АКУСТИЧЕСКИЙ ЖУРНАЛ, 2014, том 60, № 3, с. 262–271

АКУСТИКА ОКЕАНА. ГИДРОАКУСТИКА

УДК 534.44

ФЛУКТУАЦИИ ЗВУКА, ОБУСЛОВЛЕННЫЕ ВЗАИМОДЕЙСТВИЕМ МОД НА ДВИЖУЩИХСЯ НЕЛИНЕЙНЫХ ВНУТРЕННИХ ВОЛНАХ В МЕЛКОМ МОРЕ

© 2014 г. В. А. Григорьев*, Б. Г. Кацнельсон**

*Воронежский государственный университет
394006 Воронеж, Университетская пл., 1
E-mail: grig@box.vsi.ru
**Leon Charney School of Marine Sciences
Haifa University, Mount Carmel, Haifa, 31905, Israel
E-mail: bkatsnels@univ.haifa.ac.il

Поступила в редакцию 20.08.2013 г.

Проводится теоретический анализ и численное моделирование флуктуаций низкочастотных сигналов, распространяющихся в мелком море в присутствии нелинейных внутренних волн, движущихся примерно вдоль акустической трассы. Причиной флуктуаций считается взаимодействие мод. Показано, что в спектрах флуктуаций имеются характерные частоты, пропорциональные скорости движения солитонов вдоль трассы. Проведены расчеты звукового поля при использовании одномодовых и многомодовых источников, проанализирован частотно-модовый состав поля, ответственный за максимальные и минимальные флуктуации. Анализируется т.н. доминирующая частота флуктуаций, введенная авторами ранее и соответствующая флуктуациям с максимальной амплитудой в данном частотном диапазоне и для данного набора мод. Результаты расчетов сопоставлены с оценками, полученными авторами ранее в рамках лучевой теории.

Ключевые слова: акустика мелкого моря, нелинейные внутренние волны, взаимодействие мод, низкочастотные сигналы, флуктуации, доминирующая частота.

DOI: 10.7868/S0320791914030046

ВВЕДЕНИЕ

Влияние нелинейных внутренних волн (НВВ) на звуковое поле в океане является предметом исследования достаточно долгое время, особенно начиная с работ [1, 2]. В частности, в работе [1] была высказана идея о заметном влиянии т.н. резонансного взаимодействия мод на спектры поглощения звуковых сигналов, причем зависящего от направления распространения внутренних волн. Эти идеи стимулировали как теоретические (см., например, анализ возможности резонансного взаимодействия в [3, 4]), так и, в некоторой степени, экспериментальные исследования: Shallow Water Acoustic in Random Media 1995 (SWARM'95) [5], Asian Seas International Acoustics Experiment (ASIAEX) [6] и Shallow Water 2006 (SW06) [7], посвященные влиянию НВВ на свойства звукового поля на шельфе. Одним из наблюдаемых эффектов для звукового поля являются пространственно-временные флуктуации, наблюдаемые при распространении звука в присутствии НВВ и обладающие различными свойствами в зависимости от механизмов взаимодействия (горизонтальная рефракция, адиабатика, взаимодействие мод) [8–13].

В данной работе рассматриваются флуктуации звукового поля, обусловленные взаимодействием мод при распространении низкочастотного звука, пересекающего фронты НВВ, имеющих значительную амплитуду (~10 м) и движущихся с типичной скоростью (~1 м/с). Как будет показано, частоты флуктуаций звукового поля, вызванные движением НВВ, имеют значения $F < 10$ ц/ч, что близко к океанографическим значениям, например, частоте Вяйсяля.

В предыдущих работах авторов [11–13] теоретически и экспериментально (на основе эксперимента SW06) рассматривалась аналогичная задача взаимодействия звука и НВВ в рамках лучевого приближения. Было показано, что флуктуации носят квазипериодический характер с т.н. доминирующей частотой флуктуаций $F^* = v/D$, где v – скорость НВВ вдоль трассы, D – цикл луча (названный критическим), который испытывает максимальное взаимодействие с НВВ и дает максимальный вклад во флуктуации интенсивности.

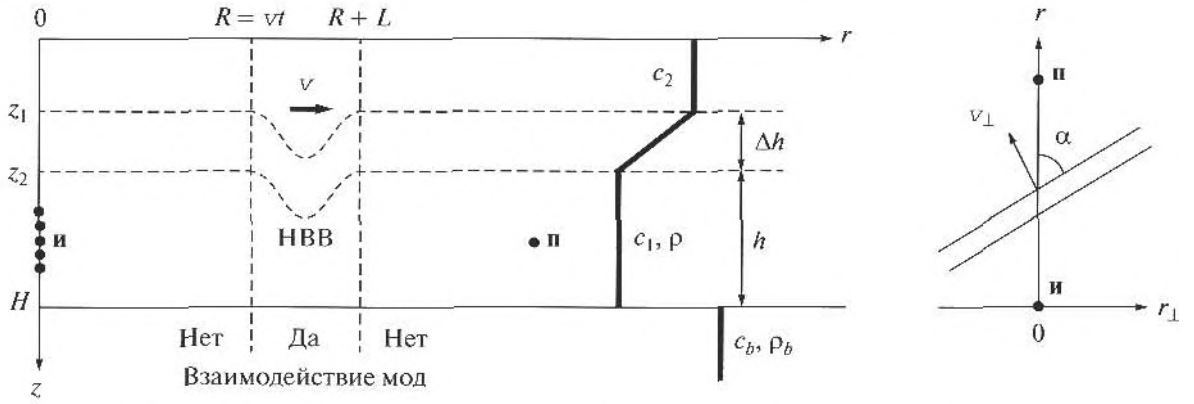

Рис. 1. Геометрия задачи и модель волновода в вертикальной и горизонтальной плоскостях.

Численное моделирование в данной работе будет проведено для случая локальной неоднородности, состоящей из одиночного солитона (модель Кортевега–де Вриза).

МОДОВАЯ ТЕОРИЯ ФЛУКТУАЦИЙ

Рассмотрим распространение звука в вертикальной плоскости, проходящей через источник и приемник (рис. 1). Начало координат выберем на верхней поверхности мелководного волновода над источником, ось z направим вертикально вниз, ось r – по горизонтали по направлению к приемнику.

В отсутствии НВВ волновод полагаем плоскослоистым, глубины H, с профилем скорости звука $c_0(z)$. В присутствии НВВ профиль скорости звука имеет вид $\tilde{c}(r,z,T)$, где зависимость от времени T появляется из-за движения НВВ. Будем считать, что НВВ движутся от источника к приемнику и в течение некоторого промежутка времени (~1 ч) их форма и скорость практически не меняются. Тогда $\tilde{c}(r,z,T) = c_0(z) + \delta c(r - vT, z)$, где δc – возмущение профиля скорости звука, v – скорость НВВ вдоль акустической трассы. Величина $R = vT$ характеризует положение заднего фронта НВВ на горизонтальной оси (рис. 1), если при $T = 0$ он находился над источником. Для удобства расчетов предполагаем НВВ локализованными в некоторой области $R < r < R + L$, где L – размер НВВ вдоль трассы.

Величины v и L зависят от угла α наклона фронта НВВ к трассе в горизонтальной плоскости: $v = v_\perp/\sin\alpha$, $L = L_\perp/\sin\alpha$, где $v_\perp$ и $L_\perp$ – скорость и горизонтальный размер НВВ перпендикулярно фронту.

Для дальнейших расчетов предположим, что дно является жидким однородным полупространством, характеризуемым плотностью ρ_b и скоростью звука c_b. Потерями в дне пренебрегаем, так как они не сказываются принципиально на рассматриваемых далее эффектах. При необходимости потери нетрудно учесть стандартными методами.

В силу медленности движения НВВ расчет звукового поля проводится для каждого фиксированного значения T (приближение замороженной среды или "медленного" времени). Уравнение Гельмгольца для комплексной амплитуды поля $P_\omega(r,z,T)$, формируемого в точке (r,z) тональным источником частоты ω, или для спектральной компоненты широкополосного сигнала на этой частоте имеет вид

$$\left\{\frac{1}{r}\frac{\partial}{\partial r}\left(r\frac{\partial}{\partial r}\right) + \frac{\partial^2}{\partial z^2} + k^2\left(n^2 + \mu\right)\right\}P_\omega(r,z,T) = 0, \qquad (1)$$

где $k = \omega/c$ – волновое число для некоторой средней скорости звука c, $n = c/c_0$ – показатель преломления среды в отсутствие НВВ, $\mu = \mu = c^2\left(\tilde{c}^{-2} - c_0^{-2}\right) \approx -2\delta c/c$ – добавка к n^2, вызванная наличием НВВ. В силу сказанного выше $\mu(r,z,T) = \mu(r - vT, z)$.

В отсутствие НВВ имеем $\mu = 0$. При этом решение (1) не зависит от T и может быть записано в виде [8]

$$P_\omega(r,z) = \sum_m \frac{C_m^0}{\sqrt{rq_m}}\psi_m(z)\exp(iq_m r), \qquad (2)$$

где $\psi_m(z)$ и q_m – собственные функции и собственные значения задачи Штурма–Лиувилля

$$\left\{\frac{d^2}{dz^2} + k^2n^2 - q_m^2\right\}\psi_m = 0,$$
$$\psi_m\big|_{z=0} = 0, \quad \left[\psi_m + \frac{\rho_b}{\rho\sqrt{q_m^2 - k_b^2}}\frac{d\psi_m}{dz}\right]_{z=H} = 0. \qquad (3)$$

Здесь $k_b = \omega/c_b$, ρ – плотность воды. Коэффициенты возбуждения мод C_m^0 в (2) зависят от вида источника. Для точечного изотропного источ-

ника мощностью W_s, расположенного на глубине z_s, имеем

$$C_m^0 = \sqrt{\rho_s c_s W_s}\exp(i\pi/4)\psi_m(z_s), \qquad (4)$$

где ρ_s и c_s – плотность воды и скорость звука на глубине z_s.

В присутствии НВВ, учитывая малость параметра $|\mu| \sim 0.01$, решение (1) можно найти в рамках теории возмущений [8], если область, занимаемая возмущением, достаточно велика. Для этого ищем решение в виде, аналогичном (2):

$$P_\omega(r,z,T) = \sum_m \frac{C_m(r,T)}{\sqrt{rq_m}}\psi_m(z)\exp(iq_m r). \qquad (5)$$

После подстановки (5) в (1) и стандартных преобразований, пренебрегая второй производной d^2C_m/dr^2, членами второго порядка малости, а также используя (3) и ортонормированность собственных функций, получаем систему дифференциальных уравнений

$$\frac{dC_m}{dr} = i\sum_n V_{mn}C_n\exp(-i\Delta q_{mn}r), \qquad (6)$$

где $V_{mn}(r,T) = \frac{k^2}{2\sqrt{q_m q_n}}\int_0^H \mu(r - vT, z)\psi_m(z)\psi_n(z)dz$ – коэффициенты взаимодействия мод, $\Delta q_{mn} = q_m - q_n$.

Для отыскания модальных коэффициентов $C_m(r,T)$ на приемнике будем считать, что НВВ целиком располагаются на трассе. Тогда на оси r выделяются три области: 1) область до НВВ $r < R$, 2) область, содержащая НВВ (область взаимодействия мод), $R < r < R + L$, 3) область после НВВ $r > R + L$. Нетрудно видеть, что в областях 1) и 3) модальные коэффициенты не зависят от r и соответственно равны C_m^0 и $C_m(R + L, T)$. Следовательно, на приемнике, расположенном в области 3), значения модальных коэффициентов равны $C_m(r,T) = C_m(R + L, T)$, и для их нахождения необходимо проинтегрировать систему (6) по области 2) с начальным условием на левой границе, равным C_m^0.

Сделаем в (6) замену переменных $r - vT = x$ $(r - R = x)$, тогда интервал интегрирования в (6) будет $0 < x < L$. Получаем

$$\frac{dB_m}{dx} = i\sum_n V_{mn}B_n\exp(-i\Delta q_{mn}x), \qquad (7)$$

где $B_m(x) = C_m\exp(iq_m R)$ при условии на границе $B_m(0) = C_m^0\exp(iq_m R)$.

Систему (7) можно представить в матричном виде:

$$\frac{d\mathbf{B}}{dx} = \mathbf{WB}, \qquad (8)$$

где $\mathbf{B}$ – столбец B_m, $\mathbf{W}$ – матрица элементов $W_{mn} = iV_{mn}\exp(-i\Delta q_{mn}x)$. Если $\mathbf{S}$ – матрица фундаментальных решений [14]:

$$\frac{d\mathbf{S}}{dx} = \mathbf{WS}, \quad \mathbf{S}(0) = \mathbf{I}, \qquad (9)$$

где $\mathbf{I}$ – единичная матрица, то решение (8) в точке $x = L$ равно $\mathbf{B}(L) = \mathbf{S}(L)\mathbf{B}(0)$.

Переходя к модальным коэффициентам, получаем

$$C_m(r,T) = C_m(R + L, T) = \\ = \sum_n S_{mn}(L)C_n^0\exp(-i\Delta q_{mn}R). \qquad (10)$$

Подставляя (10) в (5), получаем искомое решение для комплексной амплитуды в присутствии НВВ:

$$P_\omega(r,z,T) = \sum_{m,n} P_{mn}\exp(-i\Delta q_{mn}vT), \qquad (11)$$

$$P_{mn}(r,z) = \frac{C_n^0}{\sqrt{q_m r}}S_{mn}(L)\psi_m(z)\exp(iq_m r). \qquad (12)$$

Из формулы (11) видно, что величина $P_\omega(r,z,T)$ меняется с течением времени в соответствии с набором гармоник $\exp(-i\Delta q_{mn}vT)$, т.е. содержит характерные частоты

$$\Omega_{mn} = v|\Delta q_{mn}|. \qquad (13)$$

Если говорить о численных значениях характерных частот, то, вспомнив, что масштабы интерференционных биений $\Lambda_{mn} = 2\pi/|\Delta q_{mn}|$ имеют для типичных условий порядок 600–800 м, получаем характерные частоты $F_{mn} = (2\pi)^{-1}\Omega_{mn} = v/\Lambda_{mn} \sim 4$–6 ц/ч.

Отметим, что, как видно из формулы (12), в общем случае $|P_{mn}| \neq |P_{nm}|$. Указанным амплитудам соответствуют частоты Ω_{mn} и $\Omega_{nm} = -\Omega_{mn}$, поэтому для полного анализа спектра флуктуаций комплексной амплитуды (11) необходимо использовать области как положительных, так и отрицательных значений частот флуктуаций.

В реальных условиях наблюдение ограничивается некоторым временным интервалом $T_0 < T < T_0 + \Delta T$. Амплитудный спектр флуктуаций (11) по конечному интервалу времени найдется в виде

$$G_P(\Omega,\omega) = \\ = \left|\int_{T_0}^{T_0+\Delta T}\left[P_\omega(r,z,T) - \overline{P}_\omega(r,z)\right]\exp(i\Omega T)dT\right|, \qquad (14)$$

где Ω – текущая частота флуктуаций, $\overline{P}_\omega(r,z) = \frac{1}{\Delta T}\int_{T_0}^{T_0+\Delta T}P_\omega(r,z,T)dT$ – среднее значение комплексной амплитуды. Учитывая, что $\overline{P}_\omega(r,z) \approx \sum_m P_{mm}$, получаем

$$G_P(\Omega,\omega) = \left|\sum_{m,n\neq m} G_{mn}(\Omega,\omega)\right|, \tag{15}$$

$$G_{mn}(\Omega,\omega) = \Delta T P_{mn} \exp[i(\Omega-\Omega_{mn})(T_0+\Delta T/2)]\times \\ \times \operatorname{sinc}[(\Omega-\Omega_{mn})\Delta T/2], \tag{16}$$

где $\operatorname{sinc}(u) = \sin(u)/u$. Из (15) и (16) следует, что если рассматривать частоту звука ω как независимую переменную, то максимумы в спектре флуктуаций в координатах (Ω,ω) – частота флуктуаций, частота звука – сосредоточены вдоль линий, определяемых дисперсионными зависимостями

$$\Omega = \Omega_{mn}(\omega) = v[q_m(\omega) - q_n(\omega)], \quad m \neq n, \tag{17}$$

которые зависят от параметров невозмущенного волновода. Ширина линий вдоль координаты Ω равна $\Delta\Omega \approx 2\pi/\Delta T$. Распределение амплитуды флуктуаций вдоль линий (17) без учета интерференционных эффектов в областях наложения линий зависит от частоты звука и характера возмущений и определяется формулой

$$A_{mn}(\omega) = \Delta T|P_{mn}| = \frac{\Delta T}{\sqrt{rq_m}}\left|C_n^0 S_{mn}(L)\psi_m(z)\right|. \tag{18}$$

Используя (11) и (12), можно рассчитать интенсивность принимаемого поля:

$$I_\omega(r,z,T) = \frac{1}{2\rho c}|P_\omega(r,z,T)|^2 = \\ = \frac{1}{2\rho c}\sum_{m,n,k,l} P_{mn}P_{kl}^* \exp(-i\Omega_{mnkl}T), \tag{19}$$

где $\Omega_{mnkl} = v(\Delta q_{mn} - \Delta q_{kl})$ – комбинационные частоты. Спектр флуктуаций интенсивности находится аналогично (14):

$$G_I(\Omega,\omega) = \\ = \left|\int_{T_0}^{T_0+\Delta T}[I_\omega(r,z,T) - \bar{I}_\omega(r,z)]\exp(i\Omega T)dT\right|, \tag{20}$$

где $\bar{I}_\omega(r,z) = \frac{1}{\Delta T}\int_{T_0}^{T_0+\Delta T} I_\omega(r,z,T)dT$ – средняя интенсивность.

Амплитуды флуктуаций интенсивности на частотах Ω_{mnkl} пропорциональны $|P_{mn}P_{kl}|$. В силу малости возмущений поля, вызванных НВВ, имеем $|P_{mn}| \ll |P_{mm}|$, поскольку матрица **S**, определяемая взаимодействием мод, незначительно отличается от единичной $|S_{mn}| \ll |S_{mm}| \approx 1$. В связи с этим в спектре флуктуаций интенсивности преобладающими оказываются компоненты при $m = n$ или при $k = l$, что соответствует тем же характерным частотам Ω_{mn}, как в спектре комплексной амплитуды.

Таким образом, можно считать, что спектры G_P и G_I содержат одинаковые наборы дискретных частот Ω_{mn}, определяемые скоростью НВВ и масштабами межмодовых интерференционных биений.

МОДЕЛИРОВАНИЕ

Дальнейший анализ проведем с помощью численного моделирования. Рассмотрим волновод с невозмущенным профилем скорости звука (рис. 1):

$$c_0(z) = \begin{cases} c_2, & 0 < z < z_1, \\ c_2 - \varepsilon(z - z_1), & z_1 < z < z_2, \\ c_1, & z_2 < z < H, \end{cases} \tag{21}$$

где $c_1 = 1484$ м/с, $c_2 = 1534$ м/с, $z_1 = 10$ м, $z_2 = 35$ м, $\varepsilon = (c_2 - c_1)/(z_2 - z_1) = 2$ с$^{-1}$, $H = 88$ м. Модель дна возьмем без поглощения, $c_b = 1700$ м/с, $\rho_b/\rho = 1.8$.

На рис. 2а на основании расчетов собственных значений $q_m(f)$ для данного волновода приведены зависимости масштабов межмодовых биений $\Lambda = \Lambda_{mn}(f) = 2\pi/\Delta q_{mn}(f)$ от частоты звука $f = (2\pi)^{-1}\omega$. На рис. 2б изображены дисперсионные линии $F = F_{mn}(f) = (2\pi)^{-1} v\Delta q_{mn}(f)$ при скорости НВВ $v = 0.8$ м/с. Как было показано выше, при наличии возмущения в волноводе флуктуации в спектрах G_P и G_I могут наблюдаться только в окрестности данных дисперсионных линий, которые, как видно, строятся на основе параметров невозмущенного волновода. Распределение амплитуд флуктуаций вдоль этих линий, как следует, например, из (18), определяется не только параметрами невозмущенного канала, но также модовым составом источника и характером возмущения.

Для расчета распределения амплитуд в спектрах G_P и G_I выберем модель НВВ. Пусть величина η описывает вертикальное смещение термоклина. Возьмем $\eta(r,T)$ в виде движущегося солитона Кортевега–де Вриза:

$$\eta(r,T) = A\operatorname{sech}^2[3.64(r - vT - L/2)/L], \tag{22}$$

где $A = 10$ м – амплитуда, L – горизонтальный размер возмущения вдоль трассы по уровню $0.1A$. Полагая размер и скорость НВВ перпендикулярно его фронту $L_\perp = 300$ м, $v_\perp = 0.8$ м/с и рассматривая два варианта угла наклона фронта НВВ к трассе $\alpha = 90°$ и 50°, получаем соответственно $L = L_\perp/\sin\alpha = 300$ и 392 м, $v = v_\perp/\sin\alpha = 0.8$ и 1.0 м/с.

Используем упрощенную модель внутренних волн, при которой смещение термоклина по вертикали не зависит от глубины слоев. Тогда

$$\delta c(r - vT, z) = \begin{cases} 0, & 0 < z < z_1 + \eta, \quad z_2 + \eta < z < H, \\ \varepsilon\eta, & z_1 + \eta < z < z_2 + \eta. \end{cases} \tag{23}$$

При расчетах область, содержащую НВВ, будем ограничивать интервалом $0 < r - vT < L$.

Заметим, что выбранные для моделирования параметры волновода и НВВ близки к данным

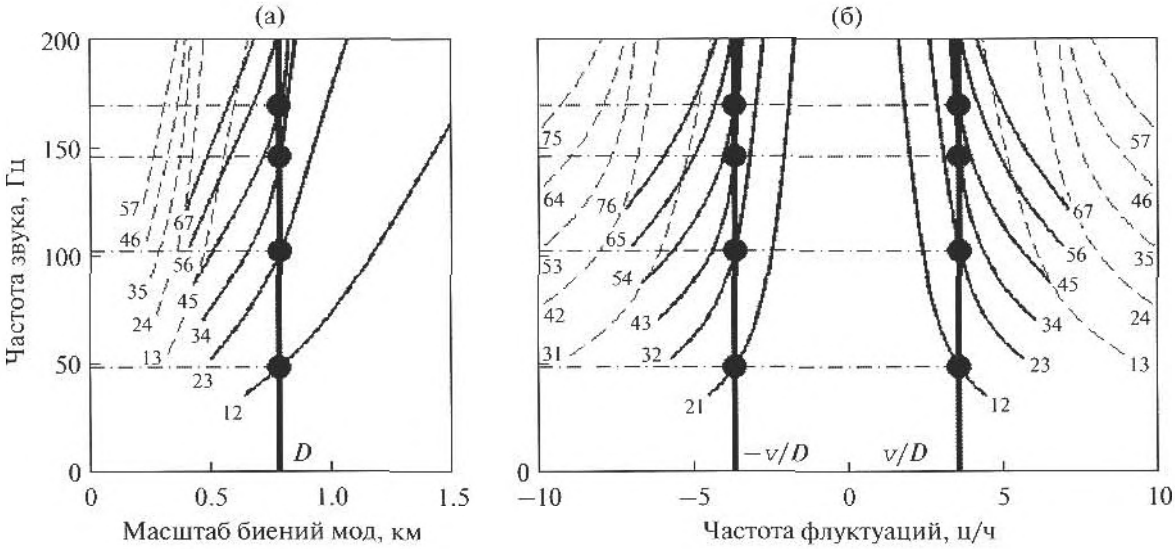

Рис. 2. Зависимости: (а) $\Lambda = \Lambda_{mn}(f)$; (б) $F = F_{mn}(f)$ при $v = 0.8$ м/с.

экспериментов SWARM'95 и SW06 [15], проведенных на Атлантическом шельфе США.

Другие параметры задачи возьмем следующими: глубина приемника $z = 80$ м, расстояние между источником и приемником $r = 20$ км, продолжительность наблюдения $\Delta T = 60$ мин. Будем считать, что в начальный момент времени T_0 НВВ находятся посередине трассы. Это соответствует $T_0 = 0.5r/v$. За время наблюдений возмущение перемещается вдоль трассы на расстояние $\Delta r = \Delta T v_\perp/\sin\alpha = 2.88$ и 3.76 км для $\alpha = 90°$ и 50° соответственно.

Частотный диапазон источника звука выберем 20–200 Гц. При этом рассмотрим источники двух типов: 1) вертикальная антенна, излучающая только одну моду номера m, т.е. $C_n^0 \approx \delta_{mn}$; 2) точечный изотропный источник, расположенный на глубине z_s, т.е. $C_n^0 \sim \psi_n(z_s)$ (4). Для выбранной модели волновода каждая мода имеет свою минимально возможную частоту $f_m^{\min}$ – частоту отсечки (табл. 1).

Рассмотрим результаты расчетов. На рис. 3 приведены вычисленные по формулам (14), (20) и нормированные на единицу спектры флуктуаций комплексной амплитуды G_P (рис. 3а–г) и интенсивности G_I (рис. 3д–з) для угла $\alpha = 90°$ при отдельно *излучаемых модах $m = 1, 2, 3, 4$ (источник 1 типа).* Спектры G_P изображены при положительных и отрицательных значениях частот флуктуаций, спектры G_I, учитывая их симметрию, – только при положительных частотах флуктуаций. Как следовало ожидать, области значительных амплитуд флуктуаций (им соответствует более темный цвет) располагаются вдоль дисперсионных кривых, изображенных на рисунках тонкими линиями. Далее, как видно из спектров G_P, область $F < 0$ соответствует рассеянию энергии в высшие моды при возбуждении низших, а при $F > 0$ – в *низшие моды при возбуждении высших.* Например, если изначально в канале возбуждается мода $m = 1$, то в процессе ее рассеяния на НВВ появляются моды высших номеров 2 и 3. Результатом взаимодействия этих мод с исходной модой 1 являются заметные амплитуды флуктуаций на дисперсионных линиях 21 и 31 при $F < 0$ (рис. 3а). При $F > 0$ амплитуды всех гармоник равны нулю. Если возбуждается мода $m = 2$, то появляются моды как высших номеров – 3, так и низших – 1. Это находит свое отражение в появлении флуктуаций на линиях 32 и 12, соответственно в левой и правой части спектра (рис. 3б). Аналогично интерпретируются остальные спектры G_P на рис. 3.

Таблица 1. Частота отсечки для каждой моды номера m

m	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11
$f_m^{\min}$, Гц	17	35	52	70	87	104	121	139	156	173	191

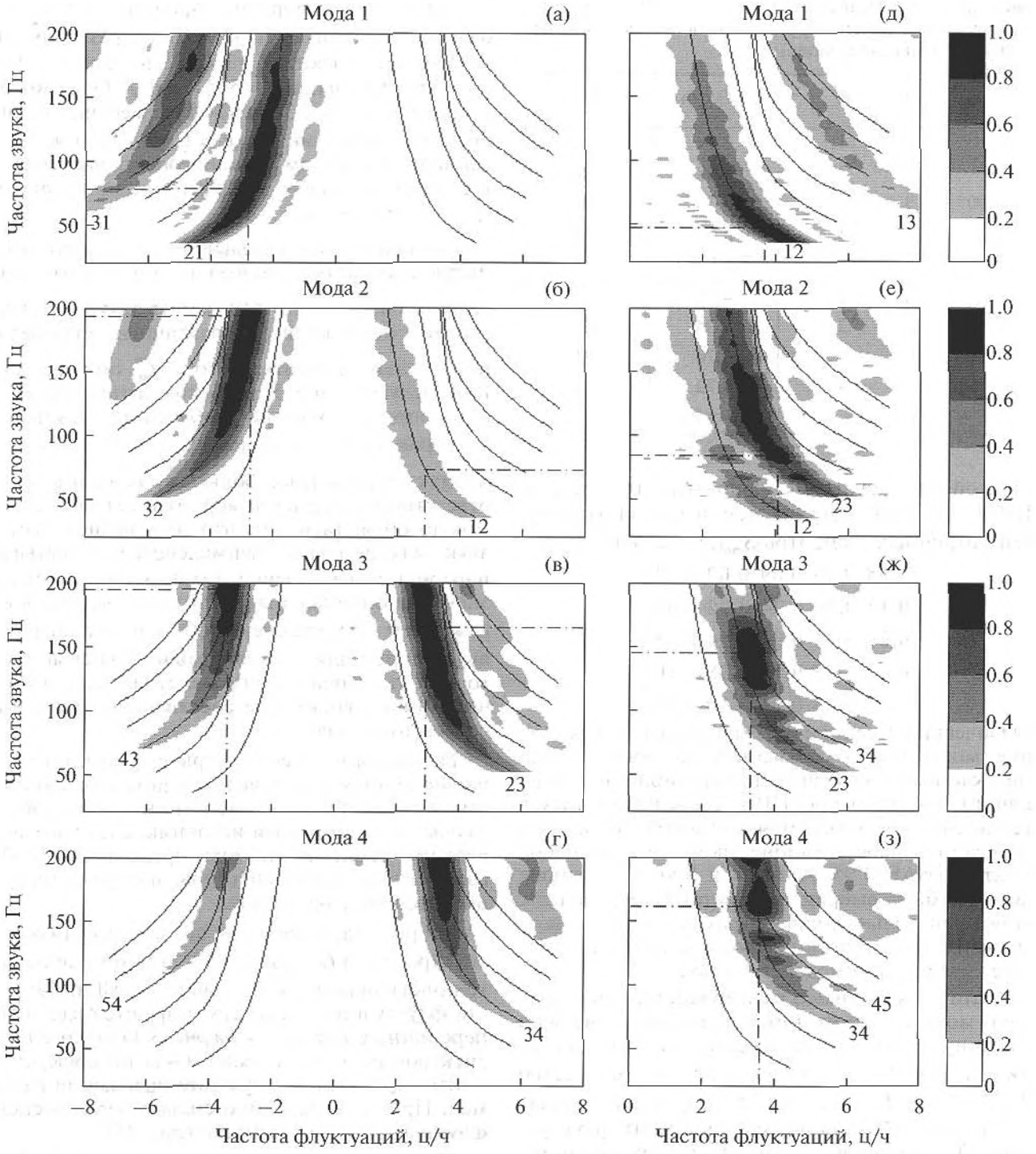

Рис. 3. Источник 1 типа (излучается одна мода). Левая колонка – спектры G_P, правая колонка – спектры G_I (при $\alpha = 90°$). Пунктирные линии показывают положение глобальных максимумов.

Заметим, что по спектрам G_I провести такой же детальный анализ невозможно.

Из рис. 3 видно, что рассеяние исходной моды m осуществляется в основном в соседние моды $m \pm 1$ (для первой моды в $m + 1$). Математически это следствие того, что матрица **S**, определяемая взаимодействием мод, содержит заметно отличающиеся от нуля элементы только вблизи

Таблица 2. Доминирующие и оптимальные частоты, определенные по спектру G_I при использовании источника 1 типа (одна мода)

α	m	F^*, ц/ч	f_m^*, Гц
90°	1	3.74	46
	2	4.08	84
	3	3.36	145
	4	3.62	161
		3.7 ± 0.3	
50°	1	4.70	49
	2	4.34	123
	3	4.70	118
	4	4.72	160
		4.6 ± 0.2	

главной диагонали. Так, например, для частоты 100 Гц и $\alpha = 90°$ матрица, составленная из модулей матричных элементов $|S_{mn}|$, имеет вид

$$\begin{pmatrix} 0.98 & 0.15 & 0.09 & 0.02 & 0.01 \\ 0.15 & 0.96 & 0.24 & 0.02 & 0.04 \\ 0.09 & 0.24 & 0.95 & 0.14 & 0.05 \\ 0.02 & 0.02 & 0.14 & 0.98 & 0.10 \\ 0.01 & 0.04 & 0.05 & 0.10 & 0.99 \end{pmatrix}.$$

Физически рассеяние преимущественно в соседние моды можно объяснить выбором канала (прежде всего, незначительной шириной термоклина) и плавностью НВВ, сосредоточенных в термоклине, что является типичной ситуацией, по крайней мере, в районе проведения экспериментов SWARM'95, ASIAEX и SW06, на основе которых была выбрана рассматриваемая модель. При произвольных параметрах волновода и возмущения теоретически возможны самые различные картины взаимодействия мод.

Если максимальное взаимодействие испытывают моды соседних номеров, отличающиеся на единицу, то из всего множества дисперсионных линий $F = F_{mn}(f)$ выделяется подмножество $F_{m,m+1}(f) = -F_{m+1,m}(f) = v/\Lambda_{m,m+1}(f)$, на которых возможно наблюдение максимальных флуктуаций. Это приводит к существенному ограничению возможного положения глобального максимума в спектрах G_P и G_I по оси частот флуктуаций, которое можно оценить интервалами: $F^* \sim 2$–6 ц/ч при $\alpha = 90°$ (рис. 3) и $F^* \sim 2.5$–7.5 ц/ч при $\alpha = 50°$.

Используя терминологию работ [11, 12], частоту максимальных флуктуаций F^* будем называть доминирующей частотой. Как следует из рис. 3, вариация номеров излучаемых мод приводит к незначительным вариациям доминирующей частоты в рамках указанных выше допустимых интервалов. Так, измерения, проведенные по глобальному максимуму спектра G_I для различных излучаемых мод, дают: $F^* = 3.7 \pm 0.3$ ц/ч при $\alpha = 90°$ и $F^* = 4.6 \pm 0.2$ ц/ч при $\alpha = 50°$ (табл. 2). Отметим, что погрешность 0.2–0.3 ц/ч в 3–5 раз меньше ширины дисперсионных линий $\Delta F \approx 1/\Delta T = 1$ ц/ч. Полученным диапазонам доминирующих частот соответствуют масштабы интерференционных биений $\Lambda_{m,m+1} = 720$–850 м.

В отличие от относительной стабильности доминирующей частоты, положение глобального максимума спектров по оси частот звука f_m^* существенно отличается для различных излучаемых мод. Будем называть частоту f_m^* оптимальной. Как следует из рис. 3, значения оптимальных частот, определяемые по глобальному максимуму спектров G_P и G_I, отличаются друг от друга, но в обоих случаях в целом большему значению f_m^* соответствует больший номер моды m (табл. 2). Это можно объяснить тем, что на большей частоте звука максимальное взаимодействие испытывает пара мод (m и $m + 1$) больших номеров. Точные же значения оптимальных частот определяются выражением (18) для спектра G_P или аналогичным выражением для G_I, куда входит зависимость не только от степени взаимодействия мод, но и от частотной зависимости собственных функций и собственных значений.

Рассмотрим далее спектры флуктуаций в случае использования точечного источника (источник 2 типа). Точечный источник – это, в общем случае, многомодовый источник, следовательно, картина спектров должна представлять собой взвешенную сумму спектров, изображенных на рис. 3 для отдельных мод.

На рис. 4а, б показан пример рассчитанных спектров G_P и G_I при $\alpha = 90°$ и при глубинах источника и приемника $z_s = 40$ м, $z = 80$ м. Как видно, флуктуации так же группируются вдоль дисперсионных линий, как на рис. 3. Однако картина спектров сильно изрезана из-за интерференционных эффектов в результате наложения разных мод. При этом особенно сильно изрезан спектр флуктуаций интенсивности (рис. 4б).

Проанализируем доминирующую частоту флуктуаций. Визуально доминирующей частоте соответствует наиболее темная область на картинах спектров. Однако, учитывая, что для точечного источника *число мод растет с частотой звука*, количественное определение доминирующей частоты по глобальному максимуму всего спектра, как это делалось для одномодового источника, в данном случае некорректно, т.к. величина глобального максимума в целом растет с ростом частоты звука (если пренебречь изрезанностью

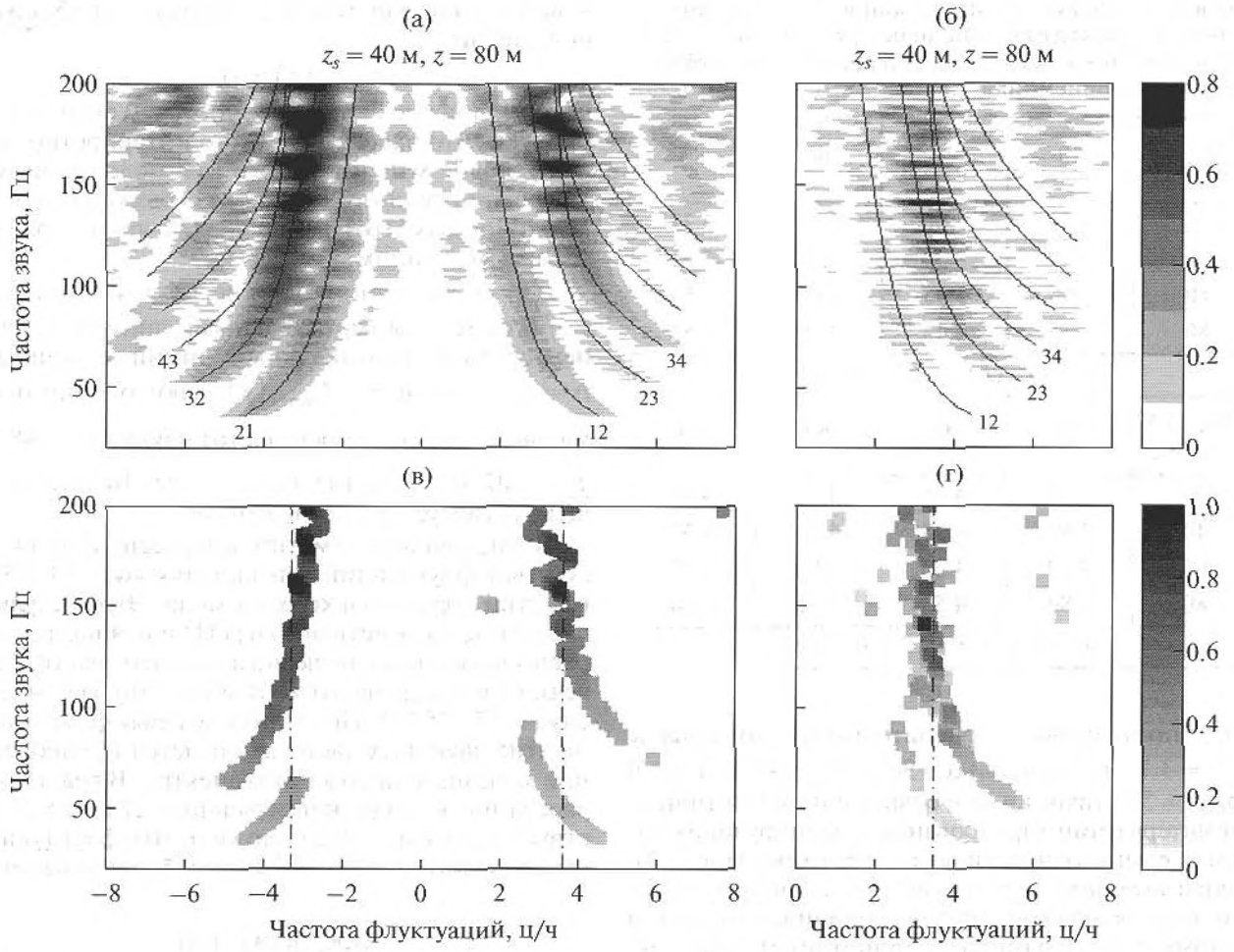

Рис. 4. Источник 2 типа (точечный источник на глубине $z_s = 40$ м, глубина приемника $z = 80$ м). (а) спектр G_P; (б) спектр G_I; (в), (г) распределение глобальных максимумов в спектрах G_P и G_I (при $\alpha = 90°$).

спектров). Поэтому для точечного источника логично рассмотреть доминирующую частоту как функцию частоты звука $F^* = F^*(f)$. А именно, для каждой частоты звука f_i найдем положение глобального максимума в спектрах по оси частот флуктуаций F_i^* – это и будет функция $F^*(f)$. Причем для спектра G_P положение глобальных максимумов необходимо определять отдельно при $F < 0$ и $F > 0$.

На рис. 4в, г показаны зависимости $F^* = F^*(f)$ для спектров, изображенных на рис. 4а, б. Эти зависимости получены с шагом 1 Гц по частоте звука, а интенсивность каждой полученной точки соответствует величине спектра: $g_i = G_P\left(F_i^*, f_i\right)$ или $g_i = G_I\left(F_i^*, f_i\right)$. Как видно, на низких частотах звука (<100 Гц) при малом числе мод значения доминирующей частоты фактически повторяют ход соответствующих дисперсионных линий. При этом амплитуды флуктуаций относительно невелики. При увеличении частоты звука (>100 Гц) значения доминирующих частот примерно стабилизируются. Вместе с этим в целом растет амплитуда флуктуаций.

Оценим среднее значение доминирующей частоты во всем диапазоне исследуемых звуковых частот по формуле вычисления среднего с весами: $\langle F^* \rangle = \left(\sum_i g_i F_i^*\right) \Big/ \left(\sum_i g_i\right)$. Полученные средние значения $\langle F^* \rangle$ показаны пунктирными линиями на рис. 4в, г. Поскольку глубина источника z_s и глубина приемника z являются параметрами, от которых, в принципе, зависят спектры и доминирующие частоты, то важно выяснить интервал варьирования $\langle F^* \rangle$ при всевозможных комбинациях глубин источника и приемника. В табл. 3 приведены результаты расчетов $\langle F^* \rangle$ по спектрам G_I для углов $\alpha = 90°$, $50°$ при всех комбинациях глубин из набора значений $z_s, z = 20, 40, 60, 80$ м. Как вид-

Таблица 3. Средние доминирующие частоты, определенные по спектрам G_I при использовании источника 2 типа (точечный источник) и при различных глубинах источника и приемника

z_s, м \ z, м	20	40	60	80
20	4.00	3.96	3.96	3.72
40	3.79	3.34	3.28	3.51
60	3.96	3.35	4.00	3.52
80	3.75	3.44	3.39	3.55
$\alpha = 90°$, $\langle F^* \rangle = 3.7 \pm 0.3$ ц/ч				
z_s, м \ z, м	20	40	60	80
20	4.94	4.95	4.90	4.89
40	4.89	4.05	4.25	4.57
60	4.90	4.33	5.06	4.43
80	4.80	4.53	4.46	4.64
$\alpha = 50°$, $\langle F^* \rangle = 4.7 \pm 0.3$ ц/ч				

но, полученные доверительные интервалы $\langle F^* \rangle = 3.7 \pm 0.3$ ц/ч при $\alpha = 90°$, $\langle F^* \rangle = 4.7 \pm 0.3$ ц/ч при $\alpha = 50°$, практически совпадают с аналогичными интервалами варьирования доминирующих частот в случае одномодового источника (табл. 2). Таким образом, в обоих примерах (при изменении номеров излучаемых мод или при изменении положений источника и приемника) значения доминирующих частот (или средних доминирующих частот) варьируются незначительно.

При достаточно высоких частотах звука можно использовать лучевую теорию для описания взаимодействия акустического поля с НВВ. Как было показано в [11–13], при таком описании доминирующая частота флуктуаций равна $F^* = v/D$, где D – цикл критического луча, ответственного за максимальные флуктуации поля. Для профиля скорости звука в канале, изображенного на рис. 1, оценка цикла D имеет вид [11]

$$D = \frac{2(h + \Delta h)c_1 + 2\Delta h c_2}{\sqrt{c_2^2 - c_1^2}} \tag{24}$$

и равна $D = 793$ м (для выбранного профиля $h = 53$ м, $\Delta h = 25$ м). Соответственно, доминирующие частоты имеют значения $F^* = 3.63, 4.74$ ц/ч для $\alpha = 90°, 50°$. Как видно, данные значения доминирующих частот, полученные из лучевой теории, хорошо согласуются с приведенными выше расчетами, полученными на основе модовой теории.

Сравнивая аналитические выражения для доминирующих частот, являющиеся следствием лучевой и модовой теорий, получаем приближенное равенство

$$\Lambda_{m,m+1}(f) \approx D, \tag{25}$$

которое должно быть тем точнее, чем выше частота звука. Это равенство можно интерпретировать как условие максимального взаимодействия мод для рассмотренного выше типа возмущений в виде одиночных НВВ и для канала с ярко выраженным термоклином.

Для иллюстрации на рис. 2 величины D и $\pm v/D$ отмечены вертикальными линиями. Точки пересечения вертикальных линий с кривыми $\Lambda = \Lambda_{m,m+1}(f)$ и $F = F_{m,m+1}(f)$, дают оценки оптимальных частот по оси частот звука: $f_1^* = 48$ Гц, $f_2^* = 102$ Гц, $f_3^* = 145$ Гц, $f_4^* = 169$ Гц, что, в общем, согласуется с данными табл. 2.

В заключение отметим интересный факт отсутствия флуктуаций при частотах звука 20–35 Гц, где существует только одна мода. Этот результат следует непосредственно из (11) и в общем случае распространяется на весь диапазон от частоты отсечки 1 моды до частоты отсечки 2 моды (в нашем случае 17–35 Гц). Причиной нулевых флуктуаций на этих звуковых частотах является пренебрежение модами непрерывного спектра. В реальности рассеяние в моды непрерывного спектра существует, но можно предположить, что флуктуации, обусловленные этим эффектом, будут невелики.

ЗАКЛЮЧЕНИЕ

Таким образом, при движении некоторого возмущения вдоль акустической трассы могут наблюдаться флуктуации звукового поля, обусловленные взаимодействием мод. Заметим, что в рассмотренной постановке задачи (невозмущенный волновод горизонтально однороден, неизменные по форме НВВ двигаются внутри трассы, не проходя через источник или приемник) адиабатическая составляющая флуктуаций поля полностью отсутствует. Спектр же флуктуаций, вызванных взаимодействием мод, имеет квазидискретный характер, где значения частот, определяющих положение "спектральных линий", пропорциональны скорости движения НВВ и обратно пропорциональны масштабу интерференционных биений взаимодействующих мод: $F_{mn} = v/\Lambda_{mn}$. Амплитуды соответствующих спектральных компонент определяются видом неоднородности, модовым составом излучаемого сигнала, частотой звука и параметрами невозмущенного волновода.

Особенно детально проанализирована частота максимальных флуктуаций или доминирующая частота, значение которой было определено поразному для одномодовых и многомодовых источников. В общем случае значение доминирующей частоты, по-видимому, может быть любым из

полного разрешенного спектра: $F^* = F_{mn}$. Однако в рассмотренных реалистичных условиях (резкий термоклин, неоднородность типа одиночного НВВ) спектр флуктуаций, как показано в работе, определяется взаимодействием только соседних мод, поэтому область возможных значений доминирующих частот существенно сужается: $F^* = F_{m,m+1}$. Так, при $\alpha = 90°$ имеем оценку $F^* \sim 2$–6 ц/ч, что соответствует допустимым вариациям доминирующей частоты ±2 ц/ч.

Проведенные в указанных реалистичных условиях расчеты доминирующей частоты для одного и того же канала, но при изменении типа источника и глубины приемника, показывают, что вариации доминирующей частоты наблюдаются в среднем в гораздо меньшей полосе ±0.3 ц/ч для звуковых частот 20–200 Гц. Причем в случае использования точечного источника значение доминирующей частоты, определенной как функция частоты звука, стабилизируется по мере роста частоты звука.

Полученные результаты расчетов означают, что практически можно говорить об одной выделенной доминирующей частоте, которая определяется свойствами невозмущенного канала: $F^* \approx v/D$.

Причина появления доминирующей частоты наиболее наглядно объясняется в рамках лучевой теории (в высокочастотном случае). Это было сделано авторами ранее в работах [11–13], где теоретически и экспериментально показано преимущественное взаимодействие НВВ с критическим лучом цикла D. В рамках модового подхода (в низкочастотном случае) на основе проведенных расчетов можно констатировать приближенное равенство $\Lambda_{m,m+1}(f) \approx D$, которое интерпретируется как условие максимального взаимодействия мод и выполняется тем точнее, чем выше частота звука.

Отметим в заключение, что полученные в данной работе на основе модовой теории значения доминирующих частот полностью согласуются с расчетами для той же модели волновода, выполненными на основе лучевой теории [11].

Работа выполнена при поддержке Российского фонда фундаментальных исследований (проекты №№ 12-05-00887-а, 11-02-00779-а).

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. *Zhou J.X., Zhang X.Z., Rogers P.H.* Resonant interaction of sound wave with internal solitons in the coastal zone // J. Acoust. Soc. Am. 1991. V. 90. № 4. P. 2042–2054.

2. *Rubenstein D., Brill M.N.* Acoustic variability due to internal waves and surface waves in shallow water // Ocean Variability & Acoustic Propagation / Ed. J. Potter, A. Warn-Varnas. Dordrecht: Kluwer Academic Publishers, 1991. P. 215–228.

3. *Preisig J.C., Duda T.F.* Coupled acoustic mode propagation through continental-shelf internal solitary waves // IEEE J. Oceanic Eng. 1997. V. 22. № 2. P. 256–269.

4. *Кацнельсон Б.Г., Переселков С.А.* Резонансные эффекты при рассеянии звука пакетами внутренних волн в мелком море // Акуст. журн. 1998. Т. 44. № 6. С. 786–792.

5. *Apel J.R., Badiey M., Ching-Sang Chiu, Finette S., Headrick R., Kemp J., Lynch J.F., Newhall A., Orr M.H., Pasewark B.H., Tielbuerger D., Turgut A., Keith von der Heydt, Wolf S.* An overview of the 1995 SWARM shallow-water internal wave acoustic scattering experiment // IEEE J. Oceanic Eng. 1997. V. 22. № 3. P. 465–500.

6. *Lynch J.F., Dahl P.H.* Overview of ASIAEX field experiments in the South and East China Seas // J. Acoust. Soc. Am. 2002. V. 112. № 5. P. 2360–2361.

7. *Lynch J., Tang D.* Overview of Shallow Water 2006 JASA EL Special Issue Papers // J. Acoust. Soc. Am. 2008. V. 124. № 3. P EL63–EL65.

8. *Katsnelson B., Petnikov V., Lynch J.* Fundamentals of shallow water acoustics. Springer, 2011. 540 p.

9. *Кацнельсон Б.Г. Бади М., Линч Дж.* Горизонтальная рефракция звука в мелком море и ее экспериментальные наблюдения // Акуст. журн. 2007. Т. 53. № 3. С. 362–376.

10. *Katsnelson B.G., Grigorev V., Badiey M., Lynch J.F.* Temporal sound field fluctuations in the presence of internal solitary waves in shallow water // J. Acoust. Soc. Am. 2009. V. 126. № 1. P. EL41–EL48.

11. *Григорьев В.А., Кацнельсон Б.Г.* Флуктуации интенсивности высокочастотных акустических импульсов, вызванные движением интенсивных внутренних волн в мелком море // Акуст. журн. 2009. Т. 55. № 1. С. 47–55.

12. *Григорьев В.А., Кацнельсон Б.Г., Lynch J.F.* Флуктуации энергии высокочастотных звуковых сигналов в мелком море в присутствии нелинейных внутренних волн // Акуст. журн. 2013. Т. 59. № 4. С. 485–493.

13. *Katsnelson B., Grigorev V., Lynch J.F.* Intensity fluctuations of mid frequency sound signals passing through moving nonlinear internal waves // J. Acoust. Soc. Am. 2008. V. 124. № 3. P. EL78–EL84.

14. *Тихонов А.Н., Васильева А.Д., Свешников А.Г.* Дифференциальные уравнения. М.: Наука, 1980.

15. *Newhall A.E., Duda T.F., Keith von der Heydt, Irish J.D., Kemp J.N., Lerner S.A., Liberatore S.P., Ying-Tsong Lin, Lynch J.F., Maffei A.R., Morozov A.K., Shmelev A., Sellers C.J., Witzell W.E.* Acoustic and oceanographic observations and configuration information for the WHOI moorings from the SW06 experiment / Woods Hole Oceanog. Inst. Tech. Rept. 2007.