

ОСОБЕННОСТИ ИНВАРИАНТА ПРОСТРАНСТВЕННО-ЧАСТОТНОЙ ИНТЕРФЕРЕНЦИОННОЙ СТРУКТУРЫ АКУСТИЧЕСКИХ ПОЛЕЙ В ОКЕАНИЧЕСКИХ ВОЛНОВОДАХ

© 2018 г. Ю. В. Петухов^{a, *}, Е. Л. Бородина^{a, **}, В. Г. Бурдуковская^{a, ***}

^aИнститут прикладной физики РАН
603950 Нижний Новгород, ул. Ульянова 46, Россия

*e-mail: yuvpetukhov@yandex.ru

**e-mail: borodina@appl.sci-nnov.ru

***e-mail: b.vg@hydro.appl.sci-nnov.ru

Поступила в редакцию 29.08.2017 г.

Рассмотрены закономерности, которые могут проявляться в поведении инварианта пространственно-частотной интерференционной структуры акустического поля в однородных и неоднородных по трассе океанических волноводах. С использованием ВКБ- и адиабатического приближений получено аналитическое выражение для инварианта, которое при выполнении определенных условий сводится к известному классическому выражению, не зависящему от номеров мод и их четности, а также от частоты излучения. Установлено, что приближенное классическое выражение для инварианта корректно описывает наклон интерференционных линий только в тех диапазонах изменения угла скольжения мод, где зависимость длины цикла соответствующих им бриллюэновских волн от лучевого параметра является достаточно гладкой и монотонной. Исследовано формирование пространственно-частотной интерференционной структуры акустического поля, распространяющегося из мелководного изоскоростного волновода в относительно глубоководный волновод с приповерхностным звуковым каналом.

Ключевые слова: океанические волноводы, широкополосное излучение, интерференционная структура, интерференционный инвариант

DOI: 10.1134/S0320791918030139

ВВЕДЕНИЕ

Анализ многочисленных результатов экспериментальных и теоретических исследований пространственно-частотного (по горизонтальному расстоянию и частоте излучения) распределения интенсивности акустического поля в глубоководных и мелководных океанических волноводах позволил в [1, 2] сформулировать достаточно фундаментальное понятие об инварианте β_{inv} пространственно-частотной интерференционной структуры акустического поля. Физический смысл инварианта β_{inv} заключается в том, что тангенс угла наклона касательной к каждой интерференционной линии, проявляющейся в плотностной записи на плоскости “горизонтальное расстояние—частота излучения” в результате конструктивной интерференции определенной группы мод, принимает пропорциональное β_{inv} значение, которое для конкретного океанического волновода может практически не зависеть от частоты излучения и номеров соответствующих мод (см. [1, 2]). Нелегко убедиться в том, что такая ситуация для

β_{inv} реализуется лишь в диапазоне частот излучения, достаточно удаленном от критических частот мод данной группы, в котором разности отсвечивающих этим модам горизонтальных волновых чисел обратно пропорциональны частоте излучения в степени β_{inv} (см. [3]). Вполне очевидно, что в однородных по трассе океанических волноводах величина β_{inv} для фиксированной группы мод не зависит также и от расстояния между корреспондирующими точками [1, 2, 4]. Однако даже в таких волноводах акустическое поле на различных расстояниях, глубинах и частотах излучения может определяться различными группами мод с существенно различающимися значениями инварианта [5], которые при выполнении соответствующих условий будут зависеть уже и от частоты излучения и номеров мод (см. [6]); при этом возможно изменение знака у величины β_{inv} (см. [5, 6]). Естественно, что в неоднородных по трассе океанических волноводах появляющаяся у β_{inv} зависимость от горизонтального расстояния

может также приводить к существенным изменениям инварианта даже у изначально фиксированной группы мод (см. [7]).

Именно поэтому настоящая работа посвящена, во-первых, получению наглядных приближенных зависимостей для инварианта β_{inv} , которые бы позволяли корректно описывать характерные особенности в его поведении в соответствующих ситуациях в однородных (см. [6]) и неоднородных (см. [7]) по трассе океанических волноводах, во-вторых, анализу результатов численного моделирования поведения β_{inv} в аналогичных [6] и [7] океанических волноводах, а также сопоставлению их с результатами приближенных аналитических расчетов.

ОДНОРОДНЫЕ ПО ТРАССЕ ОКЕАНИЧЕСКИЕ ВОЛНОВОДЫ

При решении поставленной задачи рассмотрим возбуждаемую точечным источником в океаническом волноводе определенную группу мод с номерами

$$l_1 = l_0 - \Delta l \leq l \leq l_0 + \Delta l = l_2, \quad (1)$$

которой соответствует максимум их коэффициента возбуждения при $l = l_0(\omega)$ и характерная ширина $L_0(\omega) = 2\Delta l$ в достаточно широком диапазоне частот излучения

$$\omega_1 = \omega_0 - \Delta\omega \leq \omega \leq \omega_0 + \Delta\omega = \omega_2. \quad (2)$$

В результате конструктивной интерференции этих мод в океаническом волноводе формируется пространственно-частотная интерференционная структура акустического поля, которая на плоскости “горизонтальное расстояние r – частота излучения $f = \omega/2\pi$ ” характеризуется определенной структурой линий максимальных значений интенсивности акустического поля $J(r, f)$ (см. [1, 2, 8]). Уравнение для таких интерференционных линий определяется из условия синфазного сложения мод с горизонтальными волновыми числами k_l и $k_{l'}$ и имеет следующий вид [8]:

$$r_m = mR_{l,l'}, \quad (3)$$

где r_m – горизонтальное расстояние до соответствующей линии с порядковым номером $m = 1, 2, \dots$, пропорциональное пространственному периоду интерференции этих мод

$$R_{l,l'} = \frac{2\pi}{k_l - k_{l'}}. \quad (4)$$

В (3), (4) $l' = l + q$, где $q = [1, l_2 - l_1]$ – целое число, соответствующее интерференционной структуре, формируемой модами с номерами либо различной, либо одинаковой четностей. С использованием (3), (4) находим выражение для нормиро-

ванного на r_m/ω тангенса угла наклона касательной к каждой интерференционной линии (см. [8]):

$$\beta_{inv} = \frac{r_m}{\omega} \left(\frac{\partial r_m}{\partial \omega} \right)^{-1} = V_l V_{l+q} \frac{\beta_{l+q} - \beta_l}{V_{l+q} - V_l}, \quad (5)$$

в котором: $\beta_l = k_l/k_0$, $k_0 = \omega/c_0$, c_0 – минимальное значение скорости звука в водном слое океанического волновода, $V_l = \left(c_0 \frac{\partial k_l}{\partial \omega} \right)^{-1}$ – нормированная величина групповой скорости моды.

Предположим теперь, что выполняются условия применимости ВКБ-приближения (см. [8]), в рамках которого дисперсионное уравнение имеет следующий вид:

$$k_0 J_l = 2\pi(l - \nu), \quad (6)$$

$$J_l = 2 \int_{z_1}^{z_2} \sqrt{n^2(z) - \beta_l^2} dz. \quad (7)$$

Здесь $1/4 \leq \nu \leq 1/2$; $\beta_l = \cos \chi_l$ – лучевой параметр соответствующих каждой моде бриллюэновских волн с углом скольжения χ_l на оси канала $z = z_0$, где зависимость скорости звука $c(z)$ от глубины z принимает минимальное значение $c_0 = c(z_0)$; $n(z) = c_0/c(z)$ – показатель преломления акустических волн; z_1 – минимальные и z_2 – максимальные глубины, достигаемые бриллюэновскими волнами. Тогда с использованием приближенных разложений в ряды

$$\beta_{l+q} \approx \sum_{j=0}^3 \left(\frac{\partial^j \beta_l}{\partial l^j} \right) \frac{q^j}{j!}, \quad (8)$$

$$V_{l+q} \approx \sum_{j=0}^3 \left(\frac{\partial^j V_l}{\partial l^j} \right) \frac{q^j}{j!} \quad (9)$$

и следующих из (6) соотношений

$$V_l = (\beta_l + J_l/D_l)^{-1}, \quad (10)$$

$$D_l = -\frac{\partial J_l}{\partial \beta_l} = 2\beta_l \int_{z_1}^{z_2} \frac{dz}{\sqrt{n^2(z) - \beta_l^2}}, \quad (11)$$

$$\frac{\partial}{\partial l} \Rightarrow -\frac{2\pi}{k_0 D_l} \frac{\partial}{\partial \beta_l} \quad (12)$$

преобразуем выражение (5) к следующему приближенному виду:

$$\beta_{inv} \approx \beta_{inv}^{(q)} = \bar{\beta}_{inv} (1 + F_l)(1 - \Phi_l). \quad (13)$$

С целью сокращения записи в (13) введены следующие величины:

$$\bar{\beta}_{inv} = V_l^2 \left(\frac{\partial V_l}{\partial \beta_l} \right)^{-1}, \quad (14)$$

$$F_l = \frac{q}{2!} \frac{D_l}{R_d^{(2)}} + \frac{q^2}{3!} \frac{D_l}{R_d^{(3)}}, \quad (15)$$

$$R_d^{(2)} = \frac{k_0}{2\pi} \frac{D_l^3}{\left(\frac{\partial D_l}{\partial \beta_l}\right)}, \quad (16)$$

$$R_d^{(3)} = -\left(\frac{k_0}{2\pi}\right)^2 \frac{D_l^4}{\frac{\partial^2 D_l}{\partial \beta_l^2} - \frac{3}{D_l} \left(\frac{\partial D_l}{\partial \beta_l}\right)^2},$$

$$\Phi_l = \frac{Q_l}{1 + Q_l} + \frac{2\pi q}{k_0 D_l V_l} \left(\frac{\partial V_l}{\partial \beta_l}\right)^{-1}, \quad (17)$$

$$Q_l = \frac{q}{2!} A_l + \frac{q^2}{3!} B_l,$$

$$A_l = -\frac{2\pi}{k_0 D_l (\partial V_l / \partial \beta_l)} \left[\frac{\partial^2 V_l}{\partial \beta_l^2} - \frac{1}{D_l} \frac{\partial D_l}{\partial \beta_l} \frac{\partial V_l}{\partial \beta_l} \right], \quad (18)$$

$$B_l = \frac{(2\pi/k_0 D_l)^2}{(\partial V_l / \partial \beta_l)} \times \left\{ \frac{\partial^3 V_l}{\partial \beta_l^3} - \frac{3}{D_l} \frac{\partial D_l}{\partial \beta_l} \frac{\partial^2 V_l}{\partial \beta_l^2} - \frac{1}{D_l} \left[\frac{\partial^2 D_l}{\partial \beta_l^2} - \frac{3}{D_l} \left(\frac{\partial D_l}{\partial \beta_l}\right)^2 \right] \frac{\partial V_l}{\partial \beta_l} \right\}. \quad (19)$$

При выполнении условий малости величин $|F_l| \ll 1$ (см. (15)) и $|\Phi_l| \ll 1$ (см. (17)) из (13) получим классическое приближенное выражение для инварианта $\beta_{\text{inv}} \approx \bar{\beta}_{\text{inv}}$ (14) (см. [1, 2, 8]), которое с использованием следующего из (10) равенства

$$\frac{\partial V_l}{\partial \beta_l} = \frac{V_l^2 J_l}{D_l^2} \frac{\partial D_l}{\partial \beta_l} \quad (20)$$

перепишем в удобном для дальнейшего анализа виде:

$$\bar{\beta}_{\text{inv}} = \frac{D_l^2}{J_l} \left(\frac{\partial D_l}{\partial \beta_l}\right)^{-1}. \quad (21)$$

Можно ввести в рассмотрение также усредненную по данной группе мод (1) величину инварианта

$$\langle \bar{\beta}_{\text{inv}} \rangle = \frac{1}{l_2 - l_1} \sum_{l=l_1}^{l_2} \bar{\beta}_{\text{inv}}, \quad (22)$$

которая при определенных частотах излучения (2), значительно превышающих критические частоты этих мод (1), принимает определенное – характерное для конкретного океанического волновода значение

$$\langle \bar{\beta}_{\text{inv}} \rangle = \bar{\beta}_{\text{inv}}(l_0), \quad (23)$$

не зависящее от l и ω (см. [1–3, 8]). Как следует из (21), последнее утверждение справедливо лишь для океанических волноводов с достаточно

плавной и монотонной зависимостью длины цикла $D_l(\beta_l)$ (11) бриллюэновских волн от их лучевого параметра β_l , и поэтому только в таких океанических волноводах величина инварианта $\bar{\beta}_{\text{inv}}(l_0)$ (23) может корректно характеризовать пространственно-частотную интерференционную структуру акустического поля.

Однако существует весьма широкий класс океанических волноводов, характеризующихся наличием относительно гладких экстремумов у зависимости пространственного периода интерференции соседних мод $R_{l,l+1}$ от их номера l (см. [9]), которым соответствуют различные типы слаборасходящихся многомодовых пучков [9]. А именно, некоторым гладким экстремумам у зависимости $R_{l,l+1}(l)$ могут соответствовать, во-первых, гладкие экстремумы у зависимости $D_l(\beta_l)$ с непрерывной производной $\partial D_l / \partial \beta_l$, которые ответственны за формирование слаборасходящихся каустических пучков бриллюэновских волн (см. [8, 9]), во-вторых, острые максимумы у зависимости $D_l(\beta_l)$ с разрывом производной $\partial D_l / \partial \beta_l$, которые ответственны за формирование сильнорасходящихся пучков бриллюэновских волн, а в рамках строгой модовой теории – дифракционных слаборасходящихся пучков (см. [9]).

Естественно, что наличие у $D_l(\beta_l)$ при определенном значении $\beta_l = \beta_c$ гладкого экстремума

$$\left(\frac{\partial D_l}{\partial \beta_l}\right)_{\beta_l=\beta_c} = 0, \quad \left(\frac{\partial^2 D_l}{\partial \beta_l^2}\right)_{\beta_l=\beta_c} \neq 0 \quad (24)$$

приведет при $l_1 < l_c = l(\beta_c) < l_2$ к существенной зависимости величины β_{inv} (13) не только от l и ω , но и от числа q , указывающего на интерференцию мод соответствующей четности. Так, при $l_0 = l_c$ из (13)–(19) находим достаточно простое приближенное выражение

$$\begin{aligned} \beta_{\text{inv}} &\approx -\frac{2}{q} \left\{ \frac{V_l^2 (1 + F_l)}{A_l + B_l/3} \right\} \Bigg|_{l=l_c} \approx \\ &\approx -\frac{k_0}{\pi q} \left\{ \frac{D_l^3}{J_l (\partial^2 D_l / \partial \beta_l^2)} \right\} \Bigg|_{\beta_l=\beta_c}. \end{aligned} \quad (25)$$

Из (13), (24), (25) следует, что в рассматриваемой ситуации весьма затруднительно ввести какое-либо разумное среднее значение инварианта

$$\langle \beta_{\text{inv}} \rangle = \frac{1}{l_2 - l_1} \sum_{l=l_1}^{l_2} \beta_{\text{inv}}, \quad (26)$$

корректно характеризующее интерференционную структуру акустического поля данной группы мод (1), поскольку даже при фиксированной частоте излучения величина β_{inv} (13) изменяется с

изменением l и q в достаточно широком диапазоне значений

$$-\infty < \beta_{\text{inv}} < +\infty. \quad (27)$$

Как уже отмечалось во введении, существование аналогичных (27) особенностей в поведении инварианта наглядно проиллюстрировано в [6] результатами численных расчетов зависимости β_{inv} (5) от l и q при различной толщине термоклина в мелководном океаническом волноводе с фиксированной глубиной водного слоя H . Однако в [6] не сформулировано необходимое условие, при выполнении которого могут проявляться обнаруженные особенности в поведении β_{inv} (5). Поэтому здесь остановимся на получении этого условия, а также на анализе поведения приближенной зависимости $\bar{\beta}_{\text{inv}}$ (21) с использованием простейшей модели термоклина

$$n^2(z) = \begin{cases} 1 + a(z - z_0), & 0 \leq z \leq z_0 \\ 1, & z_0 \leq z \leq H \end{cases} \quad (28)$$

в мелководном океаническом волноводе с абсолютно мягкой нижней границей $z = H$, хорошо моделирующей отражение бриллюэновских волн от дна при достаточно малых углах скольжения.

В этом случае для входящих в выражение (21) величин получим с использованием (7), (11) следующие зависимости:

$$D_l = \frac{4\sqrt{1 - \alpha_l^2} P_l}{a\alpha_l}, \quad (29)$$

$$P_l = \begin{cases} P_r = \alpha_l^2 + b, & 0 < \alpha_l \leq \alpha_0, \\ P_s = P_r - \alpha_l \sqrt{\alpha_l^2 - \alpha_0^2}, & \alpha_0 \leq \alpha_l < \alpha_H, \end{cases} \quad (29)$$

$$\frac{\partial D_l}{\partial \beta_l} = \frac{4\Pi_l}{a\alpha_l^3},$$

$$\Pi_l = \begin{cases} \Pi_r = b + 2\alpha_l^4 - \alpha_l^2, & 0 < \alpha_l \leq \alpha_0, \\ \Pi_s = \Pi_r + \frac{\alpha_l^3(1 + \alpha_0^2 - 2\alpha_l^2)}{\sqrt{\alpha_l^2 - \alpha_0^2}}, & \alpha_0 \leq \alpha_l < \alpha_H, \end{cases} \quad (30)$$

$$J_l = \frac{4\alpha_l}{3a} S_l,$$

$$S_l = \begin{cases} S_r = \alpha_l^2 + 3b, & 0 < \alpha_l \leq \alpha_0, \\ S_s = S_r - \alpha_l^2 \left[1 - \left(\frac{\alpha_0}{\alpha_l} \right)^2 \right]^{3/2}, & \alpha_0 \leq \alpha_l < \alpha_H. \end{cases} \quad (31)$$

С учетом (29)–(31) находим достаточно простое выражение для инварианта $\bar{\beta}_{\text{inv}}$ (21):

$$\bar{\beta}_{\text{inv}} = \begin{cases} \bar{\beta}_{\text{inr}} = \frac{3(1 - \alpha_l^2) P_r^2}{S_r \Pi_r}, & 0 < \alpha_l \leq \alpha_0, \\ \bar{\beta}_{\text{ins}} = \frac{3(1 - \alpha_l^2) P_s^2}{S_s \Pi_s}, & \alpha_0 \leq \alpha_l < \alpha_H. \end{cases} \quad (32)$$

Здесь

$$\alpha_l = \sqrt{1 - \beta_l^2} = |\sin \chi_l|, \alpha_0 = \sqrt{az_0}, \quad b = \frac{a}{2}(H - z_0),$$

а значения α_l находятся из решений соответствующих (6) дисперсионных уравнений:

$$\begin{cases} \alpha_l S_r = \frac{k_a}{k_0} \left(l - \frac{1}{4} \right), & 0 < \alpha_l \leq \alpha_0, \quad 1 \leq l \leq L_r, \\ \alpha_l S_s = \frac{k_a}{k_0} (l + 1), & \alpha_0 \leq \alpha_l < \alpha_H, \quad l \geq L_r, \end{cases} \quad (33)$$

в которых:

$$k_a = \frac{3\pi a}{2}, \quad L_r = \frac{1}{4} + \alpha_0 (\alpha_0^2 + 3b) \frac{k_0}{k_a}.$$

Отметим, что в реальных условиях, т.е. при определенном значении скорости звука в дне c_g , изменение величины α_l в (29)–(33) для взаимодействующих с поверхностью $z = 0$ и дном $z = H$ бриллюэновских волн ограничено значением $\alpha_l = \alpha_H = \sqrt{1 - (c_0/c_g)^2}$.

Из (30), (32) следует, что для рефрагированных в термоклине бриллюэновских волн $0 < \alpha_l \leq \alpha_0$ характерная особенность $1/\bar{\beta}_{\text{inr}} = 0$ в поведении $\bar{\beta}_{\text{inv}}$ (см. (27)) возникает при выполнении соответствующего (24) равенства $\Pi_r = 0$, которое имеет место при определенном значении

$$\alpha_l = \alpha_c = \frac{1}{2} (1 - \sqrt{1 - 8b})^{1/2}, \quad (34)$$

отвечающем положению гладкого минимума у зависимости $D_l(\alpha_l)$. Учитывая, что рефрагированным в термоклине бриллюэновским волнам отвечает достаточно узкий диапазон изменения величины $0 < \alpha_l \leq \alpha_0$, с использованием (34) из естественного неравенства $0 < \alpha_c < \alpha_0$ находим необходимое условие

$$z_0 < H < 3z_0 \left(1 - \frac{2}{3} az_0 \right), \quad (35)$$

при выполнении которого в рассматриваемом мелководном океаническом волноводе с термоклином (28) могут формироваться многомодовые слаборасходящиеся пучки около опорных бриллюэновских волн с $\alpha_l = \alpha_c$ (34) (см. [9]), и тем самым в поведении инварианта $\bar{\beta}_{\text{inr}}$ (32) возможно про-

явление характерных особенностей (27). При этом, как следует из (31), (32), (34), выполнение равенства $1/\bar{\beta}_{\text{inv}} = 0$ возможно лишь при определенных дискретных значениях частоты излучения:

$$\omega = \omega_c(l) = \frac{k_\alpha c_0(l - 1/4)}{\alpha_c (\alpha_c^2 + 3b)}$$

Поскольку же при $\alpha_l = \alpha_0$ инвариант для взаимодействующих с поверхностью и дном бриллюэновских волн принимает нулевое значение $\bar{\beta}_{\text{ins}} = 0$, а для рефрагированных в термоклине бриллюэновских волн его значение отличается от нулевого $\bar{\beta}_{\text{inv}} \neq 0$, то вполне очевидно, что зависимость $\bar{\beta}_{\text{inv}}(\alpha_l)$ при $\alpha_l = \alpha_0$ терпит разрыв. Как и следовало ожидать, такое поведение $\bar{\beta}_{\text{inv}}(\alpha_l)$ при $\alpha_l = \alpha_0$ обусловлено существованием разрыва производной $\partial D_l / \partial \beta_l$ (см. (30)), которому соответствует формирование в рассматриваемом океаническом волноводе сильнорасходящегося пучка бриллюэновских волн (см. [9]).

Несомненный интерес представляет сопоставление поведения следующих из строгой модовой теории зависимостей $R_{l,l+1}(\alpha_l)$ (4) и $\beta_{\text{inv}}(\alpha_l)$ (5), в рамках простейшей модели термоклина (28) в мелководном океаническом волноводе с реальными значениями (см. [10]) акустических параметров:

$$\begin{aligned} H &= 150 \text{ м}, \quad z_0 = 100 \text{ м}, \quad c_0 = 1500 \text{ м/с}, \\ a &= z_0^{-1} \{1 - (c_0/c_s)^2\}, \quad c_s = c(z=0) = 1530 \text{ м/с}, \quad (36) \\ \rho_0 &= 10^3 \text{ кг/м}^3, \quad \rho_g = 1.4\rho_0, \quad c_g = 1700 \text{ м/с}, \end{aligned}$$

с соответствующими приближенными зависимостями $D_l(\alpha_l)$ (29) и $\bar{\beta}_{\text{inv}}(\alpha_l)$ (32). Здесь ρ_0 – плотность среды водного слоя, ρ_g – плотность среды жидкого дна со скоростью звука c_g .

Из представленных на рис. 1, 2 результатов расчетов можно сделать следующие выводы. Во-первых, острому максимуму с разрывом производной при $\alpha_l = \alpha_0$ у зависимости $D_l(\alpha_l)$ (29) соответствует у зависимости $R_{l,l+1}(\alpha_l)$ (4) гладкий максимум при $\alpha_l < \alpha_0$, которому отвечают формирующиеся в таком волноводе многомодовые дифракционные слаборасходящиеся пучки (см. [9]). При этом с ростом частоты излучения уменьшаются различия приближенной зависимости $D_l(\alpha_l)$ (29) от соответствующей точной зависимости $R_{l,l+1}(\alpha_l)$ (4). Во-вторых, приближенная зависимость для инварианта $\bar{\beta}_{\text{inv}}(\alpha_l)$ (32) хорошо согласуется с аналогичной точной зависимостью $\beta_{\text{inv}}(\alpha_l)$ (5) лишь при достаточно высоких частотах излучения, но только в тех диапазонах изменения α_l , где

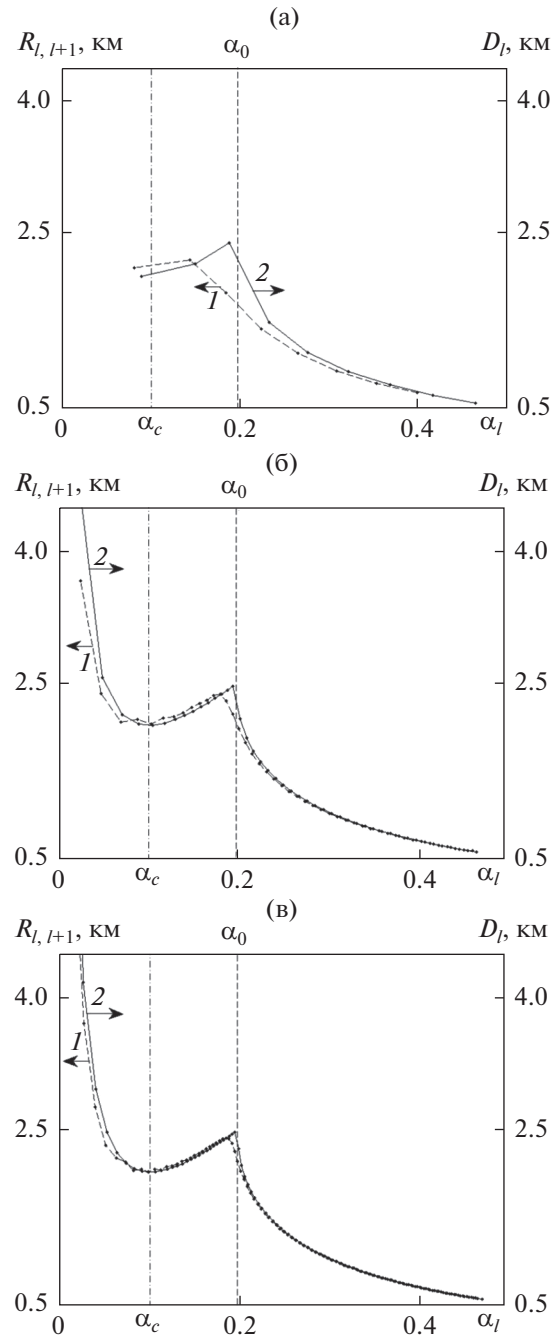


Рис. 1. Зависимости от $\alpha_l = |\sin \chi_{l,l}|$ величин $R_{l,l+1}(\alpha_l)$ (см. (4), кривая 1) и $D_l(\alpha_l)$ (см. (29), кривая 2) при различных частотах излучения: (а) $f = 10^2$ Гц, (б) $f = 5 \times 10^2$ Гц, (в) $f = 10^3$ Гц. Вертикальными штриховыми линиями указаны значения $\alpha_l = \alpha_c$ (34) и $\alpha_l = \alpha_0$.

имеет место монотонно-плавное изменение величины $D_l(\alpha_l)$ (29), т.е. в относительно удаленных от ее гладких и острых экстремумов.

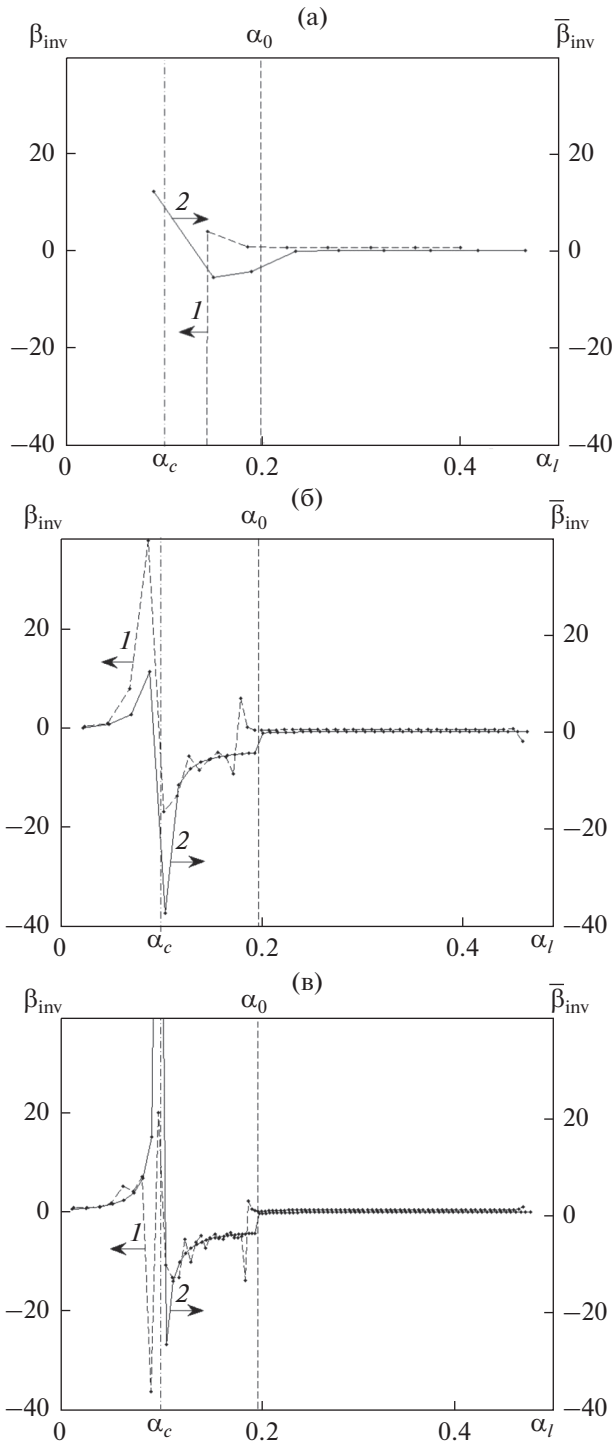


Рис. 2. Зависимости от $\alpha_l = |\sin \chi_l|$ величины инварианта, полученные с использованием точного β_{inv} (см. (5), кривая 1) и приближенного $\bar{\beta}_{\text{inv}}(\alpha_l)$ (см. (32), кривая 2) выражений при различных частотах излучения: (а) $f = 10^2$ Гц, (б) $f = 5 \times 10^2$ Гц, (в) $f = 10^3$ Гц. Вертикальными штриховыми линиями указаны значения $\alpha_l = \alpha_c$ (34) и $\alpha_l = \alpha_0$.

Характерные особенности в поведении зависимости $\beta_{\text{inv}}(\alpha_l)$, а именно наличие весьма больших значений у инварианта, заметно проявляются и в приведенном на рис. 3 пространственно-частотном распределении нормированной на цилиндрическое расхождение волнового фронта интенсивности $J_0(r, f) = rJ(r, f)$ акустического поля, полученном при определенных глубинах расположения источника z_s и приемника z_r . При этом, вполне естественно, что для $z_s = z_r = z_0$, т.е. при расположении корреспондирующих точек на достаточном удалении от горизонтов поворота рефрагированных в термоклине мод, в поведении $J_0(r, f)$ заметнее всего проявляется структура интерференционных линий, соответствующая взаимодействующим с поверхностью и дном модам $\beta_{\text{inv}} \approx 1$ (рис. 3а). При расположении же корреспондирующих точек непосредственно в термоклине $z_s = z_r = z_0/2$ в поведении $J_0(r, f)$ заметнее всего проявляется структура интерференционных линий, характерная уже для рефрагированных в термоклине мод $\beta_{\text{inv}} \approx -3$ (рис. 3б), горизонты поворота которых достаточно близко расположены к горизонту расположения корреспондирующих точек.

Здесь остается лишь отметить, что в тех волноводах, в которых удастся получить аналитические зависимости для $J_l(\beta_l)$ (7) (а следовательно, и для $D_l(\beta_l)$ (11)), возможно также получить и аналитические выражения для инварианта $\bar{\beta}_{\text{inv}}$ (14), (21) и β_{inv} (13). При этом в рамках используемых приближений уравнение для интерференционных линий (3), (4) будет иметь следующий вид:

$$r_m = \frac{m D_l}{q(1 + F_l)}. \tag{37}$$

НЕОДНОРОДНЫЕ ПО ТРАССЕ ВОЛНОВОДЫ

Рассмотрим теперь океанические волноводы с плавно изменяющимися по трассе акустическими характеристиками. Тогда, предполагая выполненными условия применимости адиабатического приближения (см. [8]), аналогичное (3) уравнение для интерференционных линий запишется в следующем виде:

$$\int_0^{r_m} \frac{dr}{R_{l,r}(r)} = m, \tag{38}$$

в котором период интерференции мод $R_{l,r}(r)$ определяется тем же выражением (4), но с зависящими от горизонтального расстояния волновыми

числами мод $k_l(r)$. С использованием (38) получим обобщающее (5) выражение для инварианта:

$$\beta_{\text{inv}}(r_m) = \frac{\beta_{l+q}(r_m) - \beta_l(r_m)}{\frac{c_0(r_m)}{r_m} \int_0^{r_m} \left(\frac{V_{l+q}(r) - V_l(r)}{V_l(r)V_{l+q}(r)} \right) \frac{dr}{c_0(r)}}, \quad (39)$$

где: $\beta_l(r) = k_l(r)/k_0(r)$, $k_0(r) = \omega/c_0(r)$, $c_0(r) = c(z_0(r), r)$ – скорость звука на оси канала $z = z_0(r)$, $V_l(r) = c_0(r)/(\partial k_l(r)/\partial \omega)$.

Если теперь также воспользоваться приближением ВКБ (см. [8]):

$$k_0(r)J_l = 2\pi(l - \nu), \quad (40)$$

$$J_l = 2 \int_{z_1(r)}^{z_2(r)} \sqrt{n^2(z, r) - \beta_l^2(r)} dz, \quad (41)$$

$$D_l = 2\beta_l(r) \int_{z_1(r)}^{z_2(r)} \frac{dz}{\sqrt{n^2(z, r) - \beta_l^2(r)}}, \quad (42)$$

то, выполнив аналогичные сделанным в предыдущем разделе преобразования, из (39) получим обобщающее (13) приближенное выражение для инварианта:

$$\beta_{\text{inv}}(r_m) \approx \frac{1 + F_l(r_m)}{\frac{D_l(r_m)}{r_m} \int_0^{r_m} \frac{dr/D_l(r)}{\tilde{\beta}_{\text{inv}}(r)[1 - \Phi_l(r)]}}. \quad (43)$$

Величина $\beta_{\text{inv}}(r_m)$ (43) определяет наклон интерференционных линий, уравнение для которых получается из (38) и в рамках используемых здесь приближений имеет теперь аналогичный (37) вид:

$$\int_0^{r_m} [1 + F_l(r)] \frac{dr}{D_l(r)} = \frac{m}{q}. \quad (44)$$

Здесь $n(z, r) = c_0(r)/c(z, r)$, а величины $\tilde{\beta}_{\text{inv}}(r)$, $F_l(r)$ и $\Phi_l(r)$ определяются аналогичными выражениями (14)–(19), но зависят теперь и от горизонтального расстояния.

Пренебрегая проявлением абберационных эффектов (выше первого порядка), из (43) получаем удобную для дальнейшего анализа зависимость для инварианта:

$$\beta_{\text{inv}}(r_m) \approx \tilde{\beta}_{\text{inv}}(r_m) = \left\{ \frac{D_l(r_m)}{r_m} \int_0^{r_m} \frac{dr/D_l(r)}{\tilde{\beta}_{\text{inv}}(r)} \right\}^{-1}, \quad (45)$$

которая отличается от приведенной в [7] наличием в (45) перед интегралом величины $D_l(r_m)$, а под интегралом $-1/D_l(r)$.

В качестве важного для дальнейших исследований примера рассмотрим поведение инварианта $\tilde{\beta}_{\text{inv}}(r_m)$ (45) в идеальном изоскоростном волно-

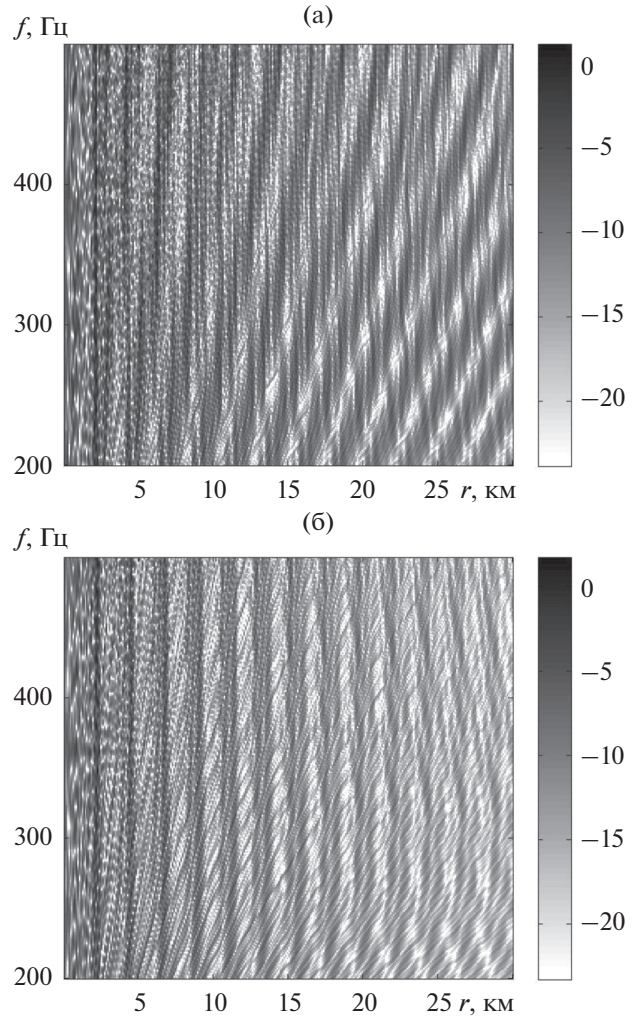


Рис. 3. Пространственно-частотное распределение нормированной интенсивности акустического поля $J_0(r, f)$ в мелком море с термоклином (см. (28), (36)): (а) $z_s = z_r = z_0$, (б) $z_s = z_r = z_0/2$.

воде с абсолютно жестким дном и увеличивающейся по линейному закону глубиной водного слоя с расстоянием:

$$H(r) = H_0 E(r), \quad E(r) = 1 + r/R, \quad (46)$$

где R – характерный пространственный масштаб горизонтальной неоднородности. В этом случае с использованием (21), (40)–(42) находим следующие зависимости:

$$\begin{aligned} \tilde{\beta}_{\text{inv}}(r) &= \beta_l^2(r), \quad \beta_l^2(r) = 1 - (\alpha_l/E)^2, \\ \alpha_l &= \frac{\pi(l - 1/2)}{k_0 H_0}, \quad D_l(r) = \frac{2H_0 E^2 \beta_l(r)}{\alpha_l}, \end{aligned} \quad (47)$$

которые позволяют из (44), (45) получить уравнения для интерференционных линий и выражение для инварианта:

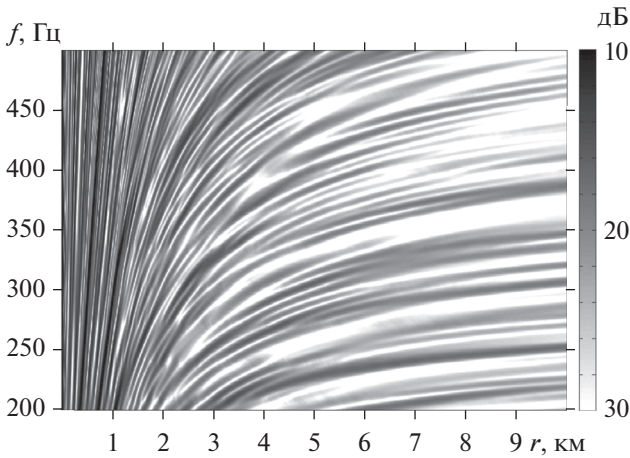


Рис. 4. Пространственно-частотное распределение нормированной интенсивности акустического поля $J_0(r, f)$ в изоскоростном волноводе с плавно увеличивающейся по трассе глубиной водного слоя (см. (52)–(54)) при расположении источника и приемника на одной глубине $z_s = z_r = H_0/2 = 25$ м ($r_s = 1$ км, $r_t = 10$ км).

$$\arccos\left(\frac{\alpha_l}{E_m}\right) - \arccos(\alpha_l) = 2\frac{mH_0}{qR}, \quad (48)$$

$$E_m = E(r_m) = 1 + \frac{r_m}{R},$$

$$\tilde{\beta}_{\text{inv}}(r_m) = \left\{ E_m (E_m - 1)^{-1} \left[\sqrt{1 + \frac{E_m^2 - 1}{1 - \alpha_l^2}} - 1 \right] \right\}^{-1}. \quad (49)$$

Вдали от критических частот мод $\alpha_l \ll 1$ и при выполнении условия применимости адиабатического приближения $2H_0E^2/(\alpha_l R) \ll 1$ можно в области относительно малых горизонтальных расстояний $r/R \ll 1$ получить из (48), (49) наглядные приближенные зависимости

$$r_m \approx r_m^{(0)} \left(1 + \frac{r_m^{(0)}}{R} \right), \quad r_m^{(0)} = \frac{2mH_0}{q\alpha_l}, \quad (50)$$

$$\tilde{\beta}_{\text{inv}}(r_m) \approx \bar{\beta}_{\text{inv}}(0) \left[1 - \frac{r_m^{(0)}}{R} \right] + \frac{\alpha_l^2 r_m^{(0)}}{2R}, \quad (51)$$

$$\bar{\beta}_{\text{inv}}(0) = 1 - \alpha_l^2.$$

Как и следовало ожидать, в неоднородном по трассе океаническом волноводе нарушается пространственная периодичность интерференционных линий. При этом в рассматриваемом идеальном волноводе отличия инварианта $\tilde{\beta}_{\text{inv}}(r_m)$ от аналогичной ему величины $\bar{\beta}_{\text{inv}}(0)$ в волноводе с фиксированной глубиной водного слоя H_0 увеличиваются с ростом частоты излучения, а не уменьшаются, как это следует из полученного в

[7] приближенного выражения для $\tilde{\beta}_{\text{inv}}$, отличающегося от (51) отсутствием в [7] слагаемого $-\bar{\beta}_{\text{inv}}(0)r_m/R$.

При выполнении условия применимости адиабатического приближения, но на расстояниях $r/R \gg 1$, значительно превышающих пространственный масштаб горизонтальной неоднородности, из (48), (49) следует, что инвариант будет уменьшаться с ростом r_m приблизительно по закону $\tilde{\beta}_{\text{inv}}(r_m) \sim 1/E_m$. Последнее означает, что с ростом частоты излучения угол наклона интерференционной линии с фиксированными значениями m и q будет заметно уменьшаться. Следующие из (48), (49) выводы проиллюстрируем на примере мелководного океанического волновода, глубина водного слоя которого изменяется аналогичным (46) образом:

$$H(r) = \begin{cases} H_0, & 0 \leq r \leq r_s, \\ H_0(1 + (r - r_s)/R), & r_s \leq r \leq r_t, \\ H_1 = H_0(1 + (r_t - r_s)/R), & r \geq r_t. \end{cases} \quad (52)$$

Предположим также, что акустические параметры такого волновода принимают следующие значения:

$$n^2(z) = \begin{cases} 1, & 0 \leq z \leq H(r), \\ n_g^2 = (c_0/c_g)^2, & z \geq H(r), \end{cases} \quad (53)$$

$$\rho_0 = 10^3 \text{ кг/м}^3, \quad \rho_g = 1.4\rho_0, \quad c_0 = 1500 \text{ м/с}, \quad (54)$$

$$c_g = 1700 \text{ м/с}, \quad H_0 = 50 \text{ м}, \quad H_1 = 300 \text{ м},$$

а характерные горизонтальные расстояния — $r_s = 10^3$ м, $r_t = 10^4$ м, $R = H_0(r_t - r_s)/(H_1 - H_0) = 1.8 \times 10^3$ м. Представленные на рис. 4 результаты численных расчетов пространственно-частотного распределения нормированной интенсивности акустического поля $J_0(r, f)$, полученного с использованием метода параболического уравнения [11] при расположении источника на глубине $z_s = 25$ м и приемника на глубине $z_r = 25$ м, наглядно иллюстрируют существенное уменьшение угла наклона интерференционных линий с ростом частоты излучения при фиксированных значениях m и q , а также с ростом r_m (т. е. m) при фиксированных значениях q и f при $r > r_s$.

Вполне естественно, что в рассмотренном выше примере идеального изоскоростного волновода с изменяющейся глубиной водного слоя (46) не возникает каких-либо особенностей в поведении инварианта $\tilde{\beta}_{\text{inv}}(r_m)$ с расстоянием r_m , поскольку по трассе распространения акустических волн не меняется тип мод любой фиксированной группы мод (1). Поэтому далее представляет интерес рассмотреть поведение $\tilde{\beta}_{\text{inv}}(r_m)$ в неоднородном по

трассе океаническом волноводе, в котором возможно изменение с расстоянием типа мод определенной группы (1), формирующих интерференционную структуру акустического поля. При этом здесь воспользуемся предложенной в [7] простейшей моделью такого волновода, допускающей получение аналитической зависимости $\tilde{\beta}_{\text{inv}}(r_m)$.

Как и в [7], предположим, что неоднородный по трассе океанический волновод состоит из относительно мелководного участка протяженностью r_s , моделируемого изоскоростным идеальным волноводом, и глубоководного участка протяженностью r_d , моделируемого приповерхностным звуковым каналом с линейной зависимостью квадрата показателя преломления от глубины $n^2(z) = 1 - az$. Кроме того, предположим также (см. [7]), что оба эти участка океанического волновода плавно соединены между собой переходной зоной протяженностью $\Delta r = r_t - r_s$ (см. (52)), существенно меньшей по сравнению с характерными масштабами $\Delta r/r_s \ll 1$, $\Delta r/r_d \ll 1$. Последнее, как отмечалось в [7]), позволяет пренебречь влиянием этой переходной зоны на достаточно грубую оценку поведения $\tilde{\beta}_{\text{inv}}(r_m)$ при $r > r_s$. Тогда с использованием (40)–(42), (47) получим следующие выражения для соответствующих величин:

$$D_l = \begin{cases} D_s = \frac{2H_0}{\alpha_l} \sqrt{1 - \alpha_l^2}, & 0 < r \leq r_s, \\ D_d = \frac{4}{a} \sigma_l \sqrt{1 - \sigma_l^2}, & r > r_s, \end{cases} \quad (55)$$

$$\bar{\beta}_{\text{inv}} = \begin{cases} 1 - \alpha_l^2 = \bar{\beta}_{\text{ins}}, & 0 < r \leq r_s, \\ -3 \left(\frac{1 - \sigma_l^2}{1 - 2\sigma_l^2} \right) = \bar{\beta}_{\text{invr}}, & r > r_s, \end{cases} \quad (56)$$

где $\alpha_l = \frac{\pi(l-1/2)}{k_0 H_0}$, $\sigma_l = \left[\frac{k_\alpha}{k_0} \left(l - \frac{1}{4} \right) \right]^{1/3}$, $k_\alpha = \frac{3\pi a}{2}$.

Если интересоваться достаточно широким диапазоном частот излучения (2), расположенным вдали от критических частот мод $\alpha_l \ll 1$, $\sigma_l \ll 1$ определенной группы (1), то с учетом следующего из (56) приближенного равенства $\bar{\beta}_{\text{inv}} \approx \begin{cases} 1, & 0 < r \leq r_s \\ -3, & r > r_s \end{cases}$ из (45) получим простую зависимость для инварианта в пространственной области $r_m > r_s$ (см. [7]):

$$\tilde{\beta}_{\text{inv}}(r_m) \approx \frac{3r_m}{4r_s - r_m}. \quad (57)$$

Как видно из (57), в поведении зависимости $\tilde{\beta}_{\text{inv}}(r_m)$ имеет место особенность при $r_m = r_g = 4r_s$:

$$\begin{cases} 1/|\tilde{\beta}_{\text{inv}}(r_m = r_g)| = 0, \\ 1 < \tilde{\beta}_{\text{inv}} < \infty, & r_s < r_m < r_g, \\ -\infty < \tilde{\beta}_{\text{inv}} < -3, & r_m > r_g. \end{cases} \quad (58)$$

Однако из (58) не следует сделанный в [7] вывод о том, что на расстоянии $r_m = r_g$ будет достигаться интерференционный максимум передаточной функции волновода, а следовательно и $J_0(r_g, f)$, во всем диапазоне частот излучения (2). В самом деле, из (44) находим уравнение для интерференционных линий:

$$r_m = \frac{m}{q} D_d + r_s \left(1 - \frac{D_d}{D_s} \right), \quad (59)$$

из которого с учетом зависимостей для D_s и D_d (55) с очевидностью следует, что пространственное расположение интерференционных максимумов интенсивности акустического поля зависит от частоты излучения и номеров мод. Поэтому при фиксированных значениях $r_s = r_{0s}$, $m = m_0$ и $q = q_0$ равенство $r_m = r_g = 4r_{0s}$ может выполняться лишь при определенных дискретных значениях частоты излучения $\omega_l(l)$, зависящих от номеров мод. С целью определения этой зависимости $\omega_l(l)$ из (59) при $r_m = r_g = 4r_{0s}$ и $l \gg 1$, $\alpha_l \ll 1$, $\sigma_l \ll 1$ получим для величины $x_l = k_\alpha l / k_0$ следующее уравнение:

$$x_l \left(x_l^{1/3} - \frac{2k_\alpha H_0^2 m_0}{\pi q_0 r_{0s}} \right) + \left(\frac{k_\alpha H_0}{\pi} \right)^2 = 0. \quad (60)$$

С учетом малости величины x_l из (60) получим в первом приближении простое решение $x_l \approx \frac{k_\alpha q_0 r_{0s}}{2\pi m_0}$ и соответствующую ему линейную зависимость $\omega_l(l) = l\omega_g$,

$$\omega_g = \frac{2\pi m_0 c_0}{q_0 r_{0s}}. \quad (61)$$

После приведенных выше приближенных аналитических расчетов и следующих из них достаточно качественных выводов относительно возможного проявления особенностей в поведении инварианта в пространственно-частотной интерференционной структуре акустических сигналов, распространяющихся из изоскоростного мелководного участка волновода в относительно глубоководный участок рефракционного волновода с приповерхностным звуковым каналом, перейдем к анализу результатов соответственного численного моделирования, основанного на использовании параболического уравнения (см. [11]). С этой целью рассмотрим океанический волно-

вод, глубина водного слоя которого изменяется по аналогичному (52) закону при $r_s = 1$ км, $r_t = 2$ км и с теми же акустическими характеристиками водного слоя и дна (см. (54)). При этом выберем два варианта формирования приповерхностного канала:

$$c_1(z, r) = \begin{cases} c_0, & 0 \leq z \leq H(r), & (0 \leq r \leq r_t), \\ c_0[1 + a(z - H_0)], & 0 \leq z \leq H_0, \\ c_0, & H_0 \leq z \leq H(r) \end{cases} (r \geq r_t), \quad (62)$$

$$c_2(z, r) = \begin{cases} c_0, & 0 \leq z \leq H_0, & (0 \leq r \leq r_s), \\ c_0 \left[1 + a \frac{r - r_s}{r_t - r_s} (z - H_0) \right], & 0 \leq z \leq H_0, \\ c_0, & H_0 \leq z \leq H(r) \end{cases} (r_s \leq r \leq r_t), \quad (63)$$

$$\begin{cases} c_0[1 + a(z - H_0)], & 0 \leq z \leq H_0 \\ c_0, & H_0 \leq z \leq H(r) \end{cases} (r \geq r_t),$$

где

$$a = [c_0 - c(0)]/c_0 H_0, \quad c(0) = 1470 \text{ м/с.}$$

В первом случае приповерхностный канал резко возникает на задней границе склона при $r = r_t$, а во втором – плавно формируется над склоном при $r_s \leq r \leq r_t$ и остается неизменным при $r \geq r_t$.

Из представленных на рис. 5 и 6 результатов численных расчетов при $z_s = H_0/2 = z_r$ пространственно-частотного распределения нормированной интенсивности акустического поля $J_0(r, f)$ можно сделать следующие выводы.

Во-первых, резкое возникновение приповерхностного канала при $r = r_t$ (см. $c_1(z, r)$ (62)) приводит в пространственной области $r > 2.5$ км и диапазоне частот $200 \leq f \leq 500$ Гц к формированию

заметно проявляющихся и достаточно широких интерференционных линий, характеризующихся отрицательными значениями инварианта $\beta_{inv} < 0$; при этом весьма четко просматривается квазипериодическая модуляция интенсивности акустического поля вдоль этих интерференционных линий. Следует также отметить, что первая, характерная для приповерхностного канала интерференционная линия с $\beta_{inv} < 0$ появляется в области горизонтальных расстояний $2.5 < r < 3.5$ км, т.е. в непосредственной близости от задней границы склона $r = r_t = 2$ км. Естественно, что на фоне этих интерференционных линий с $\beta_{inv} < 0$ просматриваются менее интенсивные интерференционные линии с $\beta_{inv} > 0$, характерные для взаимодействующих с поверхностью и дном мод. Однако в рассматриваемом диапазоне частот излучения $200 \leq f \leq 500$ Гц отсутствует интерференционная линия с предсказанной в [7] особенностью инварианта $1/\beta_{inv} = 0$, которая должна бы проявляться на расстоянии $r = r_g = 4r_s = 4$ км. Тем не менее, если провести перпендикулярную оси r линию на расстоянии $r = 2.75$ км, то в диапазоне частот $210 \leq f \leq 500$ Гц интенсивность акустического поля будет принимать вдоль этой линии относительно максимальные значения вследствие достаточной ширины первой интерференционной линии, имеющей в целом отрицательный наклон ($\beta_{inv} < 0$). Последнее может быть обусловлено лишь тем, что, как следует из результатов приближенных аналитических расчетов, особенности инварианта $1/\beta_{inv} = 0$ могут возникать только при определенных дискретных значениях частоты излучения (см. (60), (61)), пропорциональных номерам мод, формирующих эту достаточно широкую интерференционную линию в соответствующем диапазоне горизонтальных расстояний $2.5 \leq r \leq 3.5$ км.

Во-вторых, в случае плавного перехода при $r_s \leq r \leq r_t$ к приповерхностному каналу (см. $c_2(z, r)$

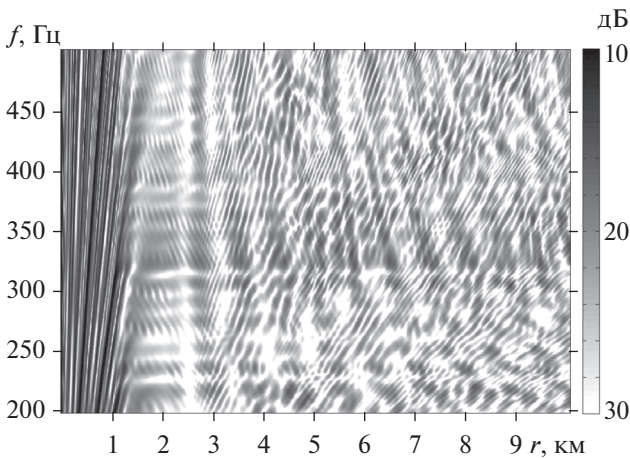


Рис. 5. Пространственно-частотное распределение нормированной интенсивности акустического поля $J_0(r, f)$ в волноводе $c_1(z, r)$ (62) с резко увеличивающейся глубиной водного слоя $H(r)$ (52) при $r_t = 2$ км и возникающим при $r = r_t$ приповерхностным звуковым каналом: $r_s = 1$ км, $z_s = z_r = H_0/2$.

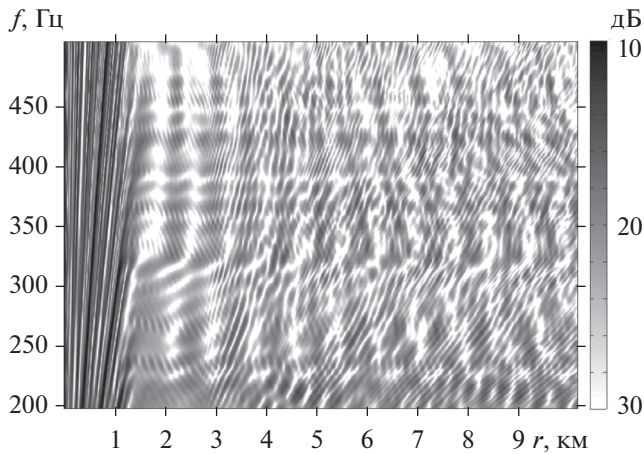


Рис. 6. Пространственно-частотное распределение нормированной интенсивности акустического поля $J_0(r, f)$ в волноводе $c_2(z, r)$ (63) с резко увеличивающейся глубиной водного слоя $H(r)$ (52) при $r_t = 2$ км и плавно формирующимся при $r_s \leq r \leq r_t$ приповерхностным звуковым каналом: $r_s = 1$ км, $z_s = z_r = H_0/2$.

(63)) уже в пространственной области $2 < r < 2.2$ км формируется достаточно широкая интерференционная линия с отрицательными значениями инварианта $\beta_{\text{inv}} < 0$ при $f > 325$ Гц и с положительными значениями инварианта $\beta_{\text{inv}} > 0$ при $f < 325$ Гц, в результате чего в узком диапазоне частот вблизи $f \approx 325$ Гц имеет место четко выраженная особенность инварианта $1/\beta_{\text{inv}} = 0$. При этом если провести перпендикулярную оси r линию на расстоянии $r \approx 2.125$ км, то в диапазоне частот $325 < f < 500$ Гц интенсивность акустического поля вдоль нее будет принимать относительно максимальные значения. Последнее позволяет утверждать, что на расстоянии $r \approx 2.125$ км имеет место лишь частичная интерференционная (дисперсионная) фокусировка широкополосного звука в соответствующем диапазоне частот.

Остановимся теперь чуть подробнее на анализе мелкомасштабной интерференционной структуры акустического поля, которая проявляется в пространственной области $1 < r < 3$ км и характеризуется узкими интерференционными линиями с отрицательными значениями инварианта $\beta_{\text{inv}} < 0$, заметно проявляющимися на фоне достаточно широких интерференционных линий, практически параллельных оси r ($\beta_{\text{inv}} \ll 1$). Поскольку такие интерференционные линии с $\beta_{\text{inv}} < 0$ возникают сразу же за передней границей склона $r > r_s$ и присутствуют даже в случае волновода, в котором приповерхностный канал резко формируется на задней границе склона, то можно утверждать,

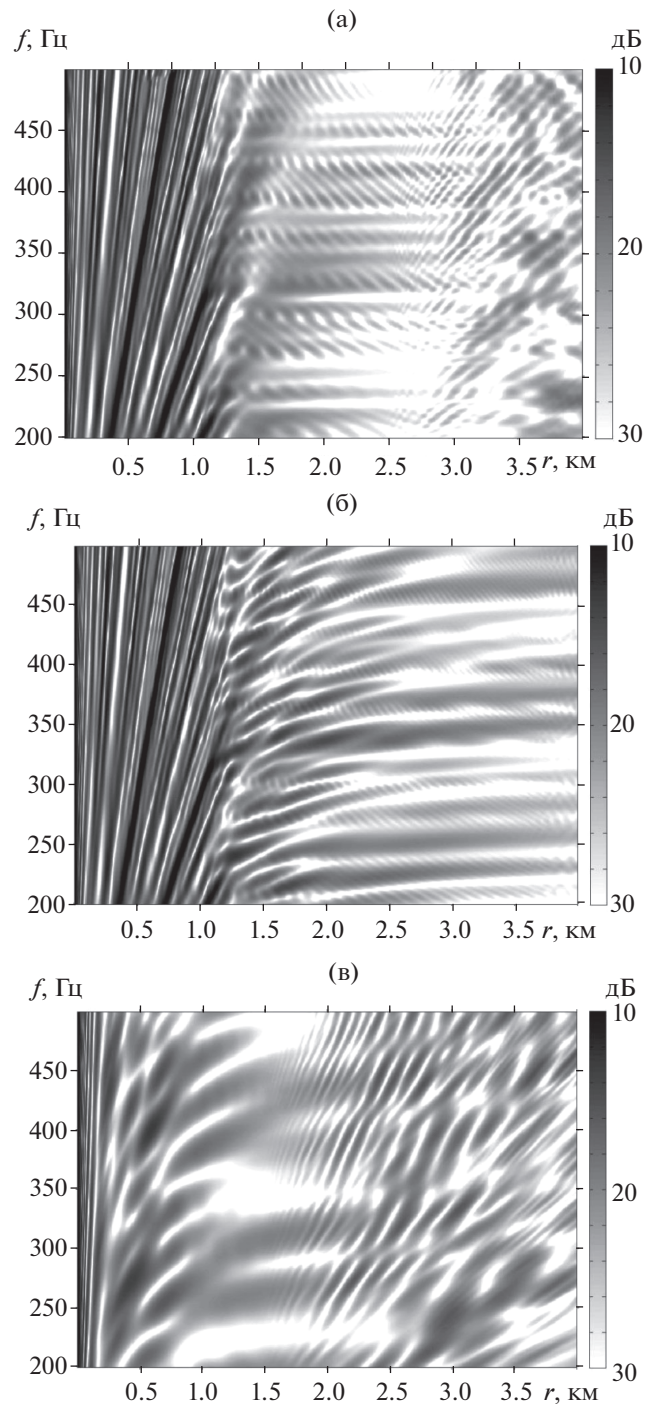


Рис. 7. Пространственно-частотное распределение нормированной интенсивности акустического поля $J_0(r, f)$ в изоскоростном по всей трассе волноводе (52), (53) при $z_s = z_r = H_0/2$ и различных значениях r_s и r_t : (а) $r_s = 1$ км, $r_t = 2$ км; (б) $r_s = 1$ км, $r_t = 3$ км; (в) $r_s = 0$ км, $r_t = 1$ км.

что их появление обусловлено трансформацией мод в пространственной области $r_s \leq r \leq r_t$.

Справедливость сделанного утверждения подтверждается приведенными на рис. 7 результата-

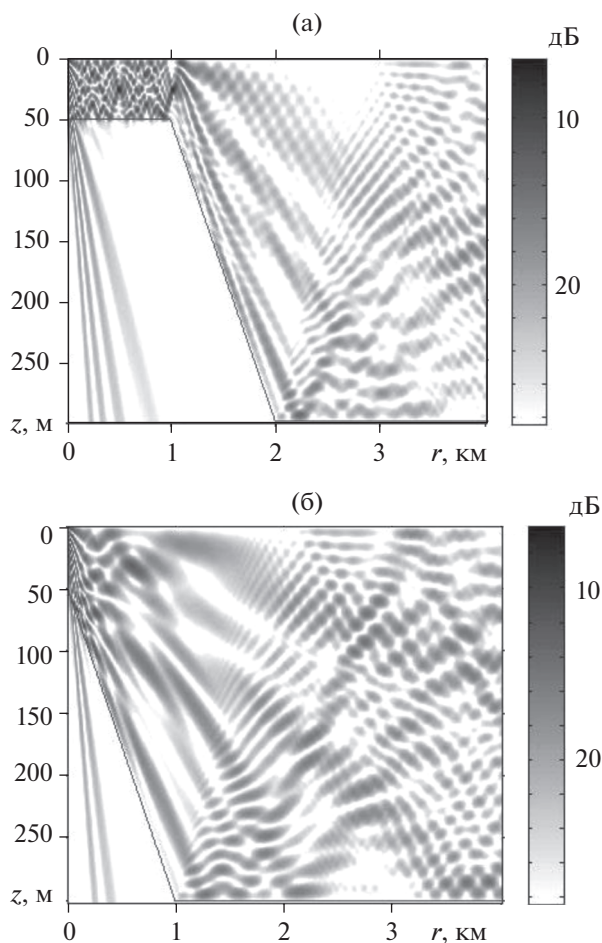


Рис. 8. Пространственное распределение нормированной интенсивности акустического поля $J_0(r, z)$ в изоскоростном по всей трассе волноводе (52), (53) при $z_s = H_0/2$, $f = 300$ Гц: (а) $r_s = 1$ км, $r_t = 2$ км; (б) $r_s = 0$ км, $r_t = 1$ км.

ми численных расчетов зависимости $J_0(r, f)$ для изоскоростного по всей трассе волновода при различных значениях величины $\Delta r = r_t - r_s$. Как видно на рис. 7а, 7б, с увеличением Δr , т.е. с ростом характерного масштаба горизонтальной неоднородности R (см. (52)), мелкомасштабная интерференционная структура с соответствующими ей отрицательными значениями инварианта $\beta_{\text{inv}} < 0$ становится все менее заметной в связи с существенным ослаблением взаимодействия мод. При этом интерференционная структура в пространственной области $r_s \leq r \leq r_t$ становится все более похожей на интерференционную структуру в волноводе с плавно увеличивающейся глубиной водного слоя при $r_t = 10$ км (см. рис. 4).

Здесь следует обратить внимание на тот факт, что в случае расположения источника непосредственно на передней границе склона $r_s = 0$ мел-

комасштабная интерференционная структура с отрицательными значениями инварианта $\beta_{\text{inv}} < 0$ отсутствует (рис. 7в) при тех же значениях Δr , для которых она заметно проявляется при $r_s = 1$ км (рис. 7а). Отсутствие мелкомасштабной интерференционной структуры с $\beta_{\text{inv}} < 0$ при $r_s = 0$ качественно можно пояснить следующим образом. Поскольку для формирования моды какого-либо волновода необходимо, чтобы соответствующие ей бриллюэновские волны хотя бы один раз отразились от характерных границ раздела, то можно предположить, что моды соответствующего номера окончательно сформируются на расстояниях $r \geq r_f = D_l/2$. Если воспользоваться моделью однородного по трассе, идеального изоскоростного волновода, то для характерного расстояния r_f получим следующее выражение:

$$r_f \approx \frac{4H_0^2}{\lambda_0(2l-1)}.$$

Следовательно, в отличие от ситуации $r_s \geq r_f$, при расположении источника на передней границе склона $r_s = 0$ моды относительно низких номеров не смогут сформироваться в пространственной области $0 < r < r_f$. По-видимому, именно вследствие низкой эффективности трансформации энергии от мод относительно высоких номеров к неуспевающим сформироваться при $0 < r < r_f$ модам относительно низких номеров не формируется и мелкомасштабная интерференционная структура с $\beta_{\text{inv}} < 0$.

Приведенные на рис. 8 результаты численных расчетов пространственного распределения нормированной интенсивности акустического поля $J_0(r, z)$ косвенно подтверждают качественное объяснение обсуждаемых закономерностей (рис. 7), поскольку при $r_s = 1$ км в пространственной области $1 < r < 3$ км и $0 < z < 100$ м формируется мелкомасштабная интерференционная структура (рис. 8а), которая отсутствует при $r_s = 0$ (рис. 8б).

ЗАКЛЮЧЕНИЕ

В заключение сформулируем основные результаты выполненных исследований и следующие из них выводы.

С использованием ВКБ и адиабатического приближений в плавно неоднородных по трассе океанических волноводах получено приближенное аналитическое выражение для инварианта определенной группы мод, которое в однородных по трассе океанических волноводах при выполнении определенных условий сводится к известному классическому выражению, не зависящему от номеров мод и их четности, а также от частоты

излучения, превышающей критические частоты соответствующих мод.

Показано, что такое обобщенное приближенное выражение для инварианта позволяет, в отличие от классического выражения, корректно описывать наклон интерференционных линий в пространственно-частотном распределении интенсивности акустического поля в океанических волноводах, для которых у зависимости длины цикла бриллюэновских волн от лучевого параметра, обратно пропорционального их фазовой скорости, имеют место гладкие экстремумы.

В рамках строгого модового представления для акустического поля в однородном по трассе мелководном океаническом волноводе с термоклинном наглядно проиллюстрировано проявление особенностей в поведении инварианта в зависимости от угла скольжения мод при различных частотах излучения. Установлено, что приближенное классическое выражение для инварианта весьма корректно описывает наклон интерференционных линий лишь в диапазонах изменения угла скольжения мод, где соответствующая зависимость длины цикла отвечающих им бриллюэновских волн является достаточно гладкой и монотонной.

С использованием приближенного аналитического выражения для инварианта и результатов численных расчетов, полученных в рамках метода параболического уравнения, показано, что в плавно неоднородном изоскоростном волноводе с увеличивающейся глубиной водного слоя наклон интерференционных линий в пространственно-частотном распределении интенсивности акустического поля уменьшается с ростом частоты излучения и их порядкового номера. Кроме того, результатами численного моделирования установлено, что при достаточно резком увеличении глубины водного слоя в соответствующей этой неоднородности области горизонтальных расстояний, где существенно проявляется взаимодействие мод, в пространственно-частотном распределении интенсивности акустического поля формируются интерференционные линии с отрицательными значениями инварианта, характерными лишь для определенного класса рефракционных волноводов.

С использованием приближенных аналитических расчетов и численного моделирования, основанного на методе параболического уравнения, исследовано формирование пространственно-частотной интерференционной структуры акустического поля, распространяющегося из относительно мелководного изоскоростного волновода в относительно глубоководный волновод с приповерхностным звуковым каналом.

Аналитически установлено, что на определенном расстоянии от мелководного участка волновода величина инварианта может принимать бесконечно большое значение лишь при определен-

ных дискретных значениях частоты излучения, пропорциональных номерам интерферирующих мод; поэтому описанный в [7] эффект интерференционной фокусировки широкополосного звука может наблюдаться не во всем диапазоне частот излучения, а лишь для определенных его спектральных компонентов.

Численным моделированием установлено также, что изменение знака инварианта у определенной группы мод, распространяющихся из относительно мелководного участка изоскоростного волновода в относительно глубоководный волновод с приповерхностным звуковым каналом, приводит к формированию достаточно широких интерференционных полос в пространственно-частотном распределении интенсивности акустического поля в глубоководном волноводе. Поэтому на определенном расстоянии от мелководного участка волновода может иметь место лишь частичная интерференционная фокусировка широкополосного звука, причем только в соответствующем ограниченном диапазоне частот излучения.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Чупров С.Д., Мальцев Н.Е. Инвариант пространственно-частотной интерференционной структуры звукового поля в слоистом океане // Докл. АН СССР. 1981. Т. 257. № 2. С. 475–479.
2. Чупров С.Д. Интерференционная структура звукового поля в слоистом океане // Акустика океана. Современное состояние / Под ред. Бреховских Л.М., Андреевой И.Б. М.: Наука, 1982. С. 71–91.
3. Грачев Г.А. К теории инвариантов акустического поля в слоистых волноводах // Акуст. журн. 1993. Т. 39. № 1. С. 67–71.
4. D'Spain G.L., Kuperman W.A. Application of waveguide invariants to analysis of spectrograms from shallow water environments that vary in range and azimuth // J. Acoust. Soc. Am. 1999. V. 106. № 5. P. 2454–2468.
5. Петухов Ю.В., Бородин Е.Л. Проявление слабо-расходящихся пучков лучей в пространственно-временной структуре поля акустических сигналов в океанических волноводах // Акуст. журн. 2010. Т. 56. № 6. С. 795–801.
6. Zhao Z.D., Wu J.R., Shang E.C. How the thermocline affects the value of the waveguide invariant in a shallow-water waveguide // J. Acoust. Soc. Am. 2015. V. 138. № 1. P. 223–231.
7. Буренков С.В. Особенности интерференционной структуры акустического поля в двумерно-неоднородном волноводе // Акуст. журн. 1989. Т. 35. № 5. С. 797–800.
8. Бреховских Л.М., Лысанов Ю.П. Теоретические основы акустики океана. М.: Наука, 2007. 370 с.
9. Петухов Ю.В. Лучевые и дифракционные слабо-расходящиеся пучки в океанических волноводах // Акуст. журн. 2011. Т. 57. № 3. С. 409–419.
10. Кацнельсон Б.Г., Петников В.Г. Акустика мелкого моря. М.: Наука, 1997. 191 с.
11. Smith K.B. Convergence, stability, and variability of shallow water acoustic predictions using a split-step Fourier parabolic equation model // J. Comput. Acoust. 2001. V. 9. № 1. P. 243–285.