

## ОБ ОПТИМАЛЬНОМ ВОЗБУЖДЕНИИ АКУСТИЧЕСКОГО ПОЛЯ В РЕФРАКЦИОННЫХ ОКЕАНИЧЕСКИХ ВОЛНОВОДАХ

© 2016 г. И. П. Смирнов, А. И. Хилько, В. Г. Бурдуковская

Институт прикладной физики РАН, 603950 Н. Новгород, ул. Ульянова 46

E-mail: A.khil@hydro.appl.sci-nnov.ru

Поступила в редакцию 22.12.2015 г.

Предложены критерии и разработаны методы устойчивой оптимизации при синтезе акустических полей в случае их возбуждения конечной совокупностью когерентных источников в океанических волноводах. В качестве примера рассмотрены способы амплитудно-фазовой фокусировки поля вертикальной излучающей антенны в заданную точку рефракционного волновода. Показано, что задача оптимальной фокусировки поля может быть приближенно сведена к задаче фокусировки наиболее мощных и стабильных волновых компонент. Используется лучевое представление поля.

*Ключевые слова:* рефракционный волновод, синтез акустических полей, антенная решетка, фокусировка, оптимизация.

DOI: 10.7868/S0320791916050178

Для реализации мультистатических систем зондирования подводного наблюдения, которые удовлетворяют требованиям минимизации необходимых энергоресурсов, должна быть решена проблема селективного возбуждения (излучения и приема) высокоинтенсивных и высококогерентных волноводных компонент гидроакустического (ГА) поля. Решение такой задачи зависит от того, насколько успешно удастся усвоить текущую океанологическую информацию и с ее помощью согласовать излучение зондирующих ГА-сигналов с пространственно-временной изменчивостью ГА-волновода. При этом необходимо оптимально выбрать положение и размеры решеток и обеспечить адаптивную подстройку их апертурных распределений к изменяющимся во времени характеристикам ГА-волновода, реверберационным помехам и шумам, а также к вариациям формы излучающих и приемных решеток из-за влияния подводных течений. Для решения такой задачи применительно к условиям шельфовых зон и мелководных окраинных морей был предложен низкочастотный (НЧ) маломодовый метод [1–3]. Такой метод основан на излучении и приеме хорошо распространяющихся маломодовых импульсных сигналов в частотном диапазоне 100–400 Гц. Как показали исследования, повышение эффективности селективного возбуждения и приема маломодовых сигналов достигается оптимизацией распределений комплексных множителей вдоль апертур вертикально развитых излучающих и приемных решеток [4–8]. Необходимые уникальные для каждой

томографической проекции пространственно-частотные апертурные множители, фокусирующие низкочастотную ГА-энергию в точку наблюдения, могут быть синтезированы с помощью модели формирования ГА-сигналов в океаническом волноводе. Параметры такой модели должны усваивать оперативную океанологическую информацию о текущем состоянии ГА-волновода, то есть адаптироваться к условиям наблюдения.

Для мультистатического подводного наблюдения с большим разрешением можно использовать мультистатическую систему, в которой с помощью набора пространственно разнесенных вертикальных излучающих и приемных решеток возбуждаются высокочастотные (ВЧ) сложно-модулированные ГА-импульсы в виде согласованных с волноводом пучков [9–14]. В таких системах для оптимального излучения зондирующих ГА-сигналов должна обеспечиваться фокусировка энергии в устойчивые, слабозатухающие волноводные компоненты поля. В отличие от аналогичной задачи для низкочастотных излучающих решеток, оптимальное возбуждение высокочастотных ВЧ-полей зависит от положения области, в которой требуется обеспечить интенсивную подсветку. Нахождение оптимальных, уникальных для каждой точки фокусировки апертурных распределений связано с использованием модели формирования ВЧ-импульсов в рефракционных океанических волноводах в сочетании с данными оперативной океанологии, актуализирующей параметры ГА-волновода. В настоящей работе рассматриваются возможно-

сти выбора критериев и разработки методов устойчивой оптимизации при излучении ВЧ-полей в случае их возбуждения конечной совокупностью когерентных источников в океанических волноводах.

Рассмотрим конечный набор из  $K$  точечных когерентных монохроматических излучателей, погруженных в рефракционный волновод (излучающая антенна, ИА). Вводя векторы комплексных коэффициентов возбуждения  $\mathbf{v}$  и амплитуд полей  $\mathbf{a}$  от отдельных излучателей в точке наблюдения  $(r, z)$

$$\mathbf{v} = (\hat{v}_1, \dots, \hat{v}_K),$$

$$\mathbf{a}(r, z) = (\hat{a}_1(r, z), \dots, \hat{a}_K(r, z)),$$

запишем суммарное поле ИА в виде скалярного произведения:

$$\hat{A}(r, z; \mathbf{v}) = \sum_{k=1}^K \hat{v}_k^* \hat{a}_k(r, z) = \langle \mathbf{a}(r, z), \mathbf{v} \rangle. \quad (1)$$

Рассмотрим задачу управления полем ИА, считая вектор  $\mathbf{v}$  управляющим. Целью управления назовем максимизацию модуля амплитуды суммарного поля (1) в заданной точке наблюдения  $R(r_R, z_R)$ :

$$J(\mathbf{v}) \equiv |\hat{A}(r_R, z_R; \mathbf{v})| = |\langle \mathbf{a}_R, \mathbf{v} \rangle| \rightarrow \max_{\mathbf{v} \in U}, \quad (2)$$

$$\mathbf{a}_R \equiv \mathbf{a}(r_R, z_R),$$

где  $U \subset \mathbf{C}^K$  – множество допустимых значений управляющего вектора  $\mathbf{v}$ .

Решение экстремальной задачи (2) для замкнутого ограниченного множества  $U$  всегда существует и лежит на границе этого множества  $\partial U$ . Решение определяется вектором  $\mathbf{a}_R$  и выражается через компоненты этого вектора в том или ином виде в зависимости от формы множества  $U$ . Само это множество определяется типом излучающих элементов, их взаимным влиянием друг на друга, пространственной конфигурацией излучающих элементов, возможностями управления параметрами отдельных излучателей [14].

Точное указание множества допустимых управлений возможно лишь при полной детализации вышеупомянутых параметров задачи и не является целью настоящей работы. Мы ограничимся решением задачи (2) для некоторых достаточно широких классов множеств, которые можно рассматривать как модельные и которые могут быть использованы для аппроксимации конкретных классов, возникающих в практических приложениях. Рассмотрим, например, следующий случай *амплитудно-фазового* управления, когда

варьируются как амплитуды, так и фазы коэффициентов возбуждения излучателей:

$$U = U_q \equiv \{ \mathbf{v} : |\mathbf{v}|_q \leq v_q \}, \quad 1 \leq q \leq \infty, \quad (3)$$

где  $v_q > 0$ ,  $|\mathbf{v}|_q \equiv \left( \sum_{k=1}^K |\hat{v}_k|^q \right)^{1/q}$ ,  $1 \leq q < \infty$ ,  $|\mathbf{v}|_\infty \equiv \max_k |\hat{v}_k|$ .

Покажем, что в случае множества допустимых управлений, описываемого условием (3), решением задачи (2) служит вектор с компонентами

$$(\mathbf{v}_{\text{opt}}^{(q)})_k = v_q \frac{|\mathbf{a}_R)_k|^{p-1}}{|\mathbf{a}_R)_p|^{p-1}} \exp(i(\Psi_R)_k), \quad (4)$$

где  $p = q/(q-1)$ ,  $(\Psi_R)_k$  – фаза комплексной амплитуды поля  $(\mathbf{a}_R)_k$  от  $k$ -го излучателя в точке наблюдения<sup>1</sup>. Действительно, по неравенству Гельдера для любого  $\mathbf{v} \in U_q$   $|\langle \mathbf{a}_R, \mathbf{v} \rangle| \leq |\mathbf{a}_R)_p| |\mathbf{v}|_q \leq v_q |\mathbf{a}_R)_p$ , но для (4) мы имеем

$$\begin{aligned} \langle \mathbf{a}_R, \mathbf{v}_{\text{opt}}^{(q)} \rangle &= \sum_{k=1}^K (\mathbf{v}_{\text{opt}}^{(q)})_k^* \hat{a}_k(r, z) = v_q \frac{1}{|\mathbf{a}_R)_p|^{p-1}} \times \\ &\times \sum_{k=1}^K |(\mathbf{a}_R)_k|^{p-1} \exp(-i(\Psi_R)_k) |(\mathbf{a}_R)_k| \times \\ &\times \exp(i(\Psi_R)_k) = v_q \frac{1}{|\mathbf{a}_R)_p|^{p-1}} \sum_{k=1}^K |(\mathbf{a}_R)_k|^p = v_q |\mathbf{a}_R)_p|, \end{aligned}$$

что и доказывает оптимальность этого вектора. В частности, для  $q = 2$  ( $p = 2$ ), когда  $U = U_2 \equiv \{ \mathbf{v} : |\mathbf{v}|_2 \leq v_2 \}$ , где  $|\mathbf{v}|_2^2 \equiv \sum_{k=1}^K |\hat{v}_k|^2$  – евклидова норма вектора, решение (4) принимает вид

$$\mathbf{v}_{\text{opt}}^{(2)} = v_2 \frac{\mathbf{a}_R}{|\mathbf{a}_R)_2} \equiv v_2 \boldsymbol{\alpha}_R, \quad (5)$$

т.е. пропорционально направлению  $\boldsymbol{\alpha}_R$  вектора  $\mathbf{a}_R$ . В другом частном случае (3) при  $q = \infty$  ( $p = 1$ ), когда  $U = U_\infty = \{ \mathbf{v} : \max_k |\hat{v}_k| \leq v_\infty \}$ , оптимальное управление (4) записывается в форме

$$(\mathbf{v}_{\text{opt}}^{(\infty)})_k = v_\infty \exp(i(\Psi_R)_k), \quad (6)$$

т.е. определяется исключительно фазами компонент поля  $\mathbf{a}_R$  и не зависит от их амплитуд.

Аналогично (6) выражается через параметры вектора  $\mathbf{a}_R$  оптимальное управление и в случае *фазового управления* ИА, когда

$$U = U_{\text{phase}} = \{ \mathbf{v} : |\hat{v}_k| = v_\infty, k = 1, \dots, K \}, \quad (7)$$

<sup>1</sup> Или – по принципу взаимности – поля в  $k$ -м излучателе от точечного излучателя, помещенного в точку наблюдения.

т.е.  $\mathbf{v} = v_\infty \{e^{i\psi_1}, \dots, e^{i\psi_k}\}$ , где  $\psi_k$  – фаза  $k$ -го излучателя. Так как в этом случае для любого допустимого управления  $|\langle \mathbf{a}_R, \mathbf{v} \rangle| \leq \sum_{k=1}^K |\hat{v}_k^*(\mathbf{a}_R)_k| = v_\infty \sum_{k=1}^K |(\mathbf{a}_R)_k|$ , то оптимальным будет

$$\left(\mathbf{v}_{\text{opt}}^{(\text{phase})}\right)_k = v_\infty \frac{(\mathbf{a}_R)_k}{|(\mathbf{a}_R)_k|} = v_\infty \exp(i(\psi_R)_k), \quad (8)$$

для которого  $|\langle \mathbf{a}_R, \mathbf{v}_{\text{opt}}^{(\text{phase})} \rangle| = v_\infty \sum_{k=1}^K |(\mathbf{a}_R)_k| = v_\infty |\mathbf{a}_R|_1$ .

Соответственно, оптимальный выбор фаз излучателей в данном случае таков:  $\psi_k = (\psi_R)_k$ . Заметим, что при  $v_2 = v_\infty$  мы имеем  $U_2 \subset U_\infty$ . Поэтому

$$\begin{aligned} J(\mathbf{v}_{\text{opt}}^{(2)}) &= v_2 |\mathbf{a}_R|_2 \leq J(\mathbf{v}_{\text{opt}}^{(\infty)}) = \\ &= J(\mathbf{v}_{\text{opt}}^{(\text{phase})}) = v_\infty |\mathbf{a}_R|_1. \end{aligned} \quad (9)$$

На первый взгляд это означает, что фазовое управление  $\mathbf{v}_{\text{opt}}^{(\text{phase})}$  обеспечивает более глубокую оптимизацию, чем амплитудно-фазовое  $\mathbf{v}_{\text{opt}}^{(2)}$ . Но это неверно, так как истинной причиной (9) является неравенство мощностей, потребляемое ИА в этих двух режимах:  $|\mathbf{v}_{\text{opt}}^{(\text{phase})}|_2^2 = v_\infty K > |\mathbf{v}_{\text{opt}}^{(2)}|_2^2 = v_2$ . Уравнивая мощности, получаем из неравенства Коши–Буняковского  $J(\sqrt{K}\mathbf{v}_{\text{opt}}^{(2)}) = \sqrt{K} |\mathbf{a}_R|_2 \geq |\mathbf{a}_R|_1 = J(\mathbf{v}_{\text{opt}}^{(\text{phase})})$ , что и следовало ожидать, так как при амплитудно-фазовом управлении используется больший объем данных о векторе  $\mathbf{a}_R$ , чем при фазовом (используются также амплитуды, а не только фазы).

Использованные выше множества  $U_{q,\text{phase}}$  кажутся естественными и привлекают простотой решения оптимизационной задачи. Однако такой упрощенный подход к постановке задачи управления (2) уязвим с целого ряда позиций:

1) решения задач выражаются через параметры поля  $\mathbf{a}_R$ , для вычисления которого необходимы надежные данные о свойствах волновода (распределении скорости звука, профиле дна и свойствах подстилающей поверхности, ветровом волнении и т.д.); на практике эти данные могут быть неполными и/или недостоверными;

2) сама постановка задачи (2) подразумевает когерентность полного поля в масштабе апертуры излучающей антенны; на практике это может выполняться только для отдельных компонентов и в ограниченных временных промежутках; практическое применение данных решений ограничено необходимостью постоянного контроля над со-

стоянием волновода, параметры которого в реальности случайно изменяются во времени;

3) эти решения могут оказаться сложными в технической реализации вследствие сложности задаваемых ими распределений фаз и амплитуд возбуждения отдельных излучателей.

Поэтому представляет интерес найти управления более простые в реализации, использующие минимальную информацию о волноводе и мало уступающие оптимальным по значениям функционала. По существу, речь идет о таком выборе множества управлений в (2), при котором допустимые управления зависели бы только от стабильных компонент вектора  $\mathbf{a}_R$ , устойчивых по отношению к случайным флуктуациям параметров волновода. Эту задачу, однако, совсем непросто формализовать. Поэтому мы поступим иначе. Выделим тем или иным способом в  $\mathbf{a}_R$  те составляющие, которые могут считаться стабильными,  $\mathbf{a}_R^{(\text{st})}$ , и представим полное поле в виде суммы  $\mathbf{a}_R = \mathbf{a}_R^{(\text{st})} + \mathbf{a}_R^{(\text{nst})}$ .

Рассмотрим вспомогательную задачу

$$J^{(\text{st})}(\mathbf{v}) \equiv |\hat{A}^{(\text{st})}(r_R, z_R; \mathbf{v})| = |\langle \mathbf{a}_R^{(\text{st})}, \mathbf{v} \rangle| \rightarrow \max_{\mathbf{v} \in U} \quad (10)$$

Решения вспомогательной задачи (10)  $\mathbf{v}_{\text{st}}$  записываются так же, как и решения исходной задачи (2)  $\mathbf{v}_{\text{opt}}$ , но уже через параметры вектора  $\mathbf{a}_R^{(\text{st})}$ , то есть зависят только от стабильных компонент вектора  $\mathbf{a}_R$ . Поэтому их можно условно назвать стабильными управлениями. Конечно, они не обязаны быть решениями исходной задачи (2), и всегда  $\delta J = J(\mathbf{v}_{\text{opt}}) - J(\mathbf{v}_{\text{st}}) \geq 0$ . Однако можно ожидать, что в случае значительного превышения амплитуд стабильных полей над амплитудами нестабильных разность  $\delta J$  будет малой, то есть стабильные управления будут почти оптимальны. Вводя функцию

$$\gamma(r, z; \mathbf{v}_{\text{st}}) = 10^2 \frac{|\hat{A}(r, z; \mathbf{v}_{\text{st}})|}{|\hat{A}(r_R, z_R; \mathbf{v}_{\text{opt}})|}, \quad (11)$$

характеризующую распределение амплитуды поля в волноводе при  $\mathbf{v} = \mathbf{v}_{\text{st}}$ , получаем числовую характеристику относительной эффективности стабильного управления:  $\gamma = \gamma(r_R, z_R; \mathbf{v}_{\text{st}}) = 10^2 \frac{J(\mathbf{v}_{\text{st}})}{J(\mathbf{v}_{\text{opt}})}$ .

В случае  $U = U_2$  с учетом (5) функционал  $\gamma$  вычисляется через направления векторов  $\mathbf{a}_R$  и  $\mathbf{a}_R^{(\text{st})}$ :  $\gamma = 10^2 \frac{|\langle \mathbf{a}_R, \boldsymbol{\alpha}_R^{(\text{st})} \rangle|}{|\langle \mathbf{a}_R, \boldsymbol{\alpha}_R \rangle|} = 10^2 |\langle \boldsymbol{\alpha}_R, \boldsymbol{\alpha}_R^{(\text{st})} \rangle|$ . Отсюда при  $|\mathbf{a}_R^{(\text{nst})}|_2 \ll |\mathbf{a}_R^{(\text{st})}|_2$  получаем оценку

$$\gamma \equiv 1 - \frac{|\mathbf{a}_R^{(nst)}|_2}{|\mathbf{a}_R^{(st)}|_2} \left\langle \left\| \boldsymbol{\alpha}_R^{(nst)}, \boldsymbol{\alpha}_R^{(st)} \right\| \right\rangle, \quad (12)$$

которая и подтверждает сделанное выше предположение о малости  $\delta J$  в случае превалирования стабильных компонент. Как и оптимальное, любое стабильное фазовое управление  $\mathbf{v}_{st}^{(phase)}$  проигрывает соответствующему амплитудно-фазовому управлению  $\mathbf{v}_{st}^{(2)}$  в функционале, поскольку не использует информацию об амплитудах вектора  $\mathbf{a}_R^{(st)}$ . Для численной характеристики проигрыша введем величину

$$\delta = 10^2 \frac{J^{(st)}(\mathbf{v}_{st}^{(phase)})}{\sqrt{K} J^{(st)}(\mathbf{v}_{st}^{(2)})} = 10^2 \frac{|\mathbf{a}_R^{(st)}|_1}{\sqrt{K} |\mathbf{a}_R^{(st)}|_2}. \quad (13)$$

Для иллюстрации вышеизложенного рассмотрим задачу о фокусировке поля частоты  $f = 1$  кГц, создаваемого вертикальной антенной из  $K = 30$  эквидистантно расположенных излучателей. Используем лучевое приближение, при котором комплексную амплитуду  $\hat{a}_k(r, z)$  поля  $k$ -го излучателя в точке  $(r, z)$  можно представить в виде

$$\hat{a}_k(r, z) = \sum_{l=1}^{L_k(r, z)} a_{kl}(r, z) \times \exp(i(\omega t_{kl}(r, z) + \varphi_{kl}(r, z))), \quad (14)$$

где  $\omega = 2\pi f$  – частота излучения, суммирование по  $l$  соответствует суммированию по всем (энергонесущим<sup>2</sup>) лучам, соединяющим излучатель с точкой наблюдения,  $a_{kl}(r, z)$  – амплитуды лучей (подсчитанные с учетом фокусировки, отражений от границ и каустик, затухания в жидкости),  $t_{kl} = t_{kl}(r, z)$  – времена прихода лучей,  $\varphi_{kl} = \varphi_{kl}(r, z)$  – дополнительные фазовые сдвиги лучей при отражениях от границ волновода и каустик. Антенна погружена в волновод глубиной в 1 км с унимодальным профилем скорости звука  $c(z)$  и показателем преломления, описываемым формулой

$$n(z) = \frac{c_0}{c(z)} = \sqrt{1 - \left(\frac{z - z_0}{h}\right)^2}, \quad 0 \leq z \leq -1,$$

с параметрами  $c_0 = 1.5$  км/с,  $z_0 = -0.3$  км,  $h = 5$  км (см. профиль скорости на левом графике рис. 1); расстояние между излучателями  $4\lambda = 4c_0/f$ , координата

верхнего излучателя  $z_1 = -0.4$  км. Скорость продольных волн в жидком дне возьмем равной 1515 м/с, плотность грунта 1200 кг/м<sup>3</sup>. Близость параметров дна водным параметрам обеспечивает малость амплитуд отраженных от дна волн, что позволяет для нахождения полного поля антенны ограничиться расчетом достаточно узкого пучка лучей. Возьмем в качестве точки нацеливания  $R$  точку с координатами  $r_R = 10$  км,  $z_R = -0.5$  км. Пучок лучей, выходящих из данной точки под углами  $[-20^\circ, 20^\circ]$ , представлен на среднем графике рис. 1. На правом графике представлены времена лучей ( $\tau$ ), приходящих из точки  $R$  в вертикальное сечение волновода, где размещена антенна. Из этих графиков видно, что на апертуру антенны приходят последовательно водная волна и волны, отражаемые границами волновода. С учетом выбранного для описания поля лучевого приближения выберем в качестве стабильных составляющих  $\mathbf{a}_R^{(st)}$  поля, формируемые соответственно

1) водной волной  $\mathbf{a}_R^{(w)}$ , приносимой в точку приема лучами, не испытывающими взаимодействия с границами;

2) поверхностной волной  $\mathbf{a}_R^{(s)}$ , приносимой лучами, однократно касающимися поверхности;

3) суммой водной и поверхностной волн  $\mathbf{a}_R^{(sw)} = \mathbf{a}_R^{(w)} + \mathbf{a}_R^{(s)}$ .

Отвечающие указанным полям стабильные управления будем обозначать далее  $\mathbf{v}_w$ ,  $\mathbf{v}_s$  и  $\mathbf{v}_{sw}$  соответственно.

**Оптимальное управление  $\mathbf{v}_{opt}^{(2)}$ .** Выбирая коэффициенты возбуждения излучателей по формуле (5), находим оптимальное фазовое управление  $\mathbf{v}_{opt}^{(2)}$ . Оптимальные фазы, приведенные в интервал  $[0, 2\pi]$ , и безразмерные относительные амплитуды излучателей  $(\mathbf{v}_{opt}^{(2)})_k / v_2$  представлены на графиках рис. 2а; распределение относительной амплитуды поля (11)  $\lg \gamma(r, z; \mathbf{v}_{opt}^{(2)})$  в волноводе и  $\gamma(r, z; \mathbf{v}_{opt}^{(2)})$  в вертикальном сечении точки  $R$  – на графиках рис. 2б соответственно.

**Стабильное управление по водной волне.** Выбирая в качестве стабильной волны водную компоненту (левый график на рис. 3а), получаем стабильное управление в форме  $\mathbf{v}_w^{(2)} = v_2 \mathbf{a}_R^{(w)} / |\mathbf{a}_R^{(w)}|_2$ . Фазы и относительные амплитуды коэффициентов возбуждения излучателей представлены соответственно на среднем и правом графиках рис. 3а; распределения  $\gamma(r, z; \mathbf{v}_w^{(2)})$  даны на графиках рис. 3б. Из приведенных рисунков видно, что стабильное управление значительно более регулярно в срав-

<sup>2</sup> Число лучей бесконечно, но крутые лучи испытывают большое число столкновений с дном, где происходит сильное поглощение и рассеяние полей, поэтому они имеют малые амплитуды, и ими можно пренебречь при нахождении суммарного поля.

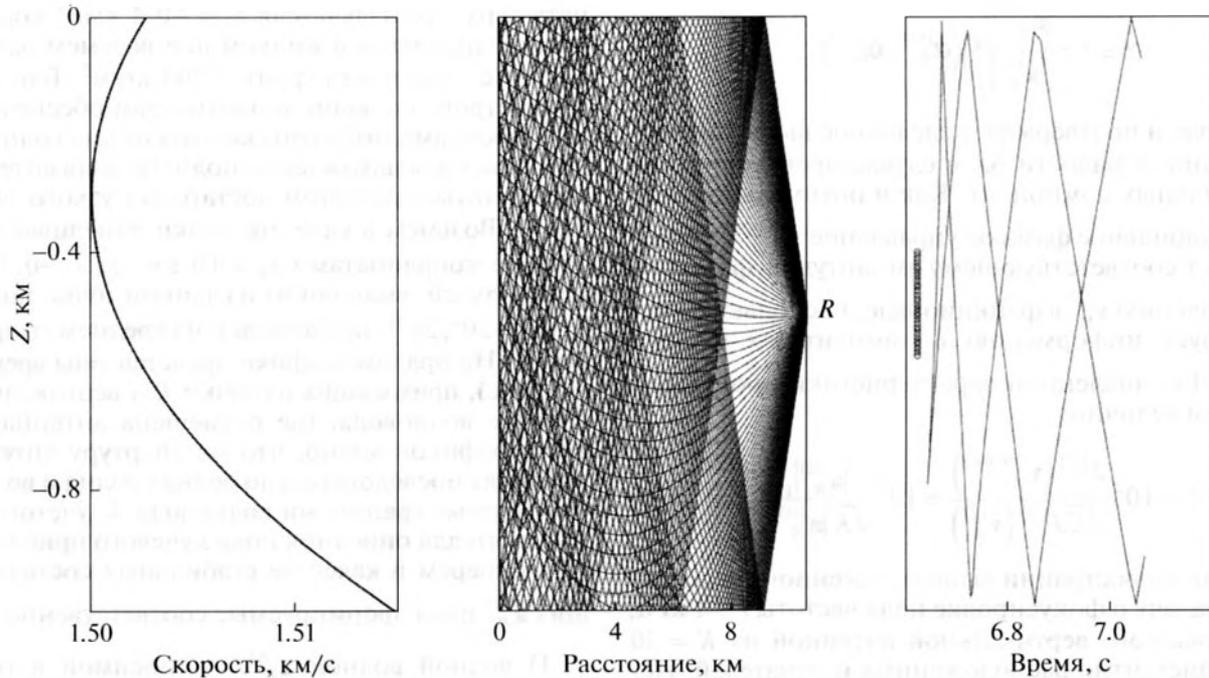


Рис. 1. (Слева направо) профиль скорости звука в волноводе; пучок лучей с сектором  $[-20^\circ, 20^\circ]$  углов выхода из точки  $R$ ; времена прихода лучей в горизонтальное сечение антенны. Положения излучателей на последнем рисунке помечены кружками.

нении с оптимальным, при этом проигрыш в значении функционала не превышает 17%.

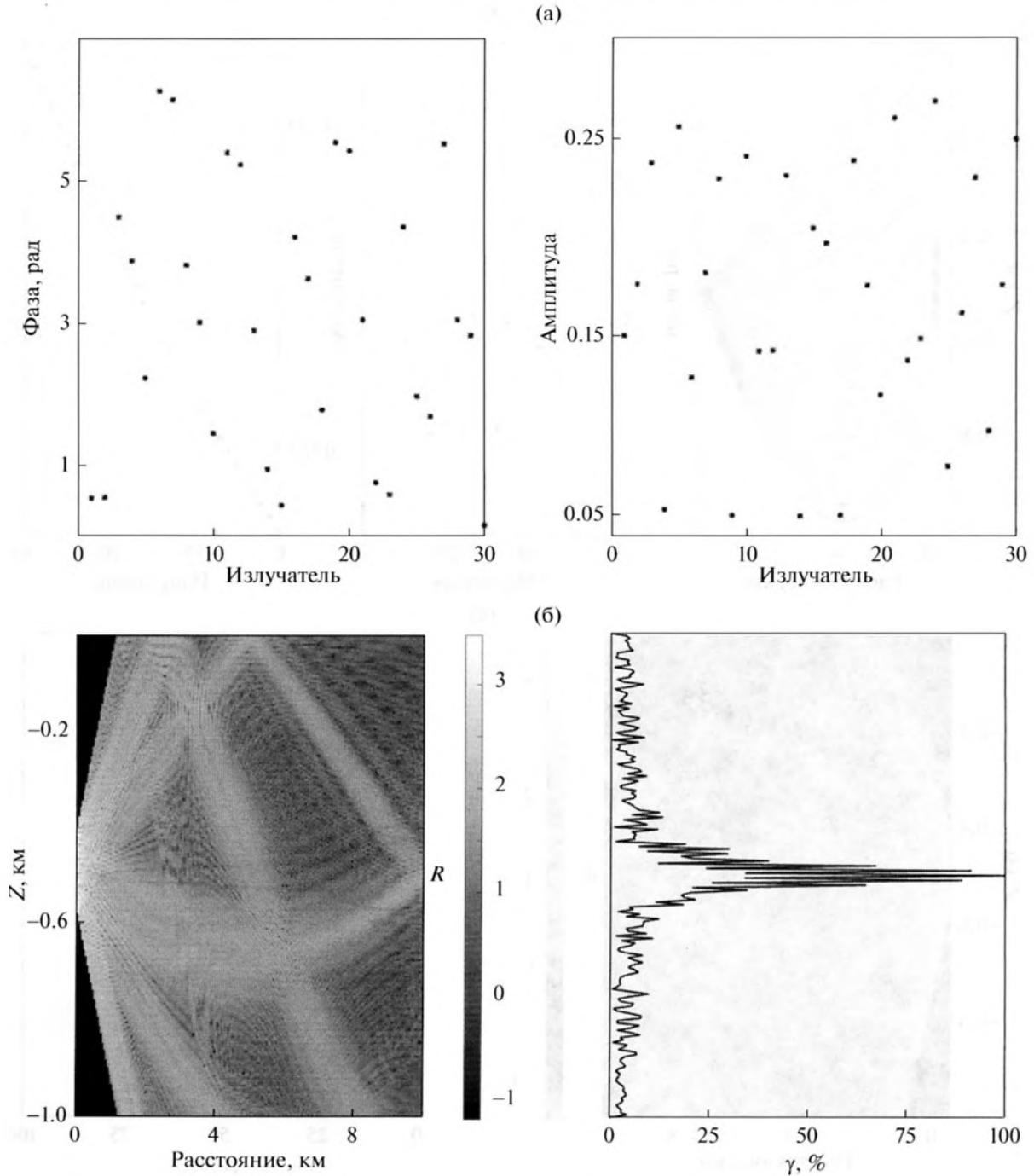
**Стабильное управление по поверхностной волне.** Выбирая в качестве стабильной волны однократно отраженную от поверхности компоненту (левый верхний график на рис. 4), получаем стабильное управление в форме  $\mathbf{v}_s^{(2)} = v_2 \mathbf{a}_R^{(s)} / |\mathbf{a}_R^{(s)}|_2$ . Фазы и относительные амплитуды коэффициентов возбуждения излучателей представлены соответственно на среднем и правом графиках рис. 4а; распределения  $\gamma(r, z; \mathbf{v}_s^{(2)})$  даны на графиках рис. 4б. Из приведенных рисунков видно, что, как и в предыдущем случае, стабильное управление имеет более простой вид в сравнении с оптимальным, но при этом уступает по величине функционала около 40%, основной причиной чего является игнорирование мощной водной составляющей полного поля.

**Стабильное управление по сумме двух волн.** Выбирая в качестве стабильной волны сумму водной и однократно отраженной от поверхности компонент, получаем стабильное управление в форме  $\mathbf{v}_{sw}^{(2)} = v_2 \mathbf{a}_R^{(sw)} / |\mathbf{a}_R^{(sw)}|_2$ . Фазы и относительные амплитуды коэффициентов возбуждения излучателей представлены соответственно на среднем и правом графиках рис. 5а; распределения  $\gamma(r, z; \mathbf{v}_{sw}^{(2)})$  даны на

графиках рис. 5б. Из приведенных рисунков видно, что стабильное управление близко к оптимальному и обеспечивает практически оптимальное значение функционала. Это связано с тем, что суммарное поле  $\mathbf{a}_R$  в данном случае практически совпадает с  $\mathbf{a}_R^{(sw)}$  вследствие слабого отражения волн от дна.

**Оптимальное фазовое управление  $\mathbf{v}_{opt}^{(phase)}$ .** Выбирая единичные относительные амплитуды коэффициентов возбуждения излучателей,  $|v_k|/v_\infty = 1$ , и устанавливая фазы  $\arg v_k$  по формуле (6), найдем оптимальное фазовое управление  $\mathbf{v}_{opt}^{(phase)}$ . Оптимальные фазы и амплитуды излучателей представлены на графиках рис. 6а, распределения относительной амплитуды поля (11)  $\lg \gamma(r, z; \mathbf{v}_{opt}^{(phase)})$  в волноводе и  $\gamma(r, z; \mathbf{v}_{opt}^{(phase)})$  в вертикальном сечении точки  $R$  – на графиках рис. 6б соответственно. Проигрыш оптимального фазового управления  $\mathbf{v}_{opt}^{(phase)}$  в сравнении с оптимальным амплитудно-фазовым  $\mathbf{v}_{opt}^{(2)}$  составляет около 17% :  $\delta \approx 93.5(\%)$ .

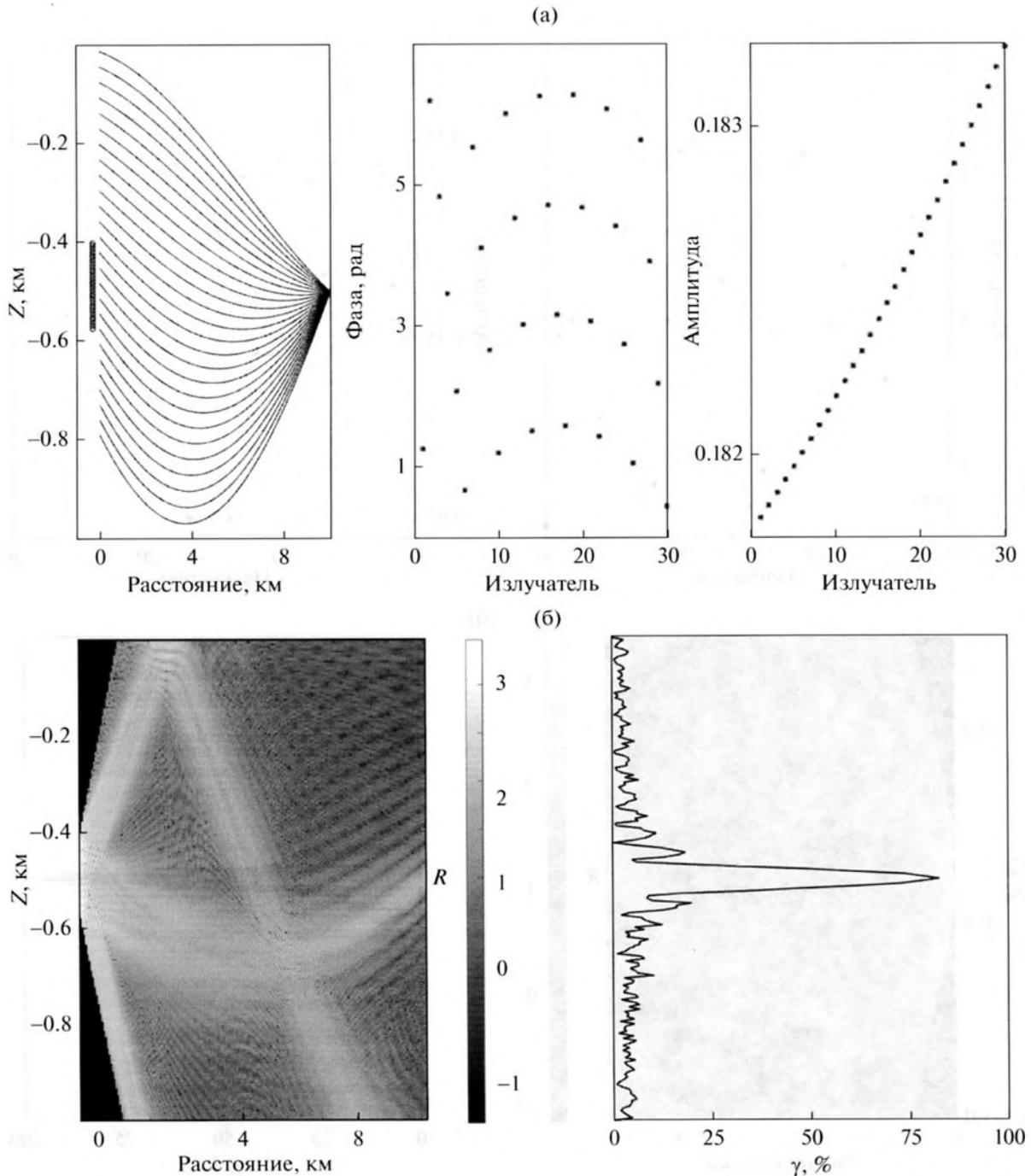
**Фазовое управление по водной волне.** Для нахождения стабильных фазовых управлений достаточно выбрать фазы коэффициентов возбуждения излучателей равными фазам соответствующих стабильных полей. Выбирая в качестве стабильной



**Рис. 2.** (а) Слева – фазы, приведенные в интервал  $[0, 2\pi]$ , справа – относительные амплитуды оптимального управления  $\mathbf{v}_{\text{opt}}^{(2)}$ . (б) Слева – распределение  $\lg \gamma(r, z; \mathbf{v}_{\text{opt}}^{(2)})$  в волноводе, справа –  $\gamma(r_R, z; \mathbf{v}_{\text{opt}}^{(2)})$  в сечении точки нацеливания;  $\gamma(r_R, z_R; \mathbf{v}_{\text{opt}}^{(2)}) = 100$ .

волны чисто водную компоненту (левый график на рис. 7а), получаем стабильное фазовое управление в форме  $(\mathbf{v}_w^{(\text{phase})})_k / v_\infty = 1, \arg(\mathbf{v}_w^{(\text{phase})})_k = \varphi_k$ , где  $\varphi_k$  – фаза волны, приходящей на  $k$ -й излучатель по водному лучу. Фазы коэффициентов возбуждения излу-

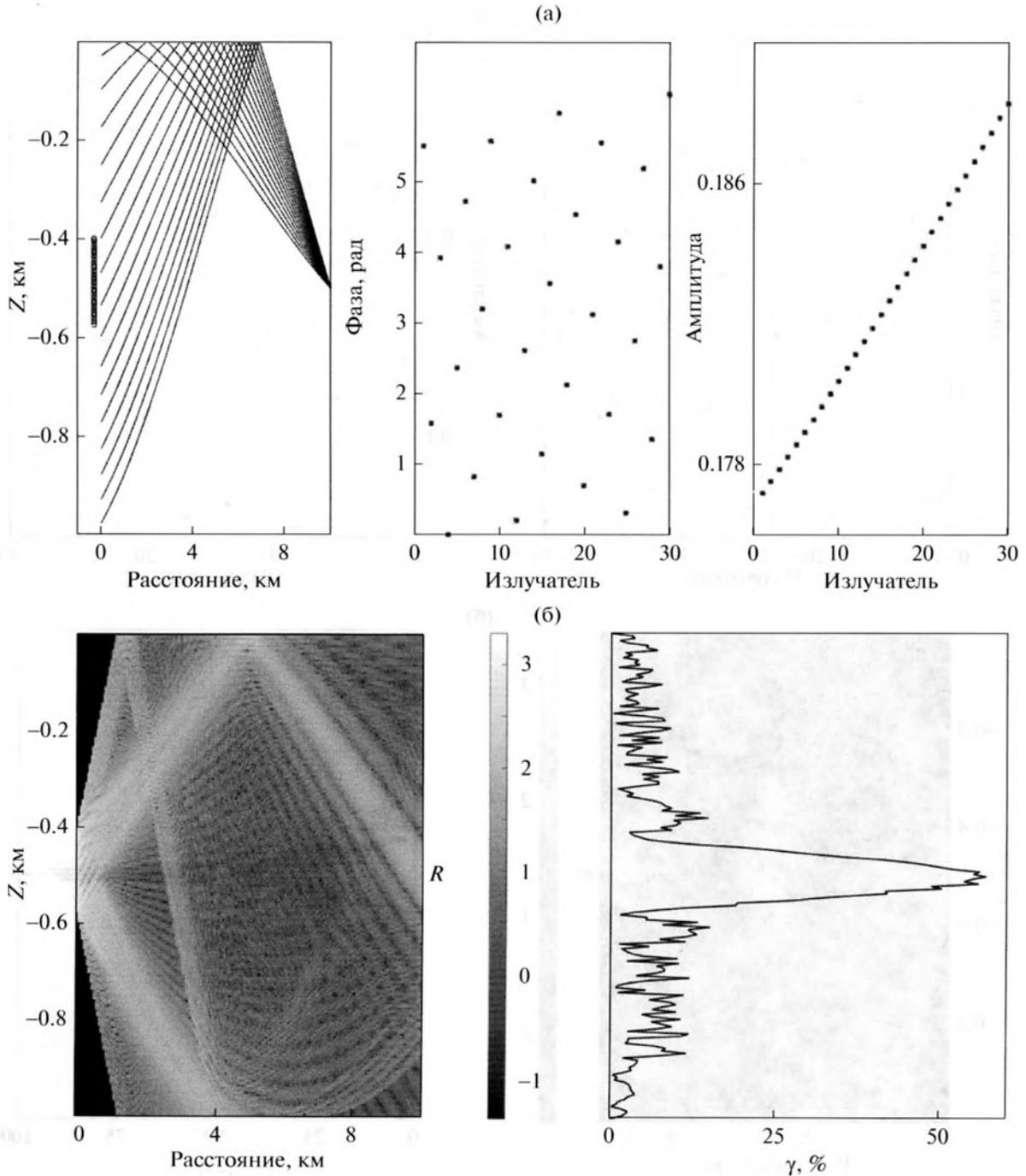
чателей представлены правом графике рис. 7а, распределения  $\gamma(r, z; \mathbf{v}_w^{(\text{phase})})$  даны на графиках рис. 7б. Из приведенных рисунков видно, что стабильное управление более регулярно в сравнении с оптимальным, соответствующий проигрыш в значе-



**Рис. 3.** (а) (Слева направо) траектории водных лучей, выходящих из точки нацеливания; приведенные фазы и относительные амплитуды управления  $\mathbf{v}_w^{(2)}$ . (б) Слева – распределение  $\lg \gamma(r, z; \mathbf{v}_w^{(2)})$  в волноводе, справа –  $\gamma(r_R, z; \mathbf{v}_w^{(2)})$  в сечении точки нацеливания;  $\gamma(r_R, z_R; \mathbf{v}_w^{(2)}) \approx 83$ .

нии функционала не более 12%. Проигрыш фазового управления  $\mathbf{v}_w^{(\text{phase})}$  в сравнении с амплитудно-фазовым  $\mathbf{v}_w^{(2)}$  практически отсутствует,  $\delta \approx 99.9(\%)$ , что объясняется взаимной близостью амплитуд водных лучей для отдельных излучателей.

*Фазовое управление по поверхностной волне.* Выбирая в качестве стабильной волны однократно отраженную от поверхности компоненту (левый график рис. 8), получаем стабильное фазовое управление в форме  $(\mathbf{v}_s^{(\text{phase})})_k / v_\infty = 1$ ,  $\arg(\mathbf{v}_s^{(\text{phase})})_k = \varphi_k$ ,



**Рис. 4.** (а) (Слева направо) траектории выходящих из точки нацеливания лучей, однократно отраженных поверхностью; приведенные фазы и относительные амплитуды управления  $\mathbf{v}_s^{(2)}$ . (б) Слева – распределение  $\lg \gamma(r, z; \mathbf{v}_s^{(2)})$  в волноводе, справа –  $\gamma(r_R, z_R; \mathbf{v}_s^{(2)})$  в сечении точки нацеливания;  $\gamma(r_R, z_R; \mathbf{v}_s^{(2)}) \approx 57$ .

где  $\phi_k$  – фаза волны, приходящей на  $k$ -й излучатель по лучу, однократно отраженному свободной поверхностью. Фазы коэффициентов возбуждения излучателей представлены на среднем графике рис. 8,

распределение  $\gamma(r, z; \mathbf{v}_s^{(\text{phase})})$  в волноводе даны на правом графике. Из приведенных рисунков видно, что стабильное управление более регулярно в сравнении с оптимальным, но при этом проигрывает

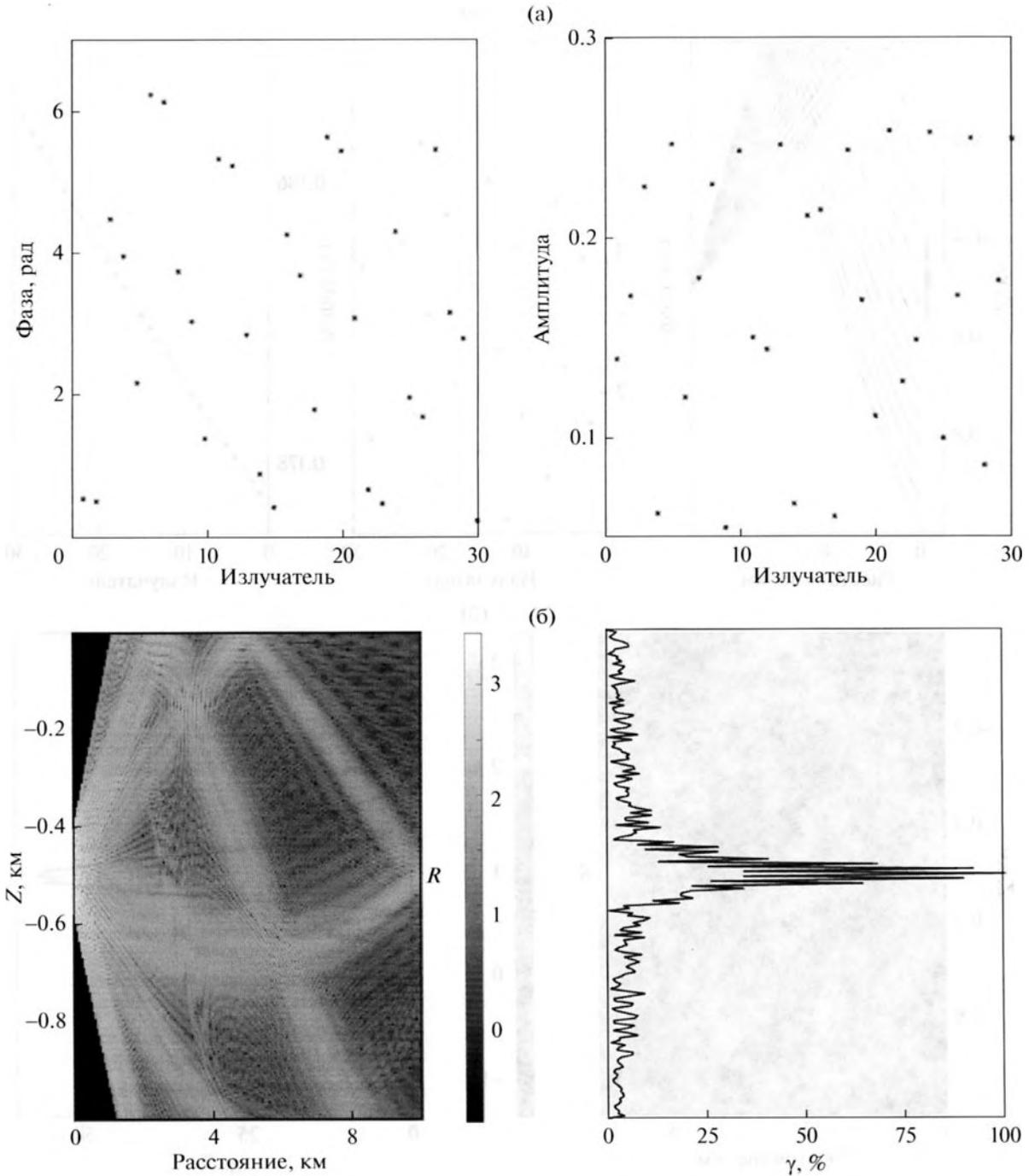


Рис. 5. (а) Приведенные фазы и относительные амплитуды управления  $\mathbf{v}_{sw}^{(2)}$ . (б) Слева – распределение  $\lg \gamma(r, z; \mathbf{v}_{sw}^{(2)})$  в волноводе, справа –  $\gamma(r_R, z_R; \mathbf{v}_{sw}^{(2)})$  в сечении точки нацеливания;  $\gamma(r_R, z_R; \mathbf{v}_{sw}^{(2)}) \approx 99.9$ .

в значении функционала около 40%, что связано с игнорированием водной составляющей поля. Проигрыш фазового управления  $\mathbf{v}_s^{(phase)}$  в сравнении с амплитудно-фазовым  $\mathbf{v}_s^{(2)}$  составляет доли процента:  $\delta \approx 99.8(\%)$ .

**Фазовое управление по сумме двух волн.** Выбирая в качестве стабильной волны сумму водной и однократно отраженной от поверхности компонент, получаем стабильное управление в форме  $(\mathbf{v}_{sw}^{(phase)})_k / v_\infty = 1, \arg(\mathbf{v}_s^{(phase)})_k = \phi_k$ , где  $\phi_k$  – фаза

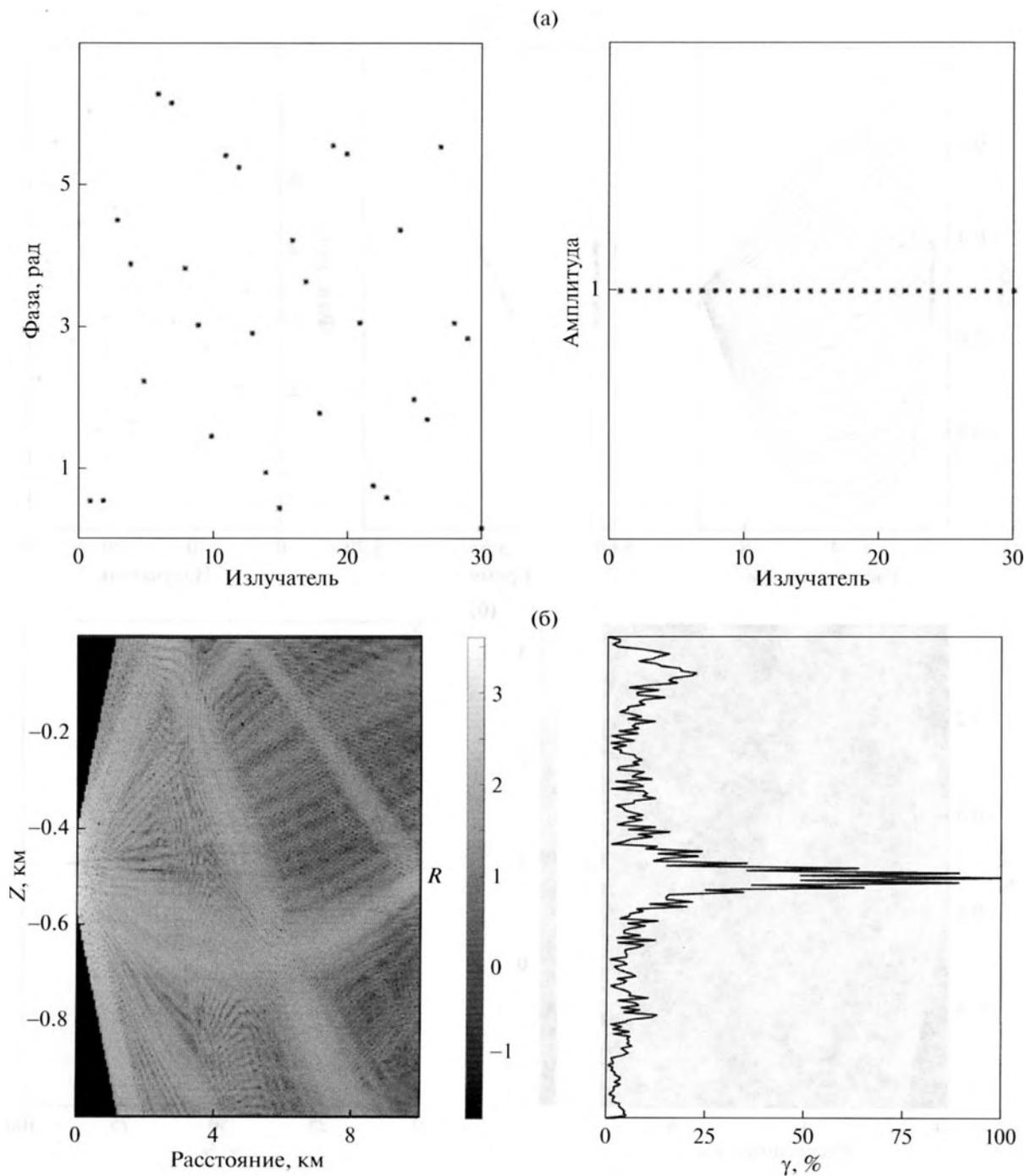
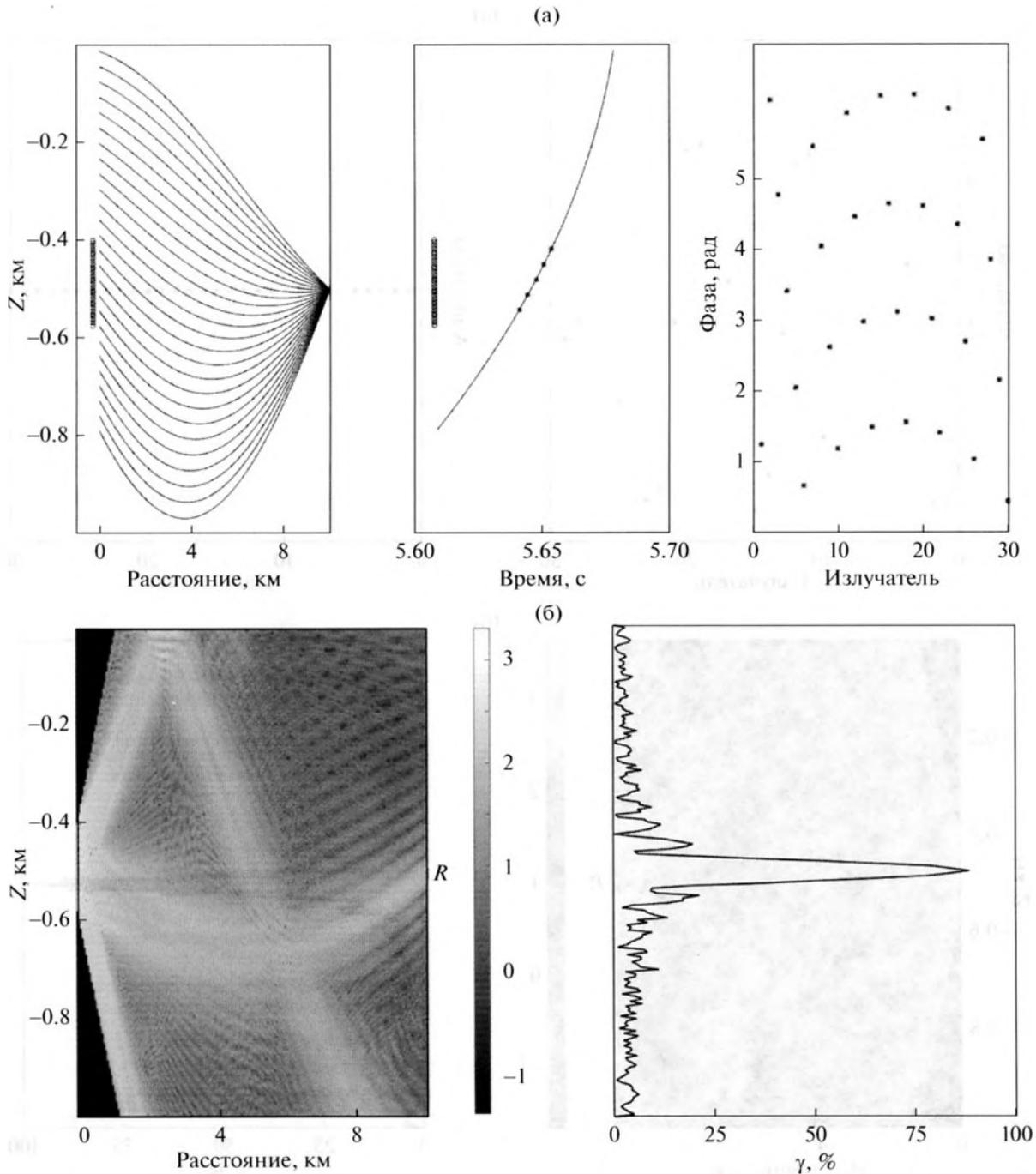


Рис. 6. (а) Приведенные фазы и относительные амплитуды управления  $\mathbf{v}_{\text{opt}}^{(\text{phase})}$ . (б) Слева – распределение  $\lg \gamma(r, z; \mathbf{v}_{\text{opt}}^{(\text{phase})})$  в волноводе, справа –  $\gamma(r_R, z; \mathbf{v}_{\text{opt}}^{(\text{phase})})$  в сечении точки нацеливания;  $\gamma(r_R, z_R; \mathbf{v}_{\text{opt}}^{(\text{phase})}) = 100$ .

суммы водной и отраженной поверхностью волн. Фазы коэффициентов возбуждения излучателей представлены на левом графике рис. 9, распределения  $\gamma(r, z; \mathbf{v}_{\text{sw}}^{(\text{phase})})$  даны на двух других графиках этого рисунка. Из приведенных рисунков видно, что

стабильное управление близко к оптимальному и обеспечивает практически оптимальное значение функционала. Это связано с тем, что суммарное поле  $\mathbf{a}_R$  в данном случае практически совпадает с  $\mathbf{a}_R^{(\text{sw})}$  вследствие малого отражения волн от дна. Проигрыш



**Рис. 7.** (а) (Слева направо) траектории выходящих из точки нацеливания лучей; времена прихода лучей; приведенные фазы управления  $\mathbf{v}_w^{(phase)}$ . (б) Слева – распределение  $\lg \gamma(r, z; \mathbf{v}_w^{(phase)})$  в волноводе, справа –  $\gamma(r_R, z; \mathbf{v}_w^{(phase)})$  в сечении точки нацеливания;  $\gamma(r_R, z_R; \mathbf{v}_w^{(phase)}) \approx 88$ .

фазового управления  $\mathbf{v}_{sw}^{(phase)}$  в сравнении с амплитудно-фазовым  $\mathbf{v}_{sw}^{(2)}$  незначителен:  $\delta \approx 93.6(\%)$ .

Проведенные в работе исследования показывают, что для эффективной подсветки акустическим полем заданной области волновода не обя-

зательно использовать расчет всех полей, создаваемых отдельными излучателями в указанной области. Достаточно ограничиться расчетом отдельных компонент этих полей, наиболее энергетичных и стабильных. Возникающие вследствие этого потери в суммарной амплитуде поля зави-

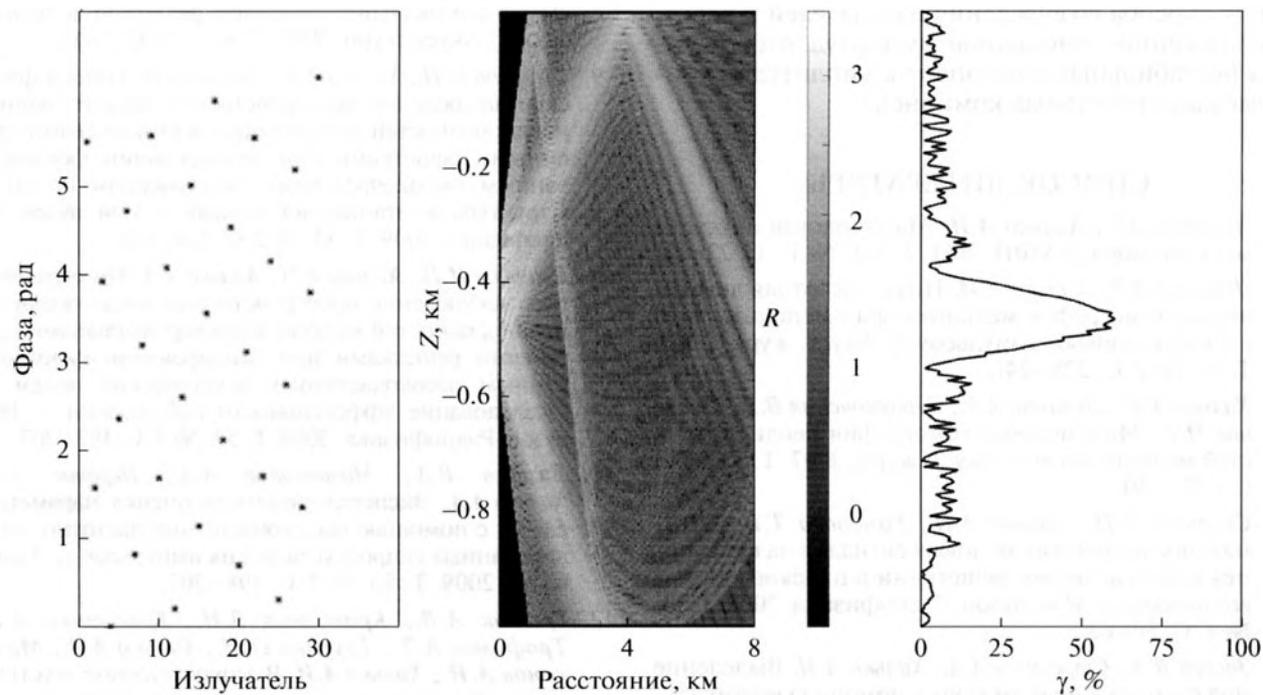


Рис. 8. Слева направо: траектории лучей, отраженных от поверхности; фазы управления  $\mathbf{v}_s^{(\text{phase})}$ ; распределение  $\lg \gamma(r, z; \mathbf{v}_s^{(\text{phase})})$  в волноводе,  $\gamma(r_R, z_R; \mathbf{v}_s^{(\text{phase})}) \approx 60$ .

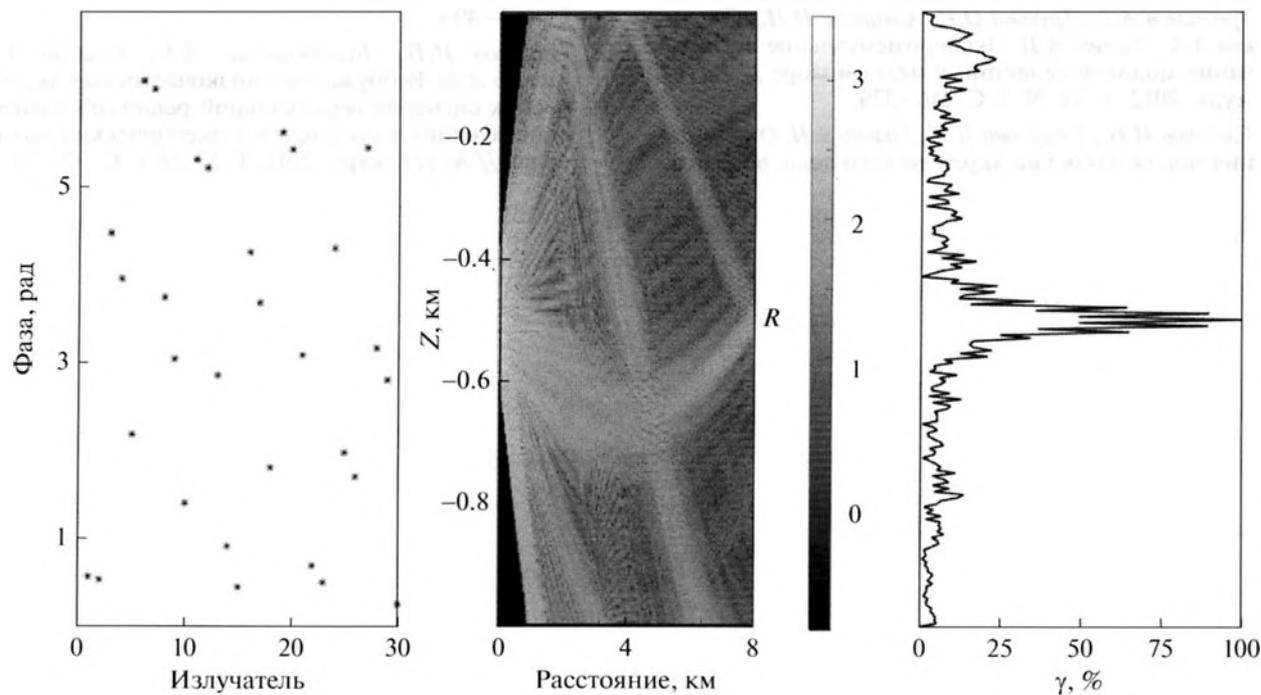


Рис. 9. Слева направо: фазы управления  $\mathbf{v}_{sw}^{(\text{phase})}$ ; распределения  $\lg \gamma(r, z; \mathbf{v}_{sw}^{(\text{phase})})$  в волноводе;  $\gamma(r_R, z; \mathbf{v}_{sw}^{(\text{phase})})$  в сечении приемника,  $\gamma(r_R, z_R; \mathbf{v}_{sw}^{(\text{phase})}) \approx 99.9$ .

сят от способа возбуждения излучателей и равны приближенно отношению амплитуд отброшенных нестабильных компонент к амплитудам учитываемых стабильных компонент.

### СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Лучинин А.Г., Хилько А.И. Маломодовая акустика мелкого моря // УФН. 2011. Т. 181. № 11. С. 22–28.
2. Лучинин А.Г., Хилько А.И. Низкочастотная акустическая томография мелкого моря с использованием маломодовых импульсов // Акуст. журн. 2005. Т. 51. № 2. С. 228–241.
3. Хилько А.И., Лучинин А.Г., Бурдуковская В.Г., Смирнов И.П. Маломодовая томография неоднородностей мелкого моря // Акуст. журн. 2007. Т. 53. № 3. С. 437–450.
4. Смирнов И.П., Хилько А.И., Романова Т.В. Оптимальное выделение модовых сигналов на фоне помех вертикальными решетками в плоскостных волноводах // Изв. вузов. Радиофизика. 2008. Т. 51. № 1. С. 50–62.
5. Зверев В.А., Стромков А.А., Хилько А.И. Выделение мод сигнала в мелком море с помощью вертикальной антенной решетки // Акуст. журн. 2006. Т. 52. № 6. С. 784–790.
6. Артельный В.В., Артельный П.В., Вировлянский А.Л., Казарова А.Ю., Коротин П.И. Фокусировка поля в гидроакустическом волноводе в заданный интервал глубин // Акуст. журн. 2015. Т. 61. № 4. С. 477–483.
7. Гришюк А.В., Бурдуковская В.Г., Зверев В.А., Кравченко В.Н., Коваленко В.В., Лучинин А.Г., Малеханов А.И., Трофимов А.Т., Трусова О.И., Смирнов И.П., Стромков А.А., Хилько А.И. Экспериментальное исследование модовой селекции в мелком море // Акуст. журн. 2012. Т. 58. № 3. С. 316–329.
8. Смирнов И.П., Смирнова И.Р., Хилько А.И. Оптимизация модового состава акустического поля, возбуждаемого вертикальной антенной решеткой в мелком море // Акуст. журн. 2010. Т. 56. № 6. С. 1–13.
9. Смирнов И.П., Хилько А.И., Хилько А.А. Томографическое наблюдение пространственно локализованных неоднородностей мелкого моря вертикальными приемными решетками при зондировании фокусированным высокочастотным акустическим полем. I. Структура имитационной модели // Изв. вузов. Радиофизика. 2009. Т. 52. № 2. С. 134–148.
10. Смирнов И.П., Хилько А.И., Хилько А.А. Томографическое наблюдение пространственно локализованных неоднородностей мелкого моря вертикальными приемными решетками при зондировании фокусированным высокочастотным акустическим полем. II. Исследование эффективности наблюдения // Изв. вузов. Радиофизика. 2009. Т. 52. № 3. С. 192–207.
11. Лазарев В.А., Мазанников А.А., Неронов А.Н., Хилько А.А. Экспериментальная оценка параметров сферы с помощью высокочастотных частотно модулированных гидроакустических импульсов // Акуст. журн. 2009. Т. 55. № 2. С. 198–207.
12. Гришюк А.В., Кравченко В.Н., Коваленко В.В., Трофимов А.Т., Трусова О.И., Хилько А.А., Малеханов А.И., Хилько А.И. Высокочастотное акустическое наблюдение неоднородностей в мелком море с неровным дном в присутствии сильной реверберации // Акуст. журн. 2011. Т. 57. № 5. С. 642–648.
13. Гришюк А.В., Кравченко В.Н., Коваленко В.В., Трофимов А.Т., Трусова О.И., Хилько А.А., Малеханов А.И., Хилько А.И. Эксперименты по возбуждению и приему когерентных высокочастотных акустических сигналов в мелководном районе морского шельфа // Акуст. журн. 2011. Т. 57. № 4. С. 485–494.
14. Смирнов И.П., Бурдуковская В.Г., Кошкин А.Г., Хилько А.И. Возбуждение низкочастотных акустических сигналов вертикальной решеткой взаимодействующих излучателей в океанических волноводах // Акуст. журн. 2011. Т. 57. № 1. С. 92–103.