АКУСТИЧЕСКИЙ ЖУРНАЛ, 2015, том 61, № 4, с. 484–489

АКУСТИКА ОКЕАНА. ГИДРОАКУСТИКА

УДК 534.231

ПОЛЕ ТОЧЕЧНОГО ИСТОЧНИКА В НЕОДНОРОДНОМ ГИДРОАКУСТИЧЕСКОМ ВОЛНОВОДЕ С ПЛАВАЮЩИМ НА ПОВЕРХНОСТИ ТЕЛОМ

© 2015 г. Ю. И. Папкова

Севастопольский национальный технический университет

299053 Севастополь, ул. Университетская 33

E-mail: yulia.papkova@gmail.com

Поступила в редакцию 13.10.2014 г.

Построено трехмерное аналитическое решение для модели неоднородного гидроакустического волновода с плавающим на поверхности телом цилиндрической формы. Предложен численно-аналитический метод нахождения потенциала скоростей, при котором неопределенные коэффициенты при нормальных модах определяются из соответствующей бесконечной системы линейных алгебраических уравнений. Исследуются амплитудно-частотные характеристики волновода в зависимости от параметров модели.

Ключевые слова: трехмерное аналитическое решение, неоднородный гидроакустический волновод, бесконечная система линейных алгебраических уравнений, звуковое поле в морской среде.

DOI: 10.7868/S0320791915040073

ВВЕДЕНИЕ

В настоящее время существуют различные методы наблюдения за процессами, происходящими в океане, в частности, акустическое зондирование с кораблей или плавающих платформ. В первом приближении данные объекты при моделировании можно представить в виде плавающего на поверхности акустически жесткого тела. При этом детализация и сложность используемой модели в основном определяются возможностями численной реализации и степенью влияния данного фактора на исследуемые характеристики звукового поля.

На современном этапе развития гидроакустики предложено множество моделей волноводов разной степени сложности и с различными областями применимости, их обзор содержится в работах [1, 2]. Для теоретического объяснения экспериментальных результатов используются следующие подходы: метод нормальных волн, лучевой метод и его модификации, параболические приближения волнового уравнения, метод эталонных интегралов, метод поперечных сечений. Особенное внимание уделяется влиянию профиля скорости звука и структуры донных слоев, например, в статье [3] рассмотрены изменения скорости звука, формирующие нижнюю границу Черноморского подводного звукового канала (ПЗК). Для исследования общих закономерностей распространения упругих волн в слоистых средах предложен подход, основанный на аналитическом анализе дисперсионных зависимостей для этих волн [4]. Имеется большое количество работ, в которых для определения звукового поля в сложных и неоднородных по трассам волноводах используются численные методы.

В статьях [5, 6] дан обзор теоретических подходов для расчета звуковых полей в трехмерных моделях волноводов в зависимости от рельефа дна, но в них не учитывается влияние на звуковое поле локальной неоднородности в виде акустически жесткого тела на поверхности. В представленной статье предлагается аналитический подход к решению указанной проблемы на основе метода нормальных мод.

ПОСТАНОВКА ЗАДАЧИ

Рассмотрим модель гидроакустического волновода, в которой водный слой расположен на абсолютно жестком основании, на поверхности волновода помещен абсолютно жесткий цилиндр радиуса R и высоты h_0. Начало цилиндрической системы координат положим в центре верхнего основания цилиндра, ось Oz направлена вниз. Разобьем область волновода на две цилиндрические области: (A) – под цилиндром и (B) – вне цилиндра (рис. 1). Точечный гармонический источник звука, излучающий волну круговой частоты $\omega = 2\pi f$, расположен в произвольной точке волновода. Рассмотрим вначале случай, когда гармонический точечный источник звука находится в точке (r_0, z_0, φ_0) области (A) волновода.

Уравнение Гельмгольца для звукового поля в области под цилиндром имеет вид

$$\Delta\Phi_A + \frac{\omega^2}{c^2(z)}\Phi_A = -\frac{\delta(r-r_0)\delta(z-z_0)\delta(\varphi-\varphi_0)}{r}, \quad (1)$$

где $\Delta\Phi = \frac{1}{r}\frac{\partial}{\partial r}\left(r\frac{\partial\Phi}{\partial r}\right) + \frac{1}{r^2}\frac{\partial^2\Phi}{\partial\varphi^2} + \frac{\partial^2\Phi}{\partial z^2}$ – оператор Лапласа; $\Phi_A(r, z, \varphi)$ – амплитуда потенциала скоростей в области (A); δ – дельта-функция Дирака; $c(z)$ – распределение скорости звука. Звуковое поле в области (B) будет полностью определено, если известна амплитуда потенциала скоростей $\Phi_B(r, z, \varphi)$, удовлетворяющая уравнению Гельмгольца

$$\Delta\Phi_B + \frac{\omega^2}{c^2(z)}\Phi_B = 0. \quad (2)$$

Поверхность воды и дно рассматриваются как абсолютно мягкая и абсолютно жесткая границы волновода соответственно:

$$\Phi\big|_{z=0} = 0\,(r > \mathrm{R});\ \left.\frac{\partial\Phi}{\partial z}\right|_{z=h} = 0;$$
$$\left.\frac{\partial\Phi}{\partial z}\right|_{z=h_0} = 0\,(0 < r \le R);\ \left.\frac{\partial\Phi}{\partial r}\right|_{r=R} = 0\,(0 < z < h_0). \quad (3)$$

Кроме того, должны выполняться условия непрерывности звукового поля на стыке областей (A) и (B), т.е. при $r = R$:

$$\frac{\partial\Phi_B}{\partial r} = \begin{cases} 0\,(0 < z \le h_0), \\ \dfrac{\partial\Phi_A}{\partial r}\,(h_0 < z \le h); \end{cases} \quad (4)$$

$$\Phi_A = \Phi_B,\quad h_0 < z \le h. \quad (5)$$

РЕШЕНИЕ ДЛЯ ИСТОЧНИКА, РАСПОЛОЖЕННОГО ПОД ЦИЛИНДРОМ

В случае, когда источник звука находится во внутренней области (A) (рис. 1), общее решение $\Phi_B(r, z, \varphi)$ уравнения Гельмгольца (2) для внешней области (B), удовлетворяющее как граничным условиям (3), так и условию излучения, строится на основе разделения переменных в виде суммы нормальных мод [8]:

$$\Phi_B(r, z, \varphi) = \sum_{m=0}^{\infty}\sum_{n=1}^{\infty} D_{mn} H_m^{(1)}(\xi_{B,n} r)\,\psi_{B,n}(z)\theta_m(\varphi), \quad (6)$$

где D_{mn} – неизвестные коэффициенты; $\{\xi_{B,n}\}_{n=1}^{\infty}$ и $\{\psi_{B,n}(z)\}_{n=1}^{\infty}$ – собственные числа и собственные функции следующей краевой задачи:

$$\frac{d^2\psi_B}{dz^2} + \left(\frac{\omega^2}{c^2(z)} - \xi^2\right)\psi_B = 0,\quad \psi_B(0) = 0,\quad \psi'_B(h) = 0, \quad (7)$$

где $H_m^{(1)}(z) = J_m(z) + iY_m(z)$ – функция Ханкеля 1-го рода порядка m, $J_m(z)$ и $Y_m(z)$ – функции Бесселя первого и второго рода соответственно.

Азимутальные собственные функции $\{\theta_m(\varphi)\}_{m=0}^{\infty}$ выбираются как четные в силу симметрии задачи относительно плоскости, содержащей вертикальную ось координат и точку источника (рис. 1). Тогда

$$\theta_m(\varphi) = e_m \cos m\varphi,\quad m = 0, 1, \ldots,$$

где нормирующие множители имеют вид

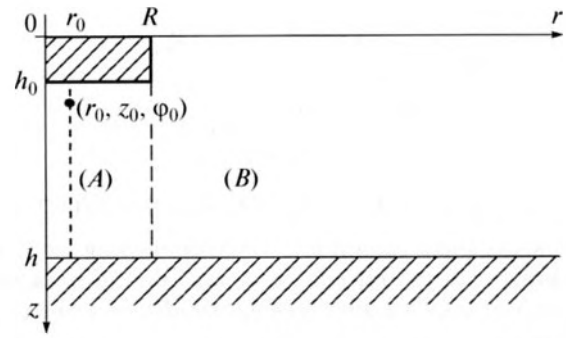

Рис. 1. Сечение гидроакустического волновода с плавающим на поверхности цилиндрическим телом в азимутальной плоскости, содержащей источник под цилиндрическим телом.

$$e_m = \begin{cases} 1/\sqrt{2\pi}, & m = 0, \\ 1/\sqrt{\pi}, & m \ne 0. \end{cases}$$

Очевидно, что при таком выборе e_m азимутальные собственные функции являются ортонормированными:

$$\int_{-\pi}^{\pi} \theta_m(\varphi)\theta_n(\varphi)d\varphi = \delta_{mn},$$

где δ_{mn} – символ Кронекера.

Общее решение $\Phi_A(r, z, \varphi)$ уравнения (1) в области под цилиндром, удовлетворяющее граничным условиям и условию в источнике, также строится в виде суммы нормальных мод:

$$\Phi_A(r, z, \varphi) = \sum_{m=0}^{\infty}\sum_{n=1}^{\infty} R_{mn}(r)\psi_{A,n}(z)\theta_m(\varphi), \quad (8)$$

где $\{\xi_{A,n}\}_{n=1}^{\infty}$ и $\{\psi_{A,n}(z)\}_{n=1}^{\infty}$ – собственные числа и собственные функции следующей краевой задачи:

$$\frac{d^2\psi_A}{dz^2} + \left(\frac{\omega^2}{c^2(z)} - \xi^2\right)\psi_A = 0,$$
$$\psi'_A(h_0) = 0,\quad \psi'_A(h) = 0. \quad (9)$$

Алгоритм построения собственных функций и чисел краевых задач (7), (9) на основе аппроксимации квадрата волнового числа $k^2 = \omega^2/c^2(z)$ для заданной системы опорных точек $c(z_i) = c_i$ подробно описывается в статье [7].

После подстановки выражения (8) в неоднородное уравнение Гельмгольца (1), с учетом ортогональности собственных функций $\{\psi_{A,n}(z)\}_{n=1}^{\infty}$ в пространстве интегрируемых с квадратом функций $L_2[h_0, h]$ и ортогональности собственных функций $\{\theta_m(\varphi)\}_{m=0}^{\infty}$, получим уравнение для $R_{m,n}(r)$:

$$\frac{1}{r}\frac{d}{dr}\left(r\frac{dR_{mn}}{dr}\right)+\left(\xi_{A,n}^2-\frac{m^2}{r^2}\right)R_{mn}= \\ =-\frac{\delta(r-r_0)}{r}\frac{\psi_{A,n}(z_0)}{\gamma_{A,n}}\theta_m(\varphi_0), \tag{10}$$

где $\gamma_{A,n}=\int_{h_0}^{h}\psi_{A,n}^2(z)dz$. Решение $R_{mn}(r)$ в области (A), описывающее уходящую от излучателя волну и имеющее достаточный произвол для сопряжения с решением во внешней области (B), будем искать в виде:

(а) для $0<r\le r_0$,

$$R_{mn}(r)=A_{mn}J_m(\xi_{A,n}r), \tag{11}$$

(б) для $r_0<r\le R$,

$$R_{mn}(r)=\frac{B_{mn}J_m(\xi_{A,n}r_0)H_m^{(1)}(\xi_{A,n}r)}{H_m^{(1)}(\xi_{A,n}r_0)}+C_{mn}J_m(\xi_{A,n}r), \tag{12}$$

где A_{mn}, B_{mn}, и C_{mn} – неопределенные коэффициенты. Используя условие непрерывности решения $R_{mn}(r)$ при $r=r_0$, получим следующее равенство:

$$A_{mn}=B_{mn}+C_{mn}. \tag{13}$$

Согласно [6], для нахождения неопределенных коэффициентов проинтегрируем уравнение (10) в малой окрестности r_0:

$$\left.\frac{dR_{mn}(r)}{dr}\right|_{r_0-0}^{r_0+0}=-\frac{1}{r_0}\frac{\rho(z_0)\psi_{A,n}(z_0)}{\gamma_{A,n}}\theta_m(\varphi_0). \tag{14}$$

Подставляя выражения (11), (12) в (14), получим уравнение относительно неизвестных коэффициентов:

$$\frac{B_{mn}\xi_{A,n}H_m^{(1)'}(\xi_{A,n}r_0)J_m(\xi_{A,n}r_0)}{H_m^{(1)}(\xi_{A,n}r_0)}+ \\ +(C_{mn}-A_{mn})\xi_{A,n}J_m'(\xi_{A,n}r_0)=-\frac{1}{r_0}\frac{\psi_{A,n}(z_0)}{\gamma_{A,n}}\theta_m(\varphi_0),$$

где производные определяются равенством

$$H_m^{(1)'}(x)=\frac{mH_m^{(1)}(x)}{x}-H_{m+1}^{(1)}(x),$$

$$J_m'(x)=\frac{mJ_m(x)}{x}-J_{m+1}(x).$$

Воспользовавшись (13) и соотношением для цилиндрических функций

$$H_m^{(1)'}(\xi_{A,n}r_0)J_m(\xi_{A,n}r_0)- \\ -H_m^{(1)}(\xi_{A,n}r_0)J_m'(\xi_{A,n}r_0)=\frac{2i}{\pi\xi_{A,n}r_0},$$

можно выразить искомые коэффициенты в виде

$$B_{mn}=\frac{\pi i}{2}\frac{\psi_{A,n}(z_0)\theta_m(\varphi_0)}{\gamma_{A,n}}H_m^{(1)}(\xi_{A,n}r_0).$$

Таким образом, получаем аналитическое представление для потенциала в области (A). В частности, при $r\le r_0$

$$\Phi_A(r,z,\varphi)=\sum_{m=0}^{\infty}\sum_{n=1}^{\infty}\left(\frac{\pi i}{2}\frac{\psi_{A,n}(z_0)\theta_m(\varphi_0)H_m^{(1)}(\xi_{A,n}r_0)}{\gamma_{A,n}}+ \right. \\ \left. +C_{mn}\right)J_m(\xi_{A,n}r)\psi_{A,n}(z)\theta_m(\varphi), \tag{15}$$

при $r_0<r\le R$

$$\Phi_A(r,z,\varphi)= \\ =\sum_{m=0}^{\infty}\sum_{n=1}^{\infty}\left(\frac{\pi i}{2}\frac{\psi_{A,n}(z_0)\theta_m(\varphi_0)J_m(\xi_{A,n}r_0)H_m^{(1)}(\xi_{A,n}r)}{\gamma_{A,n}}+ \right. \\ \left. +C_{mn}J_m(\xi_{A,n}r)\right)\psi_{A,n}(z)\theta_m(\varphi). \tag{16}$$

Неопределенные коэффициенты C_{mn} и D_{mn} в формулах (6), (15), (16) определяются из бесконечной системы линейных алгебраических уравнений, которая возникает из условий непрерывности звукового поля (4), (5) на стыке областей $r=R$. При выводе бесконечной системы [7] важно, чтобы функции, стоящие в обеих частях равенств, были из одного класса функций. В связи с этим доопределим второе равенство (5) следующим образом:

$$\Phi_B=\begin{cases}\Phi_B(0<z\le h_0),\\ \Phi_A(h_0<z\le h).\end{cases} \tag{17}$$

Тогда система функций $\{\psi_{B,n}(z)\}_{n=1}^{\infty}$ является полной и ортогональной для функций, стоящих в обеих частях равенств. Из равенства коэффициентов разложения по системе функций $\theta_m(\varphi)\,\psi_{B,n}(z)$ в функциональном уравнении (17) получим бесконечную систему линейных алгебраических уравнений относительно коэффициентов C_{mn} и D_{mn}:

$$-\sum_{n=1}^{\infty}I_{k,n}^1C_{mn}J_m(\xi_{A,n}R)+\gamma_{B,k}D_{mk}H_m^{(1)}(\xi_{B,k}R)- \\ -\sum_{n=1}^{\infty}I_{k,n}^2D_{mn}H_m^{(1)}(\xi_{B,n}R)=\sum_{n=1}^{\infty}B_{mn}^0I_{k,n}^1H_m^{(1)}(\xi_{A,n}R),$$

$$-\sum_{n=1}^{\infty}I_{k,n}^1\xi_{A,n}J_m'(\xi_{A,n}R)C_{mn}+\gamma_{B,k}\xi_{B,k}H_m^{(1)'}(\xi_{B,k}R)D_{mk}= \\ =\sum_{n=1}^{\infty}B_{mn}^0I_{k,n}^1\xi_{A,n}H_m^{(1)'}(\xi_{A,n}R),\quad (m=0,1,\ldots;\ k=1,2,\ldots),$$

где

$$B_{mn}^0=\frac{\pi i}{2}\frac{\psi_{A,n}(z_0)\theta_m(\varphi_0)}{\gamma_{A,n}}H_m^{(1)}(\xi_{A,n}r_0)J_m(\xi_{A,n}r_0),$$

$$I_{k,n}^1=\int_{h_0}^{h}\psi_{A,n}(z)\psi_{B,k}(z)dz;$$

$$I_{k,n}^2=\int_0^{h_0}\psi_{B,n}(z)\psi_{B,k}(z)dz;\quad \gamma_{B,k}=\int_0^{h}\psi_{B,k}^2(z)dz.$$

В частном случае, когда гармонический точечный источник звука находится на продолжении осевой линии цилиндра в точке $(0, z_0)$, звуковое поле, возбуждаемое в волноводе, является осесимметричным. В этом случае в формулах потенциалов (6) и (15), (16) остаются только слагаемые с индексами $m = 0$.

РЕШЕНИЕ ДЛЯ ИСТОЧНИКА, РАСПОЛОЖЕННОГО ВО ВНЕШНЕЙ ОБЛАСТИ

Если гармонический точечный источник звука находится в некоторой точке (r_0, z_0, φ_0) внешней области (B) гидроакустического волновода, то аналогично предыдущему случаю общее решение $\Phi_A(r, z, \varphi)$ во внутренней области (A) строится в виде

$$\Phi_A(r,z,\varphi) = \sum_{m=0}^{\infty}\sum_{n=1}^{\infty} K_{mn}\psi_{A,n}(z)\theta_m(\varphi)J_m(\xi_{A,n}r),$$

где K_{mn} – неизвестные коэффициенты; $\{\xi_{A,n}\}_{n=1}^{\infty}$ и $\{\psi_{A,n}(z)\}_{n=1}^{\infty}$ – собственные числа и собственные функции краевой задачи (9).

Общее решение $\Phi_B(r, z, \varphi)$ во внешней области (B), удовлетворяющее как граничным условиям (3), так и условиям излучения на бесконечности и в источнике, имеет вид

$$\Phi_B(r,z,\varphi) = \sum_{m=0}^{\infty}\sum_{n=1}^{\infty} Q_{mn}(r)\psi_{B,n}(z)\theta_m(\varphi),$$

где $\{\xi_{B,n}\}_{n=1}^{\infty}$ и $\{\psi_{B,n}(z)\}_{n=1}^{\infty}$ – собственные числа и собственные функции краевой задачи (7). Для построения функций $Q_{mn}(r)$ используем подход, описанный в предыдущем разделе. Тогда

(а) для $R \le r < r_0$

$$Q_{mn}(r) = \frac{L_{mn}H_m^{(1)}(\xi_{B,n}r)}{H_m^{(1)}(\xi_{B,n}R)} + P_{mn}H_m^{(1)}(\xi_{B,n}r_0)J_m(\xi_{B,n}r),$$

(б) для $r \ge r_0$

$$Q_{mn}(r) = \frac{S_{mn}H_m^{(1)}(\xi_{B,n}r)}{H_m^{(1)}(\xi_{B,n}r_0)},$$

где L_{mn}, P_{mn}, и S_{mn} – неопределенные коэффициенты.

Используя условие непрерывности решения $Q_{mn}(r)$ при $r = r_0$, получим следующее равенство:

$$S_{mn} = \frac{L_{mn}H_m^{(1)}(\xi_{B,n}r_0)}{H_m^{(1)}(\xi_{B,n}R)} + P_{mn}H_m^{(1)}(\xi_{B,n}r_0)J_m(\xi_{B,n}r_0).$$

Вычисляя скачок производной для функции $Q_{mn}(r)$ в точке $r = r_0$, получаем из равенства

$$\left(\frac{S_{mn}}{H_m^{(1)}(\xi_{B,n}r_0)} - \frac{L_{mn}}{H_m^{(1)}(\xi_{B,n}R)}\right)\xi_{B,n}H_m^{(1)'}(\xi_{B,n}r_0) -$$

$$- P_{mn}\xi_{B,n}J_m'(\xi_{B,n}r_0)H_m^{(1)}(\xi_{B,n}r_0) = -\frac{1}{r_0}\frac{\psi_{B,n}(z_0)}{\gamma_{B,n}}\theta_m(\varphi_0)$$

соотношение

$$P_{mn} = \frac{\pi i}{2}\frac{\psi_{B,n}(z_0)\theta_m(\varphi_0)}{\gamma_{B,n}}.$$

В результате общее решение $\Phi_B(r, z, \varphi)$ при наличии в данной области источника имеет вид:

при $R \le r < r_0$

$$\Phi_B(r,z,\varphi) = \sum_{m=0}^{\infty}\sum_{n=1}^{\infty}\left(\frac{L_{mn}H_m^{(1)}(\xi_{B,n}r)}{H_m^{(1)}(\xi_{B,n}R)} + \frac{\pi i}{2}\times\right.$$
$$\left.\times\frac{\psi_{B,n}(z_0)\theta_m(\varphi_0)}{\gamma_{B,n}}H_m^{(1)}(\xi_{B,n}r_0)J_m(\xi_{B,n}r)\right)\psi_{B,n}(z)\theta_m(\varphi), \quad (18)$$

при $r \ge r_0$

$$\Phi_B(r,z,\varphi) = \sum_{m=0}^{\infty}\sum_{n=1}^{\infty}\frac{S_{mn}H_m^{(1)}(\xi_{B,n}r)}{H_m^{(1)}(\xi_{B,n}r_0)}\psi_{B,n}(z)\theta_m(\varphi). \quad (19)$$

Алгебраизация функциональных соотношений (4), (5) для представления потенциалов (18), (19) приводит к бесконечной системе линейных алгебраических уравнений относительно коэффициентов K_{mn} и L_{mn}:

$$-\sum_{n=1}^{\infty} I_{k,n}^1 K_{mn}J_m(\xi_{A,n}R) + \gamma_{B,k}L_{mk} - \sum_{n=1}^{\infty} I_{k,n}^2 L_{mn} =$$
$$= \sum_{n=1}^{\infty} P_{mn}^0 I_{k,n}^1 J_m(\xi_{B,n}R) - \gamma_{B,k}P_{mk}^0 J_m(\xi_{B,k}R),$$

$$\sum_{n=1}^{\infty} I_{k,n}^1\xi_{A,n}J_m'(\xi_{A,n}R)K_{mn} - \frac{\gamma_{B,k}\xi_{B,k}H_m^{(1)'}(\xi_{B,k}R)}{H_m^{(1)}(\xi_{B,k}R)}L_{mk} =$$
$$= \gamma_{B,k}P_{mk}^0\xi_{B,k}J_m'(\xi_{B,k}R), \quad (m = 0,1,\ldots;\ k = 1,2,\ldots),$$

где $P_{mn}^0 = \frac{\pi i}{2}\frac{\psi_{B,n}(z_0)\theta_m(\varphi_0)}{\gamma_{B,n}}H_m^{(1)}(\xi_{B,n}r_0)$. При вычислении коэффициентов бесконечной системы основную трудность представляет вычисление интегралов $I_{k,n}^1$, $I_{k,n}^2$. Данные интегралы для постоянного профиля скорости звука вычисляются точно:

$$I_{k,n}^1 = \frac{1}{\pi h}\frac{(k-1/2)\cos\frac{\pi(k-1/2)h_0}{h}}{\left(\frac{k-1/2}{h}\right)^2 - \left(\frac{n}{h-h_0}\right)^2};$$

$$I_{k,n}^2 = \begin{cases} \frac{1}{2}\left(\frac{h}{\pi(n-k)}\sin\frac{\pi h_0(n-k)}{h} - \right. \\ \left. - \frac{h}{\pi(n+k-1)}\sin\frac{\pi h_0(n+k-1)}{h}\right), & n \ne k, \\ \frac{h_0}{2} - \frac{h}{4\pi(n-1/2)}\sin\frac{2\pi h_0(n-1/2)}{h}, & n = k. \end{cases}$$

В общем случае подход к вычислению интегралов $I_{k,n}^1$, $I_{k,n}^2$, у которых подынтегральные функции являются быстро осциллирующими, представлен в [7].

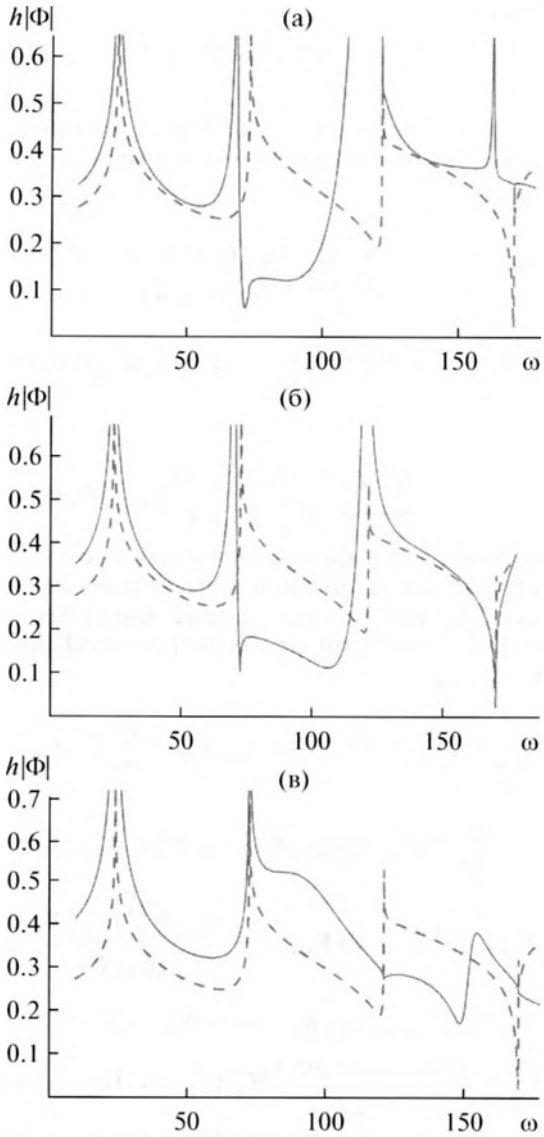

Рис. 2. Амплитудно-частотная характеристика волновода в точке M: (а) $h_0 = 5$ м, (б) $h_0 = 15$ м, (в) $h_0 = 30$ м. Сплошная линия – волновод с цилиндром на поверхности, пунктир – идеальный волновод.

ЧИСЛЕННЫЕ РЕЗУЛЬТАТЫ

На рис. 2 представлена зависимость $h|\Phi|$ от частоты звука ω в точке наблюдения $M(0.5R, z_0)$ для случая, когда гармонический точечный источник расположен на продолжении осевой линии плавающего цилиндра $z_0 = 50$ м (в силу цилиндрической симметрии возбуждаемого поля азимутальная координата точки M не указывается). Глубина волновода $h = 100$ м. Скорость звука во всех точках водного слоя имеет одинаковое значение $c_0 = 1550$ м/с. Цилиндр имеет постоянный радиус $R = 50$ м, (а) $h_0 = 5$ м, (б) $h_0 = 15$ м, (в) $h_0 = 30$ м. Для сравнения показана амплитудно-частотная характеристика идеального волновода в данной точке при тех же значениях параметров волновода.

Из рис. 2а видно, что до второй резонансной частоты идеального волновода $\omega_2^* = \dfrac{3\pi}{2h}c_0 = 73.042$ рад/с модуль амплитуды потенциала скоростей для волновода с цилиндром всюду больше, чем для идеального волновода; на отрезке от второй резонансной частоты до третьей ($\omega_3^* = \dfrac{5\pi}{2h}c_0 = 121.787$ рад/с) наблюдается противоположная картина. На рис. 2б показана амплитудно-частотная характеристика волновода в указанной точке в случае увеличения высоты цилиндрического тела в три раза, при этом качественная картина до третьей резонансной частоты идеального волновода не меняется в сравнении с предыдущим случаем, отличия заметны от третьей до четвертой резонансной частоты идеального волновода. Рис. 2в демонстрирует, что в случае существенных размеров плавающего цилиндрического тела до третьей резонансной частоты идеального волновода модуль амплитуды потенциала скоростей для волновода с цилиндром всюду больше, чем для идеального волновода. Отметим, что цилиндр над источником звука приводит к изменению амплитудно-частотной характеристики волновода практически во всем диапазоне частот.

На рис. 3 представлена зависимость амплитуды потенциала скоростей $h|\Phi|$ от частоты звука ω в точке наблюдения M_1 $(2z_0, z_0)$. Гармонический точечный источник также расположен на продолжении осевой линии плавающего цилиндра, что обеспечивает цилиндрическую симметрию поля. Параметры полагаются следующими: $h = 100$ м, $z_0 = 50$ м, $c_0 = 1550$ м/с ((а) $h_0 = 15$ м, $R = 15$ м; (б) $h_0 = 25$ м, $R = 25$ м; (в) $h_0 = = 35$ м, $R = 35$ м). Рисунок 3а показывает, что при небольших размерах плавающего цилиндрического тела и удалении от источника звука на расстояние, равное глубине волновода, различия в значениях $h|\Phi|$ между волноводом с цилиндром и идеальным волноводом проявляются только на высоких частотах. Из рис. 3б видно, что, начиная с третьей резонансной частоты идеального волновода $\omega_3^* = \dfrac{5\pi}{2h}c_0 = 121.787$ рад/с, наблюдаются существенные различия в амплитудно-частотных характеристиках данных волноводов в указанной точке, при увеличении размеров цилиндра различия между амплитудно-частотными характеристиками волноводов проявляются с более низких частот (рис. 3в).

Рисунок 4 иллюстрирует амплитудную характеристику акустических волн для различных расположений гармонического точечного источника z_0 на продолжении осевой линии плавающего цилиндра в волноводе при $h = 100$ м, $R = 50$ м, $h_0 = 10$ м, $c_0 = 1550$ м/с, $\omega = 100$ рад/с. Модуль ам-

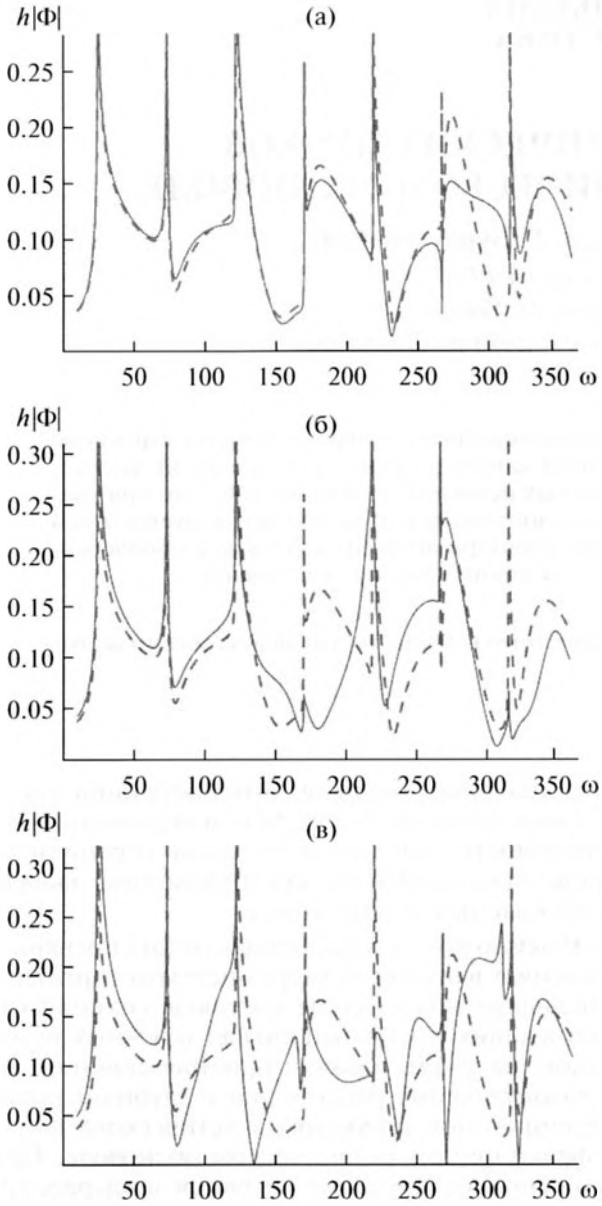

Рис. 3. Амплитудно-частотная характеристика волновода в точке M_1: (а) $h_0 = 15$ м, $R = 15$ м; (б) $h_0 = 25$ м, $R = 25$ м; (в) $h_0 = 35$ м, $R = 35$ м. Сплошная линия – волновод с цилиндром на поверхности, пунктир – идеальный волновод.

плитуды потенциала скорости достигает максимальных значений у поверхности и дна, в середине волновода имеется четко выраженный минимум. Таким образом, чем ближе источник звука к абсолютно отражающей поверхности (ко дну или цилиндру), тем больше амплитуда возникающего звукового давления.

ЗАКЛЮЧЕНИЕ

Предлагаемый подход позволяет получить аналитическую форму решения для неоднородного гидроакустического волновода с расположенным на поверхности телом цилиндрической формы в виде ряда по нормальным модам, где коэффициенты при модах находятся с заданной точностью из соответствующих бесконечных систем. Вариация размеров цилиндра над источником звука показывает, что амплитудно-частотные характеристики исследуемого волновода значительно отличаются от характеристик идеального волновода практически на всем диапазоне частот в ближнем поле. Для дальнего поля данные отличия проявляются на высоких частотах.

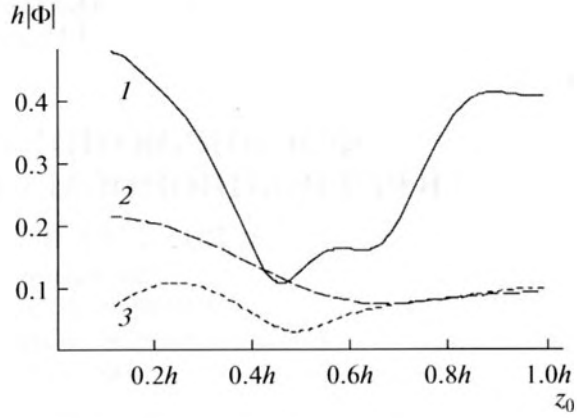

Рис. 4. Зависимость амплитудной характеристики волнового поля от положения источника звука. Кривая *1* – приемник в точке (0.25*h*, 0.5*h*), *2* – в точке (1.5*h*, 0.9*h*), *3* – в точке (2.5*h*, 0.5*h*).

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. *Толстой И., Клей К.С.* Акустика океана. М.: Мир, 1969. 301 с.
2. *Бреховских Л.М.* Волны в слоистых средах. М.: Наука, 1973. 343 с.
3. *Вадов Р.А.* Особенности формирования структуры звукового поля точечного источника в Черноморском подводном звуковом канале // Акуст. журн. 2011. Т. 57. № 5. С. 623–632.
4. *Преснов Д.А., Жостков Р.А., Гусев В.А., Шуруп А.С.* Дисперсионные зависимости упругих волн в покрытом льдом мелком море // Акуст. журн. 2014. Т. 60. № 4. С. 426–436.
5. *Taraudakis M.I.* A coupled-mode formulation for the solution in the presence of a conical sea-mount // J. Acoust. Soc. Am. 1996. № 4. P. 101–121.
6. *Luo W., Schmidt H.* Three-dimensional propagation and scattering around a conical seamount // J. Acoust. Soc. Am. 2009. № 1. P. 52–65.
7. *Papkova Yu.I., Papkov S.O., Yaroshenko A.A.* Energy characteristics of the hydroacoustic field in a nonuniform marine medium with a containing a cylindrical body floating on the surface // Phys. Oceanog. 2006. V. 16. № 3. P. 168–176.
8. *Папкова Ю.И.* Метод нормальных мод для трехмерной модели гидроакустического волновода // Динамические системы. 2013. Т. 3. № 3–4. С. 249–255.