующих геометроакустическим лучам волновых фронтов выполняются дифференциальные соотношения:

$$\frac{dz}{ds} = -\left(\frac{\partial r}{\partial s}\right)_z \Big/ \left(\frac{\partial r}{\partial z}\right)_s, \quad (10)$$

$$\left(\frac{\partial t}{\partial z}\right)_s = -\left(\frac{\partial t}{\partial s}\right)_z \Big/ \left(\frac{dz}{ds}\right), \quad (11)$$

то, по мере приближения определенной точки волнового фронта к соответствующей точке каустики $z \to z_{ca}$, $s \to s_{ca}$, координаты которой z_{ca} и s_{ca} удовлетворяют следующему из (8) уравнению (см. [14])

$$\left(\frac{\partial r}{\partial s}\right)\Bigg|_{s=s_{ca}} = 0, \quad (12)$$

производные (10), (11) стремятся к характерным для них значениям:

$$\frac{dz}{ds} \xrightarrow[s\to s_{ca}]{} 0, \quad \left|\left(\frac{\partial t}{\partial z}\right)_s\right| \xrightarrow[s\to s_{ca}]{} \infty. \quad (13)$$

Как следует из (13), точки каустик являются гладкими экстремумами для зависимостей $z_m(s)$ и острыми экстремумами (с разрывом соответствующей производной) для зависимостей $t_m(z)$, т.е. значения s_{cB}, s_{cH}, z_{cB} и z_{cH} отвечают координатам точек каустик s_{ca}, z_{ca}, и поэтому будут определяться решениями системы уравнений (9), (12). Естественно, что для взаимодействующих с поверхностью лучей значения s_{cB} и $z_{cB} = 0$ могут и не отвечать точкам каустик, поскольку будут соответствовать определяемым из уравнения $r_0 = r(s_{cB}, z = 0)$ (см. (9)) координатам точек пересечения двух линий $t_m(z)$. Таким образом, в каждой точке каустики на t–z диаграмме берут свое начало две линии, характеризующие волновые фронты, формирующиеся определенными конгруэнциями лучей.

Последнее означает, что при существовании в океаническом волноводе слаборасходящегося пучка и отвечающих ему каустик будут появляться в определенной области на t–z диаграмме дополнительные (к тем, которые существовали бы в случае монотонного поведения зависимости $D(s)$ во всем допустимом диапазоне изменения s) точки разрыва производной $(\partial t_m/\partial z)_s$, являющиеся началом и пересечением двух волновых фронтов. Формирующуюся при этом структуру волновых фронтов, характерную именно для слаборасходящегося пучка лучей, можно в достаточно общем виде описать, используя аналогию с волной Эйри для мод, имеющих у отвечающих им частотных зависимостей групповых скоростей относительно

узкие максимумы и следующие за ними широкие минимумы (см. [14]).

С этой целью проанализируем возможное поведение величины $T(s)$ (2), $D(s)$ (3) и зависимости групповой скорости распространения акустических сигналов по лучам $V_g(s)$, определяемой выражением следующего вида (см. [12, 13]):

$$V_g(s) = D(s)/T(s). \tag{14}$$

С использованием (2), (3), (14) находим важные дифференциальные соотношения

$$\frac{dT}{ds} = \frac{1}{c_0 s}\frac{dD}{ds}, \tag{15}$$

$$\frac{dV_g}{ds} = \frac{V_g}{D}\left(1 - \frac{V_g}{c_0 s}\right)\frac{dD}{ds}, \tag{16}$$

из которых следует, что экстремумам зависимости $D(s)$ (3) соответствуют аналогичные экстремумы у зависимостей $T(s)$ (2) и $V_g(s)$ (14). Далее необходимо учесть, что в реальных океанических волноводах слаборасходящемуся пучку лучей соответствует расположенный при определенном значении $s = s_c$ достаточно гладкий минимум зависимости $D(s)$ (3) (см. [8]):

$$\left(\frac{dD}{ds}\right)\Bigg|_{s=s_c} = 0, \quad \left(\frac{d^2D}{ds^2}\right)\Bigg|_{s=s_c} > 0, \tag{17}$$

которому при $s = s_f < s_c$ предшествует взаимосвязанный с ним либо острый (с разрывом производной (см. [15, 16]))

$$\left(\frac{dD}{ds}\right)\Bigg|_{s=s_f-0} > 0, \quad \left(\frac{dD}{ds}\right)\xrightarrow[s=s_f+0]{} -\infty, \tag{18}$$

либо гладкий

$$\left(\frac{dD}{ds}\right)\Bigg|_{s=s_f} = 0, \quad \left(\frac{d^2D}{ds^2}\right)\Bigg|_{s=s_f} < 0 \tag{19}$$

максимум.

В (18) значение лучевого параметра $s = s_f$ соответствует лучу, касающемуся либо слабой [17] или резкой границы раздела сред, расположенной при $z = z_f$, либо – горизонта $z = z_p$, где зависимость $c(z)$ имеет точку перегиба. В (19) значение $s = s_f$ соответствует лучу, горизонт поворота которого располагается в переходном слое конечной толщины h_f с достаточно резким увеличением в нем dc/dz при удалении от оси канала и аппроксимации $c(z)$ в классе непрерывно-дифференцируемых функций. Поскольку аналогичные $D(s)$ (3) экстремумы (17)–(19) присущи также зависимостям $T(s)$ (2) и $V_g(s)$ (14), то на t–z диаграмме возможно формирование своеобразной триплетной структуры линий $t_m(z)$. В самом деле, на фиксированном горизонтальном расстоянии $r = r_0$ возможен приход трех конгруэнций лучей, лучевые параметры которых изменяются в определенных, достаточно узких диапазонах:

$$s_g \le s \le s_f, \tag{20}$$

$$s_f \le s \le s_c, \tag{21}$$

$$s_c \le s \le s_q. \tag{22}$$

В (20)–(22) значения s_g и s_q находятся из уравнений $D(s_g) = D(s_c)$ и $D(s_f) = D(s_q)$.

Именно такими конгруэнциями лучей (см. (20)–(22)) и формируются волновые фронты, которым на t–z диаграмме будут соответствовать три линии $t_m(z)$ вместо одной линии, имеющей место при монотонной зависимости $D(s)$ (3), т.е. в отсутствие соответствующих экстремумов (17)–(19).

Поскольку зависимость групповой скорости лучей $V_g(s)$ (14) полностью аналогична зависимости их длины цикла $D(s)$ (3) от лучевого параметра, то можно утверждать, что слаборасходящийся пучок лучей, которому отвечает гладкий минимум у $V_g(s)$ при $s = s_c$, является фактически волной Эйри в пространственно-временной структуре интенсивности акустического поля $J(t, z)$ импульсных сигналов на фиксированном горизонтальном расстоянии в океаническом волноводе. При этом по аналогии с волной Эйри в частотно-временной структуре модового импульса (см. [18]), описание поля вблизи формируемых таким пучком каустических линий (см. [8]) возможно с использованием функции Эйри [12, 18].

Здесь также представляется важным остановиться на анализе следующих закономерностей. Во-первых. При каждом значении $\bar{\mu}$ (см. (6)) в характерной для слаборасходящегося пучка лучей триплетной структуре линий $t_m(z)$ всегда две линии, формирующиеся соседними конгруэнциями лучей (см. (21)), пересекаются и заканчиваются в одной точке на t–z диаграмме. Действительно, такое пересечение соответствующих линий заведомо имеет место при $z = z_s$ и $\bar{\mu} = -\mu$ и значении лучевого параметра $s = s_c$, поскольку лишь только для таких лучей совпадают не только проходимые ими горизонтальные расстояния $r(s, z) = mD(s_c) = r_c$ (см. (9)), но – их времена распространения $t(s,z) = mT(s_c) = t_c$ (см. (1)). Отвечающий же третьей линии волновой фронт (см. (20)) приходит в ту же точку $r = r_c$, $z = z_s$, но уже в другой момент времени $t_g = mT(s_g) \ne t_c$, т.к. в общем случае $T(s_g) \ne T(s_c)$. Естественно, что на полной t–z диаграмме слаборасходящимся пучкам лучей с $\bar{\mu} = -1$ и $\bar{\mu} = +1$ будут соответствовать две пары линий, которые пересекаются в одной точке $z = z_s$, $r = r_c$. Поскольку же для этого класса лучей с $z = z_s$, $\bar{\mu} = -\mu$ решение $s_{ca} = s_c$ уравнения (12) является точным, то в точке пересечения четырех линий

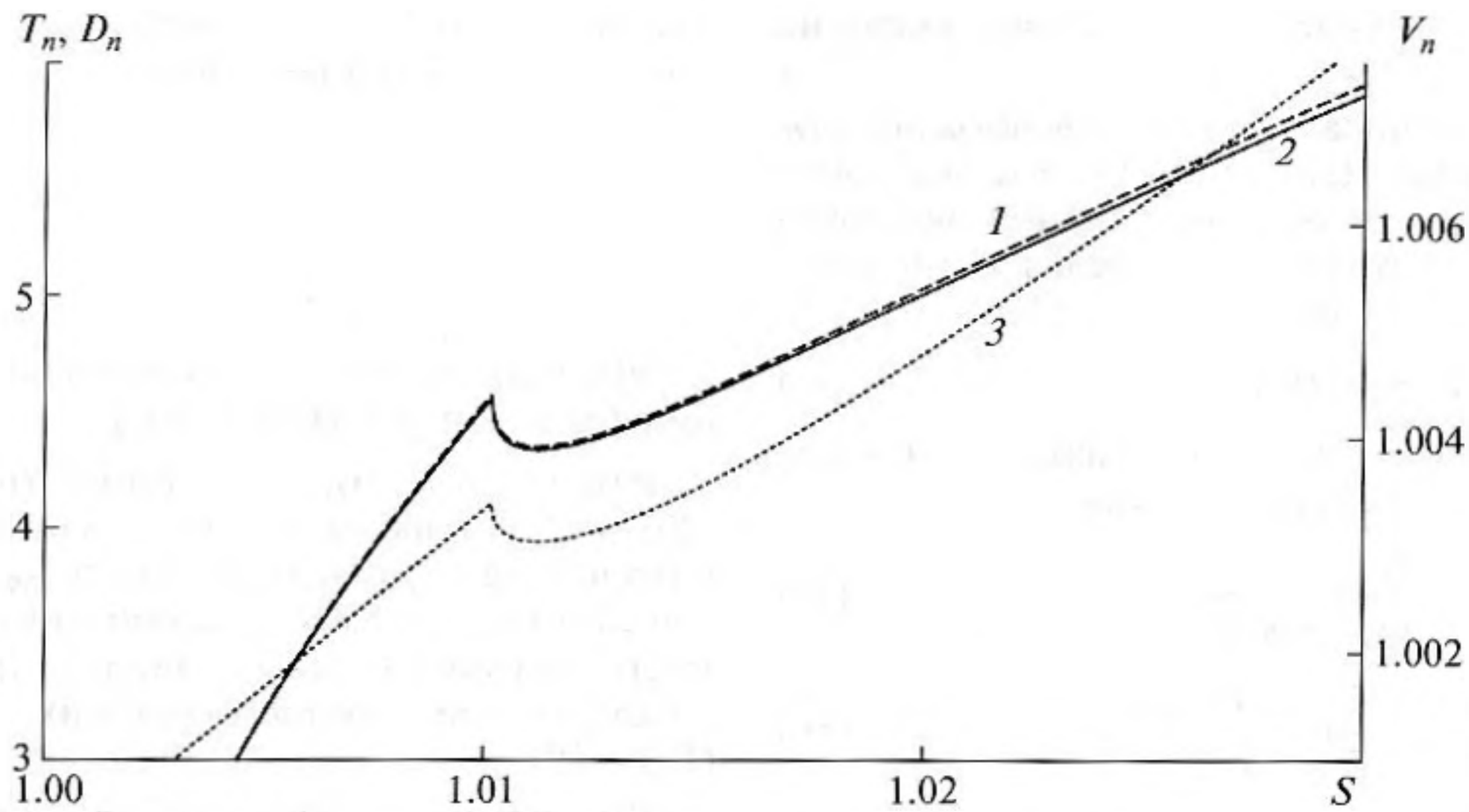

Рис. 1. Зависимости от лучевого параметра s безразмерных величин временного периода $T_n = T(s)c_0/2H$ – (*1*), длины цикла $D_n = D(s)/2H$ – (*2*) и групповой скорости $V_n = V_g(s)/c_0$ – (*3*) лучей.

$r = r_c$, $z = z_s$ будет иметь место разрыв производной $(\partial t/\partial z)_s$. При приеме же импульсных сигналов на отличающемся от r_c горизонтальном расстоянии $r = r_0 \neq r_c$ каждые две пары линий на t–z диаграмме, соответствующие выходящим из источника вниз и вверх слаборасходящимся пучкам лучей, будут пересекаться и заканчиваться уже в двух разных точках, для определения вертикальных координат которых z_{jc} ($j = [1, 2]$) из (9) находим следующее уравнение

$$D(s_c, z_{jc}) = \mu(r_0 - r_c) - \bar{\mu}\mu D(s_c, z_s). \qquad (23)$$

Во-вторых. Аналогичная слаборасходящимся пучкам лучей (при $s = s_c$) структура из двух пар линий на t–z диаграмме возникает также и вследствие формирования при $s = s_f$ выходящих вниз и вверх слаборасходящихся или сильнорасходящихся пучков лучей. Такие две пары линий выходят из одной точки, расположенной на глубине $z = z_s$, лишь при приеме импульсных сигналов на расстоянии $r = r_f = mD(s_f)$ ($\bar{\mu} = -\mu$); на произвольных же расстояниях $r = r_0 \neq r_f$ они выходят из двух различных точек, вертикальные координаты которых z_{jf} ($j = [1, 2]$) определяются из аналогичного (23) уравнения

$$D(s_f, z_{jf}) = \mu(r_0 - r_f) - \bar{\mu}\mu D(s_f, z_s). \qquad (24)$$

При этом на t–z диаграмме соответствующие этим линиям волновые фронты появляются несколько раньше $t(s_f, z) \leq t(s_c, z)$ по сравнению с волновыми фронтами, формируемыми слаборасходящимися пучками лучей при $s = s_c$, т.к. $V_g(s_f) > V_g(s_c)$ (см. (4), (16)).

Таким образом, характерная триплетная структура линий на t–z диаграмме, соответствующая формирующимся в океанических волноводах слаборасходящимся и сильнорасходящимся пучкам лучей, будет проявляться в следующем временном промежутке

$$t(s_f, z_{jf}) < t < t(s_c, z_{jc}). \qquad (25)$$

Однако следует отметить, что начальный отрезок одной линии в каждой паре, соответствующий сильнорасходящемуся пучку лучей, будет менее всего выделяться по интенсивности на t–z диаграмме, поскольку в лучевом приближении (см. (8), (18)) имеет место характерное для граничных лучей поведение поля:

$$0 < J_s\big|_{s=s_f-0} < \infty, \quad J_s \xrightarrow[s=s_f+0]{} 0.$$

СТРУКТУРА ВОЛНОВЫХ ФРОНТОВ В МОДЕЛЬНОМ ЗВУКОВОМ КАНАЛЕ

Рассмотренные выше особенности, проявляющиеся при формировании триплетной структуры волновых фронтов в океанических волноводах сильнорасходящимися (при $s = s_f$, см. (18)) и слаборасходящимися (при $s = s_c$, см. (17)) пучками лучей проиллюстрируем здесь с использованием простейшей модели подводного звукового канала, основанной на билинейной зависимости $c(z) = c_0 p(z)$:

$$p(z) = \begin{cases} 1 - a_1(z - z_0), & 0 \leq z \leq z_0, \\ 1 + a_2(z - z_0), & z_0 \leq z \leq H, \\ 1 + a_2(H - z_0), & H \leq z. \end{cases} \qquad (26)$$

Здесь (см. (26)) параметры $a_1 > 0$ и $a_2 > 0$ характеризуют величину градиента скорости звука в соответствующих диапазонах изменения глубины в

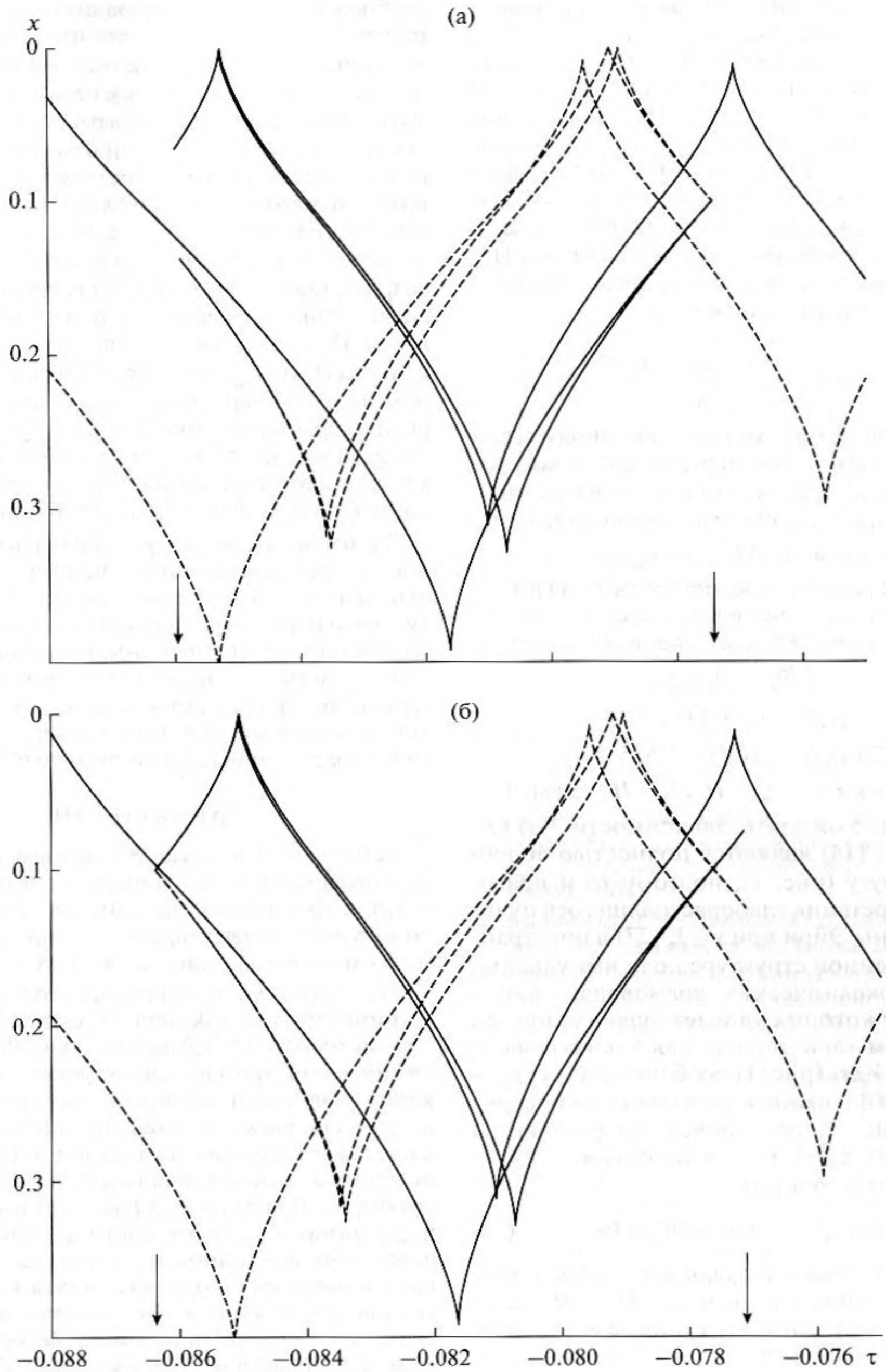

Рис. 2. Структура линий $\tau_m(x)$ на τ–x диаграмме при $r = r_c$ (28) – (а) и $r = r_f$ (28) – (б) для $m = 19$–22. Сплошные линии $\tau_m(x)$ отвечают выходящим вверх ($\bar{\mu} = +1$), а штриховые – вниз ($\bar{\mu} = -1$) лучам. Вертикальными стрелками отмечен соответствующий (25) интервал $\tau(s_f, z_{jf}) < \tau < \tau(s_c, z_{jc})$.

водном слое толщиной H. Выбор такой модели океанического волновода обусловлен тем, что с использованием (26) удается получить, во-первых, простые аналитические зависимости для $T(s)$ (2), $T(s, z)$ (4) и $D(s)$ (3), $D(s, z)$ (5) (см. [8, 19]), входящие в выражения для $t(s, z)$ и $r(s, z)$, соответственно, во-вторых, удобное для численного анализа уравнение, позволяющее находить значения s_{ca} (см. [9]), необходимые при определении координат z_{ca} и $t(s_{ca}, z_{ca})$ каустических точек на t–z диаграмме. При этом весьма просто определяются также характерные значения лучевого параметра

$$s_f = s_0 = p(0), \quad s_c = \left\{\frac{s_0^2 b_1^2 - 1}{b_1^2 - 1}\right\}^{1/2} \tag{27}$$

и соответствующие им граничные значения $t(s_f, z_{jf})$ и $t(s_c, z_{jc})$ для временного интервала (25), в котором будут проявляться рассмотренные в предыдущем разделе особенности структуры линий $t_m(z)$ на t–z диаграмме; здесь (см. (27)) $b_1 = 1 + a_1/a_2$.

Численные расчеты представленных на рис. 1, 2 зависимостей проводились при следующих значениях параметров звукового канала (26):

$$a_1 = (c(0) - c_0)/z_0 c_0,$$
$$a_2 = (c(H) - c_0)/c_0(H - z_0),$$
$$c_0 = 1.475 \text{ км/с}, \quad c(H) = 1.535 \text{ км/с},$$
$$c(0) = 1.49 \text{ км/с}, \quad z_0 = H/10, \quad H = 5 \text{ км}.$$

Как и следовало ожидать, зависимости $T(s)$ (2), $D(s)$ (3) и $V_g(s)$ (14) являются полностью подобными друг другу (рис. 1), поэтому-то и правомерна интерпретация слаборасходящегося пучка лучей как волны Эйри при $s = s_c$ (27) в пространственно-временной структуре поля импульсных сигналов в океанических волноводах, длина цикла лучей в которых удовлетворяет условиям (17). При этом характерные для таких зависимостей $D(s)$ и $V_g(s)$ (рис. 1) особенности в структуре волновых фронтов наглядно проиллюстрированы на рис. 2, где приведены результаты расчетов линий $\tau_m(x)$ на τ–x диаграмме на двух характерных расстояниях

$$r = r_c = MD(s_c), \quad r = r_f = r_c D(s_0)/D(s_c) \tag{28}$$

и глубине источника $z_s = z_0$, когда целочисленная величина M принимает значение $M = 20$. Здесь безразмерные величины τ и x определялись следующими выражениями:

$$\tau(s, z) = \frac{s_H}{(s_H - 1)}\left(\frac{c_0}{r} t(s, z) - 1\right),$$
$$x(s) = z(s)/H,$$

при $s_H = p(H)$. Как видно (см. рис. 2а), на расстоянии $r = r_c$ (28) все четыре линии на τ–x диаграмме, соответствующие волновым фронтам двух слаборасходящихся пучков лучей, сходятся в одной точке на горизонте источника $z_{1c} = z_{2c} = z_{ca} = z_s$ при $\tau = \tau_c = \tau(s_c, z_c)$, которая является каустической точкой, поскольку в ней достигает экстремума зависимость $x(s)$. На расстоянии $r = r_f$ (28) все четыре линии на τ–x диаграмме, соответствующие волновым фронтам двух сильнорасходящихся пучков лучей, выходят из одной точки на горизонте источника $z_{1f} = z_{2f} = z_f = z_s$ при $\tau = \tau_f = \tau(s_f, z_f)$ (см. рис. 2б), которая является точкой разрыва производной dx/ds для граничного луча с аналогичным поведением производной dD/ds при $s = s_0$. При этом на τ–x диаграмме во временном интервале, $\tau(s_f, z_{jf}) < \tau < \tau(s_c, z_{jc})$ (см. (37)), отмеченном на рис. 2 вертикальными стрелками, формируется характерная триплетная структура линий, в которой каждая линия из одной четверки пересекается в каустической точке с соответствующей ей линией из другой четверки линий (рис. 2).

Таким образом, следует признать целесообразность предварительного анализа зависимостей длины цикла и групповой скорости лучей от их лучевого параметра, поскольку такой подход позволяет определять временной интервал (см. 25)), в котором на τ–x диаграмме формируется характерная триплетная структура линий, соответствующих волновым фронтам слаборасходящихся и сильнорасходящихся пучков лучей.

ЗАКЛЮЧЕНИЕ

Установлено, что существование в океаническом волноводе слаборасходящихся лучевых пучков приводит к формированию характерной триплетной структуры волновых фронтов в определенном временном интервале и диапазоне глубин.

На диаграмме время распространения лучей – глубина приема показано, что на определенных горизонтальных расстояниях каждые две пары линий в этой триплетной структуре, соответствующие волновым фронтам выходящих вниз и вверх слаборасходящихся пучков лучей, пересекаются и заканчиваются в одной точке на глубине источника, являющейся каустической точкой. На других же определенных расстояниях каждые две пары линий в этой триплетной структуре, соответствующие волновым фронтам выходящих вниз и вверх сильнорасходящихся или слаборасходящихся пучков лучей, начинаются в одной точке на глубине источника, которая является точкой разрыва для зависимости глубины приема лучей от их фазовой скорости или каустической точкой, соответственно. На произвольных же расстояниях соответствующие пары линий выходят или заканчиваются в точках, расположенных на различных глубинах.

Выяснено, что слаборасходящийся пучок лучей представляет собой волну Эйри в пространственно-временной структуре поля импульсных

сигналов в океаническом волноводе, по аналогии с волной Эйри в частотно-временной структуре модового импульса.

Перечисленные результаты, проиллюстрированные здесь численными расчетами при использовании простейшей модели подводного звукового канала с билинейной зависимостью скорости звука от глубины, позволяют сделать вывод о целесообразности предварительного анализа зависимости длины цикла (или групповой скорости) лучей от их фазовой скорости при корректном описании особенностей структуры волновых фронтов в океанических волноводах.

Здесь остается лишь отметить, что слаборасходящийся пучок лучей может проявляться в триплетной структуре волновых фронтов на весьма значительных расстояниях даже в присутствии случайных неоднородностей, поскольку минимальна хаотизация формирующих его лучей (см. [20]). В самом деле, степень хаотизации лучей (их времен распространения) пропорциональна величине (см. [9, 21]):

$$\alpha = \frac{J}{\Omega}\frac{d\Omega}{dJ}, \tag{29}$$

где

$$\Omega = 2\pi/D, \quad J = T - D/c_0 s. \tag{30}$$

С использованием (2), (3), (14), (16), (30) выражение (29) приводится к следующему виду

$$\alpha = \frac{1}{\beta_i} = -\frac{c_0 J s^2}{D^2}\left(\frac{dD}{ds}\right), \tag{31}$$

где

$$\beta_i = -\left(\frac{V_g}{V_p}\right)^2\left(\frac{dV_p}{dV_g}\right)$$

– инвариант пространственно-частотной структуры поля [14], $V_p = c_0 s$ – фазовая скорость лучей. Из (17), (31) следует, что величина α будет минимальна для лучей, формирующих слаборасходящийся пучок.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. *Бреховских Л.М., Гончаров В.В., Дремучев С.А., Куртепов В.М., Селиванов В.Г., Чепурин Ю.А.* Эксперименты по дальнему распространению звука в Канарской котловине Атлантического океана // Акуст. журн. 1990. Т. 36. № 5. С. 842–831.
2. *Гончаров В.В., Куртепов В.М.* О формировании и распространении слаборасходящихся пучков лучей в горизонтально неоднородном океане // Акуст. журн. 1994. Т. 40. № 5. С. 773–781.
3. *Бреховских Л.М., Гончаров В.В., Куртепов В.М.* Слаборасходящиеся пучки лучей в Арктике // Изв. РАН. Физ. атм. и океана. 1995. Т. 31. № 3. С. 640–646.
4. *Бурлакова И.Б., Голубев В.Н., Петухов Ю.В., Славинский М.М.* Зоны повышенной озвученности вблизи поверхности открытого ко дну подводного звукового канала // Акуст. журн. 1990. Т. 36. № 2. С. 362–364.
5. *Петухов Ю.В.* Звуковой пучок с минимальной геометрической расходимостью волнового фронта по трассе распространения в стратифицированном океаническом волноводе // Акуст. журн. 1994. Т. 40. № 1. С. 111–120.
6. *Петухов Ю.В.* Формирование преобладающих по интенсивности узких звуковых пучков в стратифицированных океанических волноводах // Акуст. журн. 1995. Т. 41. № 5. С. 807–813.
7. *Петухов Ю.В.* Слаборасходящиеся пучки лучей в плавнонеоднородных по трассе океанических волноводах // Акуст. журн. 1997. Т. 43. № 2. С. 230–237.
8. *Петухов Ю.В., Абросимов Д.И., Бородина Е.Л.* Каустики и слаборасходящиеся пучки лучей в океанических волноводах // Акуст. журн. 2006. Т. 52. № 3. С. 367–374.
9. *Морозов А.К., Колоси Д.А.* Применение стохастических дифференциальных уравнений для анализа рассеяния звука на случайных внутренних волнах // Акуст. журн. 2007. Т. 53. № 3. С. 386–399.
10. *Петухов Ю.В.* Периодическое пространственное переформирование интерференционной структуры и дифракционная фокусировка акустических полей в океанических волноводах // Акуст. журн. 2000. Т. 46. № 3. С. 384–391.
11. *Апанасенко А.В.* О зависимости временной структуры импульсного сигнала в слоисто-неоднородной среде от вертикальной координаты // Акуст. журн. 1967. Т. 13. № 1. С. 128–130.
12. *Tindle C.T.* Wavefronts waveforms in deep-water sound propagation // J. Acoust. Soc. Amer. 2002. V. 112. № 2. P. 464–475.
13. *Duda T.F., Bowlin J.B.* Ray – acoustic formation and timing effects from ocean sound – speed relative curvature // J. Acoust. Soc. Amer. 1994. V. 96. Pt. 1. № 2. P. 1033–1046.
14. *Бреховских Л.М., Лысанов Ю.П.* Теоретические основы акустики океана. М.: Наука, 2007. 370 с.
15. *Ивинг М., Ворцель Д.* Сверхдальнее распространение звука. В кн.: Распространение звука в океане / Под ред. Бреховских Л.М., М.: Иностр. литер., 1951. С. 17–47.
16. *Pedersen M.A., Gordon D.F.* Comparison of curvilinear and linear profile approximation in the calculation of underwater sound intensities by ray theory // J. Acoust. Soc. Amer. 1967. V. 41. № 2. P. 419–438.
17. *Годин О.А., Прокопюк И.В.* О расчете акустического поля в океане методом ВКБ при неаналитической аппроксимации скорости звука // Акуст. журн. 1988. Т. 34. № 1. С. 49–54.
18. *Бреховских Л.М.* Волны в слоистых средах. М.: Наука, 1973. 343 с.
19. *Петухов Ю.В., Бородина Е.Л.* Проявление слаборасходящихся пучков лучей в пространственно-временной структуре поля акустических сигналов в океанических волноводах // Препринт № 785, Н. Новгород: ИПФ РАН, 2009. 20 с.
20. *Beron-Vera F.J., Brown M.G.* Underwater acoustic beam dynamic // J. Acoust. Soc. Amer. 2009. V. 126. № 1. P. 80–91.
21. *Вировлянский А.Л.* Лучевая теория дальнего распространения звука в океане. Н. Новгород: ИПФ РАН, 2006. 162 с.