

О ВОЗМОЖНОСТИ ПРИМЕНЕНИЯ ПРИНЦИПА ВЗАИМНОСТИ В ВЕКТОРНО-СКАЛЯРНЫХ ПОЛЯХ МУЛЬТИПОЛЬНЫХ ИСТОЧНИКОВ В ВОЛНОВОДЕ

© 2017 г. Г. Н. Кузнецов^{а, *}, А. Н. Степанов^{а, б}

^аНаучный центр волновых исследований Института общей физики им. А.М. Прохорова РАН
119991 Москва, ул. Вавилова 38

^бСамарский национальный исследовательский университет им. акад. С.П. Королева
443086 Самара, Московское шоссе 34

*e-mail: skbmortex@mail.ru

Поступила в редакцию 01.04.2016 г.

Исследуется применимость принципов взаимности в гидроакустическом волноводе для векторно-скалярных полей мультипольных источников. Аналитически и расчетным путем показано, что мультипольные источники по этому принципу разделяются на две группы: в первой группе поля звукового давления, горизонтальные проекции векторов колебательной скорости удовлетворяют принципу взаимности, а вертикальные проекции этих векторов не удовлетворяют. Во второй группе давление и горизонтальные проекции вектора колебательной скорости принципу взаимности не удовлетворяют, а их вертикальные проекции удовлетворяют. Установлено, что градиенты фазы и углы прихода сигналов в вертикальной плоскости принципу взаимности не удовлетворяют, что ограничивает применение принципа взаимности для векторно-скалярных полей объемных источников с произвольной направленностью в вертикальной плоскости.

Ключевые слова: Принцип взаимности, мультипольный источник, векторно-скалярные поля, волновод.

DOI: 10.7868/S032079191703008X

ВВЕДЕНИЕ

В настоящее время зондирование океана и изучение его свойств, а также решение других практически важных задач гидроакустики и гидрофизики выполняется с использованием как горизонтальных, так и вертикальных антенн. Возникает вопрос: как формировать этими антеннами характеристики направленности (ХН) в многомодовом волноводе? Очевидно, что для формирования ХН на фурье-компонентах необходима информация о градиентах фазы поля вдоль апертуры приемных или излучающих антенн, в частности в горизонтальной и вертикальной плоскостях. А также о том, под каким углом к горизонтали в вертикальной плоскости приходят сигналы на приемную антенну. Ответы на эти вопросы представляются важными для формирования ХН горизонтальными и вертикальными антеннами — как приемными, так и излучающими [1]. Решение поставленной задачи существенно усложняется, если применять не скалярные, а векторно-скалярные антенны (СА и ВСА), включающие датчики не только звукового давления (ЗД), но и приемники ортогональных проекций вектора колебательной скорости (ВКС). Обнаружение или

пеленгование малозумных источников или отражателей дополнительно усложняется, если в качестве таких источников или отражателей используются объемные протяженные морские платформы, обладающие сложной направленностью в горизонтальной и вертикальной плоскостях. Анализ показывает, что при рассмотрении поставленных задач оказывается полезным решение вопроса о выполнении (или невыполнении) в рамках исследуемой задачи принципа взаимности (ПВ).

Классические представления принципов (соотношений) взаимности для различных электромагнитных систем и волновых полей, в частности акустических полей, сформулированы достаточно давно [2–4]. Целый ряд основополагающих теорем, соотношений и вариантов применения ПВ для теоретических исследований и решения технических задач рассмотрен В.В. Фурдуевым [5]. В работе Л.М. Лямшева [6] это направление развивается применительно к акустике движущихся сред. Выполнены также работы, в которых ПВ применяется для исследования звуковых полей вибрирующих тел и акустической диагностики виброактивных механизмов. Например, в [7, 8] и других

публикациях показано, что применение ПВ в отдельных практических приложениях существенно упрощает условия проведения экспериментов и технические требования к аппаратуре. В такой постановке задачи ПВ может эффективно использоваться для анализа виброактивности обтекателей и внешнего излучения различными участками корпуса объектов. Для этого переходят в режим приема и заменяют тяжелые вибраторы, которые следовало бы устанавливать на оболочке или корпусе, легкими приемниками. Для замыкания задачи и использования ПВ звуковые поля возбуждаются вынесенными в ближнюю или дальнюю зону широкополосными или узкополосными излучателями, а на поверхности оболочки или внутри нее устанавливаются малогабаритные, не вносящие искажений приемники – виброшуппы или гидрофоны. В указанных работах также даны некоторые рекомендации по использованию ПВ для различных гидроакустических измерений с целью идентификации источников шумоизлучения, распределенных на поверхности объектов.

Полученные в [7, 8] результаты развиваются в работе П.И. Коротина [9], где выполнен анализ использования ПВ в виброакустике и рассмотрены некоторые ограничения применимости ПВ. Это позволило сформулировать частные условия “невзаимности” [9].

Из теоретических работ, в которых рассмотрены принципы и соотношения взаимности в потоке жидкости, следует также выделить работу О.А. Година [10], в которой анализируются соотношения взаимности и принципы сохранения энергии поля в сложной системе “неоднородный поток жидкости–анизотропное твердое тело”.

Из экспериментально-методических работ можно отметить работу А.Е. Исаева [11], в которой рассматривается развитие вариантов решения симметричных задач [5], где метод взаимности используется для акустических измерений характеристик гидрофонов. Применение ПВ оказалось и в этом случае полезным, в частности позволило разработать методику и выполнить достаточно точную калибровку низкочастотных гидрофонов даже в малогабаритном гидроакустическом бассейне. Причем применение ПВ позволило измерить не только частотные зависимости чувствительности приемников, но и оценить их фазочастотные характеристики.

Представляет также определенный интерес применение ПВ для замены протяженной многоэлементной горизонтальной приемной антенны точечным излучателем, который буксируется и синтезирует протяженную апертуру вдоль заданной траектории. В этом случае прием сигналов может выполняться одиночным или группой одиночных гидрофонов с известной геометрией. В результате простыми средствами удается вы-

полнить акустическую калибровку волновода и оценить параметры модели грунта, и далее – рассчитать приведенную к стандартным условиям шумность буксируемого излучателя [12].

Из изложенного следует, что вопросы теории и практического применения ПВ достаточно хорошо разработаны и используются для решения самых различных задач. Однако в перечисленных работах в основном исследуются варианты применения ПВ для скалярных звуковых полей. Ниже в развитие этих работ анализируются возможные варианты “взаимности” и “невзаимности”, которые проявляются при исследовании в волноводе структуры звукового поля на апертуре не только СА, но и ВСА. Исследование выполнено с целью анализа гидроакустических полей, сформированных объемными низкочастотными источниками с произвольными направленностью и ориентацией ХН в пространстве. Для этого потребовалось представить направленное звуковое поле реального источника эквивалентным полем, образованным суперпозицией мультиполей [13, 14].

Такая задача применительно к монополюсному источнику в случае приема сигнала одиночным векторно-скалярным приемником (ВСП) исследовалась в [15]. Установлено, что принципы взаимности для ЗД, а также для горизонтальных проекций вектора колебательной скорости (ВКС) выполняются, а для вертикальных проекций ВКС принцип взаимности не выполняется. Ниже поставленная задача обобщается для скалярных и векторных полей, образованных в волноводе мультипольным гидроакустическим источником, создающим поле, аналогичное звуковому полю от объемного крупногабаритного излучателя [13, 14, 16, 17]. Применительно к приемным и излучающим антеннам выполнено необходимое для формирования ХН исследование градиентов фазы (ГФ) в горизонтальной и в вертикальной плоскостях, а также анализ соотношений амплитуд проекций ВКС, что позволило для различных мультипольных источников определить характеристики углов прихода ВКС и, соответственно, вектора Умова [18] в вертикальной плоскости, а также установить возможность применения для них ПВ. Иными словами, численно исследована применимость ПВ не только для амплитудных характеристик, но и для пространственных распределений градиента фазы и угловых характеристик поля.

1. ВЕКТОРНО-СКАЛЯРНЫЕ ПОЛЯ, ВОЗБУЖДАЕМЫЕ В ВОЛНОВОДЕ МУЛЬТИПОЛЬНЫМ ИСТОЧНИКОМ

1.1. Исходные соотношения для мультипольного источника

Рассмотрим гармонический объемный источник с круговой частотой ω , который находится в

волноводе Пекериса толщиной h в точке с декартовыми координатами (x_0, y_0, z_0) . Плоскость OXY декартовой системы совместим со свободной поверхностью волновода, а ее ось OZ направим вниз – ко дну волновода. Будем считать, что сигналы от такого излучателя принимаются четырехкомпонентным векторно-скалярным приемником или антенной с фазовым центром в точке с координатами (x, y, z) .

При использовании модели направленного точечного мультипольного эквивалентного излучателя, заменяющего объемный источник, его потенциал в неограниченном однородном пространстве записывается в виде [13, 14]

$$\psi(R, \theta, \varphi) = \sum_{n=0}^L \sum_{m=-n}^n C_{nm} h_n^{(1)}(kR) P_n^{(m)}(\cos \theta) e^{im\varphi},$$

где R, θ, φ – сферические координаты точки наблюдения в системе, центр которой совмещен с излучателем, L – порядок мультипольности модели, C_{nm} – комплексные мультипольные моменты модели, определяющие направленности излучателя, $h_n^{(1)}$ – сферические функции Бесселя третьего рода порядка n , $P_n^{(m)}$ – присоединенные полиномы Лежандра.

Для волновода Пекериса в приближении нормальных волн потенциал поля такого источника в исходной декартовой системе координат представим в виде [16, 17]

$$\psi = \frac{4\pi}{kh} \sum_{n=0}^L \sum_{m=-n}^n \sum_{l=1}^N A_{nml} \sin \alpha'_{l0} \sin \alpha_l H_m^{(1)}(\xi_l r) e^{im\varphi}, \quad (1)$$

где $A_{nml} = \frac{D_{nm} e^{i\pi(1-\chi_{nm})/4} x_l P_n^{(m)}(x_l/kh)}{\sin^2 x_l \operatorname{tg} x_l / \tilde{m}^2 + \sin x_l \cos x_l - x_l}$,
 $D_{nm} = \frac{1}{2} C_{nm} e^{i\pi(m-n)/2}$, $\chi_{nm} = (-1)^{n+|m|}$, x_l – корни дисперсионного уравнения волновода Пекериса $\operatorname{ctg} \zeta = i\sqrt{\zeta^2 - (khv)^2} / \tilde{m} \zeta$, k – волновое число, $v^2 = 1 - \tilde{n}^2$, $\tilde{n} = n_0(1 + i\tilde{\alpha})$, $n_0 = c_0/c$ – отношение скоростей звука в волноводе c_0 и грунте c , $\tilde{\alpha}$ – коэффициент поглощения звука в грунте, по которому вычисляются модальные коэффициенты затухания [19], $\tilde{m} = \rho/\rho_0$ – отношение плотностей ρ подстилающего полупространства и ρ_0 воды, $\alpha_l = x_l \frac{z}{h}$, $\alpha'_{l0} = \frac{\pi}{4}(1 - \chi_{nm}) + \alpha_{l0}$, $\alpha_{l0} = x_l \frac{z_0}{h}$, $H_m^{(1)}$ – функция Ханкеля первого рода порядка m , $\xi_l = k\sqrt{1 - x_l^2/k^2 h^2}$ – горизонтальные волновые числа, $r = \sqrt{(x - x_0)^2 + (y - y_0)^2}$ – горизонтальное

расстояние между источником и точкой наблюдения, $\varphi = \operatorname{arctg} \frac{y - y_0}{x - x_0}$ – полярный угол. В предположении потенциальности поля связь между потенциалом скоростей звукового поля ψ , звуковым давлением P и вектором \mathbf{V} колебательной скорости выражается соотношениями: $P = -\rho_0 \frac{\partial \psi}{\partial t} = i\omega\rho_0 \psi$ и $\mathbf{V} = \operatorname{grad} \psi$ [19]. Исходя из этого, определим поле ЗД

$$P = i \frac{4\pi\omega\rho_0}{kh} \times \sum_{n=0}^L \sum_{m=-n}^n \sum_{l=1}^N A_{nml} \sin \alpha'_{l0} \sin \alpha_l H_m^{(1)}(\xi_l r) e^{im\varphi} \quad (2)$$

и компоненты ВКС. В [14] доказано, что контурный интеграл, который является исходным для получения разложения (1) по нормальным волнам, сходится равномерно вне некоторой произвольно малой окрестности, внутри которой находится источник звука. Следовательно, горизонтальная V_r и вертикальная V_z компоненты вектора колебательной скорости $\mathbf{V} = (V_r, V_z)$ могут быть найдены дифференцированием этого контурного интеграла по соответствующим координатам. Если вывести для произвольных мультиполей выражения для контурного интеграла, определяющего потенциал поля ЗД, то контурные интегралы, полученные дифференцированием, с помощью вычетов можно свести к суммам, аналогичным сумме нормальных волн для поля ЗД:

$$V_r = \frac{4\pi}{kh} \sum_{n=0}^L \sum_{m=-n}^n \sum_{l=1}^N A_{nml} \xi_l \sin \alpha'_{l0} \sin \alpha_l \times \times (m H_m^{(1)}(\xi_l r) / (\xi_l r) - H_{m+1}^{(1)}(\xi_l r)) e^{im\varphi}, \quad (3)$$

$V_z = \frac{4\pi}{kh} \sum_{n=0}^L \sum_{m=-n}^n \sum_{l=1}^N A'_{nml} \sin \alpha'_{l0} \cos \alpha_l H_m^{(1)}(\xi_l r) e^{im\varphi}$,
 где $A'_{nml} = x_l A_{nml} \operatorname{ctg} \alpha_l / h$. Горизонтальные компоненты V_x и V_y вектора \mathbf{V} колебательной скорости находятся с помощью простых соотношений $V_x = V_r \cos \varphi$ и $V_y = V_r \sin \varphi$. Для упрощения дальнейшего аналитического и численного исследования удобно представить соотношения (2) и (3) в виде $P = \sum_{n=0}^L \sum_{m=-n}^n P_{nm}$, $V_r = \sum_{n=0}^L \sum_{m=-n}^n V_r^{nm}$, $V_z = \sum_{n=0}^L \sum_{m=-n}^n V_z^{nm}$, где P_{nm} , V_r^{nm} и V_z^{nm} – соответственно давление поля ЗД, горизонтальная и вертикальная компоненты ВКС отдельно взятого мультиполя с индексами n и m .

В заключение приведем без вывода формулы для расчета градиентов фазы $\text{grad } \varphi$ ЗД вдоль трех пространственных ортогональных осей (x, y, z) :

$$\frac{\partial \varphi}{\partial x} = \frac{\text{Re} V_x \text{Re} P + \text{Im} V_x \text{Im} P}{|P|^2 / \omega \rho_0},$$

$$\frac{\partial \varphi}{\partial y} = \frac{\text{Re} V_y \text{Re} P + \text{Im} V_y \text{Im} P}{|P|^2 / \omega \rho_0},$$

$$\frac{\partial \varphi}{\partial z} = \frac{\text{Re} V_z \text{Re} P + \text{Im} V_z \text{Im} P}{|P|^2 / \omega \rho_0},$$

где $P = |P|e^{i\varphi} = \text{Re} P + i \text{Im} P$, $|P|$ – модуль и φ – фаза поля ЗД. Эти формулы, как и (2) и (3), далее используются при выполнении численного эксперимента.

1.2. Поле монопольного источника

Выражения для полей амплитуд ЗД и колебательной скорости монополя в волноводе можно получить, если в (2) и (3) положить $L = 0$, оставив тем самым в этих суммах только нулевое слагаемое. В этом случае при $n = 0$ и $m = 0$ получим $\alpha'_{l0} = x_l z_0 / h$. Выражения для ЗД и горизонтальной проекции ВКС монополя приобретают относительно z и z_0 вид

$$P_{00} = \frac{4\pi}{kh} \sum_{l=1}^N A_{00l} \sin x_l \frac{z_0}{h} \sin x_l \frac{z}{h} H_0^{(1)}(\xi_l r),$$

$$V_r^{00} = -\frac{4\pi}{kh} \sum_{l=1}^N A_{00l} \xi_l \sin x_l \frac{z_0}{h} \sin x_l \frac{z}{h} H_1^{(1)}(\xi_l r).$$

Следовательно, для этих полей вследствие симметричности записи относительно z и z_0 принцип взаимности справедлив [15]. А выражение для вертикальной компоненты ВКС

$$V_z^{00} = \frac{4\pi}{kh} \sum_{l=1}^N A'_{00l} \sin x_l \frac{z_0}{h} \cos x_l \frac{z}{h} H_0^{(1)}(\xi_l r) \quad (4)$$

несимметрично относительно этих аргументов. И если в выражении (4) поменять местами z и z_0 , то характеристики вертикальной компоненты поля изменятся. Следовательно, для вертикальной проекции ВКС монопольного источника ПВ не выполняется [15].

1.3. Поля горизонтального и вертикального диполей

В соотношениях (2) и (3) горизонтальным диполям с различной ориентацией осей соответствуют слагаемые с номерами $n = 1$ и $m = \pm 1$. Аргумент α'_{l0} при указанных n и m равен $\alpha'_{l0} = \alpha_{l0} = x_l z_0 / h$. Поэтому выражения для ЗД и го-

ризонтальной компоненты ВКС горизонтальных диполей симметричны относительно z и z_0 :

$$P_{1,\pm 1} = \frac{4\pi}{kh} \sum_{l=1}^N A_{1,\pm 1,l} \sin x_l \frac{z_0}{h} \sin x_l \frac{z}{h} H_1^{(1)}(\xi_l r) e^{\pm i\varphi},$$

$$V_r^{1,\pm 1} = \frac{4\pi}{kh} \sum_{l=1}^N A_{1,\pm 1,l} \xi_l \sin x_l \frac{z_0}{h} \sin x_l \frac{z}{h} \times \\ \times \left(\pm H_{\pm 1}^{(1)}(\xi_l r) / (\xi_l r) - H_{\pm 1 \pm 1}^{(1)}(\xi_l r) \right) e^{\pm i\varphi}.$$

Соответственно, принцип взаимности для них выполняется. А вертикальная компонента поля ВКС горизонтальных диполей

$$V_z^{1,\pm 1} = \frac{4\pi}{kh} \sum_{l=1}^N A'_{1,\pm 1,l} \sin x_l \frac{z_0}{h} \cos x_l \frac{z}{h} H_0^{(1)}(\xi_l r) e^{\pm i\varphi},$$

так же, как и у монополя, несимметрична. Поэтому ПВ не выполняется.

Слагаемое, соответствующее вертикальному диполю, имеет номера $n = 1$ и $m = 0$. Поэтому аргумент $\alpha'_{l0} = \frac{\pi}{2} + x_l z_0 / h$ и выражения для ЗД и горизонтальной компоненты ВКС вертикального диполя оказываются несимметричными относительно z и z_0 :

$$P_{10} = \frac{4\pi}{kh} \sum_{l=1}^N A_{10} \cos x_l \frac{z_0}{h} \sin x_l \frac{z}{h} H_0^{(1)}(\xi_l r),$$

$$V_r^{10} = -\frac{4\pi}{kh} \sum_{l=1}^N A_{10,l} \xi_l \cos x_l \frac{z_0}{h} \sin x_l \frac{z}{h} H_1^{(1)}(\xi_l r).$$

Зато вертикальная компонента поля колебательной скорости вертикального диполя

$$V_z^{10} = \frac{4\pi}{kh} \sum_{l=1}^N A'_{10l} \cos x_l \frac{z_0}{h} \cos x_l \frac{z}{h} H_0^{(1)}(\xi_l r),$$

в отличие от вертикальной компоненты ВКС монополя, ПВ удовлетворяет.

Полученные результаты позволяют сделать вывод, что дипольные источники по отношению к ПВ можно разбить на две группы. В первой группе ПВ удовлетворяют поля ЗД и горизонтальной компоненты ВКС, а вертикальная компонента ему не удовлетворяет. У излучателей второй группы поля ЗД и горизонтальной проекции колебательной скорости ПВ не удовлетворяют, а вертикальная проекция ему удовлетворяет.

1.4. Поле произвольного мультиполя

В рассмотренных выше соотношениях, описывающих поля ЗД и компонент ВКС, от аргументов z и z_0 зависят только множители $\sin \alpha_{l0} \sin \alpha_l$, $\sin \alpha_{l0} \cos \alpha_l$ и $\cos \alpha_{l0} \cos \alpha_l$. Следо-

вательно, в общем случае для произвольного элементарного мультиполя соблюдение или не соблюдение ПВ для обсуждаемых полей зависит только от вида аргумента α_{l0} , входящего в соотношение для конкретной разновидности мультиполя. У мультиполей с четным значением комбинации $n + |m|$ его индексов параметр $\chi_{nm} = (-1)^{n+|m|} = 1$, поэтому $\alpha'_{l0} = \alpha_{l0} = x_l \frac{z_0}{h}$. Как следствие, выражения для полей таких мультиполей принимают вид

$$P_{nm} = \frac{4\pi}{kh} \sum_{l=1}^N A_{nml} \sin x_l \frac{z_0}{h} \sin x_l \frac{z}{h} H_m^{(1)}(\xi_l r) e^{im\varphi},$$

$$V_r^{nm} = \frac{4\pi}{kh} \sum_{l=1}^N A_{nml} \xi_l \sin x_l \frac{z_0}{h} \sin x_l \frac{z}{h} \times$$

$$\times \left(m H_m^{(1)}(\xi_l r) / (\xi_l r) - H_{m+1}^{(1)}(\xi_l r) \right) e^{im\varphi},$$

$$V_z^{nm} = \frac{4\pi}{kh} \sum_{l=1}^N A'_{nml} \sin x_l \frac{z_0}{h} \cos x_l \frac{z}{h} H_m^{(1)}(\xi_l r) e^{im\varphi}.$$

В этом случае поля ЗД и горизонтальной проекции ВКС удовлетворяют принципу взаимности, а поле вертикальной проекции – не удовлетворяет.

У мультиполей с нечетным значением комбинации $n + |m|$ его индексов параметр $\chi_{nm} = (-1)^{n+|m|} = -1$, поэтому $\alpha'_{l0} = \frac{\pi}{2} + \alpha_{l0}$. Следовательно,

$$P_{nm} = \frac{4\pi}{kh} \sum_{l=1}^N A_{nml} \cos x_l \frac{z_0}{h} \sin x_l \frac{z}{h} H_m^{(1)}(\xi_l r) e^{im\varphi},$$

$$V_r^{nm} = \frac{4\pi}{kh} \sum_{l=1}^N A_{nml} \xi_l \cos x_l \frac{z_0}{h} \sin x_l \frac{z}{h} \times$$

$$\times \left(m H_m^{(1)}(\xi_l r) / (\xi_l r) - H_{m+1}^{(1)}(\xi_l r) \right) e^{im\varphi},$$

$$V_z^{nm} = \frac{4\pi}{kh} \sum_{l=1}^N A'_{nml} \cos x_l \frac{z_0}{h} \cos x_l \frac{z}{h} H_m^{(1)}(\xi_l r) e^{im\varphi}.$$

Для таких мультиполей поля ЗД и горизонтальной ВКС принципу взаимности не удовлетворяют, а поле вертикальной проекции – удовлетворяет. В частности, квадруполь с двумя горизонтальными и двумя вертикальными осями относится к первой группе мультиполей, а квадруполь с одной вертикальной осью – ко второй группе.

2. ЧИСЛЕННОЕ ИССЛЕДОВАНИЕ ВЗАИМНОСТИ ХАРАКТЕРИСТИК ПОЛЯ МУЛЬТИПОЛЕЙ В ЗАВИСИМОСТИ ОТ ГЛУБИН ИЗЛУЧЕНИЯ ИЛИ ПРИЕМА

Для иллюстрации результатов теоретического анализа и получения количественных оценок вы-

полности ПВ при замене z на z_0 выполним численное исследование полей ЗД, полей проекций ВКС, градиентов фазы (ГФ) в горизонтальной и вертикальной плоскости, а также углов прихода ВКС. Рассчитаем векторно-скалярные поля точечных мультипольных источников в волноводе Пекериса толщиной $h = 100$ м со скоростью звука в воде $c_0 = 1450$ м/с. Расчеты выполним при следующих параметрах дна волновода: $\tilde{m} = 1.8$; $n_0 = 0.725$; коэффициент затухания $\tilde{\alpha} = 0.02$. Плоскость ОХУ декартовой системы совмещена со свободной поверхностью волновода, а ее ось ОZ направлена вниз – к дну волновода. Вычислительный эксперимент включает две схемы расчетов.

В первом случае горизонтальные координаты излучателя принимаются равными нулю: $x_0 = 0$ и $y_0 = 0$, а его глубина z_0 изменяется от свободной поверхности $z_0 = 0$ до дна $z_0 = h$. Примем, что четырехкомпонентный векторно-скалярный приемник звука или антенна находятся на одной и той же постоянной глубине $z = 50$ м или 100 м на горизонтальных расстояниях $r = 5$ км или 20 км от источника. Во втором случае источник (излучающая антенна) и приемник меняются местами: излучатель находится на одной и той же постоянной глубине $z_0 = 50$ м или 100 м на тех же горизонтальных расстояниях от приемника, а глубины приемника или антенны изменяются от $z = 0$ до $z = h$. При этом горизонтальные координаты точки приема равны $x = 0$ и $y = 0$.

2.1. О взаимности амплитудных характеристик векторно-скалярного поля

На рис. 1–4 представлены зависимости обсуждаемых характеристик звукового поля от z_0 для первой схемы и от z – для второй. Используются следующие обозначения и нумерация кривых: 1 – амплитуда поля ЗД $|P(z_0)|_{z=\text{const}}$, 2 – амплитуда поля ЗД $|P(z)|_{z_0=\text{const}}$, 3 – амплитуда горизонтальной компоненты ВКС $|V_r(z_0)|_{z=\text{const}}$, 4 – амплитуда горизонтальной компоненты ВКС $|V_r(z)|_{z_0=\text{const}}$, 5 – амплитуда вертикальной проекции ВКС $|V_z(z_0)|_{z=\text{const}}$, 6 – амплитуда вертикальной проекции ВКС $|V_z(z)|_{z_0=\text{const}}$. Графики на рис. 1 получены для монополя; графики на рис. 2–4 получены соответственно для вертикального диполя, квадруполь с двумя горизонтальными осями и квадруполь с одной горизонтальной и одной вертикальной осями.

Расчеты показали, что зависимости амплитуды ЗД $|P(z_0)|$ и $|P(z)|$ (рис. 1, кривые 1 и 2) и горизонтальной проекции ВКС $|V_r(z_0)|$ и $|V_r(z)|$ (рис. 1, кривые 3 и 4), как это и следовало ожидать, оказа-

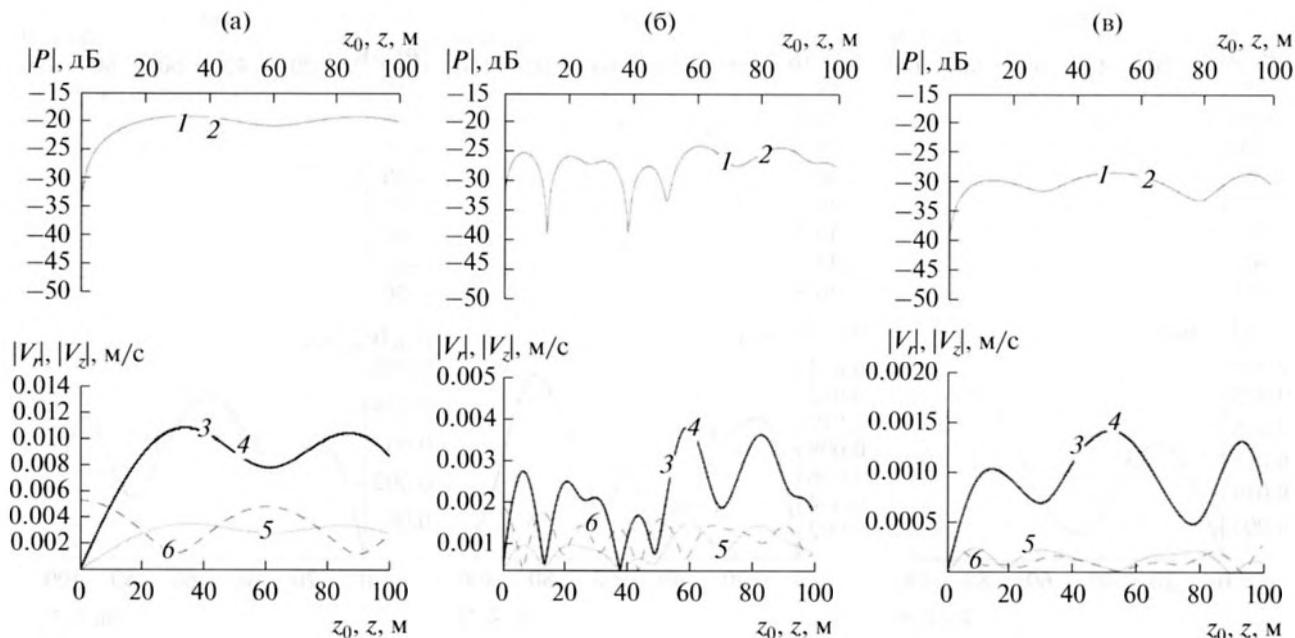


Рис. 1. Зависимости от глубин приема z и излучения z_0 амплитуд ЗД (кривые 1, 2), горизонтальных (3, 4) и вертикальных (5, 6) проекций ВКС. Векторно-скалярное поле монополя рассчитано при условиях: (а) $z = 100$ м, $z_0 = 100$ м, $f = 25$ Гц, $r = 5$ км; (б) $z = 100$ м, $z_0 = 100$ м, $f = 100$ Гц, $r = 5$ км; (в) $z = 50$ м, $z_0 = 50$ м, $f = 100$ Гц, $r = 20$ км.

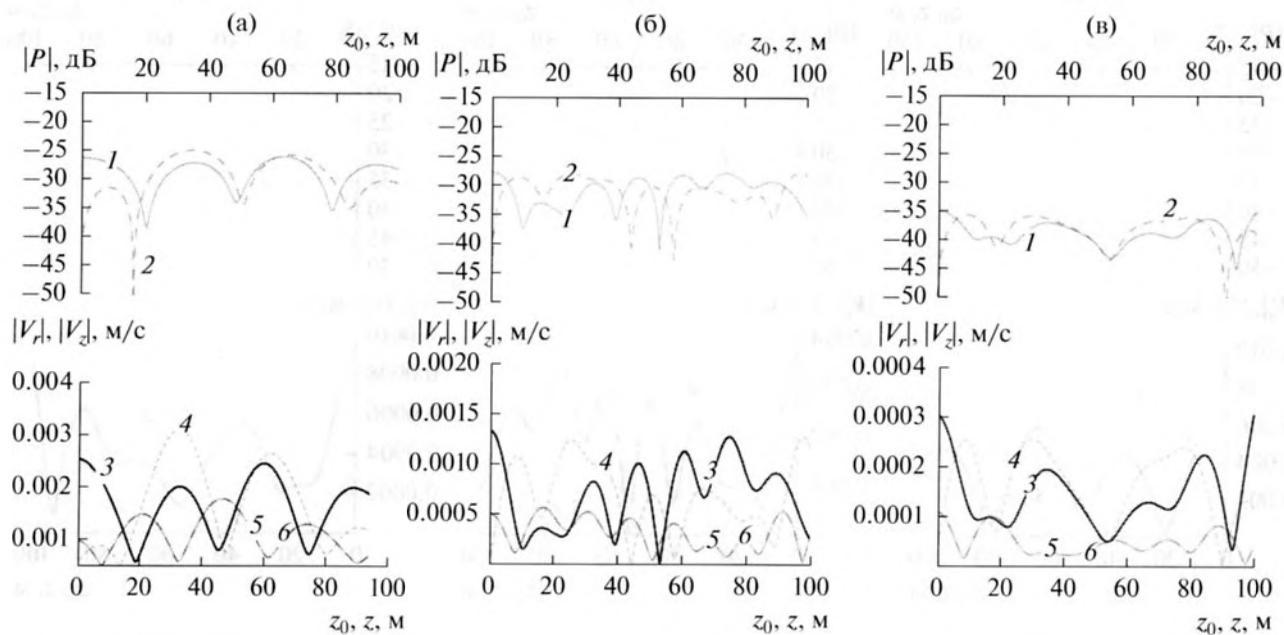


Рис. 2. Зависимости от глубин приема z и излучения z_0 амплитуд ЗД (кривые 1, 2), горизонтальных (3, 4) и вертикальных (5, 6) проекций ВКС. Векторно-скалярное поле вертикального диполя рассчитано при условиях: (а) $z = 50$ м, $z_0 = 50$ м, $f = 50$ Гц, $r = 5$ км; (б) $z = 50$ м, $z_0 = 50$ м, $f = 100$ Гц, $r = 5$ км; (в) $z = 50$ м, $z_0 = 50$ м, $f = 100$ Гц, $r = 20$ км.

лись идентичными, т.е. $|P(z_0)|_{z=\text{const}} = |P(z)|_{z_0=\text{const}}$ и $|V_r(z_0)|_{z=\text{const}} = |V_r(z)|_{z_0=\text{const}}$. Это подтверждает выполнение “принципа взаимности” для амплитуд ЗД и горизонтальных компонент ВКС. С другой стороны, зависимости от глубин z_0 и z у вер-

тикальных компонент $V_z(z_0)$ и $V_z(z)$ (рис. 1, кривые 5 и 6) существенно различаются: $|V_z(z_0)|_{z=\text{const}} \neq |V_z(z)|_{z_0=\text{const}}$. Абсолютно так же ведут себя представленные на рис. 3 характеристики поля квадруполь с двумя горизонтальными осями, у

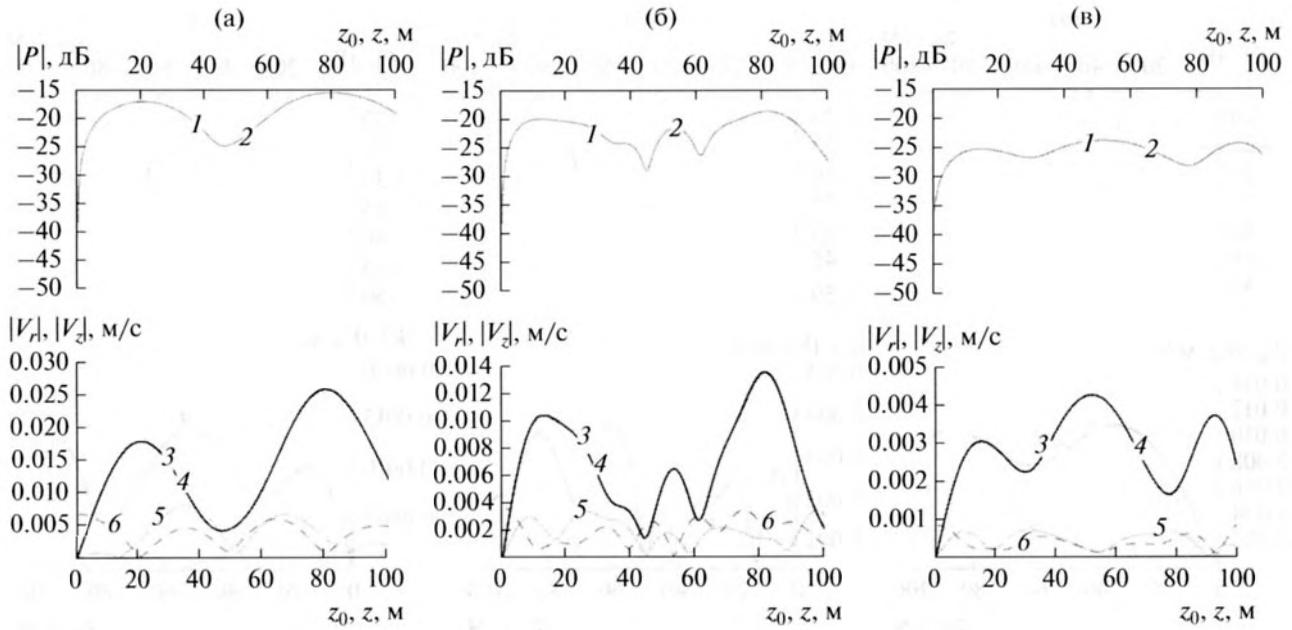


Рис. 3. То же, что на рис. 2, но расчеты выполнены для векторно-скалярного поля квадруполья с двумя горизонтальными осями, $n = 2, m = -2, n + |m|$ четное.

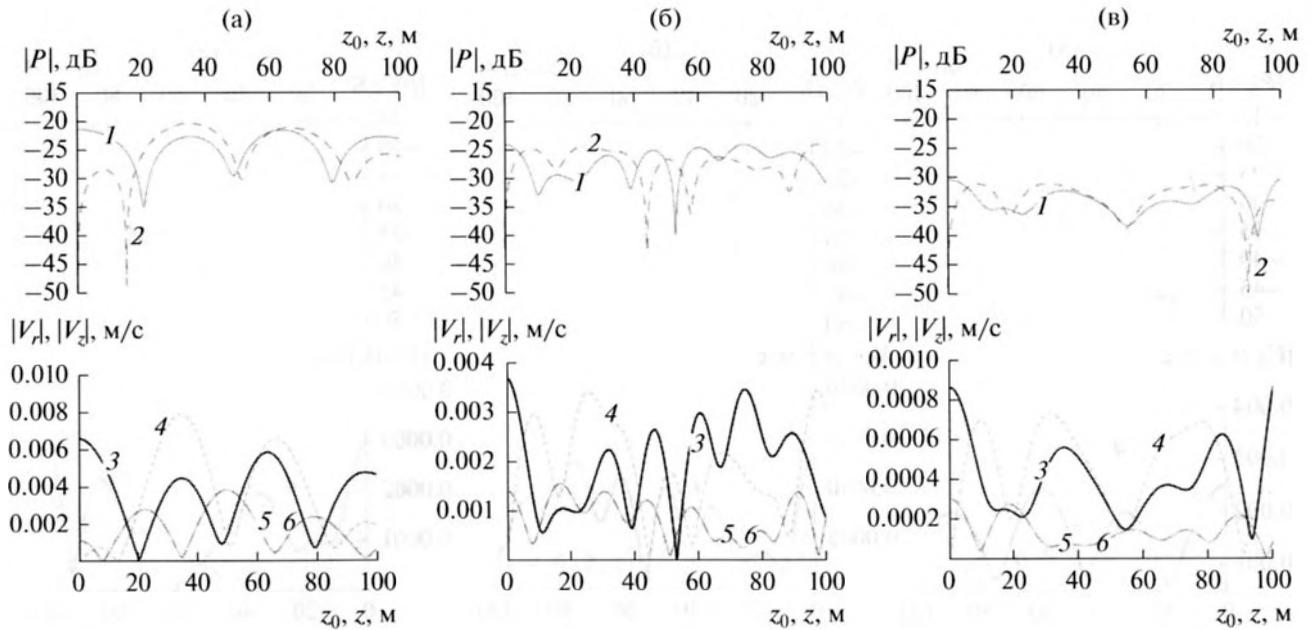


Рис. 4. То же, что на рис. 2, но расчеты выполнены для векторно-скалярного поля квадруполья с одной горизонтальной и одной вертикальной осью, $n = 2, m = -1, n + |m|$ нечетное.

которого индексы $n = 2$ и $m = -2$, и, следовательно, $n + |m|$ четное. Этот квадруполь по отношению к принципу взаимности попадает в одну группу с моноподем.

У вертикального диполя (рис. 2) и у квадруполья с одной вертикальной и одной горизонтальной осями (рис. 4), наоборот, — зависимости от z и z_0

амплитуд поля ЗД и горизонтальных проекций ВКС различаются: $|P(z_0)|_{z=\text{const}} \neq |P(z)|_{z_0=\text{const}}$ и $|V_r(z_0)|_{z=\text{const}} \neq |V_r(z)|_{z_0=\text{const}}$, а зависимости вертикальных компонент ВКС совпадают — $|V_z(z_0)|_{z=\text{const}} = |V_z(z)|_{z_0=\text{const}}$. У мультиполей первой группы амплитуды $|P(z_0)|, |V_r(z_0)|$ и $|V_z(z_0)|$ при

$z_0 \rightarrow 0$ и амплитуды $|P(z)|$, $|V_r(z)|$ при $z \rightarrow 0$ монотонно уменьшаются и стремятся к нулю. В то же время величина $|V_z(z)|$ при $z \rightarrow 0$ принимает достаточно большие значения, зависящие от соотношения z , z_0 и h . Но при $z = z_0 = h$ вертикальная проекция ВКС $V_z = 0$. Для мультиполей второй группы только величины $|P(z)|$ и $|V_r(z)|$ при $z \rightarrow 0$ уменьшаются и стремятся к нулю, остальные функции $|P(z_0)|$, $|V_r(z_0)|$ и $|V_z(z_0)|$ при $z_0 \rightarrow 0$ или $|V_z(z)|$ при $z \rightarrow 0$ принимают отличные от нуля значения.

Несколько неожиданным оказался результат близости величин и зависимостей амплитуд $|P(z_0)|$ и $|P(z)|$, в том числе для вертикально ориентированных диполей и квадруполей, для которых эти характеристики поля “независимы”. Причем с вырождением модового состава, которое происходит при уменьшении частоты или увеличении расстояния, зависимости $|P(z_0)|$ и $|P(z)|$ сближаются, особенно в зонах интерференционных максимумов. Заметное различие, связанное с независимостью, обнаруживается в основном в зонах минимумов ЗД, а также при расположении приемников или источников на малых или больших глубинах, т.е. при $z, z_0 \rightarrow 0$ или при $z, z_0 \rightarrow h$. Иными словами, для скалярных полей $|P(z)|$ и $|P(z_0)|$, принятых ненаправленными приемниками, в зонах интерференционных максимумов независимостью с небольшой погрешностью можно пренебрегать. Аналогичный вывод можно сделать и для горизонтальных проекций ВКС, поскольку их интерференционная структура подобна интерференционному зависимостям для ЗД. Вертикальные проекции $|V_z(z_0)|$ и $|V_z(z)|$ не только различаются вблизи поверхности раздела и в зонах минимумов, но и смещены друг относительно друга. При малом числе мод зависимости $|V_z(z_0)|$ и $|V_z(z)|$ могут быть даже в противофазе (сравни, например, рис. 1 и 2).

Можно также отметить подобие зависимостей $|P(z_0)|$ и $|P(z)|$ (рис. 2а и 4а) для вертикально ориентированных диполей и квадруполя с одной вертикальной и одной горизонтальной осью, которое объясняется тем, что для выбранных точек наблюдения или излучения и заданного направления на источник вертикальные сечения диаграмм направленности вертикального диполя и обсуждаемой разновидности квадруполей совпадают.

Из расчетов также следует, что проявляются общие закономерности, характерные для гидроакустического поля в мелком море. Например при увеличении расстояния структура поля на более высоких частотах $f = 100$ Гц и $r = 20$ км сглаживается и приближается к виду, характерному

для более низких частот ($f = 50$ Гц), но меньших расстояний ($r = 5$ км). Причина этого очевидна — более быстрое затухание мод высоких номеров. По этой же причине вертикальные составляющие ВКС (кривые 5 и 6) убывают с увеличением расстояния и частоты звука быстрее, чем горизонтальные проекции ВКС или поле ЗД.

2.2. О взаимности фазовых характеристик векторно-скалярного поля

Рассмотрим реализуемость ПВ применительно к фазовым характеристикам поля ЗД и ВКС, а также углам прихода в точку приема фронта волны ЗД, ВКС и, соответственно, вектора Умова [18]. Расчеты выполним для двух выделенных групп мультиполей. Не уменьшая общности, анализ произведем при вариации z или z_0 для монополя и вертикального диполя. На рис. 5 представлены зависимости связанных с фазой характеристик звукового поля от z_0 для первой схемы и от z — для второй. Используются следующие обозначения и нумерация кривых: 1 — амплитуда поля ЗД $|P(z_0)|_{z=\text{const}}$; 2 — амплитуда поля ЗД $|P(z)|_{z_0=\text{const}}$; 7 — $C_1^*(z_0)_{z=\text{const}}$ и 8 — $C_2^*(z)_{z_0=\text{const}}$ — эффективные фазовые скорости, вычисленные по приближенной формуле [20]; 9 — $C_2^*(z_0)_{z=\text{const}}$ и 10 — $C_2^*(z)_{z_0=\text{const}}$ — эффективные фазовые скорости, вычисленные по горизонтальной проекции ГФ поля ЗД [21]; 11 — $\varphi'_r = \frac{\partial \varphi(z_0)}{\partial r} \Big|_{z=\text{const}}$ и 12 — $\varphi'_r = \frac{\partial \varphi(z)}{\partial r} \Big|_{z_0=\text{const}}$ — горизонтальные проекции ГФ; 13 — $\varphi'_z = \frac{\partial \varphi(z_0)}{\partial z} \Big|_{z=\text{const}}$ и 14 — $\varphi'_z = \frac{\partial \varphi(z)}{\partial z} \Big|_{z_0=\text{const}}$ — вертикальные компоненты ГФ; 15 — $\zeta = \arctg \frac{V_z(z_0)}{V_r(z_0)} \Big|_{z=\text{const}}$ и 16 — $\zeta = \arctg \frac{V_z(z)}{V_r(z)} \Big|_{z_0=\text{const}}$ —

угол между направлением ВКС и горизонтальной плоскостью. Из анализа зависимостей, приведенных на рис. 5, следует, что ГФ в горизонтальной плоскости $\varphi'_r(z)$ и $\varphi'_r(z_0)$ в зонах интерференционных максимумов ЗД практически совпадают (кривые 11 и 12). Следовательно, для получения несмещенных оценок пеленга в активном или пассивном режиме приемные или излучающие антенны при формировании ХН могут использовать зависимости ГФ, полученные экспериментально или расчетным путем на горизонтальных приемных антеннах. В зонах максимумов ЗД величины эффективной скорости C_1^* и C_2^* достаточно близки и всегда превышают скорость звука в воде на 5–12% (кривые 7–10). В зонах минимумов ЗД величины C_1^* и C_2^* приобретают аномально большие или малые значения, но этим можно

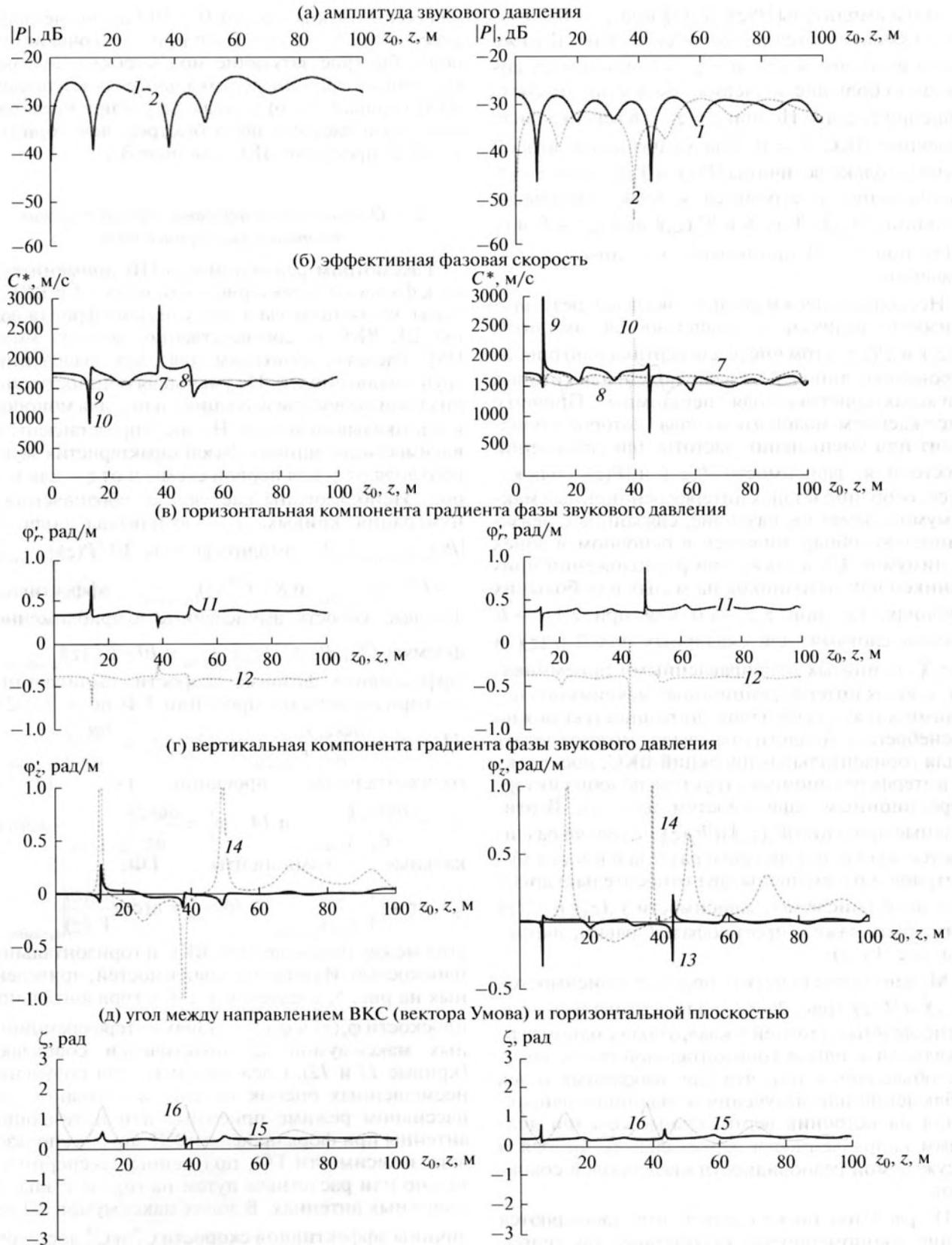


Рис. 5. Зависимости от глубин приема z и излучения z_0 амплитуд ЗД (кривые 1, 2), эффективных фазовых скоростей (кривые 7–10), горизонтальной (кривые 11, 12) и вертикальной (кривые 13, 14) проекций ГФ и угла между направлением ВКС и горизонтальной плоскостью (кривые 15, 16). Слева приведены зависимости для монополя, справа – для вертикального диполя. Расчеты выполнены при $f = 100$ Гц, $r = 5$ км и глубинах приема z (излучения z_0), равных 100 м.

пренебречь, так как в этих пространственных зонах или на этих частотах отношения сигнал/помеха малы [20]. Иными словами, в зонах интерференционных максимумов невзаимность горизонтальных ГФ можно не учитывать. С определенным приближением аналогичный вывод может быть сделан и для вертикальных ГФ $\phi'_z(z)$ и $\phi'_z(z_0)$, за исключением аномальных зон с минимальными значениями $V_r(z, z_0)$ и $V_z(z, z_0)$. В зонах максимумов вертикальные ГФ для всех мультиполей практически совпадают и близки к нулю (кривые 13, 14). Отсюда следует, что для формирования ХН вертикальными приемными или излучающими антеннами можно использовать фазовую скорость, равную скорости звука в воде. Соответственно, фазовые задержки между приемными каналами вводятся, как в свободном пространстве. Расчеты показывают, что этот вывод хорошо согласуется с зависимостями от z и z_0 углов прихода фронта скалярной волны ЗД. А именно, для вертикальных приемной и излу-

ющей антенн величины $\xi = \arctg \frac{\phi'_z(z)}{\phi'_r(z)} \Big|_{z_0=\text{const}}$ и

$\xi = \arctg \frac{\phi'_z(z_0)}{\phi'_r(z_0)} \Big|_{z=\text{const}}$ стремятся к нулю везде, кро-

ме аномальных зон. Однако при обработке сигналов по потоку мощности необходимо учитывать фазовые характеристики и углы прихода не только ЗД, но и ВКС, совместно формирующих вектор Умова:

$\xi = \arctg \frac{V_z(z_0)}{V_r(z_0)} \Big|_{z=\text{const}}$ и $\zeta = \arctg \frac{V_z(z)}{V_r(z)} \Big|_{z_0=\text{const}}$. Из

рис. 5д (кривые 15, 16) следует, что, во-первых, при замене z на z_0 и вариации этих величин угол прихода ВКС в точку приема сигналов в среднем отличается от нулевого значения. Во-вторых, для отношения $V_z(z, z_0)/V_r(z, z_0)$ характерно существенно большее число аномальных зон, что заметно усложняет предсказуемость зависимостей ζ от z и z_0 . Тем не менее, и для этих углов из сравнения кривых 15 и 16 также можно сделать вывод “о слабости влияния невзаимности” на углы прихода ВКС и вектора Умова в вертикальной плоскости.

ЗАКЛЮЧЕНИЕ

Мультиполи, формирующие в волноводе векторно-скалярные поля, в зависимости от их типа и ориентации разделяются на две группы, и отдельные характеристики их полей могут удовлетворять или не удовлетворять принципу взаимности. Для мультиполей первой группы принципу взаимности удовлетворяют поля звукового давления и горизонтальной проекции векторов колебательной скорости и градиента фазы, а верти-

кальные проекции ВКС и ГФ – не удовлетворяют. Во второй группе мультиполей поля звукового давления и горизонтальные проекции ВКС и ГФ принципу взаимности не удовлетворяют, а вертикальные проекции ВКС и ГФ – удовлетворяют. Отсюда следует, что низкочастотное поле в волноводе, сформированное реальными объемными источниками, имеющими направленность в вертикальной плоскости, удовлетворяет принципу взаимности не в полной мере. По этой причине в случае аппроксимации поля реальных источников суперпозицией эквивалентных мультиполей, диполей и квадрупольей для использования соотношений взаимности (или учета невзаимности) необходимо разделять горизонтальные и вертикальные составляющие полей и использовать прием сигнала либо четырехкомпонентными ВСП, либо пространственно-развитой СА или ВСА, имеющей направленность в горизонтальной и вертикальной плоскостях. В связи с этим для использования принципа взаимности при исследовании, например, резонансных частот, мод колебаний и величин звуковых сигналов, сформированных оболочками, необходимо поле, возбуждаемое сложным объемным источником (оболочкой), представлять в виде суперпозиции источников различного типа – мультиполей [12–16]. В этом случае такие свойства звуковых полей, как взаимность или невзаимность, для каждого типа мультиполя могут быть исследованы и учтены в полной мере при решении различных теоретических и практических задач.

Моделирование показало, что поля ЗД из-за ненаправленности приема в меньшей мере чувствительны к влиянию направленных свойств источников, особенно удаленных мультиполей. Поэтому для скалярных приемников “невзаимность” можно с определенной степенью приближения пренебречь, кроме тех случаев, когда $z, z_0 < 0.1h$ или $z, z_0 > 0.9h$ или приемник располагается в зоне интерференционных минимумов. Этот вывод наилучшим образом выполняется для сигналов, принятых в зонах интерференционных максимумов, причем не только для ЗД, но и для горизонтальных проекций ВКС. Вертикальные проекции ВКС, углы прихода в точку приема фронта волны ЗД или ВКС (вектора Умова) для всех типов мультиполей в основном невзаимны. Однако и для этих характеристик поля в зонах интерференционных максимумов ЗД влияние невзаимности невелико. Из расчетов также следует, что углы прихода в точку приема сигналов от всех типов мультиполей должны быть невзаимны всегда, так как при всех условиях невзаимны либо вертикальные, либо горизонтальные проекции ВКС. Аналогичный вывод может быть сделан и для углов прихода на приемную антенну фронта волны ЗД, равных углам, под которыми в вертикальной плоскости наблюдаются градиенты фазы ЗД. Пе-

речисленные выводы в полной мере справедливы и для соответствующих проекций вектора Умова, на основе которого выполняется обработка сигналов по потоку мощности.

Вертикальные проекции углов прихода фронта волны ЗД и ВКС (вектора Умова) различаются вблизи ограничивающих волновод поверхностей и в зонах минимумов ЗД. В зонах максимумов вертикальные проекции ВКС могут иметь противофазные зависимости.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. *Корякин Ю.А., Смирнов С.А., Яковлев Г.В.* Корабельная гидроакустическая техника: состояние и актуальные проблемы. СПб.: Наука, 2004. 410 с.
2. *Стратт Дж.В. (Лорд Рэлей)* Теория звука. М.: ГИТГЛ, 1955.
3. *Харкевич А.А.* Теорема взаимности и закон Шоттки в применении к нестационарным процессам // ЖТФ. 1938. Т. 8. С. 1889–1895.
4. *Скучик Е.* Основы акустики. М.: Мир, 1976. Т. 1. 519 с.; Т. 2. 541 с.
5. *Фурдубев В.В.* Теоремы взаимности. М.—Л.: ГИТГЛ, 1948.
6. *Лямшев Л.М.* К вопросу о принципе взаимности в акустике // Докл. АН СССР. 1959. Т. 125. № 6. С. 1231–1234.
7. *Белоусов Ю.И., Римский-Корсаков А.В.* Принцип взаимности в акустике и его применение для расчета звуковых полей колеблющихся тел // Акуст. журн. 1975. Т. 21. № 2. С. 161–172.
8. *Коротин П.И., Салин Б.М., Тютин В.А.* Вопросы акустической диагностики виброактивных механизмов методами взаимности // Акуст. журн. 1986. Т. 32. № 1. С. 71–75.
9. *Коротин П.И.* К вопросу об условиях применимости принципа взаимности в виброакустике // Акуст. журн. 1997. Т. 43. № 3. С. 418–420.
10. *Годин О.А.* Соотношение взаимности и сохранение энергии волн в системе неоднородный поток жидкости—анизотропное твердое тело // Акуст. журн. 1997. Т. 43. № 6. С. 789–795.
11. *Исаев А.Е., Матвеев А.Н., Поликарпов А.М., Шерблюк Н.Г.* Измерение фазочастотной характеристики чувствительности гидрофона по полю методом взаимности // Измерительная техника. 2013. № 6. С. 56–58.
12. *Белов А.И., Кузнецов Г.Н.* Оценка шумности движущихся источников на основе идентификации акустической модели морского дна // Акуст. журн. 2013. Т. 59. № 6. С. 722–734.
13. *Быковцев Г.И., Кузнецов Г.Н., Степанов А.Н.* Акустическое поле направленного источника в океанических волноводах // ДАН СССР. 1985. Т. 280. № 1. С. 57–59.
14. *Степанов А.Н.* Мультипольная модель гидроакустических источников. Самара: Изд-во “Самарский университет”, 2000. 212 с.
15. *Kuznetsov G.N., Stepanov A.N.* Interference and phase structure of the low-frequency vector-scalar field in shallow water for variable reception or transmission depths // Phys. Wave Phenom. 2015. V. 23. № 4. P. 279–291.
16. *Степанов А.Н.* Модовое представление поля направленного излучателя в волноводе // Акуст. журн. 1996. Т. 42. № 2. С. 291–292.
17. *Кузнецов Г.Н., Степанов А.Н.* Поле эквивалентного мультипольного составного излучателя в волноводе // Акуст. журн. 2007. Т. 53. № 3. С. 377–385.
18. *Гордиенко В.А.* Векторно-фазовые методы в акустике. М.: Физматлит, 2007. 480 с.
19. *Кацнельсон Б.Г., Петников В.Г.* Акустика мелкого моря. М.: Наука, 1997. 181 с.
20. *Грачев Г.А., Кузнецов Г.Н.* О средней скорости изменения фазы акустического поля вдоль плоского волновода // Акуст. журн. 1985. Т. 31. С. 266–268.
21. *Кузнецов Г.Н., Лебедев О.В.* О возможности применения модели с эквивалентной плоской волной для повышения точности пеленгования низкочастотных сигналов в мелком море // Акуст. журн. 2012. Т. 58. № 5. С. 628–638.