

ВЛИЯНИЕ НЕМАТИЧЕСКИХ ПОКРЫТИЙ НА РАСПРОСТРАНЕНИЕ ФУНДАМЕНТАЛЬНЫХ МОД В СЛОИСТЫХ УПРУГИХ ПЛАСТИНАХ

© 2011 г. Д. Д. Захаров, А. В. Капцов*

Московский государственный университет путей сообщения

127994 Москва, ул. Образцова 9, стр. 9

E-mail: dd_zakh@mail.ru

* *Институт проблем механики РАН им. А.Ю. Ишлинского,*

119526 Москва, пр-т Вернадского 101, к. 1

E-mail: kaptsov@ipmnet.ru

Поступила в редакцию 14.01.10 г.

Исследуются фазовые скорости и затухания симметричных и антисимметричных волн с PSV поляризацией в гетерогенной композиционной пластине, содержащей упругое “ядро” и покрытие из нематического эластомера. Помимо сильной анизотропии вязкоупругих свойств нематики обладают дополнительной степенью свободы, связанной с возможным вращением длинных молекул и цепочек по отношению к магистральному направлению ориентации – “директору”. При анализе используется эффективная модель такой среды, разработанная прежде для описания изотермических низкочастотных процессов, на основании которой были обнаружены специфические эффекты поляризации акустических волн в безграничных средах. Показано, что подобные эффекты поляризации необычно проявляют себя в упруго-нематическом композите квазирезонансными явлениями.

Ключевые слова: слоистая пластина, нематическое покрытие, фундаментальные моды, поляризация, квазирезонансы.

ВВЕДЕНИЕ

Нематические эластомерные материалы, часто называемые резиноподобными жидкокристаллическими эластомерами (далее, для краткости – нематиками) сочетают физико-механические свойства двух составляющих – полимерной сети и мезогенов, то есть достаточно жестких структурных элементов, характерных для жидкокристаллической фазы при малом молекулярном весе материала [1–10]. Для нематических эластомеров типичными элементами являются длинные макромолекулы с четко выраженными редкими поперечными межмолекулярными связями. На макроуровне их поведение может быть описано с помощью дополнительных степеней свободы и связано с возможными движениями длинных молекулярных цепочек, имеющих преимущественное направление ориентации (“директор”). В нематиках “директор” может поворачиваться, вообще говоря, независимо от локальной деформации в точке связи, что делает их классом материалов с промежуточными свойствами между классическими вязкоупругими телами, жидкими кристаллами и средами Коссера. Анизотропия упругих свойств и вязкости этих материалов сочетается с сильной зависимостью от температуры, а участие

в формировании материала молекул каучука приводит к малому, но ненулевому модулю сдвига и придает способность восстанавливать форму после больших деформаций. Этим они отличаются от других видов нематиков, нашедших широкое применение в оптических и акусто-оптических приложениях [11–13].

Перечисленные свойства вызывают интерес к нематическим эластомерным материалам в биомеханике (актуаторы – искусственные мускулы), микроэлектронике и наномеханике (в качестве специфической матрицы для нанокомпозитов [14]). Как показано в [15–17], в безграничной нематической среде характеристики волн сильно зависят от типа поляризации и от направления распространения по отношению к “директору”, что позволяет рассматривать использование нематической среды как фильтра, поляризатора и представителя “интеллектуальных” материалов. Акустические методы привлекательны для определения характеристик материала, но акустические свойства нематиков остаются недостаточно изученными, что тем более актуально для гетерогенных композиционных сред. В настоящей работе исследуется, как изменяются волноводные свойства пластин за счет нематических покрытий.

ЭФФЕКТИВНАЯ МОДЕЛЬ НЕМАТИЧЕСКОЙ СРЕДЫ

Определяющие уравнения для нематиков были получены в [15, 16] вариационным методом. Итоговая система уравнений имеет вид

$$\rho \ddot{\mathbf{u}} = \nabla \cdot \underline{\underline{\boldsymbol{\sigma}}}^{\text{symm}}, \quad (1)$$

где \mathbf{u} — вектор перемещений, $\underline{\underline{\boldsymbol{\sigma}}}^{\text{symm}}$ — симметричная часть тензора напряжений. Упругая компонента напряжений связана с деформациями согласно закону Гука для тел с трансверсальной изотропией; “директор” для определенности выбран параллельно декартовой оси x_3 . Для гармонического во времени процесса (множитель $e^{-i\omega t}$ опускаем) выражения для напряжений принимают вид ($\alpha\alpha = 11, 22, 33$)

$$\sigma_{\alpha\alpha} = (1 - i\omega\tau_R)(c_{\alpha 1}\varepsilon_{11} + c_{\alpha 2}\varepsilon_{22} + c_{\alpha 3}\varepsilon_{33}), \quad (2)$$

$$\sigma_{12} = \sigma_{21} = (1 - i\omega\tau_R)c_{66}\gamma_{12}$$

$$\sigma_{\alpha 3} = (1 - i\omega\tau_R)c_{44}^R\gamma_{\alpha 3},$$

$$c_{44}^R = 2c_5 - \frac{D_2^2}{4D_1(1 - i\omega\tau_1)(1 - i\omega\tau_R)} \quad (3)$$

в стандартных обозначениях для деформаций $\varepsilon_{\alpha\alpha} = \partial_\alpha u_\alpha$, $\gamma_{\alpha\beta} = \partial_\alpha u_\beta + \partial_\beta u_\alpha$ и упругих модулей $c_{\alpha\beta}$ и c_α для трансверсально изотропной среды:

$$c_{11} = c_{22} = \frac{2}{9}c_1 - \frac{4}{3}c_2 + 2c_3 + \frac{20}{9}c_4,$$

$$c_{12} = \frac{2}{9}c_1 - \frac{4}{3}c_2 + 2c_3 - \frac{16}{9}c_4,$$

$$c_{13} = c_{23} = -\frac{4}{9}c_1 + \frac{2}{3}c_2 + 2c_3 - \frac{4}{9}c_4,$$

$$c_{33} = \frac{8}{9}c_1 + \frac{8}{3}c_2 + 2c_3 + \frac{8}{9}c_4,$$

$$c_{44} = c_{55} = 2c_5, \quad c_{66} = 2c_4.$$

Феноменологическая модель нематика (1)–(3) позволяет рассмотреть эффективную среду с комплексными модулями, аналогичную анизотропному вязкоупругому телу. Аналогия нарушается лишь для ренормализованного модуля сдвига (3), который содержит две жесткости вращения “директора” D_k , и соответствующие времена релаксации τ_k , удовлетворяющие неравенству $D_2^2\tau_2^2 \leq 8c_5D_1\tau_R\tau_1$. Для безграничной среды соотношения (1)–(3) описывают волны, аналогичные волнам растяжения-сжатия (qP) и волнам сдвига различной поляризации (qSH и qSV). Их фазовые скорости, и, в особенности, затухания [14–17], сильно зависят как от поляризации, так и от направления распространения по отношению к “директору”.

ОСНОВНЫЕ ПАРАМЕТРЫ СРЕД

Нематические эластомеры рассматриваются как для идеального, так и для неидеального случая, т.е. $c_{44}^R(\omega)|_{\omega=0} = 0$ или $c_{44}^R(\omega)|_{\omega=0} \neq 0$ соответственно. Идеальность состоит в том, что в низкочастотном пределе поведение нематика ближе к поведению жидкого кристалла — напряжения поперечного сдвига нулевые. Прочие параметры следующие: $\rho = 10^3$ кг/м³, $c_1 = 2c_2 = 2c_4 = \mu_0 = 10^5$ н/м², $c_3 = 10^9$, $c_5 = \mu_0(r+1)^2/8r$, $D_1 = \mu_0(r-1)^2/r + A_0\mu_0Q$, $D_2 = \mu_0(1-r^2)/r$ (где параметр анизотропии цепочки принят равным $r \approx 3$ и $Q \approx 0.443$), $\tau_1 = 0.01$, $\tau_2 = 0.5 \times 10^{-4}$, $\tau_R = 10^{-6}$. Коэффициент неидеальности нематика принимается равным $A_0 = 0.05$ (и, соответственно, $A_0 = 0$ для идеального случая) [18, 19]. Параметры даны для вертикальной ориентации “директора”, а при его горизонтальном расположении делается переиндексирование модулей. В качестве традиционного материала рассматривается металл (вид алюминия с плотностью $\rho = 2700$, модулем Юнга $E = 0.6886 \times 10^{11}$ и коэффициентом Пуассона $\nu = 0.3442$) или пластик (полистирол с параметрами $\rho = 1060$, $E = 0.3764 \times 10^{10}$, $\nu = 0.3425$). Далее помечаем их буквами (Ne), (Al) и (Po). Толщина покрытия варьируется в пределах от 1 мм до 1 см. По отношению к выбранным традиционным материалам, нематик, помимо вязкости и своих нетрадиционных свойств, является низкоскоростным материалом. Отметим также большую податливость на сдвиг, в особенности в плоскости “директора”, где ренормализация снижает эффективный модуль сдвига еще на 1–2 порядка.

МАТРИЧНЫЕ И ДИСПЕРСИОННЫЕ СООТНОШЕНИЯ В ГЕТЕРОГЕННЫХ КОМПОЗИТАХ

Рассмотрим упругий слой с нематическим покрытием толщины h , помещенным на его лицевые поверхности (рис. 1). Качественное различие результатов естественно ожидать в случаях, когда “директор” направлен перпендикулярно лицевой поверхности или параллельно ей. Предполагаем, что внешние поверхности свободны от напряжений, а на границе раздела имеет место условие непрерывности всех перемещений и напряжений с индексом 3. Считая, что волна распространяется вдоль оси x_1 , перемещения и напряжения строим в виде линейной комбинации парциальных волн вида ($\hat{\mu}$ — характерный масштаб для модуля сдвига)

$$\begin{aligned} u_\alpha(x_1, x_3, \omega) &= U_\alpha(x_3)e^{ik_1x_1}, \\ \sigma_{\alpha\beta}(x_1, x_3, \omega) &= \hat{\mu}T_{\alpha\beta}(x_3)e^{ik_1x_1}, \end{aligned} \quad (4)$$

удовлетворяющих уравнениям движения, условиям непрерывного межфазного контакта и условиям на лицевой поверхности. Однородные краевые условия и условия непрерывности записываются непосредственно для U_α и $T_{\alpha\beta}$. Соответствующее уравнение Кристоффеля получается подстановкой выражений (4) в формулы (1)–(3) в предположении, что искомые зависимости от координаты x_3 могут быть представлены в виде линейной комбинации экспонент $\exp(ik_3x_3)$. Перейдем к модулям и плотностям, нормированным на некоторые характерные значения $\hat{\mu}$, $\hat{\rho}$ и введем вспомогательные обозначения $k_3 \equiv i\chi k_1$, $V \equiv c/\hat{c}_S = \hat{k}_S/k_1$, $\hat{k}_S \equiv \omega/\hat{c}_S$, $\hat{c}_S \equiv \sqrt{\hat{\mu}/\hat{\rho}}$ и $g_{\alpha\beta} = (1 - i\omega\tau_R)c_{\alpha\beta}/\hat{\mu}$, включая ренормализованные модули в правой части.

Для волн с qPSV поляризацией в нематике решение уравнения Кристоффеля имеет корни χ_n ($n = 1, 2, 3, 4$) с главными значениями радикалов:

$$\begin{aligned} \chi_{1,3} &= \sqrt{B \mp \sqrt{B^2 - C}}, \quad \chi_{2,4} = -\chi_{1,3}, \\ 2B &= [g_{55}/g_{33} + g_{11}/g_{55} - \\ &- (g_{13} + g_{55})^2/g_{33}g_{55}] - \rho V^2(1/g_{33} + 1/g_{55}), \\ C &= [g_{11}/g_{33} - \rho V^2/g_{33}][1 - \rho V^2/g_{55}]. \end{aligned}$$

Для удобства введем обозначения

$$\begin{aligned} S_n &= \text{sh}(\chi_n \hat{k}_S x_3 / V), \quad C_n = \text{ch}(\chi_n \hat{k}_S x_3 / V), \\ t_{1n} &= g_{55}(1 - \beta_n \chi_n^2), \quad t_{3n} = g_{55} + \beta_n g_{13}, \\ \beta_n &= \frac{(g_{13}/g_{55} + 1)}{\rho/g_{55}V^2 - g_{11}/g_{55} + \chi_n^2} \quad (n = 1, 2, 3, 4). \end{aligned}$$

В нематическом слое конечной толщины (обозначенном индексом N), после комбинирования экспонент, зависящих от поперечной координаты, и нормировки неопределенных коэффициентов A_n , соответственно получаем

$$\begin{aligned} \begin{bmatrix} k_1 U_3 \\ -iT_{13} \\ -ik_1 U_1 \\ T_{33} \end{bmatrix}^N &= \\ &= \begin{bmatrix} C_1 & C_3 & -\frac{S_1}{\chi_1} & -\frac{S_3}{\chi_3} \\ t_{11}C_1 & t_{13}C_3 & -\frac{t_{11}S_1}{\chi_1} & -\frac{t_{13}S_3}{\chi_3} \\ -\chi_1\beta_1 S_1 & -\chi_3\beta_3 S_3 & \beta_1 C_1 & \beta_3 C_3 \\ \chi_1 t_{31} S_1 & \chi_3 t_{33} S_3 & -t_{31} C_1 & -t_{33} C_3 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} A_1 \\ A_2 \\ A_3 \\ A_4 \end{bmatrix}^N. \end{aligned} \quad (5)$$



Рис. 1. Пластина с покрытием (показана часть пластины над срединной плоскостью).

Безразмерные элементы матрицы в (5) суть однозначные аналитические функции своих аргументов. Координата x_3 в слое может быть локальной и отсчитываться от любого начала отсчета по вертикали, т.е. $x_3 \leftrightarrow x_3^N = x_3 - d^N$, что не изменяет уравнений и структуры решения. При $x_3^N = 0$ недиагональные блоки матрицы обнуляются.

Для упругого изотропного тела равенства (5) эквивалентны классическим соотношениям со своей локальной координатой $x_3 \leftrightarrow x_3^E = x_3 - d^E$. Если нормирующие значения $\hat{\mu}$ и $\hat{\rho}$ выбрать равными значениям в изотропном теле, то в предыдущих обозначениях с использованием теперь постоянных Ламе и плотности упругого тела, получаем (c_S, c_P – скорости продольных и поперечных волн):

$$\begin{aligned} \chi_1 &= \sqrt{1 - \mu V^2 / (\lambda + 2\mu)}, \quad \chi_3 = \chi_5 = \sqrt{1 - V^2}, \\ \beta_1 &= -1/\chi_1^2, \quad t_{11} = 2, \quad t_{31} = (2 - V^2)/\chi_1^2, \\ \beta_3 &= -1, \quad t_{13} = 2 - V^2, \quad t_{33} = 2. \end{aligned}$$

Таким образом, векторы неопределенных коэффициентов A и псевдовекторы $\xi = [k_1 U_3 \ -iT_{13} \ -ik_1 U_1 \ T_{33}]^T$ связаны соотношениями $\xi^{N,E}(x_3^{N,E}) = M^{N,E}(x_3^{N,E})A^{N,E}$, где матрицы $M^{N,E}(x_3^{N,E})$ (индекс E относим к упругому телу) задаются равенствами вида (5). Выражая неопределенные коэффициенты при парциальных волнах через граничные значения перемещений и напряжений с учетом межфазных условий, приходим к матрице импедансов [20, 21]. Дисперсионное уравнение получается приравниванием к нулю определителя минора матрицы, отвечающего однородным граничным условиям. Для qPSV поляризованных движений пластины разделим антисимметричный (А- или изгибный) и симметричный (S- или толщинный) случаи колебаний. При этом в равенствах

$$\xi^N(H+h) = M(V, H, h)\xi^E(0), \quad (6)$$

$$\mathbf{M} \equiv \mathbf{M}^N(H+h) [\mathbf{M}^N(H)]^{-1} \mathbf{M}^E(H) [\mathbf{M}^E(0)]^{-1}, \quad (7)$$

(qPSV: 4×4)

для нематика делается подстановка $x_3 \leftrightarrow x_3^N = x_3 - H$, и в итоге получаем

$$(A) -ik_1 U_1^E(0) = T_{33}^E(0) = 0, \quad (8)$$

$$\Delta = \Delta_A \equiv \det \begin{bmatrix} m_{23} & m_{24} \\ m_{43} & m_{44} \end{bmatrix}^{\text{qPSV}} = 0, \quad (9)$$

$$(S) k_1 U_3^E(0) = -iT_{13}^E(0) = 0, \quad (10)$$

$$\Delta = \Delta_S \equiv \det \begin{bmatrix} m_{21} & m_{22} \\ m_{41} & m_{42} \end{bmatrix}^{\text{qPSV}} = 0. \quad (11)$$

Задача сводится к разрешению относительно скорости V дисперсионного уравнения вида $\Delta(V, K) = 0$, где $K = \hat{k}_S h$ – безразмерный частотный параметр. Волновые параметры, вообще говоря, комплексные, поскольку в нематическом материале покрытия имеет место внутреннее демпфирование, но при малой частоте K все мнимые части могут считаться пренебрежимо малыми и можно выбирать приближенное длинноволновое значение скорости V_0 . Для слоистых пакетов длинноволновое приближение можно получить согласно динамической теории тонких пластин [22] в размерном виде

$$(A) \quad 2(\rho_N h + \rho_E H) \omega^2 = 2/3 \left\{ H^3 \gamma_{11}^E + \left[(H+h)^3 - H^3 \right] \gamma_{11}^N \right\} k_1^4, \quad (12)$$

$$V_0^4 \approx \frac{(H/h)^2}{3\hat{\mu}} \left(\frac{\hat{\rho}}{\rho_N h/H + \rho_E} \right) \times \left\{ \gamma_{11}^E + \left[\left(1 + \frac{h}{H} \right)^3 - 1 \right] \gamma_{11}^N \right\} K^2, \quad (13)$$

$$(S) \quad 2(\rho_N h + \rho_E H) \omega^2 = 2 \left\{ H \gamma_{11}^E + h \gamma_{11}^N \right\} k_1^2, \quad (14)$$

$$V_0^2 \approx \frac{\hat{\rho}}{\rho_N h/H + \rho_E} \frac{\gamma_{11}^E + h/H \gamma_{11}^N}{\hat{\mu}}, \quad (15)$$

где E, ν – модуль Юнга и коэффициент Пуассона изотропного материала, а γ_{11} – осредненный коэффициент жесткости материала: $\gamma_{11}^E \equiv E/(1-\nu^2)$, $\gamma_{11}^N \equiv g_{11} - g_{13}g_{31}/g_{33}$. Наличие вязкости материалов не дает принципиального изменения модели тонкой пластины.

Приближенные начальные значения V_0 (13), (15) в дисперсионных уравнениях (9), (11) корректируются согласно итерационному методу Ньютона [23]: $V_m = V_{m-1} - \Delta(\partial\Delta/\partial V)^{-1}|_{K, V=V_{m-1}}$. По-

сле определения корней для нескольких первых частот последующие V_0 приближаются по трем предыдущим полученным скоростям по параболическому закону и процедура повторяется. По K используется переменный шаг с постоянным контролем точности по принципу предиктор-корректор. Заметим, что в силу порядковой разницы целого ряда параметров расчеты потребовали определенной тщательности.

ЧИСЛЕННЫЕ РЕЗУЛЬТАТЫ И ОСНОВНЫЕ ЭФФЕКТЫ

Продемонстрируем сначала поведение волнового числа $\text{Re } k_1 H$, затухания $a = \hat{k}_S H \text{Im}(\bar{V})/|V|^2$ и фазовой скорости C_p/\hat{c}_S при $h/H \sim 10^{-1}$ ($H = 1$ см), а затем обсудим влияние параметров. Для разных комбинаций материалов можно выделить два качественно различных случая. В первом случае, когда ось анизотропии нематика ориентирована по нормали к границе раздела (помечена как 0°), либо вдоль границы в плоскости поляризации qPSV (помечена как 90°), покрытие оказывается наиболее податливым на сдвиг, и разница импедансов сред может составлять до 3-х порядков. Поэтому квазирезонансы сдвиговой природы для нематического слоя с одной заземленной поверхностью первыми проявляют себя в области низких частот. Это квазирезонансы, близкие к задаче о нематическом слое с одной жестко заземленной поверхностью, т.е. с частотой $\frac{2}{\pi} \text{Re } \Omega_N^R = 2n - 1$ ($n = 1, 2, \dots$), где

$\Omega_N^R = \omega h \sqrt{\rho_N/g_{44}^R}$. Для продольной моды S0 это означает, что дисперсионная кривая фазовой скорости начинается с горизонтального участка, и в окрестности частот квазирезонанса испытывает квазисингулярные возмущения. Но преимущественно сдвиговые процессы в покрытии не приводят к полному захвату энергии и кривая восстанавливается до следующего возмущения, причем с ростом номера квазирезонанса возмущение слабеет. В зоне возмущения резко возрастает затухание волны в продольном направлении $a = \hat{k}_S H \text{Im}(\bar{V})/|V|^2$ (рис. 2). В области высоких частот затухание начинает монотонно расти, а фазовая скорость уменьшается до скорости волны Рэлея в подложке (рис. 3). Ее предельного поведения – до величины скорости квазирэлеевской волны в нематическом материале – можно ожидать лишь на сверхвысоких частотах.

Поведение изгибной моды A0 существенно отличается на низких частотах, где волновое число изменяется не по линейному закону, а как квадратный корень частоты, но характер возмущения на квазирезонансах и восстановление дисперсионной происходят аналогично (рис. 4). Амплиту-

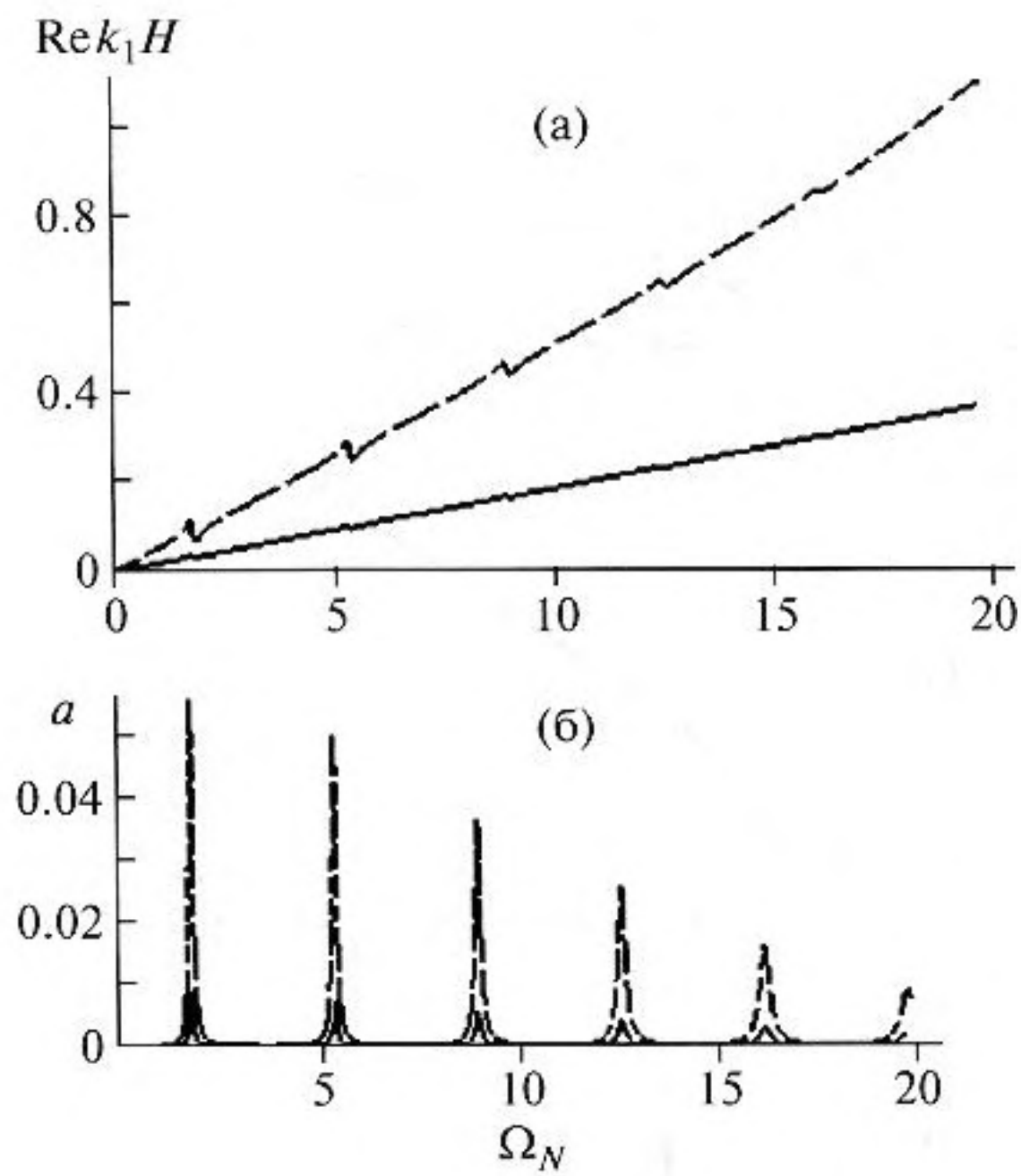


Рис. 2. Вещественная часть волнового числа (а) и затухание (б) моды S0 для пластины Ne0/Al и Ne0/Po (пунктир).

да возмущения волнового числа здесь меньше, чем для продольной моды, что объяснимо большей чувствительностью толщинных мод к сдвиговым процессам. Этим же объясняется и отсутствие больших осцилляций фазовой скорости (рис. 5). Фазовая скорость C_p/\hat{c}_S быстрее убывает с ростом частоты для относительно слабого упругого материала и достижение предельной скорости квазирэлеевской волны в нематическом материале можно, по-видимому, ожидать раньше, чем для моды S0.

Во *втором случае*, когда ось анизотропии нематика ориентирована перпендикулярно к плоскости поляризации, т.е. нематическое покрытие “работает” в своей плоскости изотропии и нанесено на более слабый упругий материал, ситуация меняется. В окрестности первого квазирезонанса покрытия снова обнаруживается переходная зона, где фазовая скорость мод S0 и A0 резко понижается до значения скорости квазирэлеевской волны в нематической среде за счет эффективного перераспределения энергии покрытием. Волновые числа и затухания при этом сильно возрастают, достигая локальных максимумов (рис. 6а–6с). Поведение дисперсионных кривых S0 и A0 при более высоких частотах становится практически идентичным.

Как известно, перераспределение энергии и скоростей имеет место и для традиционных материалов, где переходная зона обычно широкая. Эволюция скоростей поверхностных волн в теле с покрытием для идеально упругих материалов ис-

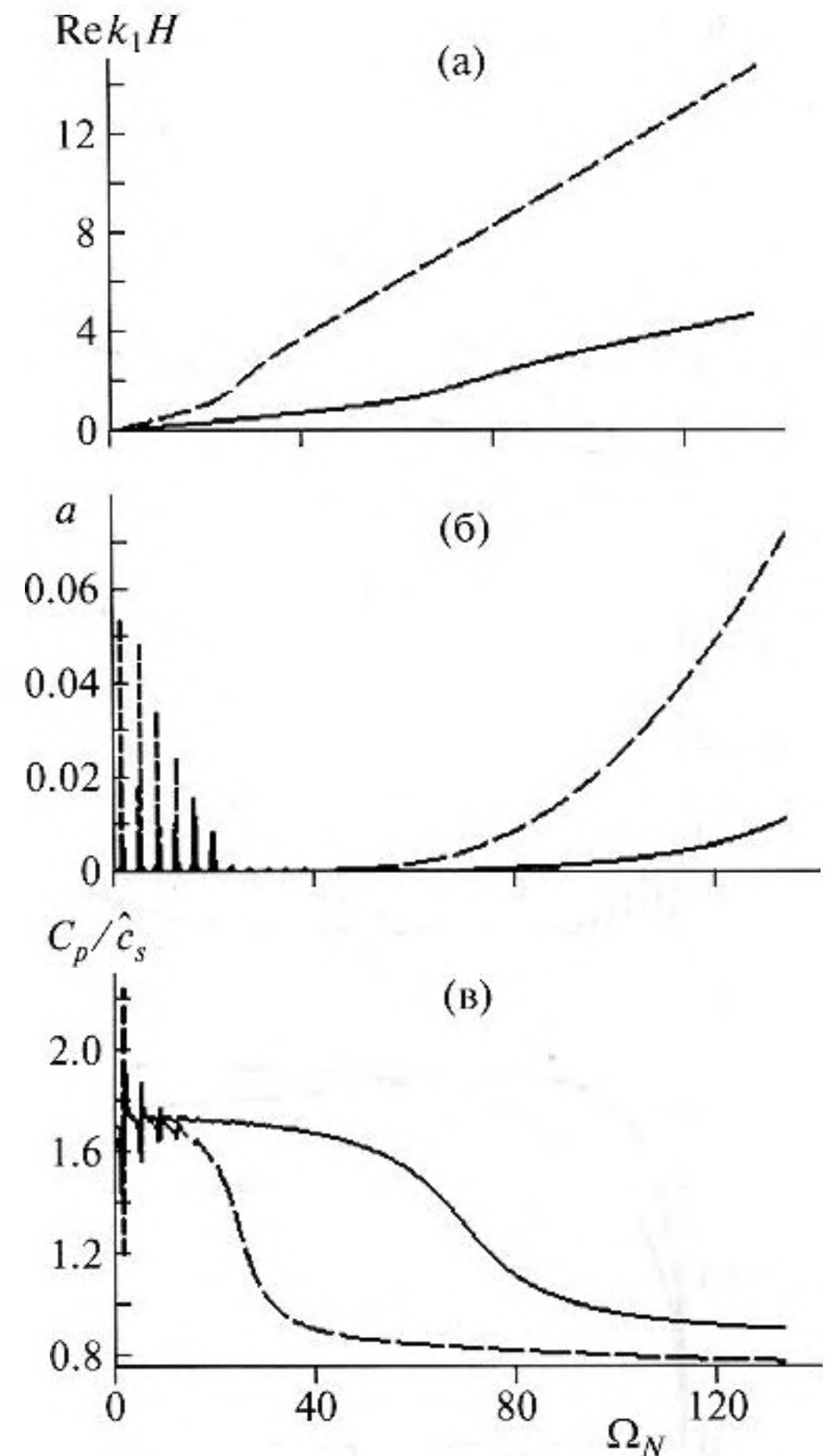


Рис. 3. Вещественная часть волнового числа (а), затухание (б) и фазовая скорость (с) моды S0 для Ne0/Al и Ne0/Po (пунктир) при высоких частотах.

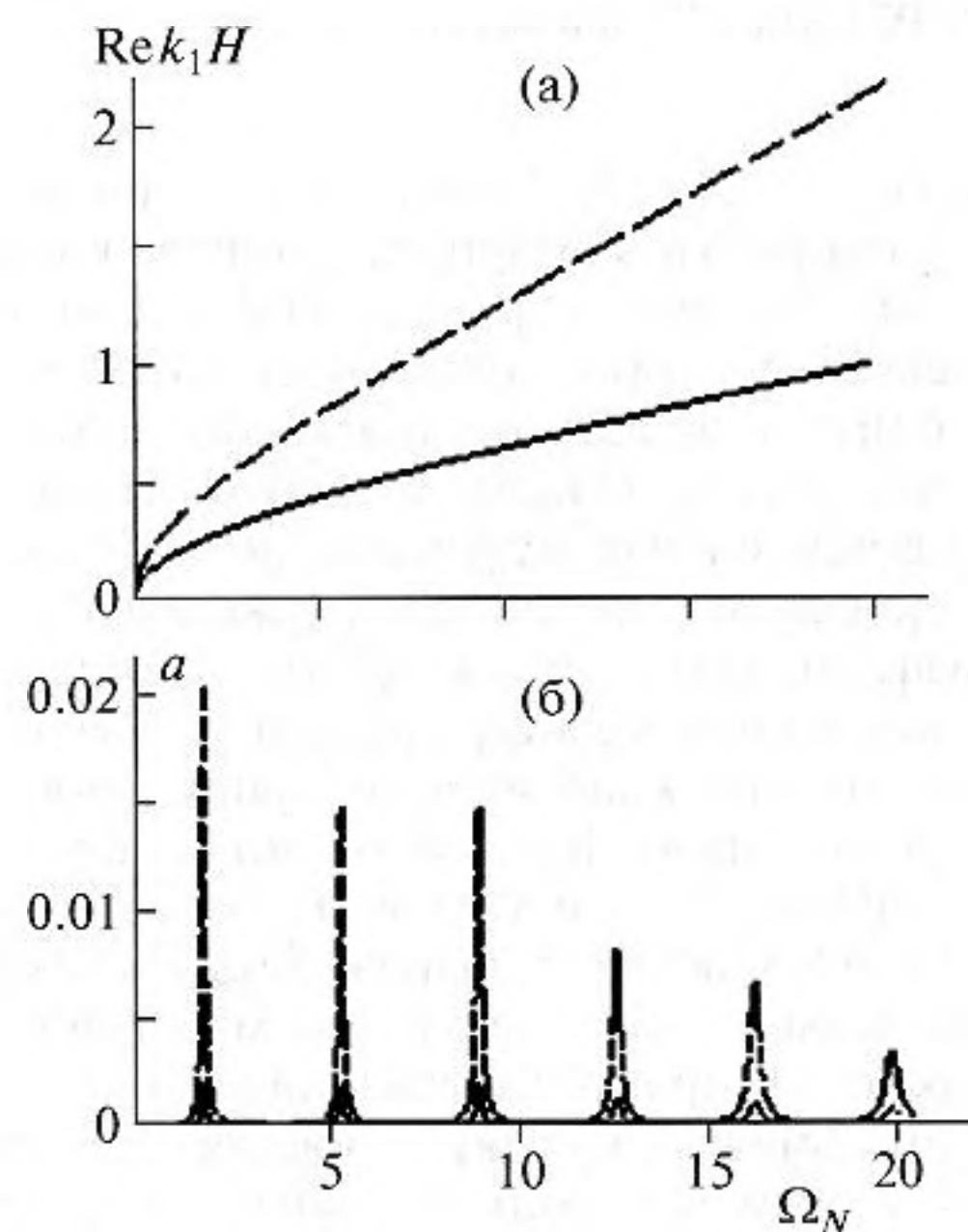


Рис. 4. Вещественная часть волнового числа (а) и затухание (б) моды A0 для пластины Ne0/Al и Ne0/Po (пунктир).

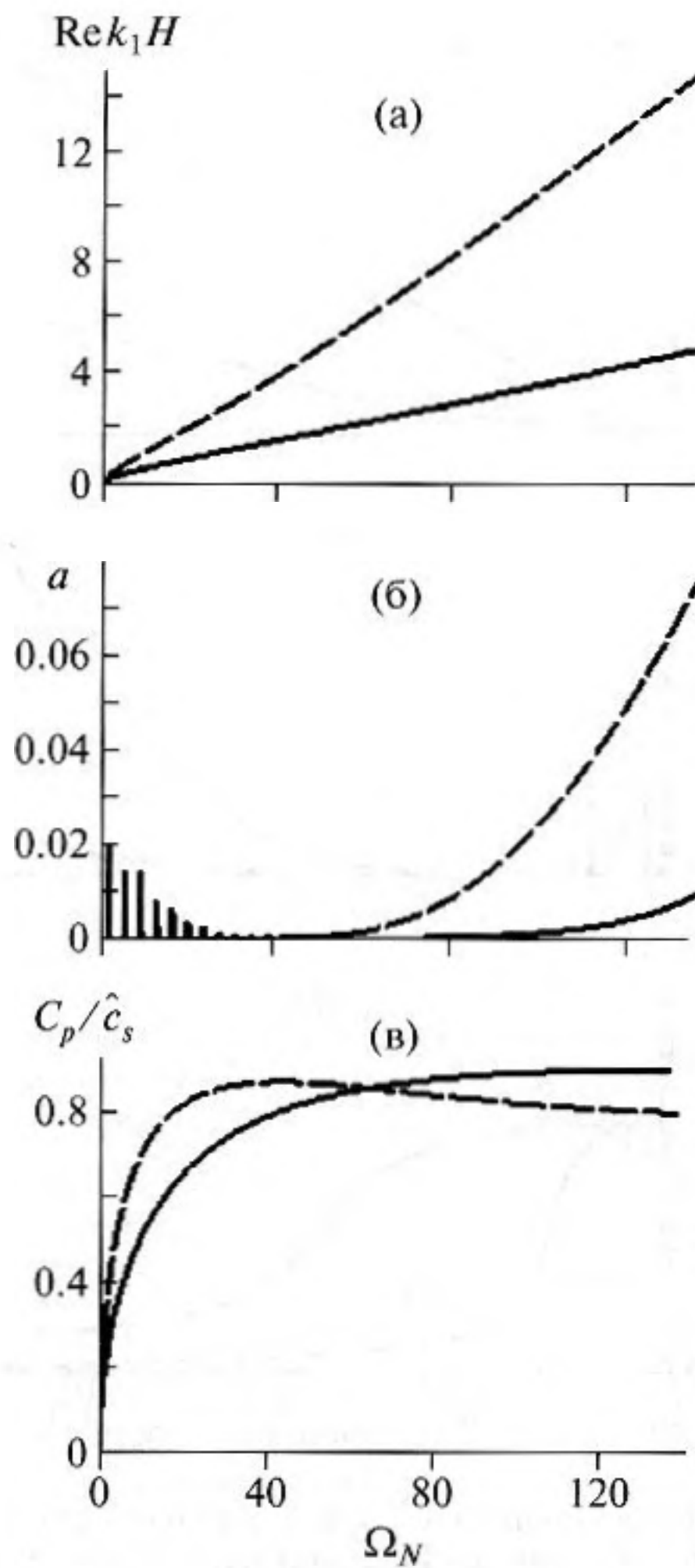


Рис. 5. Вещественная часть волнового числа (а), затухание (б) и фазовая скорость (в) моды А0 для Ne0/Al и Ne0/Po (пунктир) при высоких частотах.

следовалась в [24, 25]. Перераспределение от рэлеевской скорости в полупространстве к высокочастотному пределу — рэлеевской скорости для материала слоя — обосновывалось в [25] для случая относительно легкого и мягкого слоя свойствами собственных значений матрицы импедансов. В нашем случае необходимое соотношение параметров слоя и подложки также имеет место, но доказательство не может быть перенесено без изменений в силу комплексности упругих модулей и не вполне классических зависимостей от времен релаксации. Как видно по графикам, во многих случаях соответствие не очевидно, т.к. имеют место как ярко выраженные квазирезонансные возмущения, так и весьма отличные (в силу вязкости) характеристики на высоких частотах. Специфика нематика проявляется здесь в крайней узости переходной зоны — с шириной менее 1% от значения критической частоты.

Отметим, что квазирезонансные возмущения, создаваемые тонкопленочным покрытием в суб-

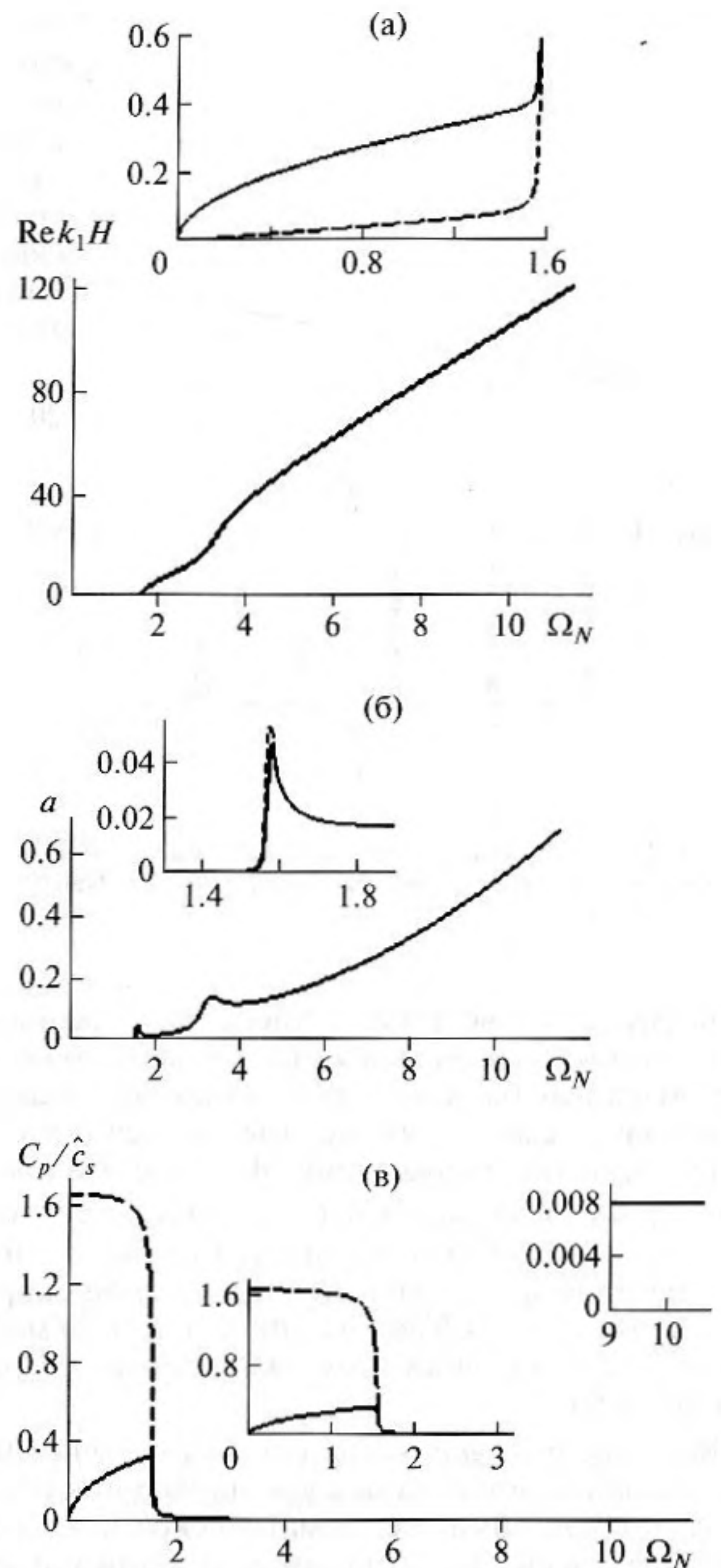


Рис. 6. Вещественная часть волнового числа (а), затухание (б) и фазовая скорость (в) мод А0 и S0 (пунктир) для Ne/Po.

страте, отмечались также и для SH0 волны в пьезоэлектрических пластинах [26]. Однако в [26] изотропное нанокompозитное покрытие являлось, напротив, высокоскоростным по отношению к субстрату и не приводило к понижению фазовой скорости вне зоны квазирезонансов. В аналогичной задаче для поверхностной волны Лява с низкоскоростным покрытием из традиционного пьезоэлектрического вязкоупругого материала ранее, напротив, не отмечались резонансные возмущения, и наблюдался плавный переход к скорости волны сдвига в покрытии [27].

ПАРАМЕТРИЧЕСКИЙ АНАЛИЗ

Заметим теперь, что в отличие от идеально упругих материалов, где вариация толщины приводит только к изменению масштаба, в эффектах *первого типа* могут изменяться добротности квазирезонансов. В выражениях для комплексных модулей содержатся члены $\omega\tau_\alpha = \Omega_N \tau_\alpha \sqrt{\mu_0/\rho_N}/h$, т.е. отношения времен релаксации τ_α к характерному времени пробега по толщине $h/\sqrt{\mu_0/\rho_N}$. Наибольшее время релаксации τ_2 присутствует в выражении для ренормализованного модуля (3), где чувствительность к толщине наибольшая. Изменение толщины сказывается на значениях частоты $\Omega_N^R = \omega h \sqrt{\rho_N/g_{44}^R}$ в масштабе Ω_N следующим образом (рис. 7). Для толщин $h = 1, 2.5, 5 \times 10^{-2}$ м (кривые 7–9 рис. 7а,б) и более (порядка 10^{-1} – кривые 10–13) вещественные значения первых квазирезонансных частот практически неразличимы. Вид мнимых частей показывает, что добротности могут различаться, возрастая с увеличением толщины до 5 см, а затем убывая. Для малых толщин $h = 1, 2.5, 5 \times 10^{-4}$ м (кривые 1–3) и $h = 1, 2.5, 5 \times 10^{-3}$ (кривые 4–6) вещественные значения первых квазирезонансных частот в относительной шкале несколько возрастают, и рост тем выше, чем больше номер резонанса. Для толщин порядка долей мм добротности существенно ниже, чем в диапазоне от 1 мм к 1 см, т.е. основное возмущение приходится на мало смещенный первый квазирезонанс. Эволюция квазирезонансов сводится к небольшому увеличению резонансной частоты в выбранной шкале Ω_N и уменьшению амплитуды и добротности последующего резонанса к первому.

Для эффектов *второго типа* вариация реалистических значений толщины слоя слабо сказывается на изменении качественного поведения гетерогенного композита в рассматриваемом диапазоне безразмерных частот.

Заметим также, что в том же масштабе частот для вязкоупругих модулей нематика качественный эффект от увеличения времени релаксации оказывается аналогичным уменьшению толщины. Подобное увеличение эффективного времени релаксации наблюдается, например, при добавлении нанотрубочек в нематическую среду, если в материале они недостаточно хорошо размешаны и имеет место большая плотность кластеров [14].

ЗАКЛЮЧЕНИЕ

Таким образом, численно-аналитическим методом с использованием матриц импедансов показано, что наличие нематического покрытия приводит к качественно новым эффектам. К

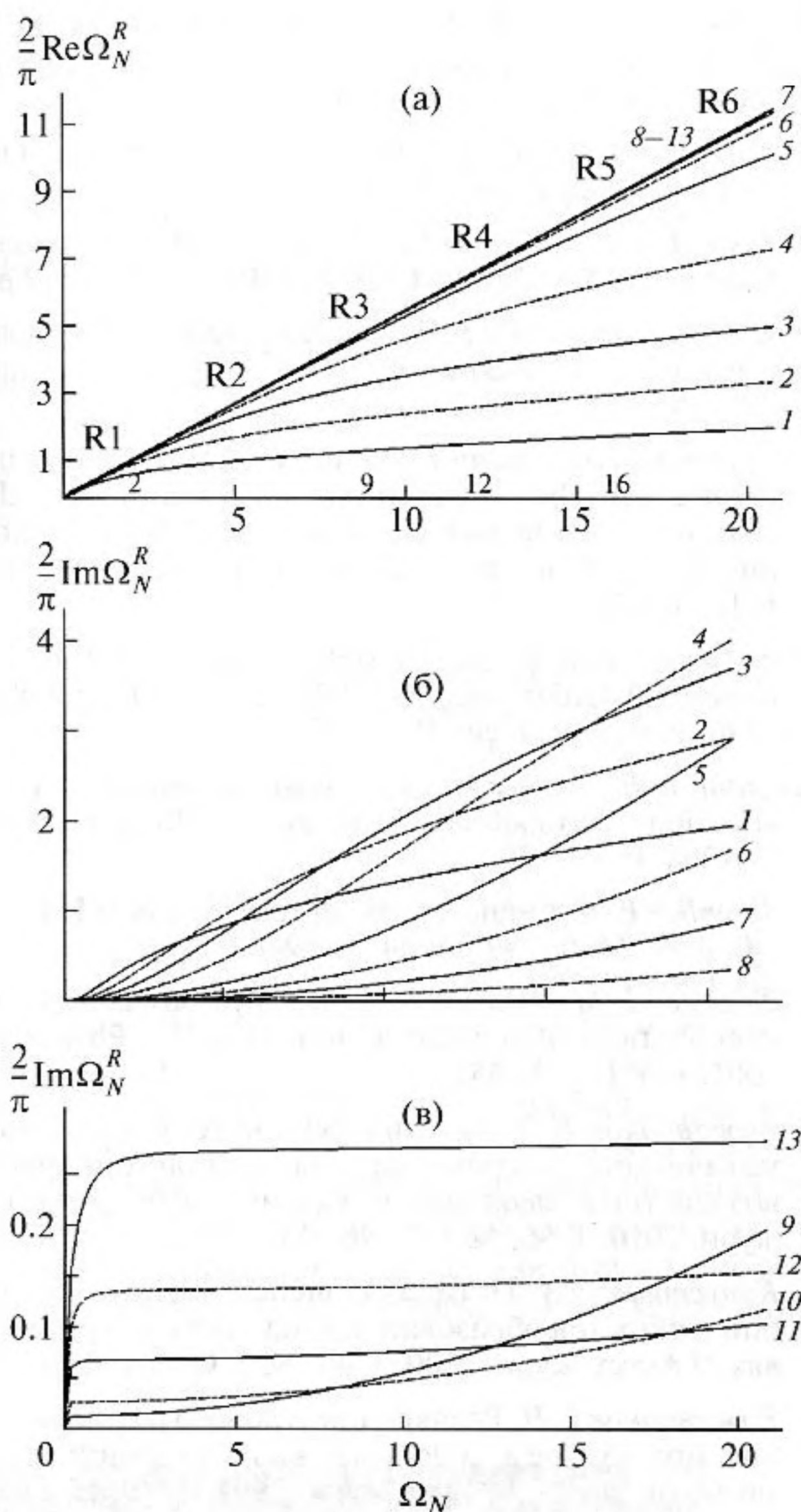


Рис. 7. Частоты первых квазирезонансов в нематическом слое с одной заземленной поверхностью.

ним следует отнести наличие критических частот возмущения и переходных зон. Особенно ярко эти эффекты проявляются для сочетания нематика и близкого по свойствам пластика. Отметим специально, что эти эффекты длинноволновые, т.е. могут реализовываться для весьма тонких покрытий.

Работа выполнена при поддержке Российского фонда фундаментальных исследований (проект 08-08-00855а).

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Finkelmann H., Kock H.J., Rehage H. Liquid crystalline elastomers – a new type of liquid crystalline material // Makromol. Chem. Rapid Commun. 1981. V. 2. P. 317–22.

2. Brand H.R.G., Finkelmann H. Physical properties of liquid crystalline elastomers. *Handbook of liquid crystals* (ed. Demus D. et al.). N.Y.: Wiley, 1998, 302 p.
3. de Gennes P.-G., Prost J. *Physics of liquid crystals*. Oxford: Clarendon, 1993, 315 p.
4. Donald A.M., Windle A.H. *Liquid Crystals Polymers*. Cambridge: Cambridge University Press, 1992, 302 p.
5. Kupfer J., Finkelmann H. Nematic liquid single-crystal elastomers // *Makromol. Chem. Rapid Commun.* 1991. V. 12. P. 717–726.
6. Kupfer J., Finkelmann H. Liquid crystal elastomer: influence of the orientational distribution of the crosslinks on the phase behaviour and reorientation process // *Macromol. Chem. Phys.* 1994. V. 195. P. 1353–1367.
7. de Gennes P.G. *Liquid Crystals of One- and Two-Dimensional Order* (eds. W. Helfrich and G. Heppke) 1980, Berlin: Springer, P. 61–82.
8. Brand H.R., Pleiner H. Electrohydrodynamics of nematic liquid crystalline elastomers // *Physica*. 1994. V. A208, P. 359–372.
9. Terentjev E.M. Liquid-crystalline elastomers // *J. Phys. Condens. Matt.* 1999. V. 11. P. 239–257.
10. Terentjev E.M., Warner M. Linear hydrodynamics and viscoelasticity of nematic elastomers // *Eur. Phys. J. E.* 2001. V. 4. P. 343–353.
11. Кожевников Е.Н. Акустические потоки в слое нематического жидкого кристалла при бинарном воздействии звуковых и вязких волн // *Акуст. журн.* 2010. Т. 56, № 1. С. 26–35.
12. Капустина О.А. Пути совершенствования акустооптических преобразователей на жидких кристаллах // *Акуст. журн.* 2000. Т. 46. № 2. С. 204–210.
13. Кожевников Е.Н. Релаксация углового распределения молекул нематического жидкого кристалла в звуковом поле // *Акуст. журн.* 1994. Т. 40. С. 613–618.
14. Huang Y.Y., Ahir S.V., Terentjev E.M. Dispersion rheology of carbon nanotubes in a polymer matrix // *Phys. Review B.* 2006. V. 73. P. 125422-1-9.
15. Terentjev E.M., Kamotskii I.V., Zakharov D.D., Fradkin L. Propagation of acoustic waves in nematic elastomers // *Phys. Review E.* 2002. V. 66(5). P. 770–773.
16. Fradkin L., Kamotskii I.V., Terentjev E.M., Zakharov D.D. Low frequency acoustic waves in nematic elastomers // *Proceedings of Royal Society London. A.* 2003. V. 459. P. 2627–2642.
17. Singh B. Reflection of homogeneous elastic waves from free surface of nematic elastomer half-space // *J. Phys. D: Appl. Phys.* 2007. V. 40. P. 584–592.
18. Schmidtke J., Stille W., Strobl G. Static and dynamic light scattering of a nematic side-group polysiloxane // *Macromolecules*. 2000. V. 33. P. 2922–2928.
19. Schoonstein M., Stille W., Strobl G. Effect of the network on the director fluctuations in a nematic side-group elastomer analyzed by static and dynamic light scattering // *Eur. Phys. J. E.* 2001. V. 5. P. 511–517.
20. Бобровницкий Ю.И., Генкин М.Д., Маслов В.П., Римский-Корсаков А.В. Распространение волн в конструкциях из тонких стержней и пластин. М.: Наука, 1974. 102 с.
21. Бирюков С.В., Гуляев Ю.В., Крылов В.В., Плесский В.П. Поверхностные акустические волны в неоднородных средах. М.: Наука. 1991. 416 с.
22. Лехницкий С.Г. Анизотропные пластинки. М.: Физматгиз, 1957, 420 с.
23. Korn G.A., Korn T.M. *Mathematical handbook*. N.Y.: McGraw-Hill, 1968, 690 p.
24. Альшиц В.И., Герульский В., Любимов В.Н., Радович А. Резонансное возбуждение квазирэлеевских волн в пластинах на мягких и жестких субстратах // *Известия РАН. Кристаллография.* 1997. Т. 47. С. 20–27.
25. Shuvalov A.L., Every A.G. Some properties of surface acoustic waves in anisotropic-coated solids, studied by the impedance method // *Wave Motion.* 2002. V. 36. P. 257–273.
26. Kuznetsova I.E., Zaitsev B.D., Kuznetsova A.S. Acoustic waves in structure “piezoelectric plate–polymeric nanocomposite film” // *Ultrasonics.* 2008. V. 48. P. 587–590.
27. Du J., Xian K., Yong Y.-K. Love wave propagation in piezoelectric layered structure with dissipation // *Ultrasonics.* 2009. V. 49. P. 281–286.