АКУСТИЧЕСКИЙ ЖУРНАЛ, 2015, том 61, № 4, с. 490–499

АКУСТИКА ОКЕАНА.
ГИДРОАКУСТИКА

УДК 534.221

ФОРМИРОВАНИЕ КАУСТИЧЕСКИХ ПУЧКОВ В РЕФРАКЦИОННОМ ОКЕАНИЧЕСКОМ ВОЛНОВОДЕ

© 2015 г. Ю. В. Петухов, В. Г. Бурдуковская

Институт прикладной физики РАН
603950, ГСП-120, Н. Новгород, ул. Ульянова 46
E-mail: petukhov@hydro.appl.sci-nnov.ru; b.vg@hydro.appl.sci-nnov.ru

Поступила в редакцию 30.09.2014 г.

Рассмотрены закономерности формирования пространственной интерференционной структуры акустического поля, возбуждаемого в приповерхностном канале вертикальной антенной, состоящей из синфазно излучающих тональный сигнал точечных источников. Установлено, что при увеличении апертуры антенны до определенного оптимального размера в канале формируется лишь один каустический пучок. При дальнейшем увеличении апертуры антенны наблюдается поочередное формирование определенного количества следующих за ним каустических пучков.

Ключевые слова: океанические волноводы, приповерхностные каналы, вертикальные антенны, тональное излучение, каустические пучки.

DOI: 10.7868/S0320791915030132

ВВЕДЕНИЕ

Как известно [1–4], при достаточно многомодовом режиме распространения акустических волн в рефракционных океанических волноводах около луча, выходящего горизонтально из точечного источника, формируется преобладающий по интенсивности каустический пучок, заметно выделяющийся на фоне многопучковой интерференционной структуры поля. Этот пучок создается определенной группой мод, горизонты поворота которых достаточно близки к горизонту погружения источника. При этом, как показано в [5–6], такой пучок формируется около системы каустических линий, которые определенными своими частями сближаются между собой с ростом горизонтального расстояния. Именно при формировании каустического пучка появляются, в частности, и описанные в [7–9] заметные всплески интенсивности акустического поля на горизонте источника и горизонте, отвечающем сопряженной глубине источника, которым соответствуют одинаковые значения скорости звука. Однако следует отметить, что в [1–8] рассматривалось проявление соответствующих закономерностей в пространственном распределении интенсивности акустического поля при его возбуждении лишь одним точечным источником, и только в [9] исследовалось поведение усредненной по горизонтальному расстоянию зависимости от глубины интенсивности акустического поля, возбуждаемого вертикальной антенной. При этом масштаб усреднения в [9] выбирался равным максимальному периоду интерференции соседних мод, что позволяло в [9] при определении интенсивности акустического поля ограничиться лишь некогерентным суммированием вкладов возбуждаемых антенной мод.

Именно поэтому настоящая работа посвящена изучению влияния размера апертуры вертикальной дискретной антенны, состоящей из синфазно излучающих тональный сигнал точечных источников, на формирование пространственной (по горизонтальному расстоянию и глубине) интерференционной структуры акустического поля в рефракционном океаническом волноводе. Причем основное внимание уделяется здесь рассмотрению вопроса о формировании такой антенной каустических пучков.

КАУСТИЧЕСКИЙ ПУЧОК В ПРИПОВЕРХНОСТНОМ КАНАЛЕ

Для решения поставленной задачи здесь, как и в [10], воспользуемся простейшей моделью приповерхностного звукового канала с линейной зависимостью от глубины z квадрата показателя преломления:

$$n^2(z) = \begin{cases} 1 - az, & 0 \le z \le H_b, \\ 1 - aH_b, & z \ge H_b \end{cases} \quad (1)$$

с соответствующим градиентом a и глубиной H_b. Последнее сделано исключительно лишь с целью упрощения приближенных аналитических расчетов, результаты которых используются ниже при интерпретации результатов численного модели-

рования. Тогда пространственное (по горизонтальному расстоянию r и глубине z) распределение интенсивности $J(r, z)$ акустического поля, формируемого линейной вертикальной антенной с апертурой $h = n\lambda_0$, состоящей из $N = 2n + 1$ $(n \geq 0)$ синфазно излучающих тональный сигнал с частотой f точечных источников, будет описываться выражением следующего вида [10]:

$$J(r,z) = \frac{\pi^2}{H^2}\left|\sum_{l=1}^{L} V_l \frac{\upsilon(t_l)}{\{\upsilon'(-y_l)\}^2} H_0^{(1)}(k_l r)\right|^2, \qquad (2)$$

где

$$V_l = \frac{1}{N}\sum_{j=-n}^{n}\{\upsilon(t_{jl})\}. \qquad (3)$$

Здесь $\upsilon(t)$ – функция Эйри, $\upsilon'(t)$ – ее производная, $k_l = k_0\beta_l$ – горизонтальные волновые числа мод, $k_0 = \frac{2\pi}{\lambda_0}$, $\lambda_0 = \frac{c_0}{f}$, $\beta_l = \sqrt{1 - \frac{y_l}{(k_0 H)^2}}$, $H = \left(ak_0^2\right)^{-1/3}$, $t_l = \frac{z}{H} - y_l$, $t_{jl} = \frac{\left(z_s + j\frac{\lambda_0}{2}\right)}{H} - y_l$, z_s – глубина центра антенны $(j = 0)$, y_l – значения, определяемые решениями уравнения $\upsilon(-y_l) = 0$, c_0 – минимальное значение зависимости скорости звука $c(z) = c_0/n(z)$, достигаемое в данном случае на свободной поверхности $z = 0$.

Прежде чем приступить к численному моделированию, остановимся на качественном рассмотрении закономерностей, которые могут проявиться при формировании поля излучающей вертикальной антенны.

Как известно [11], в однородной среде при $c(z) = c_0$ в зоне Фраунгофера

$$r \gg \frac{r_f}{4}, \quad r_f = \frac{h^2}{\lambda_0} \qquad (4)$$

формируется присущая антенне в свободном пространстве характеристика направленности

$$V_l \Rightarrow \frac{\sin\left(N\frac{\pi}{2}\sin\chi\right)}{N\sin\left(\frac{\pi}{2}\sin\chi\right)}, \qquad (5)$$

где χ – угол скольжения. В этом случае можно считать, что антенной формируется цилиндрический пучок около опорного луча, выходящего горизонтально $(\chi = 0)$ из центра антенны. Именно такие пучки представляют интерес и для неоднородной среды, поскольку каустические пучки в рефракционных волноводах формируются около горизонтально выходящих из соответствующих источников лучей [1–6].

Однако в рефракционной среде ситуация существенным образом изменяется, поскольку из-за влияния стратификации скорости звука на распространение акустических волн аналогичная (5) характеристика направленности может сформироваться лишь при выполнении определенного условия. Наиболее очевидным является условие малости r_f (4) по сравнению с характерным расстоянием r_g, на котором влияние стратификации $c(z)$ на распространение акустических волн становится определяющим при формировании характеристики направленности антенны. При произвольной зависимости $n(z)$ в качестве разумной оценки для r_g можно выбрать расстояние, на котором выходящий горизонтально из центра антенны луч достигает либо верхнего $z = z_{1s} = z_s - \frac{h}{2}$, либо нижнего $z = z_{2s} = z_s + \frac{h}{2}$ концов антенны. Это расстояние определим с использованием известного выражения для горизонтального расстояния [12]:

$$r(z) = \operatorname{sign}\{z - z_s\} \times \\ \times \cos\chi_s \int_{z_s}^{z} dz \Big/ \sqrt{n^2(z)/n^2(z_s) - \cos^2\chi_s}, \qquad (6)$$

которое проходит луч, выходящий под углом χ_s из расположенного на глубине z_s точечного источника. В рассматриваемом приповерхностном канале (1) из (6) при $\chi_s = 0$ и $z = z_{1s}$ найдем следующее выражение:

$$r_g = r(z_{1s}) = \sqrt{2\frac{h}{a}(1 - az_s)}. \qquad (7)$$

Тогда из приближенного равенства $r_f \approx r_g$ можно определить оптимальный размер апертуры $h = h_0$ $(n = n_0)$:

$$\frac{h}{\lambda_0} = n_0 = \left\{\frac{2(1 - az_s)}{\lambda_0 a}\right\}^{1/3}, \qquad (8)$$

при котором антенной сформируется только один, достаточно узкий каустический пучок в приповерхностном канале (1).

Как уже отмечалось во введении, каустический пучок изначально формируется даже при точечном источнике излучения $h/\lambda_0 \ll 1$, но на фоне других пучков в $J(r, z)$ заметнее всего он проявляется лишь при относительно низких частотах излучения [4]. С ростом же частоты излучения его ширина, как, впрочем, и других пучков в $J(r, z)$, уменьшается [2, 4]. В результате все большего числа эффективно возбуждаемых мод при относительно высоких частотах излучения каустический пучок проявляется в $J(r, z)$ уже в виде формируемых им определенных участков каустических линий на плоскости r–z [4]. Однако, как следует из сказанного выше (см. (8)), при таких достаточно высоких частотах излучения увеличение размера апертуры до оптимального h_0 (8) будет приводить к уменьшению влияния мод отно-

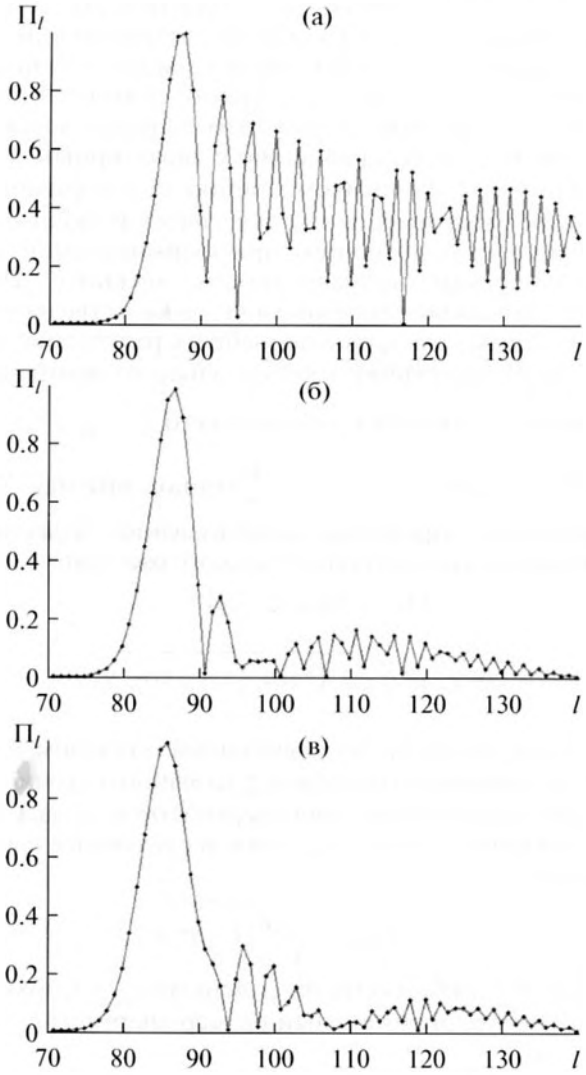

Рис. 1. Зависимость нормированного коэффициента возбуждения мод Π_l от их номера l при глубине центра антенны $z_s = 400$ м и различном числе N составляющих ее точечных источников: (а) $N = 3$; (б) $N = 81$; (в) $N = 121$.

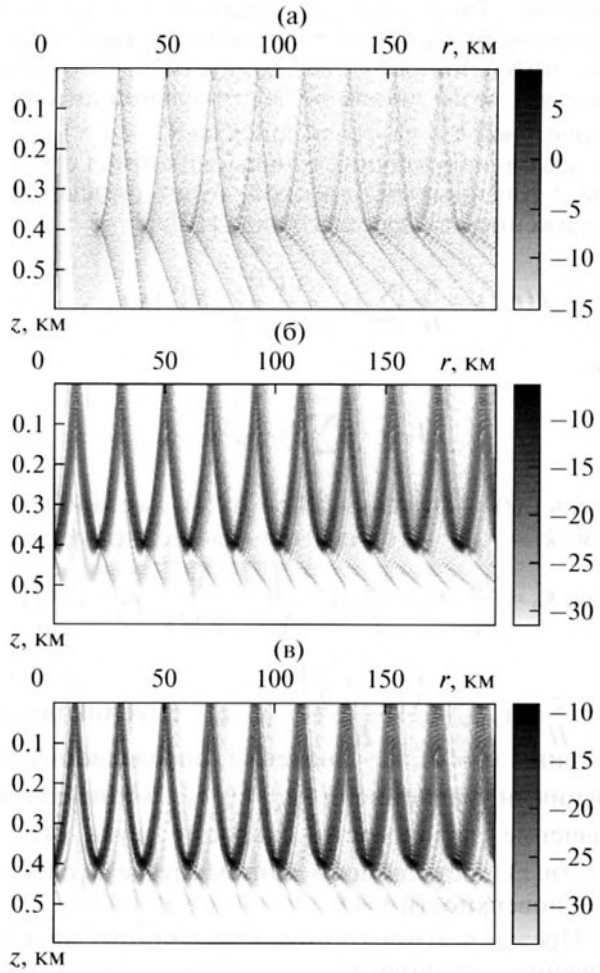

Рис. 2. Представленное в плотностной записи пространственное (по горизонтальному расстоянию r и глубине z) распределение нормированной интенсивности акустического поля $J_0(r, z)$ при глубине центра антенны $z_s = 400$ м и различном числе N составляющих ее точечных источников: (а) $N = 3$; (б) $N = 81$; (в) $N = 121$.

сительно высоких номеров на формирование пространственной интерференционной структуры акустического поля вдоль луча, выходящего горизонтально из центра антенны. В результате проявления таких закономерностей, при достижении апертурой антенны оптимального размера $h = h_0$ (8), каустический пучок вновь будет заметно выделяться в пространственном распределении интенсивности акустического поля, причем так же, как и с учетом лишь формирующих его мод при одном точечном источнике излучения.

Для проверки сделанных выше на основе приближенных оценок выводов были выполнены соответствующие численные расчеты с использованием (2), (3) при следующих значениях параметров приповерхностного канала: $c_0 = 1475$ м/с, $H_b = 10^3$ м, $a = [1 - (c_0/c_1)^2]/H_1$, $c_1 = 1535$ м/с, $H_1 = 5 \times 10^3$ м. Предполагалось также, что антенна излучала тональный акустический сигнал с частотой $f = 3$ кГц, а ее центр находился на глубине $z_s = 400$ м.

На рис. 1, 2 приведены результаты численного расчета зависимостей нормированной на максимальное значение абсолютной величины коэффициента возбуждения мод

$$\Pi_l = \frac{|V_l/\upsilon'(-y_l)|}{\max\{|V_l/\upsilon'(-y_l)|\}} \quad (9)$$

от их номера l (рис. 1) и пространственного распределения нормированной на цилиндрическое расхождение волнового фронта интенсивности

$J_0(r, z) = rJ(r, z)$ акустического поля (рис. 2) при различных значениях апертуры $h(N)$ излучающей антенны. Из этих рисунков следует правомерность сделанных выше выводов относительно формирования одного каустического пучка. Следует также обратить внимание на тот факт, что если для $h/\lambda_0 = 1$ ($N = 3$) при расчетах пространственного распределения $J_0(r, z)$ учитывать вклады мод лишь с номерами $75 \le l \le 91$, соответствующих основному максимуму в $\Pi_l(l)$ (рис. 1а), то в приповерхностном канале, как и следовало ожидать, сформируется один лишь каустический пучок (рис. 3). Вполне естественно, что такому каустическому пучку (рис. 3) должно приблизительно соответствовать и пространственное распределение $J_0(r, z)$, формируемое антенной с оптимальной апертурой $h = h_0$. Из достаточно качественного сопоставления рассчитанных при различных значениях $h(N)$ зависимостей $J_0(r, z)$ с приведенной на рис. 3 зависимостью $J_0(r, z)$ можно сделать вывод о том, что в рассматриваемой ситуации оптимальной апертуре соответствует значение $h_0 = 40\lambda_0$ ($N = 81$) (рис. 2). Дальнейшее увеличение апертуры антенны $h > h_0 = 40\lambda_0$ приводит к заметному расширению диапазона номеров мод, формирующих каустический пучок, причем как в область относительно низких, так и относительно высоких номеров мод (рис. 1); при этом соответствующий каустическому пучку максимум в $\Pi_l(l)$ смещается в область меньших значений l, чем при $h = h_0$ (рис. 1). В результате этого при $h > h_0$ ширина каустического пучка становится заметно меньше в области горизонтальных расстояний $r < 10^2$ км и больше в области $r > 10^2$ км, чем при $h = h_0$ (рис. 2).

При этом следует отметить, что с использованием приближенной аналитической зависимости (8) получаем для оптимального размера апертуры вертикальной излучающей антенны значение $h_0 \approx 64\lambda_0$ ($N = 129$), которое на 60% превышает точное значение аналогичной величины h_0. Последнее позволяет утверждать, что стратификация $c(z)$ влияет на формирование характеристики направленности вертикальной излучающей антенны на значительно меньшем по сравнению с r_g (7) горизонтальном расстоянии.

МНОГОПУЧКОВАЯ СТРУКТУРА ПОЛЯ КАУСТИЧЕСКОГО ПУЧКА

Остановимся теперь подробнее на изучении закономерностей, которые проявляются в поведении зависимостей $\Pi_l(l)$ и $J_0(r, z)$ при дальнейшем увеличении размера апертуры антенны $h/h_0 \gg 1$.

Вполне естественно, что значительное увеличение h, заметно расширяющее диапазон номеров Δl_s эффективно возбуждаемых и формирующих каустический пучок мод, горизонты поворота которых расположены на апертуре антенны и вблизи нее, может привести к появлению нескольких максимумов у зависимости $\Pi_l(l)$ (9). Такое предположение обусловлено тем, что входящая в выражения для V_l (3) и $\Pi_l(l)$ (9) функция Эйри $\upsilon(t_{jl})$ является осциллирующей при $t_{jl} < 0$. Следовательно, в пространственном распределении интенсивности акустического поля каустического пучка, формируемого всеми Δl_s эффективно возбуждаемыми антенной модами, возможно проявление более тонкой – многопучковой интерференционной структуры поля.

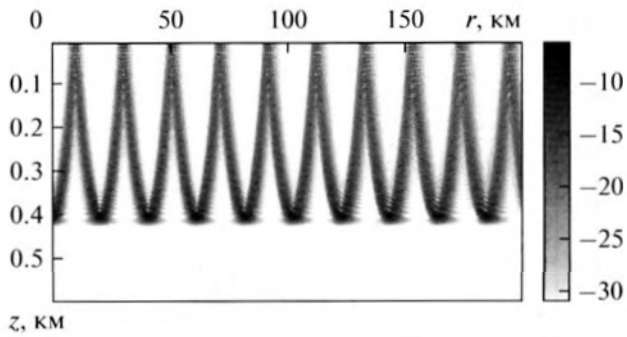

Рис. 3. Представленное в плотностной записи пространственное (по горизонтальному расстоянию r и глубине z) распределение нормированной интенсивности акустического поля $J_0(r, z)$, рассчитанное с учетом вклада мод лишь с номерами $75 \le l \le 91$ при глубине центра антенны $z_s = 400$ м и трех составляющих ее точечных источников ($N = 3$).

Сделанные выше на основе качественных рассуждений предположения полностью подтверждаются приведенными на рис. 4, 5 результатами численных расчетов зависимостей $\Pi_l(l)$ (рис. 4) и $J_0(r, z)$ (рис. 5). Действительно, при значительном увеличении апертуры антенны у зависимости $\Pi_l(l)$ за основным максимумом поочередно появляются в диапазоне относительно высоких номеров мод дополнительные максимумы, которым отвечают уменьшающиеся с ростом l значения Π_l (рис. 4). Именно этим максимумам соответствуют бриллюэновские лучи, около которых формируются каустические пучки, заметно проявляющиеся в пространственном распределении интенсивности акустического поля (рис. 5).

Таким образом, по мере увеличения размера апертуры синфазно излучающей тональный сигнал вертикальной антенны от относительно малых $h \le \lambda_0$ до относительно больших $h \gg h_0$ значений в приповерхностном канале вместо многопучковой интерференционной структуры акустического поля при $h \le \lambda_0$, имеющей место и при точечном источнике излучения [4], формируется сначала лишь один каустический пучок, после чего при $h \gg h_0$ вновь формируется многопучковая интерференци-

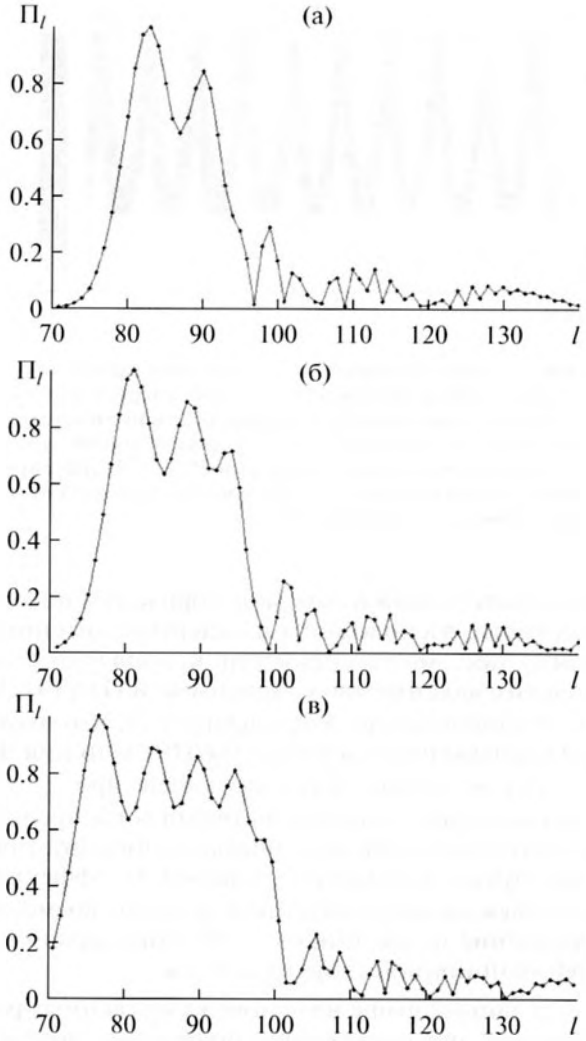

Рис. 4. Зависимость нормированного коэффициента возбуждения мод Π_l от их номера l при глубине центра антенны z_s = 400 м и различном, относительно большом числе N составляющих ее точечных источников: (а) $N = 201$; (б) $N = 251$; (в) $N = 351$.

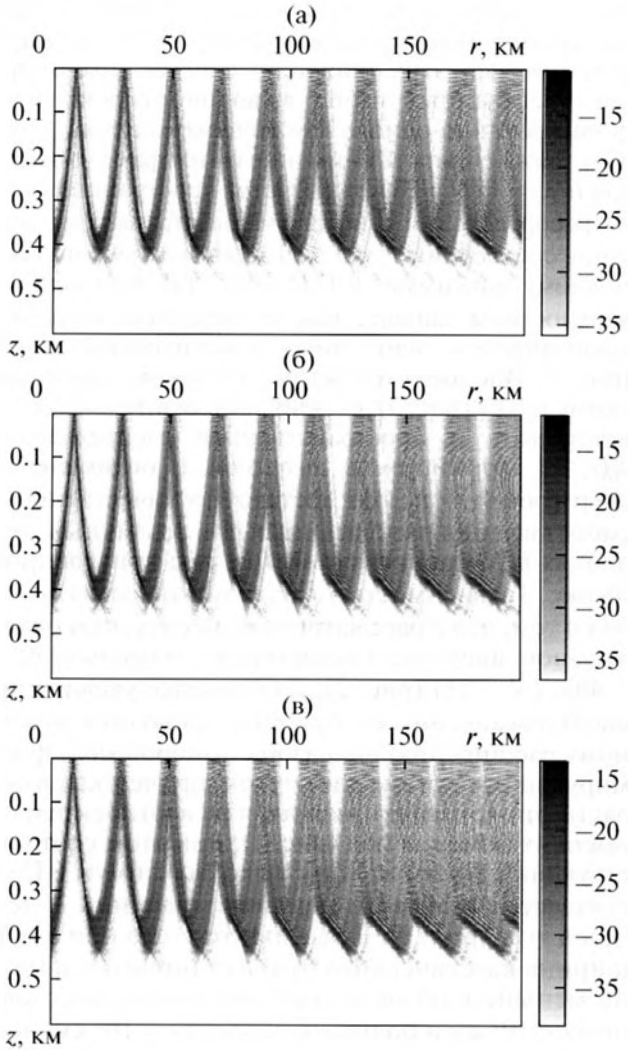

Рис. 5. Представленное в плотностной записи пространственное (по горизонтальному расстоянию r и глубине z) распределение нормированной интенсивности акустического поля $J_0(r, z)$ при глубине центра антенны z_s = 400 м и различном, относительно большом числе N составляющих ее точечных источников: (а) $N = 201$; (б) $N = 251$; (в) $N = 351$.

онная структура поля, но уже из одних только каустических пучков (рис. 2, 5).

В этой связи представляет определенный интерес получение приближенной аналитической зависимости числа Q формируемых антенной каустических пучков от размера ее апертуры h. Такую зависимость можно получить с использованием весьма приближенного равенства

$$Q \approx \frac{\Delta l_s}{L_s}, \tag{10}$$

в котором Δl_s – число эффективно возбуждаемых антенной мод с горизонтами поворота на апертуре антенны и вблизи нее, а L_s – число мод, формирующих каустический пучок при $h = 0$ или $h = h_0$, так как $L_s(h = 0) \approx L_s(h = h_0)$. При определении L_s воспользуемся следующими соображениями. Определим сначала номер моды l_s с горизонтом поворота z_{nl} в центре антенны. С использованием приближения ВКБ и равенства $t_l = 0$ получаем выражение для горизонтов поворота мод:

$$z_{nl} = H\left\{\frac{3}{2}\pi\left(l - \frac{1}{4}\right)\right\}^{2/3}, \tag{11}$$

из которого при $z_s = z_{ln}$ находим

$$l_s = \frac{2}{3\pi}\left(\frac{z_s}{H}\right)^{3/2} + \frac{1}{4}. \tag{12}$$

Теперь естественно предположить, что при $0 \le h \le h_0$ каустический пучок будет формироваться преимущественно лишь теми модами, горизонты поворота которых z_{ln} (11) расположены на таких

удалениях от центра антенны z_s, при которых поле давления каждой такой моды спадает менее чем на порядок (то есть менее чем в e^{-2} раз). Тогда граничные значения $l_1 < l_s$ и $l_2 > l_s$ диапазона номеров $l_1 \le l \le l_2$ мод, формирующих каустический пучок, можно определить из следующих равенств:

$$\begin{cases} \dfrac{z_s}{H} - y_{l_1} = 2, \\ \dfrac{z_{nl_1}}{H} - y_{l_1} = 0, \end{cases} \quad (z_{nl_1} < z_s) \tag{13}$$

$$\begin{cases} \dfrac{z_s}{H} - y_{l_2} = -2, \\ \dfrac{z_{nl_2}}{H} - y_{l_2} = 0. \end{cases} \quad (z_{nl_2} > z_s) \tag{14}$$

С использованием (13), (14) найдем ширину диапазона

$$\Delta z(l_1, l_2) = z_{nl_2} - z_{nl_1} = 4H, \tag{15}$$

определяемого интервалом глубин горизонтов поворота

$$z_s - \frac{\Delta z(l_1, l_2)}{2} \le z \le z_s + \frac{\Delta z(l_1, l_2)}{2}, \tag{16}$$

формирующих каустический пучок мод. Далее, учитывая, что разность глубин между горизонтами поворота соседних мод определяется из (11) выражением следующего вида:

$$\Delta z(l, l+1) \approx \left(\frac{2\pi^2}{3}\right)^{1/3} H \Big/ \left(l - \frac{1}{4}\right)^{1/3} \tag{17}$$

и, принимая за среднюю величину $\Delta z(l, l+1)$ ее значение при $l = l_s$ (12), оценим число формирующих каустический пучок мод с использованием простого соотношения

$$L_s \approx \frac{\Delta z(l_1, l_2)}{\Delta z(l_s, l_s+1)} = 4\left(\frac{3}{2\pi^2}\right)^{1/3}\left(l_s - \frac{1}{4}\right)^{1/3}. \tag{18}$$

С учетом зависимости для l_s (12) преобразуем выражение (18) к еще более простому и наглядному виду

$$L_s \approx \frac{4}{\pi}\sqrt{\frac{z_s}{H}}. \tag{19}$$

Входящее же в выражение для Q (10) число эффективно возбуждаемых антенной мод с горизонтами поворота на апертуре антенны и вблизи нее можно, с учетом формул (12), (15), (16), приближенно определить с использованием следующего выражения:

$$\Delta l_s = l_{2s} - l_{1s}, \tag{20}$$

в котором

$$l_{js} = \frac{2}{3\pi}\left(\frac{z_{js}^*}{H}\right)^{3/2} + \frac{1}{4}, \quad j = 1, 2;$$
$$z_{1s}^* = z_s - \frac{h + \Delta z(l_1, l_2)}{2}, \quad z_{2s}^* = z_s + \frac{h + \Delta z(l_1, l_2)}{2}. \tag{21}$$

Тогда из (10) с использованием (19)–(21) найдем следующую зависимость для целого числа формируемых антенной каустических пучков:

$$Q \simeq [F], \tag{22}$$

$$F = \frac{1}{6}\frac{z_s}{H}\left\{(1+A)^{3/2} - (1-A)^{3/2}\right\},$$
$$A = 2\frac{H}{z_s}\left(1 + \frac{h}{4H}\right). \tag{23}$$

При выполнении условия малости величины $A \ll 1$ выражение (23) преобразуется к виду

$$F \approx 1 + \frac{h}{4H}, \tag{24}$$

из которого следует, что в такой ситуации число каустических пучков при $h \gg h_0$ будет возрастать линейно с увеличением размера апертуры антенны и практически не будет зависеть от глубины погружения ее центра z_s. Если же теперь при $H = 7.5$ м воспользоваться для оценки числа каустических пучков приближенными зависимостями (22), (24), то можно убедиться в том, что наилучшее согласие с приведенными на рис. 4 результатами численных расчетов наблюдается при $N = 251$ ($h = 62.5$ м), $Q = 3$ ($F = 3.08$) и $N = 351$ ($h = 87.5$ м), $Q = 4$ ($F = 3.92$).

Здесь остается лишь отметить принципиальное различие, проявляющееся при формировании многопучковой интерференционной структуры акустического поля точечным источником излучения и при формировании многопучковой структуры акустического поля каустического пучка достаточно протяженной вертикальной антенной. А именно, при точечном источнике излучения многомодовые пучки, в том числе и каустический пучок, формируются определенными группами мод, соответствующие диапазоны номеров которых взаимно не содержат друг друга [4]. При формировании же нескольких каустических пучков вертикальной антенной соответствующие им диапазоны номеров мод взаимно перекрываются у соседних каустических пучков (рис. 4), а отвечающие им максимумы у зависимости $\Pi_l(l)$ проявляются на фоне заметно отличающегося от нуля минимального значения $\min\{\Pi_l(l)\} \approx 0.6$ во всем диапазоне эффективно возбуждаемых антенной мод.

ГЕОМЕТРИЧЕСКАЯ И ДИФРАКЦИОННАЯ РАСХОДИМОСТЬ КАУСТИЧЕСКИХ ПУЧКОВ

Как следует из приведенного выше приближенного аналитического выражения для оптимального размера апертуры вертикальной антенны h_0 (8) в рассматриваемом приповерхностном канале (1), в котором возбуждаются моды лишь одного типа, а именно, взаимодействующие с поверхностью океана, формирование одного каустического пучка с относительно минимальной расходимостью по трассе распространения прак-

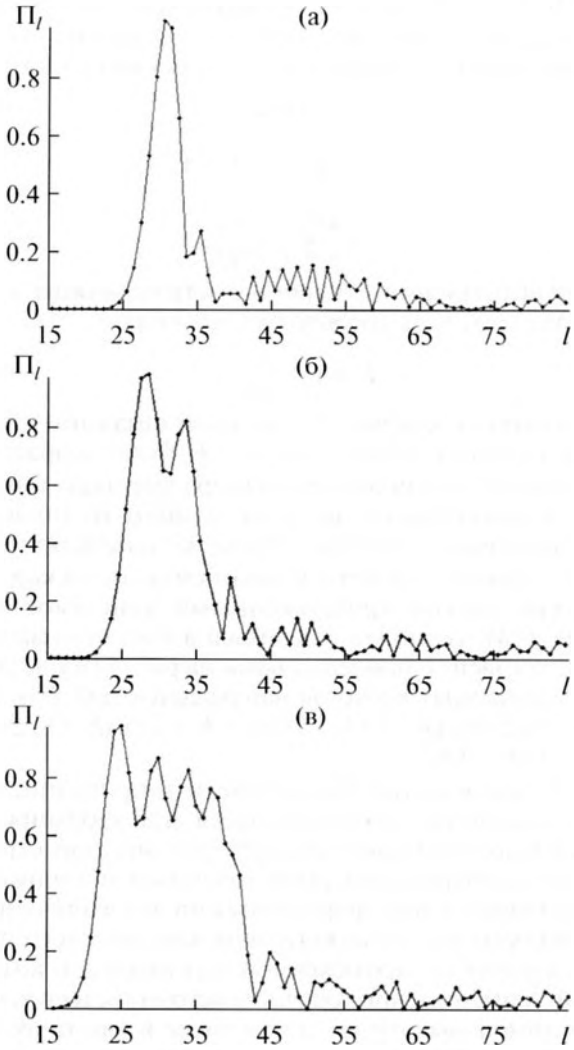

Рис. 6. Зависимость нормированного коэффициента возбуждения мод Π_l от их номера l при глубине центра антенны $z_s = 200$ м и различном числе N составляющих ее точечных источников: (а) $N = 81$; (б) $N = 201$; (в) $N = 351$.

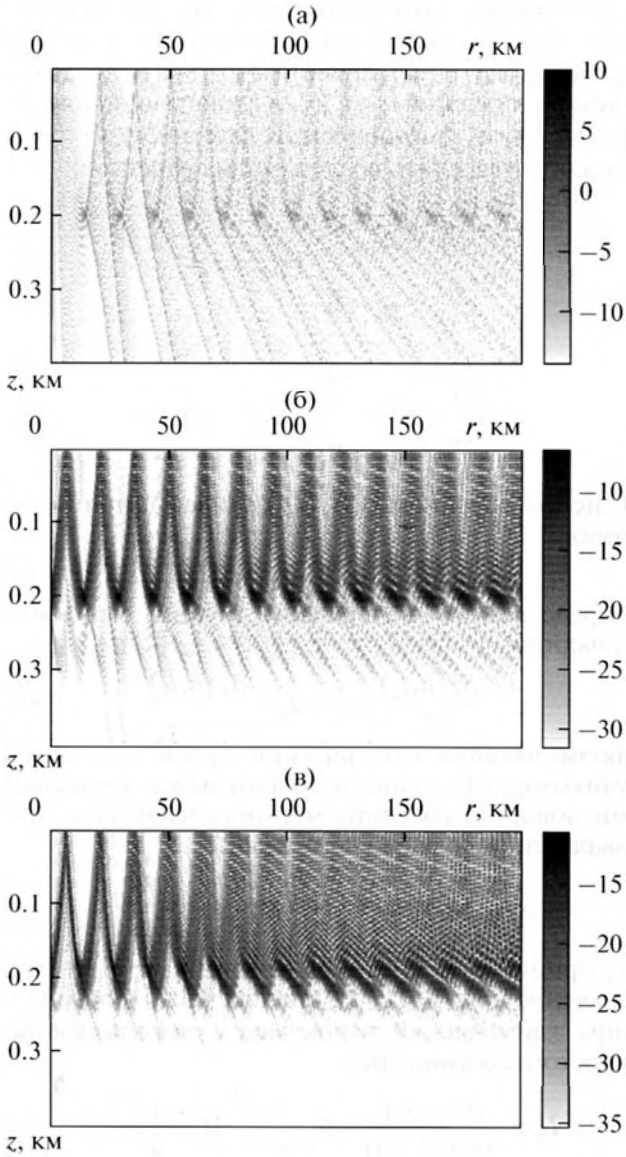

Рис. 7. Представленное в плотностной записи пространственное (по горизонтальному расстоянию r и глубине z) распределение нормированной интенсивности акустического поля $J_0(r, z)$ при глубине центра антенны $z_s = 200$ м и различном числе N составляющих ее точечных источников: (а) $N = 3$; (б) $N = 81$; (в) $N = 201$.

тически не зависит от глубины погружения центра антенны при $az_s \ll 1$. Кроме того, как уже отмечалось выше, при выполнении условия $A \ll 1$ (см. (23)) зависимость от z_s практически отсутствует и для числа формируемых антенной каустических пучков Q (22), (24).

Справедливость этих утверждений следует из сопоставления результатов численного расчета зависимостей $\Pi_l(l)$, полученных при $z_s = 400$ м (рис. 1, 4) и $z_s = 200$ м (рис. 6). При этом с уменьшением глубины центра антенны уменьшается лишь число формирующих каустический пучок мод (рис. 1, 4, 6), что также следует из приближенного равенства (19) и объясняется увеличением разности между глубинами поворота соседних мод (см. (12), (17), (18)).

Однако из сопоставления приведенных на рис. 7 результатов численных расчетов пространственного распределения нормированной интенсивности акустического поля при $z_s = 200$ м с аналогичными результатами при $z_s = 400$ м (рис. 2, 5) следует, что с уменьшением глубины погружения центра антенны заметно возрастает расходимость каустических пучков по мере их распространения. Поэтому остановимся здесь на рассмотрении влияния глубины погружения излучающей антенны на гео-

метрическую и дифракционную расходимость каустических пучков.

Исследуем сначала геометрическую расходимость каустических пучков. В приповерхностном канале (1) с использованием [10] получим следующую зависимость:

$$r = \frac{2\beta}{a}\left[(2m + \bar{\mu} + \mu)\gamma_0 - \bar{\mu}\gamma_s - \mu\gamma\right],$$
$$\gamma_0 = \sqrt{1-\beta^2},\ \ \gamma_s = \gamma(z_s),\ \ \gamma = \sqrt{1 - az - \beta^2}, \tag{25}$$

описывающую на плоскости r–z траектории лучей с различными значениями лучевого параметра $\beta = \cos\chi$. Здесь $m = 0, 1, \ldots$ – целое число циклов лучей, χ – угол скольжения лучей на оси канала ($z = 0$), значения $\bar{\mu} = \pm 1$ соответствуют выходящим вверх и вниз лучам, а $\mu = \pm 1$ – лучам, приходящим в точку приема сверху вниз и снизу вверх соответственно. Для оценки геометрической расходимости каустических пучков введем безразмерный параметр

$$P_r = (r_{2s} - r_{1s})/r_s, \tag{26}$$

в котором r_s, r_{1s} и r_{2s} – горизонтальные расстояния до свободной поверхности, проходимые лучами, выходящими горизонтально соответственно из центра антенны z_s и ее крайних точек z_{1s}, z_{2s}. С использованием закона Снеллиуса $\beta = n(z)\cos\chi(z)$ из (25) при $\chi(z_s) = \chi(z_{1s}) = \chi(z_{2s}) = 0$ находим для соответствующих горизонтальных расстояний в (26) следующие выражения:

$$r_s = r_p(z_s),\quad r_{1s} = r_p(z_{1s}),\quad r_{2s} = r_p(z_{2s}),$$
$$r_p(z) = 2(2m+1)\sqrt{\frac{z}{a}(1-az)}. \tag{27}$$

Предполагая малость величины $h/2z_s << 1$, из (26), (27) получаем для параметра геометрической расходимости простое приближенное выражение

$$P_r \approx h/2z_s. \tag{28}$$

Из (28) следует, что геометрическая (рефракционная) расходимость каустического пучка существенно возрастает с уменьшением глубины погружения антенны. С целью подтверждения этого вывода построим на плоскости r–z систему каустических линий для трех точечных источников, расположенных на глубинах z_{1s}, z_s и z_{2s} при $h = 20$ м ($N = 81$), а также при $z_s = 400$ м и $z_s = 200$ м. При описании такой системы каустических линий из уравнения для огибающих семейства лучей $\frac{\partial r}{\partial \beta} = 0$ [12] получим квадратное относительно γ (см. (25)) уравнение, решения которого имеют следующий вид:

$$\gamma = \frac{-b_1 \pm \sqrt{b_1^2 - 4b_0 b_2}}{2b_2}, \tag{29}$$

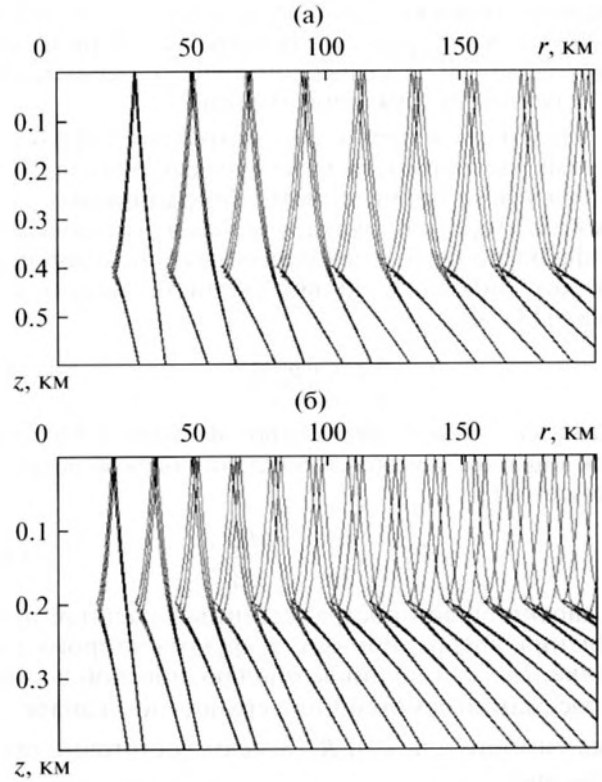

Рис. 8. Система каустических линий в приповерхностном канале (1), отвечающая трем точечным источникам, расположенным соответственно по краям и в центре антенны ($N = 81$, $h = 20$ м): (а) $z_{1s} = 390$ м, $z_s = 400$ м и $z_{2s} = 410$ м; (б) $z_{1s} = 190$ м, $z_s = 200$, $z_{2s} = 210$ м.

где $b_2 = \mu\gamma_0\gamma_s$, $b_1 = \gamma_s\left(\beta^2 - \gamma_0^2\right)\ (2m + \bar{\mu} + \mu) - \bar{\mu}\gamma_0\left(\beta^2 - \gamma_s^2\right)$, $b_0 = -\beta^2 b_2$.

С использованием (25), (29) и равенства $z = \left(\gamma_0^2 - \gamma^2\right)/a$ можно построить всю систему каустических линий при изменении лучевого параметра в соответствующих диапазонах: $n(H_b) \le \beta \le n(z_{1s})$, $n(H_b) \le \beta \le (z_s)$, $n(H_b) \le \beta \le (z_{2s})$. Отметим, что координаты точек возврата каустик

$$\begin{cases} z_{1c} = z_{1s}, \\ r_{1c} = r_b(z_{1s}), \end{cases} \begin{cases} z_c = z_s, \\ r_c = r_b(z_s), \end{cases} \begin{cases} z_{2c} = z_{2s}, \\ r_{2c} = r_b(z_{2s}), \end{cases}$$
$$r_b(z) = 4m\sqrt{\frac{z}{a}(1-az)}, \tag{30}$$

в которых $\partial^2 r/\partial^2\beta = 0$, совпадают с координатами точек поворота лучей, выходящих горизонтально из источников, расположенных на глубинах z_{1s}, z_s и z_{2s} соответственно.

Приведенные на рис. 8 результаты расчетов каустических линий с использованием выражений (25), (29), (30) наглядно иллюстрируют, во-первых, формирование каустического пучка даже при одном точечном источнике излучения около

опорного горизонтально выходящего из источника луча, во-вторых, увеличение геометрической расходимости каустического пучка с уменьшением глубины погружения антенны.

Перейдем теперь к рассмотрению дифракционной расходимости каустических пучков, обусловленной проявлением аберрационных эффектов второго порядка, учитывая, что параметр дифракционной расходимости многомодовых пучков определяется выражением следующего вида [13, 14]:

$$P_d = \frac{\pi}{4} L_0^2 \Big/ \left\{ \left| R_d^{(2)} \right| \right\}_{l=l_0}. \tag{31}$$

Здесь L_0 – число эффективно формирующих пучок мод около опорной бриллюэновской волны с номером $l = l_0$,

$$R_d^{(2)} = \frac{k_0}{2\pi} D_l^3 \Big/ \frac{dD_l}{d\beta_l} \tag{32}$$

– характерный пространственный масштаб проявления аберрационных эффектов второго порядка, D_l – длина цикла бриллюэновской волны. В рассматриваемом приповерхностном канале (1) зависимости для D_l и $R_d^{(2)}$ имеют достаточно простой вид:

$$D_l = \frac{4}{a}\beta_l\sqrt{1-\beta_l^2}, \tag{33}$$

$$R_d^{(2)} = \frac{k_0}{2\pi}\left(\frac{4}{a}\right)^2 \frac{\beta_l^3\left(1-\beta_l^2\right)^2}{1-2\beta_l^2}. \tag{34}$$

Тогда, полагая $l_0 = l_s$ (12) и $L_0 = L_s$ (19), с использованием зависимости (34) при $\beta_l = \beta_{l_s} = n(z_s)$ из (31) находим следующее приближенное выражение:

$$P_d \approx 2/k_0 H z_s. \tag{35}$$

Отсюда следует, что дифракционная расходимость каустического пучка, сформированного антенной с оптимальной апертурой, существенно возрастает с уменьшением глубины погружения ее центра, поскольку характерный пространственный масштаб проявления аберрационных эффектов второго порядка

$$\left\{ \left| R_d^{(2)} \right| \right\}_{l=l_s} \approx \frac{2}{\pi} k_0 z_s^2$$

уменьшается заметно быстрее, чем L_0^2 (см. (19)).

К аналогичному выводу о характере дифракционной расходимости каустических пучков можно прийти и с использованием более общих рассуждений. В самом деле, акустическое поле каустического пучка будет локализовано в основном около опорной для него бриллюэновской волны с лучевым параметром $\beta_l = \beta_{l_s}$ лишь в области, в которой различия между горизонтальными расстояниями, проходимыми формирующими пучок бриллюэновскими волнами, остаются существенно меньшими по сравнению с половиной длины цикла опорной бриллюэновской волны:

$$\frac{r}{D_{l_s}}\left|D_l - D_{l_s}\right| \ll \frac{D_{l_s}}{2}. \tag{36}$$

За пределами этого диапазона горизонтальных расстояний каустический пучок расплывется так, что займет всю область глубин между свободной поверхностью и горизонтом поворота опорной для него бриллюэновской волны. Если теперь воспользоваться в (36) разложением зависимости $D_l(\beta_l)$ в ряд вблизи значения $\beta_l = \beta_{l_s}$ с точностью до первого порядка малости по $\Delta\beta_l = \beta_l - \beta_{l_s}$, то получим следующее соотношение:

$$r \ll r_d = \frac{D_{l_s}^2}{2\left|\Delta\beta_l\right|\left\{\left|\frac{dD_l}{d\beta_l}\right|\right\}_{l=l_s}}. \tag{37}$$

Для оценки величины $|\Delta\beta_l|$ в (37) воспользуемся приближенным выражением

$$\left|\Delta\beta_l\right| \approx \frac{2\pi\left|\Delta l\right|}{k_0 D_{l_s}}, \tag{38}$$

следующим из дифференциального равенства

$$\frac{d\beta_l}{dl} = -\frac{2\pi}{k_0 D_l}, \tag{39}$$

которое получается из дисперсионного уравнения для β_l в приближении ВКБ [10]. Тогда из (37) с использованием (38) находим приближенное выражение для граничного расстояния:

$$r_d = \frac{\left\{\left|R_d^{(2)}\right|\right\}_{l=l_s}}{2\left|\Delta l\right|}, \tag{40}$$

которое при $\Delta l = L_s$ (19) с учетом (34) приводится к следующему виду:

$$r_d \approx \frac{1}{4} k_0 z_s \sqrt{z_s H}. \tag{41}$$

Как следует из (37), (41), с уменьшением глубины погружения центра антенны заметно сужается область горизонтальных расстояний, в которой дифракционная расходимость каустического пучка еще достаточно слабо влияет на формирование пространственного распределения интенсивности акустического поля около соответствующей ему опорной бриллюэновской волны.

Таким образом, результаты аналитических и численных расчетов позволяют утверждать, что геометрическая и дифракционная расходимости каустических пучков заметно возрастают с уменьшением глубины погружения центра вертикальной антенны, излучающей тональный сигнал.

ЗАКЛЮЧЕНИЕ

В заключение сформулируем полученные в настоящей работе результаты исследований.

С использованием простейшей модели рефракционного океанического волновода в виде приповерхностного канала с линейной зависимостью квадрата показателя преломления от глубины установлены неизвестные ранее закономерности, проявляющиеся при формировании пространственной интерференционной структуры акустического поля, возбуждаемого вертикальной антенной, состоящей из синфазно излучающих тональный сигнал точечных источников.

При увеличении размера апертуры антенны от нулевого (один точечный источник) до определенного оптимального значения наблюдается формирование одного каустического пучка с относительно минимальной расходимостью волнового фронта по трассе распространения. Такой каустический пучок в пространственном распределении интенсивности акустического поля заметнее всего проявляется именно при оптимальном размере апертуры антенны, когда он формируется модами с горизонтами поворота на апертуре антенны и вблизи нее; причем этим модам отвечает минимальная ширина диапазона соответствующих им номеров, приближенно совпадающая с аналогичной величиной при точечном источнике возбуждения. Геометрическая и дифракционная расходимости каустического пучка заметно возрастают с уменьшением глубины погружения центра антенны.

По мере дальнейшего увеличения апертуры антенны, при котором ее размер значительно превышает оптимальный, наблюдается поочередное формирование следующих, менее интенсивных каустических пучков. В результате этого процесса в приповерхностном канале формируется многопучковая интерференционная структура акустического поля каустического пучка.

Здесь остается лишь отметить, что установленные в данной работе закономерности имеют достаточно общий характер, поскольку могут проявляться при формировании пространственной интерференционной структуры акустических полей в рефракционных океанических волноводах как с приповерхностными, так и с глубоководными звуковыми каналами. При этом вертикальные антенны позволяют избирательно излучать в соответствующих рефракционных океанических волноводах каустические пучки, сформированные модами различных типов: взаимодействующими только со свободной поверхностью [2, 5], рефрагированными в водной толще [4, 5], взаимодействующими только с дном [1, 2]. Естественно, что дифракционная расходимость таких каустических пучков будет заметно уменьшаться с ростом частоты акустического излучения (см. (35), (41), а также [1, 2, 4]).

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. *Бурлакова И.Б., Голубев В.Н., Петухов Ю.В., Славинский М.М.* Зоны повышенной озвученности вблизи поверхности открытого ко дну подводного звукового канала в глубоком море // Акуст. журн. 1990. Т. 36. № 2. С. 362–364.
2. *Петухов Ю.В.* Звуковой пучок с минимальной геометрической расходимостью волнового фронта по трассе распространения в стратифицированном океаническом волноводе // Акуст. журн. 1994. Т. 40. № 1. С. 111–120.
3. *Петухов Ю.В.* Формирование преобладающих по интенсивности узких звуковых пучков в стратифицированных океанических волноводах // Акуст. журн. 1995. Т. 41. № 5. С. 807–813.
4. *Абросимов Д.И., Петухов Ю.В.* Влияние дифракционных эффектов на формирование слаборасходящихся акустических пучков в подводном звуковом канале // Акуст. журн. 1997. Т. 43. № 4. С. 437–447.
5. *Петухов Ю.В., Абросимов Д.И., Бородина Е.Л.* Каустики и слаборасходящиеся пучки лучей в стратифицированных океанических волноводах // Акуст. журн. 2006. Т. 52. № 3. С. 367–374.
6. *Petukhov Yu.V.* Conditions for forming weak diverging acoustic bundles in ocean waveguides // Acoust. Phys. 2009. V. 55. № 6. P. 785–793.
7. *Бреховских Л.М.* Усредненное поле в подводном звуковом канале // Акуст. журн. 1965. Т. 11. № 2. С. 148–159.
8. *Guthrie K.M.* Wave theory of SOFAR signal shape // J. Acoust. Soc. Amer. 1974. V. 53. № 3. P. 827–836.
9. *Абросимов Д.И.* О вертикальном распределении интенсивности звука в подводном звуковом канале // Акуст. журн. 1983. Т. 29. № 3. С. 309–314.
10. *Бреховских Л.М., Лысанов Ю.П.* Теоретические основы акустики океана. М.: Наука, 2007. 370 с.
11. *Смарышев М.Д., Добровольский Ю.Ю.* Гидроакустические антенны. Л.: Судостроение, 1984. 300 с.
12. *Бреховских Л.М.* Волны в слоистых средах. М.: Наука, 1973. 343 с.
13. *Петухов Ю.В., Хилько А.А.* Формирование, распространение и фокусировка акустических пучков в океанических волноводах. Квазиоптическое приближение // Акуст. журн. 2008. Т. 54. № 5. С. 796–806.
14. *Петухов Ю.В., Хилько А.А.* Формирование, распространение и фокусировка акустических пучков в океанических волноводах. Моделирование процессов // Акуст. журн. 2008. Т. 54. № 6. С. 981–989.