

УДК 534.21

УГЛОВАЯ ДИАГРАММА РАССЕЙЯНИЯ ВОЛН В ОКЕАНЕ В ПРИСУТСТВИИ СТАТИСТИЧЕСКИ АНИЗОТРОПНЫХ НЕОДНОРОДНОСТЕЙ

© 2011 г. Е. З. Грибова

Нижегородский государственный университет им. Н.И. Лобачевского

603950 Нижний Новгород, просп. Гагарина, 23

E-mail: gribova@rf.unn.ru

Поступила в редакцию 7.07.10 г.

Получены замкнутые интегро-дифференциальные уравнения для функции когерентности и лучевой интенсивности в океане. Случайные неоднородности среды предполагаются крупномасштабными статистически анизотропными. Проанализировано влияние анизотропии на вид угловой диаграммы рассеяния.

Ключевые слова: океанические неоднородности, анизотропия, функция когерентности, угловая диаграмма рассеяния.

Исследование статистической анизотропии океана насчитывает уже несколько десятилетий. Тем не менее, как отмечено в [1], к настоящему времени опубликовано не так много работ, в которых бы обсуждались характеристики анизотропии океана. В результате многие проблемы, связанные с влиянием статистической анизотропии, далеки от разрешения. В частности, результаты экспериментов [2–4] по измерению функции когерентности звуковой волны в океане, проводившиеся в конце 70-х годов XX века, так и не получили должного объяснения. В [5] приведены экспериментальные угловые спектры сигнала в глубоководных районах океана, вид которых объясняется влиянием взволнованной поверхности океана на интерференционную структуру поля. В данной работе для анализа угловой диаграммы рассеяния предлагается учитывать также и конечность продольного масштаба корреляции неоднородностей среды. С этой целью ниже выведено уравнение для функции когерентности в статистически анизотропной среде с блинообразными неоднородностями, лежащими в горизонтальной плоскости. Такая модель продиктована тем, что, как указывалось в [6], вертикальный масштаб внутренних волн в океане не превосходит 1 км, тогда как горизонтальный обычно имеет величину на порядок большую и достигает 20 км.

В малоугловом приближении распространение волны $u(x, \vec{\rho})$ описывается параболическим уравнением

$$\frac{\partial u}{\partial x} - \frac{i}{2k} \Delta_{\perp} u = ik \tilde{n}(x, \vec{\rho}) u, \quad (1)$$

где x — продольная, $\vec{\rho} = \{y, z\}$ — поперечные координаты (считаем ось z направленной вертикально), Δ_{\perp} — лапласиан в поперечной плоскости, $k = 2\pi/\lambda$ — волновое число, λ — длина волны, $\tilde{n}(x, \vec{\rho})$ — флуктуации показателя преломления среды с заданной функцией корреляции

$$\langle \tilde{n}(x, \vec{\rho}) \tilde{n}(x + \tau_{\parallel}, \vec{\rho} + \vec{\tau}_{\perp}) \rangle = B_n(\vec{\tau}).$$

Получим с помощью (1) уравнение для функции когерентности

$$\Gamma(x, \vec{\rho}_1, \vec{\rho}_2) = \langle u(x, \vec{\rho}_1) u^*(x, \vec{\rho}_2) \rangle, \quad (2)$$

где $u^*(x, \vec{\rho}_2)$ — комплексно сопряженное поле в точке с поперечными координатами $\vec{\rho}_2$. Для этого запишем уравнение (1) для поля $u(x, \vec{\rho}_1)$, помножим на $u^*(x, \vec{\rho}_2)$ и сложим полученное уравнение с параболическим уравнением, записанным для $u^*(x, \vec{\rho}_2)$, и помноженным на $u(x, \vec{\rho}_1)$. В результате получим

$$\frac{\partial (u_1 u_2^*)}{\partial x} + \frac{i}{2k} \left[\Delta_{\perp 2} (u_1 u_2^*) - \Delta_{\perp 1} (u_1 u_2^*) \right] = ik (\tilde{n}_1 - \tilde{n}_2) u_1 u_2^*.$$

Здесь и далее индекс 1 соответствует точкам с координатами $\vec{\rho}_1$, а индекс 2 — $\vec{\rho}_2$. Усредним последнее уравнение по ансамблю реализаций \tilde{n} с учетом определения (2):

$$\frac{\partial \Gamma}{\partial x} + \frac{i}{2k} (\Delta_{\perp 2} - \Delta_{\perp 1}) \Gamma = ik \langle (\tilde{n}_1 - \tilde{n}_2) u u^* \rangle. \quad (3)$$

Для вычисления смешанного среднего момента в правой части воспользуемся локальным методом Чернова [7, 8]. Следуя этому методу, полагаем, что в слое $[x-l, x]$, где $l \geq l_{||}$, $l_{||}$ — масштаб корреляции \tilde{n} вдоль оси x , неоднородности среды мало влияют на волну. Поэтому комплексную амплитуду поля в смешанном моменте запишем в борновском приближении

$$u = u_0 + v,$$

где нулевое приближение u_0 соответствует случаю, когда неоднородности в слое $[x-l, x]$ отсутствуют, v — однократному рассеянию волны:

$$v(x, \bar{\rho}) = \frac{k^2}{2\pi} \int_{x-l}^x \frac{dx'}{x-x'} \times \int_{-\infty}^{\infty} d\bar{\rho}' \tilde{n}(x', \bar{\rho}') u_0(x', \bar{\rho}') \exp\left[\frac{ik(\bar{\rho} - \bar{\rho}')^2}{2(x-x')}\right]. \quad (4)$$

В этом приближении, пренебрегая слагаемым $v_1 v_2^*$ как имеющим второй порядок малости, имеем

$$u(x, \bar{\rho}_1) u^*(x, \bar{\rho}_2) = u_{01} u_{02}^* + u_{01} v_2^* + u_{02}^* v_1,$$

откуда видно, что правая часть (3) будет выражаться через средние $\langle u_{02}^* \tilde{n}_1 v_1 \rangle$, $\langle u_{02}^* \tilde{n}_2 v_1 \rangle$, $\langle u_{01} \tilde{n}_1 v_2^* \rangle$, $\langle u_{01} \tilde{n}_2 v_2^* \rangle$. Получим каждое из них отдельно. С этой целью представим $u_0(x, \bar{\rho})$ в виде разложения по плоским волнам

$$u_0(x, \bar{\rho}) = \int_{-\infty}^{\infty} d\bar{\vartheta} \psi_0(x, \bar{\vartheta}) \exp(ik\bar{\vartheta}\bar{\rho}), \quad \bar{\vartheta} = (\alpha, \beta),$$

где угол α отсчитывается в горизонтальной плоскости, β — в вертикальной плоскости. Из (1) видно, что в однородной среде, т.е. при $\tilde{n}(x, \bar{\rho}) = 0$, комплексные амплитуды плоских волн удовлетворяют уравнению

$$\frac{\partial \psi_0}{\partial x} + \frac{ik}{2} \vartheta^2 \psi_0 = 0.$$

Поскольку отсюда следует, что они меняются по закону

$$\psi_0(x, \bar{\vartheta}) = \psi_0(x', \bar{\vartheta}) \exp\left[-\left(ik\vartheta^2/2\right)(x-x')\right],$$

то, выразив в (4) u_0 через ψ_0 и учтя последнее равенство, получим

$$v(x, \bar{\rho}) = ik \int_{-\infty}^{\infty} d\bar{\vartheta} \psi_0(x, \bar{\vartheta}) \exp(ik\bar{\vartheta}\bar{\rho}) \times \int_0^l d\tau_{||} \int_{-\infty}^{\infty} d\bar{\tau}_{\perp} \tilde{n}(x - \tau_{||}, \bar{\rho} - \bar{\tau}_{\perp} - \bar{\vartheta}\tau_{||}) \frac{k}{2\pi i \tau_{||}} \exp\left(\frac{ik\tau_{\perp}^2}{2\tau_{||}}\right). \quad (5)$$

Пусть l_{\perp} — характерный масштаб неоднородностей \tilde{n} в вертикальной плоскости. Тогда неравенство

$$\sqrt{l_{||}\lambda}/l_{\perp} \ll 1 \quad (6)$$

соответствует геометроакустическому приближению: характерный размер апертуры l_{\perp} много больше радиуса первой зоны Френеля $\sqrt{l_{||}\lambda}$. В этом случае

$$v(x, \bar{\rho}) = ik \int_{-\infty}^{\infty} d\bar{\vartheta} \psi_0(x, \bar{\vartheta}) \exp(ik\bar{\vartheta}\bar{\rho}) \times \int_0^l d\tau_{||} \tilde{n}(x - \tau_{||}, \bar{\rho} - \bar{\vartheta}\tau_{||}). \quad (7)$$

Заметим, что условие (6) можно переписать в виде

$$kl_{\perp}^2/l_{||} \gg 1 \quad \text{или} \quad \vartheta_a \gg \vartheta_p, \quad (8)$$

где величину $\vartheta_a = l_{\perp}/l_{||}$ будем называть углом анизотропии, а $\vartheta_p = 1/kl_{\perp}$ — углом рассеяния. Введем параметр анизотропии $m = \vartheta_p/\vartheta_a = l_{||}/kl_{\perp}^2$. Будем говорить о слабой анизотропии, если выполняется условие $m \ll 1$. Таким образом, представление поля в виде (7) возможно как раз в случае слабой анизотропии. Например, если $l_{\perp} = l_{||}$, то условие (8) переходит в $kl_0 \gg 1$ или $\vartheta_p \ll 1$ — условие крупномасштабности неоднородности среды. Выполнение этого условия необходимо и для справедливости параболического уравнения (1). Поэтому в случае изотропных крупномасштабных неоднородностей, когда справедливо (1), справедливо и приближение (7). Очевидно, что условие (8) и приближение (7) тем более выполнено для “сплюснутых” ($l_{||} < l_{\perp}$) вдоль оси x неоднородностей. Заметим, что если ϑ^* — наибольший угол распространения волны, отсчитанный от оси x , удовлетворяет неравенству

$$\vartheta^* > \vartheta_a, \quad (9)$$

что эквивалентно условию $\vartheta\tau_{||} \sim \vartheta^* l_{||} \ll l_{\perp}$, то приближение (7) перейдет в более простое:

$$v(x, \bar{\rho}) = iku_0(x, \bar{\rho}) \int_{x-l}^x dx' \tilde{n}(x', \bar{\rho}).$$

Ситуация принципиально иная, если случайные неоднородности вытянуты вдоль направления распространения волны, т.е. если $l_{\parallel} > l_{\perp}$ и, следовательно, угол анизотропии $\vartheta_a \ll 1$. При этом условия (8), (9) могут быть нарушены, даже если применимо параболическое уравнение (1). Поэтому при выводе уравнения для функции когерентности в случае вытянутых случайных неоднородностей следует пользоваться не приближением (7), а полным выражением (5), учитывающим дифракцию на неоднородностях и изменение силы рассеяния при малых изменениях углов распространения волны.

С учетом сказанного запишем среднее $\langle u_{02}^* \tilde{n}_1 v_1 \rangle$:

$$\langle u_{02}^* \tilde{n}_1 v_1 \rangle = \frac{ik}{8} \int_{-\infty}^{\infty} d\bar{\rho} \langle u_0^*(x, \bar{\rho}_2) u_0(x, \bar{\rho}_1 - \bar{\rho}) \rangle a(\bar{\rho}; A).$$

Здесь интегральный оператор $a(\bar{\rho}, F)$ определяет преобразование Фурье от функции $F(\bar{\vartheta})$:

$$a(\bar{\rho}; F) = \left(\frac{k}{2\pi}\right)^2 \int_{-\infty}^{\infty} d\bar{\vartheta} F(\bar{\vartheta}) \exp(ik\bar{\vartheta}\bar{\rho}),$$

$$A(\bar{\vartheta}) = 8 \int_0^{\infty} d\tau_{\parallel} \int_{-\infty}^{\infty} d\tau_{\perp} B_n(\tau_{\parallel}, \bar{\tau}_{\perp} + \bar{\vartheta}\tau_{\parallel}) \frac{k}{2\pi i \tau_{\parallel}} \exp\left(\frac{ik\tau_{\perp}^2}{2\tau_{\parallel}}\right).$$

Для вычисления среднего $\langle u_{01} \tilde{n}_2 v_2^* \rangle$ выразим v_2^* согласно формуле (8) из [7] через амплитуду плоских волн $\psi_0^*(x, \bar{\vartheta})$:

$$v_2^*(x, \bar{\rho}_2) = \int_{-\infty}^{\infty} d\bar{\vartheta} \psi_0^*(x, \bar{\vartheta}) \exp(-ik\bar{\vartheta}\bar{\rho}_2) \times \\ \times \int_0^l d\tau_{\parallel} \int_{-\infty}^{\infty} d\bar{\tau}_{\perp} \tilde{n}_2(x - \tau_{\parallel}, \bar{\rho}_2 - \bar{\tau}_{\perp} - \bar{\vartheta}\tau_{\parallel}) \frac{k^2}{2\pi\tau_{\parallel}} \times \\ \times \exp\left(-\frac{ik\tau_{\perp}^2}{2\tau_{\parallel}}\right).$$

Тогда искомое среднее

$$\langle u_{01} \tilde{n}_2 v_2^* \rangle = \int_{-\infty}^{\infty} d\bar{\vartheta} \langle u_{01} \psi_0^*(x, \bar{\vartheta}) \rangle \exp(-ik\bar{\vartheta}\bar{\rho}_2) \times \\ \times \int_0^l d\tau_{\parallel} \int_{-\infty}^{\infty} d\bar{\tau}_{\perp} B_n(\tau_{\parallel}, \bar{\tau}_{\perp} + \bar{\vartheta}\tau_{\parallel}) \frac{k^2}{2\pi\tau_{\parallel}} \exp\left(-\frac{ik\tau_{\perp}^2}{2\tau_{\parallel}}\right).$$

Устремляя верхний предел в интеграле по τ_{\parallel} к бесконечности, получим

$$\langle u_{01} \tilde{n}_2 v_2^* \rangle = \frac{ik}{8} \int_{-\infty}^{\infty} d\bar{\vartheta} \langle u_{01} \psi_0^*(x, \bar{\vartheta}) \rangle \exp(-ik\bar{\vartheta}\bar{\rho}_2) A^*(\bar{\vartheta}),$$

где использовано обозначение

$$A^*(\bar{\vartheta}) = -8 \int_0^{\infty} d\tau_{\parallel} \int_{-\infty}^{\infty} d\tau_{\perp} B_n(\tau_{\parallel}, \bar{\tau}_{\perp} + \bar{\vartheta}\tau_{\parallel}) \frac{k}{2\pi i \tau_{\parallel}} \times \\ \times \exp\left(-\frac{ik\tau_{\perp}^2}{2\tau_{\parallel}}\right).$$

От амплитуд плоских волн снова вернемся к полю u_0 :

$$\psi_0^*(x, \bar{\vartheta}) = \left(\frac{k}{2\pi}\right)^2 \int_{-\infty}^{\infty} d\bar{\rho} u_0^*(x, \bar{\rho}) \exp(ik\bar{\vartheta}\bar{\rho}).$$

В результате

$$\langle u_{01} \tilde{n}_2 v_2^* \rangle = \frac{ik}{8} \int_{-\infty}^{\infty} d\bar{\rho} \langle u_0(x, \bar{\rho}_1) u_0^*(x, \bar{\rho}_2 + \bar{\rho}) \rangle a(\bar{\rho}; -A^*).$$

Действуя аналогично, найдем, что средние $\langle u_{01} \tilde{n}_1 v_2^* \rangle \equiv \langle u_0(x, \bar{\rho}_1) \tilde{n}(x, \bar{\rho}_1) v_2^*(x, \bar{\rho}_2) \rangle$ и $\langle u_{02}^* \tilde{n}_2 v_1 \rangle \equiv \langle u_0^*(x, \bar{\rho}_2) \tilde{n}(x, \bar{\rho}_2) v(x, \bar{\rho}_1) \rangle$ выражаются соответственно через функции

$$G_{12}^*(\bar{\vartheta}, \bar{\rho}_1 - \bar{\rho}_2) =$$

$$= -8 \int_0^{\infty} d\tau_{\parallel} \int_{-\infty}^{\infty} d\tau_{\perp} B_n(\tau_{\parallel}, \bar{\rho}_1 - \bar{\rho}_2 + \bar{\tau}_{\perp} + \bar{\vartheta}\tau_{\parallel}) \times \\ \times \frac{k}{2\pi i \tau_{\parallel}} \exp\left(-\frac{ik\tau_{\perp}^2}{2\tau_{\parallel}}\right), \quad (10)$$

$$G_{21}(\bar{\vartheta}, \bar{\rho}_2 - \bar{\rho}_1) =$$

$$= 8 \int_0^{\infty} d\tau_{\parallel} \int_{-\infty}^{\infty} d\tau_{\perp} B_n(\tau_{\parallel}, \bar{\rho}_2 - \bar{\rho}_1 + \bar{\tau}_{\perp} + \bar{\vartheta}\tau_{\parallel}) \times \\ \times \frac{k}{2\pi i \tau_{\parallel}} \exp\left(\frac{ik\tau_{\perp}^2}{2\tau_{\parallel}}\right)$$

в виде

$$\langle u_{01} \tilde{n}_1 v_2^* \rangle = \frac{ik}{8} \int_{-\infty}^{\infty} d\bar{\rho} \langle u_0(x, \bar{\rho}_1) u_0^*(x, \bar{\rho}_2 + \bar{\rho}) \rangle a(\bar{\rho}; -G_{12}^*),$$

$$\langle u_{02}^* \tilde{n}_2 v_1 \rangle = \frac{ik}{8} \int_{-\infty}^{\infty} d\bar{\rho} \langle u_0^*(x, \bar{\rho}_2) u_0(x, \bar{\rho}_1 - \bar{\rho}) \rangle a(\bar{\rho}; G_{21}).$$

Подставим найденные средние в правую часть (3):

$$\frac{\partial \Gamma}{\partial x} + \frac{i}{2k} (\Delta_{12} - \Delta_{11}) \Gamma =$$

$$= \frac{k^2}{8} \left[\int_{-\infty}^{\infty} d\bar{\rho} \langle u_0(x, \bar{\rho}_1) u_0^*(x, \bar{\rho}_2 + \bar{\rho}) \rangle \times \right.$$

$$\times [a(\bar{\rho}; -A^*) - a(\bar{\rho}; -G_{12}^*)] +$$

$$\left. + \int_{-\infty}^{\infty} d\bar{\rho} \langle u_0^*(x, \bar{\rho}_2) u_0(x, \bar{\rho}_1 - \bar{\rho}) \rangle [a(\bar{\rho}; G_{21}) - a(\bar{\rho}; A)] \right].$$

Если в слое толщиной $l \sim l_{\parallel}$ ослабление функции когерентности за счет рассеяния мало, можно переписать правую часть с учетом определения функции Γ и интегрального оператора $a(\bar{\rho}, F)$, при этом получаем замкнутое интегро-дифференциальное уравнение:

$$\frac{\partial \Gamma}{\partial x} + \frac{i}{2k} (\Delta_{12} - \Delta_{11}) \Gamma =$$

$$= \frac{k^2}{8} \left(\frac{k}{2\pi} \right)^2 \left[\int_{-\infty}^{\infty} \Gamma(x, \bar{\rho}_1 + \bar{\rho}, \bar{\rho}_2) \int_{-\infty}^{\infty} D_{21}(\bar{\vartheta}, \bar{s}) \times \right.$$

$$\times \exp(-ik\bar{\vartheta}\bar{\rho}) d\bar{\vartheta} d\bar{\rho} +$$

$$\left. + \int_{-\infty}^{\infty} \Gamma(x, \bar{\rho}_1, \bar{\rho}_2 + \bar{\rho}) \int_{-\infty}^{\infty} D_{12}^*(-\bar{\vartheta}, -\bar{s}) \exp(-ik\bar{\vartheta}\bar{\rho}) d\bar{\vartheta} d\bar{\rho} \right],$$

где

$$\bar{s} = \bar{\rho}_2 - \bar{\rho}_1,$$

$$D_{21}(\bar{\vartheta}, \bar{s}) = G_{21}(\bar{\vartheta}, \bar{s}) - A(\bar{\vartheta}),$$

$$D_{12}^*(\bar{\vartheta}, \bar{s}) = G_{12}^*(\bar{\vartheta}, \bar{s}) - A^*(\bar{\vartheta}).$$

Введем лучевую интенсивность по определению

$$f(x, \bar{\vartheta}_1, \bar{\vartheta}_2) = \left(\frac{k}{2\pi} \right)^4 \int_{-\infty}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} \Gamma(x, \bar{\rho}_1, \bar{\rho}_2) \times$$

$$\times \exp[-ik(\bar{\vartheta}_1 \bar{\rho}_1) - ik(\bar{\vartheta}_2 \bar{\rho}_2)] d\bar{\rho}_1 d\bar{\rho}_2.$$

Выражая отсюда функцию когерентности $\Gamma(x, \bar{\rho}_1, \bar{\rho}_2)$ и подставляя в (11), от уравнения (11) перейдем к уравнению для функции $f(x, \bar{\vartheta}_1, \bar{\vartheta}_2)$:

$$\frac{\partial f}{\partial x} + \frac{ik}{2} (\bar{\vartheta}_1^2 - \bar{\vartheta}_2^2) =$$

$$= \frac{k^2}{8} \int_{-\infty}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} f(x, \bar{\vartheta}_1, \bar{\vartheta}_2) \exp[ik(\bar{\vartheta}_1 \bar{\rho}_1) + ik(\bar{\vartheta}_2 \bar{\rho}_2)] \times$$

$$\times [D_{21}(\bar{\vartheta}_1, \bar{s}) + D_{12}^*(-\bar{\vartheta}_2, -\bar{s})] d\bar{\vartheta}_1 d\bar{\vartheta}_2.$$

Заметим, что при этом коэффициент $D_{21}(\bar{\vartheta}, \bar{s})$ приобретает ясный физический смысл — это угловая диаграмма рассеяния поля на неоднородностях среды. Поэтому обсудим подробно свойства этого коэффициента. Для этого пренебрежем обычно несущественной в подводных звуковых каналах зависимостью функции корреляции неоднородностей от горизонтальной поперечной координаты [9] и примем гауссову функцию корреляции

$$B_n(\tau_{\parallel}, \tau_{\perp}) = \sigma_n^2 \exp(-\tau_{\parallel}^2/2l_{\parallel}^2 - \tau_{\perp}^2/2l_{\perp}^2), \quad (12)$$

при этом функции $A(\bar{\vartheta}), A^*(\bar{\vartheta})$ имеют вид

$$A(\bar{\vartheta}) = 8\sigma_n^2 l_{\parallel} \int_0^{\infty} \frac{d\tau}{1 + im\tau} \exp\left[-\frac{\tau^2}{2} \left(1 + \frac{\vartheta^2}{\vartheta_a^2 (1 + im\tau)}\right)\right],$$

$$A^*(\bar{\vartheta}) = -8\sigma_n^2 l_{\parallel} \int_0^{\infty} \frac{d\tau}{1 - im\tau} \times$$

$$\times \exp\left[-\frac{\tau^2}{2} \left(1 + \frac{\vartheta^2}{\vartheta_a^2 (1 - im\tau)}\right)\right]. \quad (13)$$

Свойства этих функций анализировались ранее в [10]. Здесь исследуем поведение функций $G_{21}(\bar{\vartheta}, \bar{s}), G_{12}^*(\bar{\vartheta}, \bar{s})$. Прежде всего рассмотрим геометроаку-

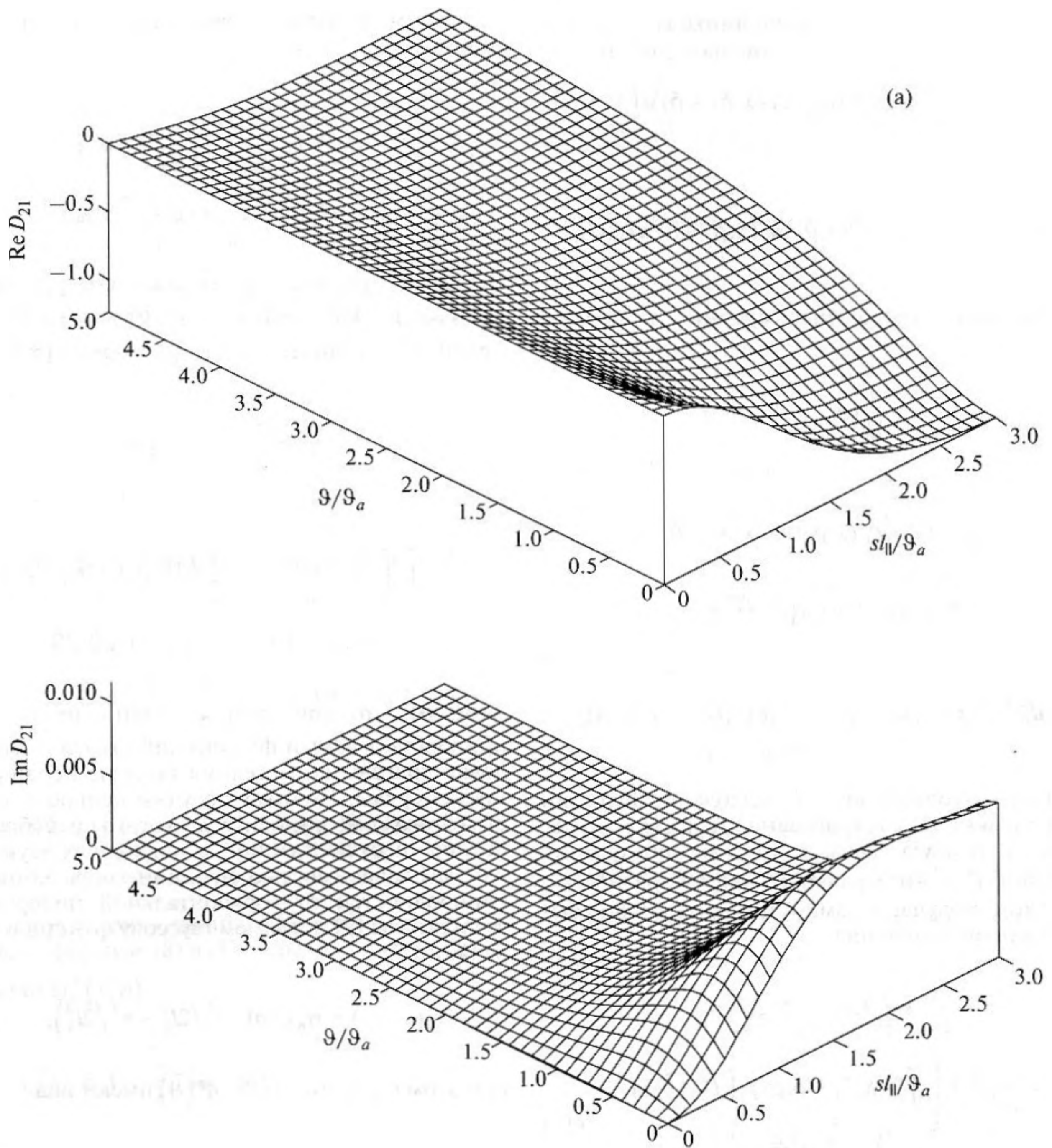


Рис. 1. Действительная и мнимая части коэффициента D_{21} при различных значениях параметра анизотропии m . (а) $m = 0.01$; (б) $m = 1$; (в) $m = 100$.

стическое приближение, при котором выполнено неравенство (6). В этом случае (10) переходит в более простое выражение

$$G_{21}(\bar{\vartheta}, \bar{s}) = 8 \int_0^{\infty} d\tau_{\parallel} B_n(\tau_{\parallel}, \bar{s} + \bar{\vartheta}\tau_{\parallel}),$$

что с учетом (12) дает

$$G_{21}(\bar{\vartheta}, \bar{s}) = \frac{4\sqrt{2}\pi\sigma_n^2 l_{\parallel}}{\sqrt{1 + \vartheta^2/\vartheta_a^2}} \exp\left(-\frac{s^2}{2l_{\parallel}^2\vartheta_a^2(1 + \vartheta^2/\vartheta_a^2)}\right) \times \left[1 - \Phi\left(\frac{\bar{\vartheta}\bar{s}}{\sqrt{2}l_{\parallel}\vartheta_a^2\sqrt{1 + \vartheta^2/\vartheta_a^2}}\right)\right], \quad (14)$$

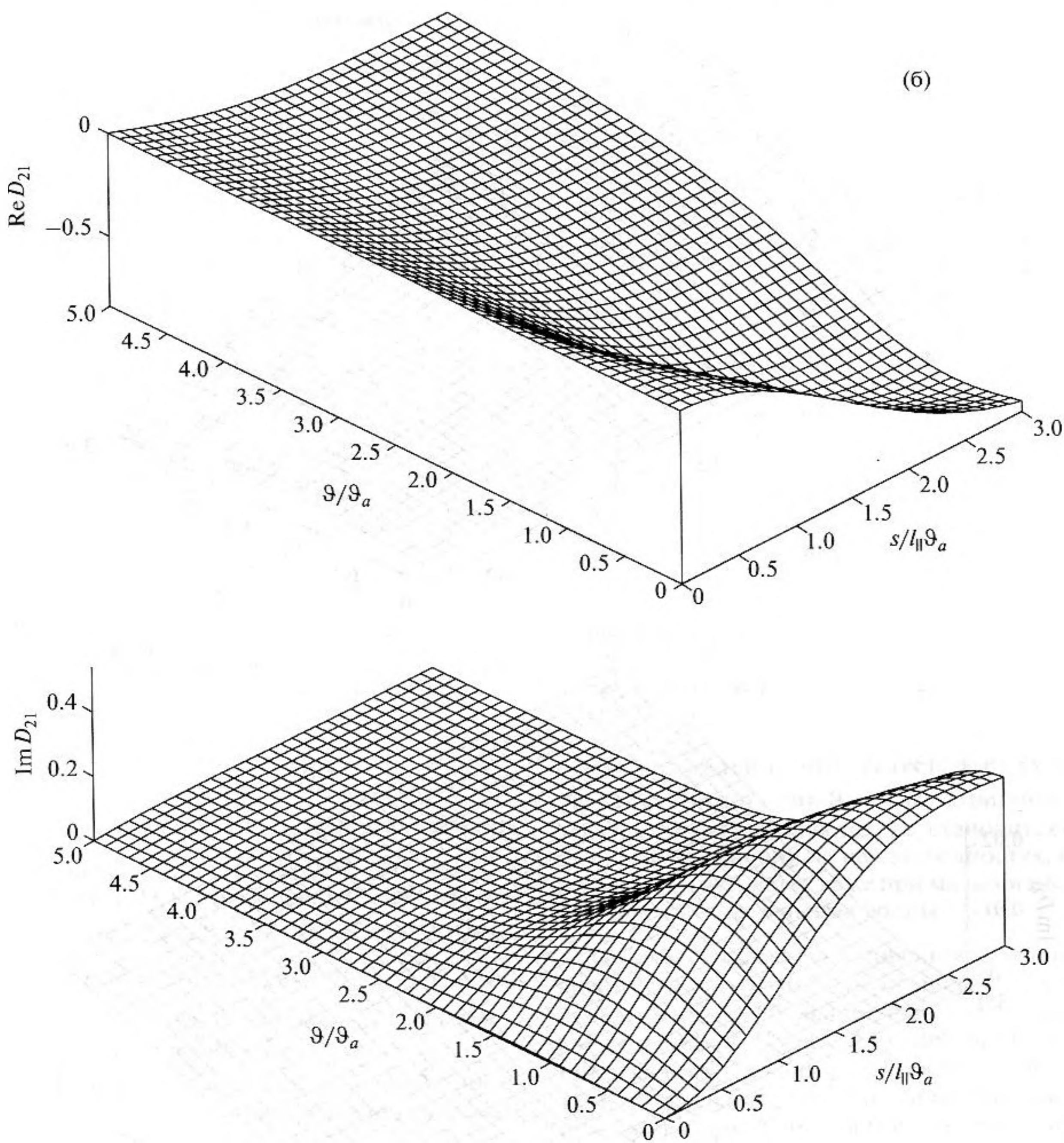


Рис. 1. (Продолжение).

где

$$\Phi(z) = \frac{2}{\sqrt{\pi}} \int_0^z \exp(-t^2) dt.$$

Если распространение происходит под малыми углами к оси x , т.е. выполнено условие $\vartheta/\vartheta_a \ll 1$, то из (14) видно, что коэффициент G_{21} перестает

зависеть от угла:

$$G_{21}(\bar{\vartheta}, \bar{s}) = G_0 = 4\sqrt{2}\pi\sigma_n^2 l_{\parallel} \exp\left(-\frac{s^2}{2l_{\parallel}\vartheta_a^2}\right).$$

Заметим, что в этом случае коэффициент A также оказывается постоянным: $A(\bar{\vartheta}) = A_0 \approx 4\sqrt{2}\pi\sigma_n^2 l_{\parallel}$. Подстановка A_0 и G_0 в коэффициенты $D_{12}^*(\bar{\vartheta}, \bar{s})$ и

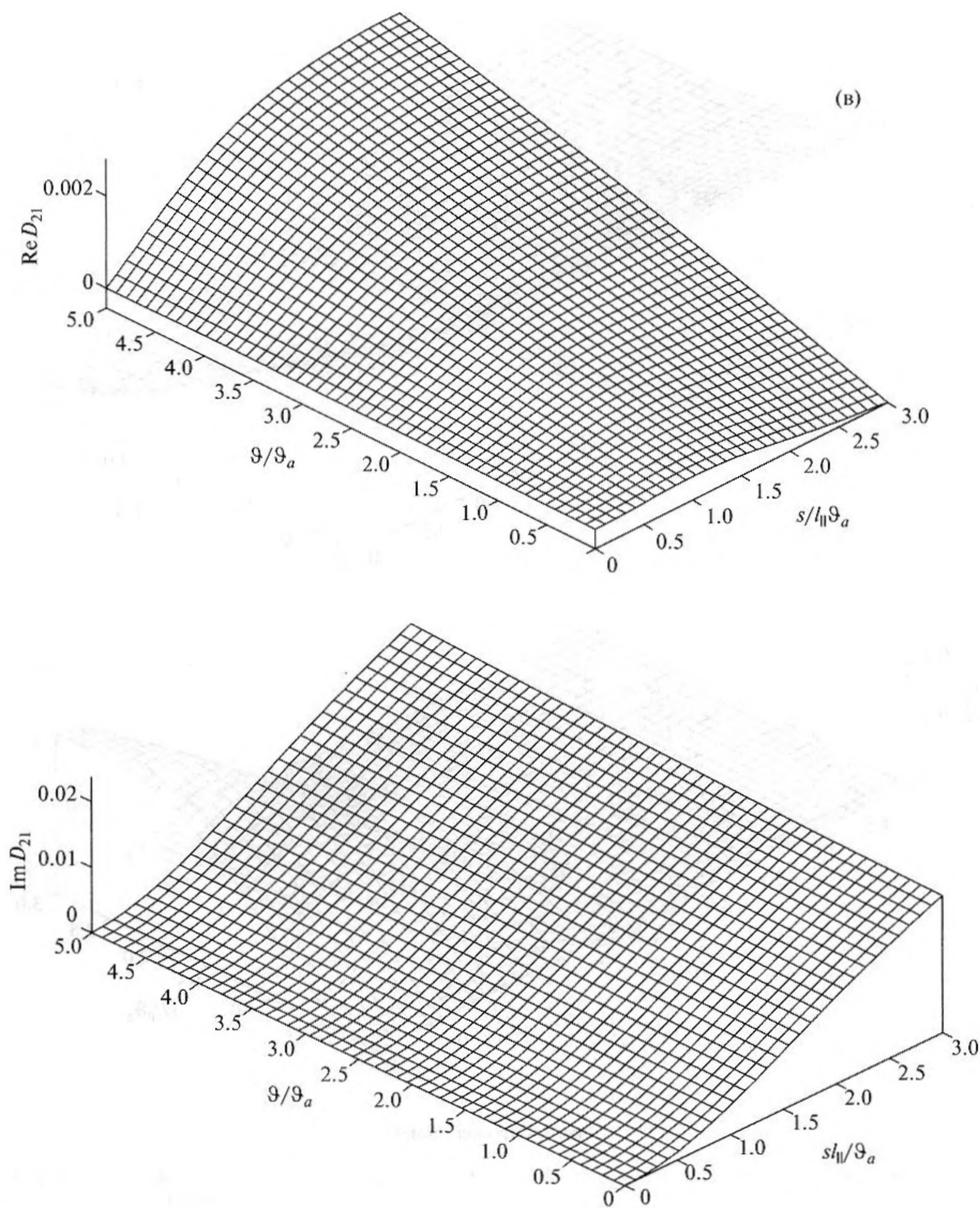


Рис. 1. (Окончание).

$D_{21}(\bar{\vartheta}, \bar{s})$ правой части уравнения (11) приводит его к виду

$$\frac{\partial \Gamma}{\partial x} + \frac{i}{2k}(\Delta_{12} - \Delta_{11})\Gamma = \frac{k^2}{4}(G_0 - A_0)\Gamma,$$

совпадающему с видом уравнения для функции когерентности в марковском приближении [11].

Однако более интересен случай, когда неравенство (6) не выполнено, и надо учитывать дифракцию на случайных неоднородностях среды.

При этом из (10) с учетом (12) получим:

$$G_{21}(\bar{\vartheta}, \bar{s}) = 8\sigma_n^2 l_{\parallel} \int_0^{\infty} \frac{d\tau}{1 + im\tau} \exp\left[-\frac{\tau^2}{2} - \frac{(\bar{s}/l_{\parallel} + \tau\bar{\vartheta})^2}{2\vartheta_a^2(1 + im\tau)}\right],$$

$$G_{12}^*(\bar{\vartheta}, \bar{s}) = -8\sigma_n^2 l_{\parallel} \int_0^{\infty} \frac{d\tau}{1 - im\tau} \times \exp\left[-\frac{\tau^2}{2} - \frac{(\bar{s}/l_{\parallel} - \tau\bar{\vartheta})^2}{2\vartheta_a^2(1 - im\tau)}\right], \quad (15)$$

В случае слабой анизотропии ($m \ll 1$) отсюда следует

$$D_{21}(\bar{\vartheta}, \bar{s}) = \frac{4\sqrt{2}\pi\sigma_n^2 l_{\parallel}}{\sqrt{1 + \vartheta^2/\vartheta_a^2}} \left\{ \exp\left(-\frac{s^2}{2l_{\parallel}^2\vartheta_a^2(1 + \vartheta^2/\vartheta_a^2)}\right) \times \left[1 - \Phi\left(\frac{\bar{s}\bar{\vartheta}}{\sqrt{2}l_{\parallel}\vartheta_a\sqrt{1 + \vartheta^2/\vartheta_a^2}}\right) \right] - 1 \right\},$$

$$D_{12}^*(\bar{\vartheta}, \bar{s}) = \frac{4\sqrt{2}\pi\sigma_n^2 l_{\parallel}}{\sqrt{1 + \vartheta^2/\vartheta_a^2}} \left\{ \exp\left(-\frac{s^2}{2l_{\parallel}^2\vartheta_a^2(1 + \vartheta^2/\vartheta_a^2)}\right) \times \left[1 + \Phi\left(\frac{\bar{s}\bar{\vartheta}}{\sqrt{2}l_{\parallel}\vartheta_a\sqrt{1 + \vartheta^2/\vartheta_a^2}}\right) \right] - 1 \right\}.$$

Последние выражения показывают, что характерный масштаб спадающих коэффициентов D_{21} , D_{12}^* в правой части (11) в случае слабой анизотропии имеет порядок $s_m = \sqrt{2}l_{\parallel}\vartheta_a$. Если расстояние между точками $|\bar{\rho}_2 - \bar{\rho}_1| \ll s_m$, функции G_{21} и G_{12}^* стремятся к нулю, а коэффициенты D_{21} , D_{12}^* становятся постоянными и равными A_0 .

Поведение функции D_{21} , вычисленной с помощью (13), (15) при различных значениях параметра анизотропии m и нормированной на $8\sigma_n^2 l_{\parallel}$, показано на рис. 1. При любых значениях параметра анизотропии m коэффициент D_{21} наиболее резко меняется при малых значениях угла распространения волны ϑ . В рассматриваемом случае блинообразных неоднородностей этот факт имеет простое геометрическое объяснение. Характерный поперечный размер неоднородностей l_{\perp} в этом случае одинаков для всех лучей независимо от угла распространения ϑ . Это значит, что сохраняется постоянным и угол рассеяния $\vartheta_p = 1/kl_{\perp}$. В то же время характерное продольное расстояние τ_{\parallel} , которое волна проходит внутри отдельной неоднородности, увеличивается при уменьшении угла распространения. Можно тогда считать, что увеличивается эффективный продольный размер

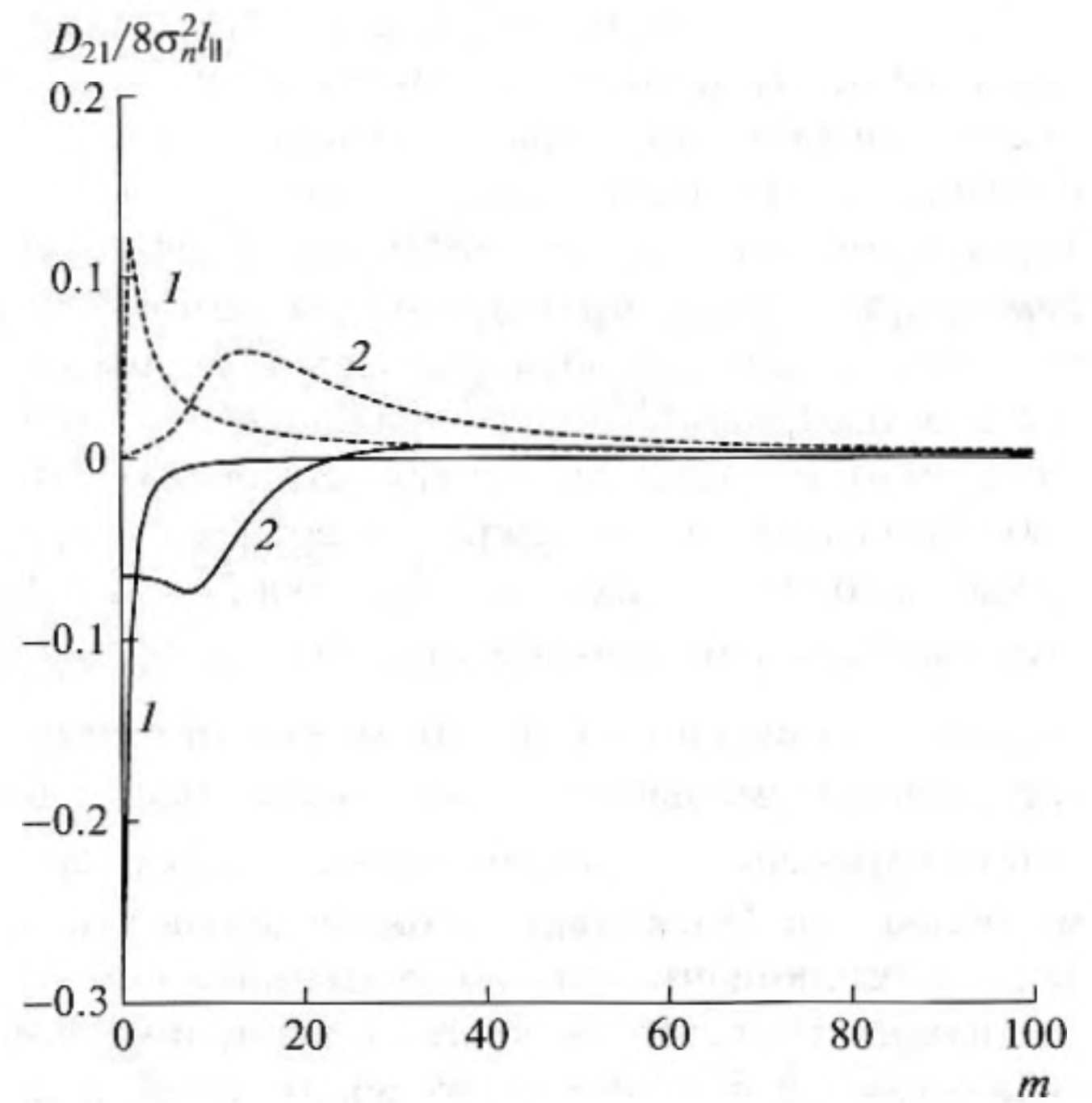


Рис. 2. Зависимость действительной (сплошная линия) и мнимой (штриховая линия) коэффициента D_{21} от параметра анизотропии. 1 – $\vartheta/\vartheta_a = 1$, 2 – $\vartheta/\vartheta_a = 10$.

неоднородностей l_{\parallel} , что соответствует уменьшению угла анизотропии $\vartheta_a = l_{\perp}/l_{\parallel}$. При этом неравенства (8), (9) нарушаются, т.е. становится существенной дифракция на неоднородностях, и сила рассеяния изменяется даже при малых изменениях углов распространения волны.

Отметим интересную особенность угловой зависимости диаграммы рассеяния D_{21} , которая проявляется при больших значениях параметра анизотропии m . На рис. 1 в видно принципиальное отличие в угловой зависимости D_{21} : при $\vartheta = 0$, т.е. в направлении вытянутости неоднородностей появляется локальный минимум. Это означает, что лучи отклоняются в основном в ту сторону, где меньше характерный масштаб корреляции неоднородностей, причем этот эффект выражен тем сильнее, чем больше параметр m .

На рис. 2 приведена зависимость $D_{21}(m)$, полученная при двух значениях ϑ/ϑ_a и при $s = s_m/2$. Она показывает, что случай слабой анизотропии как раз и является наиболее актуальным, т.к. коэффициенты уравнения (11) существенно отличаются от нуля лишь при $m \leq 1$. Действительно, из (15) следует, что $G_{21} \sim l_{\parallel}\vartheta_a^2$. С учетом определений угла анизотропии и параметра анизотропии это означает, что коэффициент G_{21} , а значит, и D_{21} , убывает за счет дифракции как $1/m$, что и проявляется на рисунках 1, 2.

Заметим, что эксперименты [2–4] по непосредственному измерению функции когерентности в океане, о которых упоминалось выше, проводились на частотах около 100 Гц, скорость звука составляла примерно 1500 м/с. Оценка параметра анизотропии при этих значениях дает $m \sim 0.05 \dots 0.5$. Этим и объясняется необходимость учета анизотропии (отказ от марковского приближения) для анализа экспериментальных данных. Понятно и то, почему такая проблема не возникает на больших частотах (порядка 20 кГц). На этих частотах параметр анизотропии $m = \vartheta_p / \vartheta_a = l_{\parallel} / kl_{\perp}^2$ стремится к нулю, что можно интерпретировать как уменьшение продольного масштаба l_{\parallel} при сохранении неизменными остальных параметров задачи. Поскольку в этом случае мы имеем дело со “сплюснутыми” по продольной оси неоднородностями, то результаты экспериментов укладываются в рамки марковского приближения. Видимо, влияние анизотропных случайных неоднородностей, наряду с приводным ветром (роль которого обсуждалась в [1]), проявляется и в результатах измерений [1, 5]: если принять скорость звука равной 1500 м/с, то на использованных частотах параметр анизотропии m составлял 0.04... 0.1.

Автор выражает признательность А.И. Саичеву за постоянное внимание к работе.

Работа выполнена при частичной поддержке гранта “Ведущие научные школы” НШ-3700.2010.2.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Шуров В.А., Ляшков А.С., Ткаченко Е.С. Статистические характеристики потоков энергии динамического шума в океане в полосе частот 400–700 Гц // Акуст. журн. 2008. Т. 54. № 4. С. 599–606.
2. Buehler B.G. Volume propagation experiments at the Azores fixed acoustic range. Naval Underwater Systems Center, Tech. rep. 5785. 1979.
3. Ellinthorpe A.W. et al. Naval Underwater Systems Center Tech. Memo. associated with the joint oceanographic // Acoust. Experim. NUSC 4551. 3103-66-77. 4647; 1975-77. New London, CT. 1977.
4. Flatte S.M., Dashen R., Munk W.H., Watson K.M., Zachariassen F. Sound transmission through a fluctuating ocean. New York: Cambridge Univ. Press., 1979.
5. Швачко Л.В. Исследование структуры звукового поля в приповерхностном канале // Акуст. журн. 2009. Т. 55. № 6. С. 737–748.
6. Garrett C., Munk W.H. Spacetime scales of internal waves: A progress report // J. Geophys. Res. 1975. V. 80. P. 291–297.
7. Чернов Л.А. Волны в случайно-неоднородных средах. М.: Наука, 1975. 174 с.
8. Чернов Л.А. Уравнения для статистических моментов поля в случайно-неоднородной среде // Акуст. журн. 1969. Т. 15. № 4. С. 594–603.
9. Вировлянский А.Л., Саичев А.И., Славинский М.М. Моментные функции волн, распространяющихся в волноводах с вытянутыми случайными неоднородностями показателя преломления // Изв. вузов. Радиофизика. 1985. Т. 28. № 9. С. 1149–1159.
10. Грибова Е.З., Саичев А.И. Уравнение для среднего поля волны в статистически анизотропной случайной среде // Оптика атмосферы и океана. 2001. Т. 14. № 10. С. 890–893.
11. Рытов С.М., Кравцов Ю.А., Татарский В.И. Введение в статистическую радиофизику. М.: Наука, 1978. Ч. 2. 463 с.