
**КЛАССИЧЕСКИЕ ПРОБЛЕМЫ
ЛИНЕЙНОЙ АКУСТИКИ И ТЕОРИИ ВОЛН**

УДК 534.2

**ПОРИСТАЯ СРЕДА КАК АКУСТИЧЕСКИЙ МЕТАМАТЕРИАЛ
С ОТРИЦАТЕЛЬНЫМИ ИНЕРЦИОННЫМИ
И УПРУГИМИ СВОЙСТВАМИ**

© 2018 г. **В. С. Федотовский**

АО “ГНЦ РФ-Физико-энергетический институт”
249033 Обнинск, Калужская обл., пл. Бондаренко 1, Россия
e-mail: fedotovskiy@ippe.ru

Поступила в редакцию 31.08.2017 г.

Рассмотрены эффективные инерционные и упругие свойства дисперсного композита в виде упругой пористой среды с пустыми сферическими полостями. Показано, что при резонансе поступательных колебаний и объемных осцилляций полостей динамическая плотность и сжимаемость пористой среды принимают отрицательные значения. Приведены оценки внутренних динамических параметров, при которых инерционные и упругие свойства, определяющие фазовую скорость и затухание звука, могут быть одновременно отрицательными в определенных частотных диапазонах. Пористая среда при этом приобретает свойства метаматериала с отрицательным преломлением звука и другими уникальными акустическими эффектами.

Ключевые слова: пористая среда, акустическая метасреда, динамическая плотность, динамическая сжимаемость

DOI: 10.1134/S0320791918050027

ВВЕДЕНИЕ

Акустические метаматериалы с эффектом отрицательного преломления звука могут дать широкие возможности практического применения – от создания акустических суперлинз до экранов акустической невидимости и других уникальных акустических устройств [1, 2].

В связи с активной разработкой теоретических основ и открывающимися перспективами применения возникают практические вопросы о конкретной структуре акустических метаматериалов и способах их создания.

В существующих публикациях периодические структуры, образующие акустические метаматериалы, часто представляются схематично в виде периодических ячеек, состоящих из различных комбинаций сосредоточенных масс и упругостей, т.е. некоторых внутренних осцилляторов [3–5]. Такие модели дают описание акустических метаматериалов различной физической природы и сложности, оставляя открытыми вопросы их практической реализации.

Вместе с тем, обычные дисперсные композитные материалы, образованные непрерывной упругой матрицей и частицами-включениями, при некоторых условиях могут иметь необычные свойства акустических метаматериалов – фоновых кристаллов с дважды отрицательными эффективными динамическими свойствами [6–8]. Необходи-

мые для этого условия связаны с внутренними динамическими параметрами дисперсных включений в упругой матрице композитов и возможными резонансами их осцилляций при распространении акустических волн.

В ряде работ по традиционным направлениям акустики дисперсных композитов [9–14] теоретически и экспериментально установлено явление резонансной дисперсии звука, обусловленной резонансом поступательных колебаний включений в упругой матрице и, соответственно, резонансом одного из свойств композита – эффективной динамической плотности.

В аналогичных исследованиях по акустике жидкости с пузырьками газа также была установлена резонансная дисперсия звука, обусловленная резонансом объемных осцилляций пузырьков и, соответственно, резонансом эффективной динамической сжимаемости [15–18].

В обоих случаях из-за значительных диссипативных потерь и некогерентного рассеяния звука на дисперсных включениях добротность резонансов была относительно малой, что не позволило проявиться в полной мере резонансам эффективных инерционных и упругих свойств. Тем не менее, можно считать, что подобные исследования стали основой научного направления в области акустических метаматериалов.

В частности, в качестве метаматериала в [19] рассматривался обычный дисперсный композит, имеющий при достаточно малой диссипации отрицательную динамическую плотность в определенных частотных диапазонах.

Аналогичным образом эффективные инерционные и упругие свойства были получены при описании поперечных волн в дисперсном композите [20, 21]. В этом случае волновая динамика определяется резонансами эффективной динамической плотности и эффективной сдвигово-ротационной упругости, принимающими при определенных частотах отрицательные значения.

В настоящей работе в качестве акустического метаматериала рассматривается слабо сжимаемая резиноподобная пористая среда со сферическими полостями. При распространении звука в такой среде резонансы поступательных колебаний и объемных осцилляций полостей проявляются в резонансах эффективной динамической плотности и эффективной сжимаемости с возможными отрицательными значениями.

ЭФФЕКТИВНАЯ ДИНАМИЧЕСКАЯ ПЛОТНОСТЬ ПОРИСТОЙ СРЕДЫ

При распространении продольных звуковых волн в дисперсном композите, в частности в пористой среде с полостями-включениями, образующими пространственную периодическую решетку, каждый представительный объем или элементарная ячейка с одним включением совершает продольные поступательные и деформационные колебания. Каждому виду колебательного движения ячейки соответствует свое эффективное инерционное и упругое свойство среды.

В длинноволновом приближении в рамках концепции эффективных свойств дисперсной среды распространение продольных звуковых волн определяется дисперсионным соотношением, имеющим такой же вид, как и для однородной среды:

$$\left(\frac{\omega}{k}\right)^2 = \frac{K^* + (4/3)\mu^*}{\rho^*}, \quad (1)$$

где ω — частота, k — волновое число для продольных волн в дисперсной среде, K^* и μ^* — эффективные модули объемной и сдвиговой упругости, ρ^* — эффективная динамическая плотность.

Эффективная динамическая плотность, представленная в комплексной форме

$$\rho^*(i\omega) = \rho^*(\omega) - \frac{i}{\omega} \eta_T^*(\omega), \quad (2)$$

является мерой инерции (действительная часть) и вязкой диссипации (мнимая часть), резонансным образом зависящими от частоты волны.

Для упругой пористой среды с пустыми порами или полостями (плотность включений равна

нулю), формулы для действительной и мнимой части комплексной плотности [19] принимают вид

$$\frac{\rho^*(\omega)}{\rho} = 1 - \frac{\left(1 - \frac{1 + \gamma \omega^2}{\gamma \omega_{0T}^2}\right) \left(1 - \frac{\omega^2}{\omega_{0T}^2}\right) + \delta_T^2 \frac{\omega^2}{\omega_{0T}^2}}{\left(1 - \frac{\omega^2}{\omega_{0T}^2}\right)^2 + \delta_T^2 \frac{\omega^2}{\omega_{0T}^2}} \varphi, \quad (3)$$

$$\frac{\eta_T^*(\omega)}{\rho \omega} = \frac{\frac{\omega^3 \delta_T}{\omega_{0T}^3} \varphi}{\left(1 - \frac{\omega^2}{\omega_{0T}^2}\right)^2 + \delta_T^2 \frac{\omega^2}{\omega_{0T}^2}}, \quad (4)$$

где ρ — плотность материала среды, ω_{0T} — собственная частота поступательных колебаний полостей в пористой среде, γ — коэффициент присоединенной массы сферических полостей, φ — объемная концентрация полостей, δ_T — коэффициент вязких потерь на собственной частоте поступательных колебаний полостей.

Собственная частота поступательных колебаний полости, входящая в формулы (3) и (4), выражается соотношением

$$\omega_{0T} = \sqrt{\frac{k_T}{m_T}}, \quad (5)$$

где обобщенный коэффициент жесткости (трансляционной упругости) k_T и присоединенная масса m_T равны [19]

$$k_T = 4\pi\mu a \frac{1 + (2/3)\varphi^{5/3}}{1 - (3/2)\varphi^{1/3} + (3/2)^{5/3} - \varphi^2}, \quad (6)$$

$$m_T = (4/3)\pi r a^3 \gamma, \quad \gamma = \frac{1 + 2\varphi}{2(1 - \varphi)}. \quad (7)$$

Отметим, что при $\varphi = 0$ из соотношений (5)–(7) следует формула $\omega_{0T}^2 = \frac{6\mu}{\rho a^2}$, что согласуется с известным результатом по резонансному рассеянию звука на сферической полости [22].

В случае идеально упругой пористой среды ($\delta_T = 0$) формула (3) принимает вид

$$\frac{\rho^*(\omega)}{\rho} = 1 - \frac{\left(1 - \frac{1 + \gamma \omega^2}{\gamma \omega_{0T}^2}\right)}{\left(1 - \frac{\omega^2}{\omega_{0T}^2}\right)} \varphi, \quad (8)$$

откуда с учетом (7) следует, что при частоте $\omega = \Omega_{0T}$ удовлетворяющей условию

$$\left(\frac{\Omega_{0T}}{\omega_{0T}}\right)^2 = \frac{1 - \varphi}{1 - (1 + \gamma)\varphi} = 1 + 2\varphi, \quad (9)$$

динамическая плотность обращается в ноль, а в диапазоне частот $\omega_{0T} < \omega < \Omega_{0T}$ динамическая плотность отрицательна. В данном случае внутренний динамический параметр Ω_{0T} есть собственная частота поступательных колебаний пористой среды. На этой частоте происходят противофазные колебания полости и геометрического центра представительной ячейки при неподвижном центре массы ячейки. Для определенности отметим, что поступательные колебания полостей на собственной частоте ω_{0T} происходят в неподвижной пористой среде (или в ячейке с неподвижным геометрическим центром).

Следует отметить также, что отношение асимптотических значений динамической плотности пористой среды в предельных случаях $\omega \rightarrow 0$ и $\omega \rightarrow \infty$ равно квадрату отношений характерных частот:

$$\frac{\rho^*(0)}{\rho^*(\infty)} = \left(\frac{\Omega_{0T}}{\omega_{0T}}\right)^2. \quad (10)$$

Соотношение (10) позволяет выразить формулу (8) через внутренние динамические параметры пористой среды ω_{0T} и Ω_{0T} следующим образом:

$$\frac{\rho^*(\omega)}{\rho^*(0)} = \frac{1 - (\omega/\Omega_{0T})^2}{1 - (\omega/\omega_{0T})^2}, \quad (11)$$

где $\rho^*(0) = \rho(1 - \phi)$ – истинная плотность пористой среды.

Характерный вид резонансной зависимости эффективной динамической плотности пористой среды (3) представлен на рис. 1 в виде $\rho^*(\omega)/\rho$ при $\phi = 0.2$ и нескольких значениях коэффициента вязких потерь: $\delta_T = 0$ соответствует идеально упругой пористой среде с частотным диапазоном отрицательных значений динамической плотности $1 < \omega/\omega_{0T} < 1.2$. При $\delta_T > 0.16$ отрицательность динамической плотности, как видно из рисунка, исчезает.

Мнимая часть комплексной плотности (4) имеет характерный резонансный вид с максимумом при $\omega/\omega_{0T} = 1$.

ЭФФЕКТИВНАЯ ОБЪЕМНАЯ УПРУГОСТЬ ПОРИСТОЙ СРЕДЫ

Для определения частотной зависимости объемной упругости заменим элементарную, например, кубическую ячейку пористой среды “кристаллической” структуры, на сферу с эквивалентным по объему радиусом b . Под воздействием нормальных напряжений или осциллирующего гидростатического давления сферической ячейки и содержащаяся в ней полость совершают радиальные колебания. Представим радиусы ячейки и полости как $b(t) = b + B(t)$, $a(t) = a + A(t)$, где b и a – равновесные радиусы, связанные соотноше-

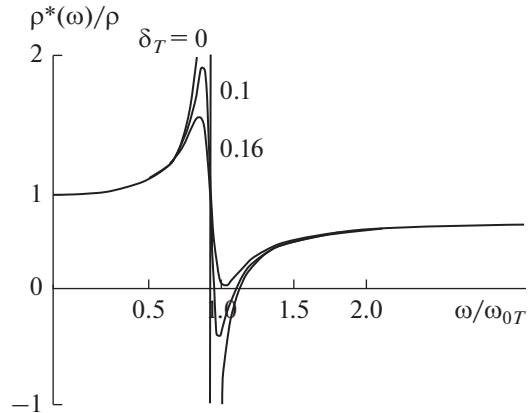


Рис. 1. Резонанс эффективной динамической плотности пористой среды.

нием $\phi = (a/b)^3$, где ϕ – объемная концентрация полостей в пористой среде, а $B(t)$ и $A(t)$ – переменные составляющие смещения. При этом радиальные смещения несжимаемого материала среды в ячейке есть

$$u(r, t) = \frac{b^2}{r^2} B(t), \quad (12)$$

а кинетическая энергия среды в ячейке равна

$$E = \frac{4\pi\rho}{2} \int_a^b \left(\frac{du}{dt}\right)^2 r^2 dr = 2\pi\rho b^3 (\phi^{-1/3} - 1) \dot{B}^2 = m_v \frac{\dot{B}^2}{2}, \quad (13)$$

где $\dot{B} = dB/dt$, а $m_v = 4\pi\rho b^3 (\phi^{-1/3} - 1)$ – обобщенная масса ячейки при объемных осцилляциях.

Обобщенную силу инерции запишем в виде

$$F_{ин} = m_v \ddot{B} = 4\pi\rho b^3 (\phi^{-1/3} - 1) \ddot{B}. \quad (14)$$

С другой стороны, радиальному смещению упругой среды в ячейке (12) соответствуют локальные деформации ϵ с тремя компонентами: $\epsilon_1 = du/dr = -2b^2 B/r^3$ по радиальной оси и $\epsilon_2 = \epsilon_3 = -(1/2) du/dr$ по двум другим главным осям. Поскольку потенциальная энергия единицы объема упругой среды равна

$$2\mu\epsilon^2 = 2\mu(\epsilon_1^2 + \epsilon_2^2 + \epsilon_3^2) = 3\mu\left(\frac{du}{dr}\right)^2 = \frac{12\mu b^4 B^2}{r^6}, \quad (15)$$

то полная потенциальная энергия среды в ячейке определяется интегралом по объему

$$\Pi = \int_a^b \frac{12\mu b^4 B^2}{r^6} 4\pi r^2 dr = 16\pi\mu b B^2 \frac{1 - \phi}{\phi}. \quad (16)$$

Отсюда следует, что обобщенная сила упругости есть

$$F_{\text{упр}} = k_V B = 16\pi\mu b B \frac{1-\varphi}{\varphi}, \quad (17)$$

где $k_V = 16\pi\mu b(1-\varphi)/\varphi$ – обобщенный коэффициент жесткости.

Из баланса инерционной и упругой сил (14) и (17) следует формула для квадрата собственной частоты радиальных осцилляций ячейки и полости:

$$\omega_{0V}^2 = \frac{k_V}{m_V} = \frac{4\mu}{\rho b^2} \left(\frac{1-\varphi}{\varphi^{2/3} - \varphi} \right) = \frac{4\mu}{\rho a^2} \left(\frac{1-\varphi}{1-\varphi^{1/3}} \right). \quad (18)$$

Отметим, что для полости в бесконечном объеме упругой среды ($\varphi = 0$) из (18) следует известная формула $\omega_{0V}^2 = 4\mu/\rho a^2 = 4c_t^2/a^2$ [23], где c_t – скорость сдвиговых волн в материале среды.

Поскольку объемная деформация и возникающая при этом обобщенная сила упругости (17) обусловлены нормальными напряжениями или гидростатическим давлением на поверхности ячейки, то $16\pi\mu b B(1-\varphi)/\varphi = 4\pi b^2 p$, или

$$p = \frac{4\mu(1-\varphi)B}{\varphi b}. \quad (19)$$

С другой стороны, эффективная объемная упругость ячейки K_0^* есть коэффициент пропорциональности между гидростатическим давлением и обусловленным им изменением относительного объема:

$$p = K_0^* \frac{\Delta V}{V} = K_0^* \frac{4\pi b^2 B}{(4/3)\pi b^3} = K_0^* \frac{3B}{b}, \quad (20)$$

откуда с учетом (19) следует формула для эффективной объемной упругости ячейки

$$K_0^* = \frac{pb}{3B} = \frac{4\mu(1-\varphi)}{3\varphi}, \quad (21)$$

которую целесообразно записать для сжимаемости ячейки:

$$\beta_0^* = \frac{1}{K_0^*} = \frac{3\varphi}{4\mu(1-\varphi)} = \frac{3B}{pb}. \quad (22)$$

Как видно из (21) и (22), при $\varphi = 0$ объемная упругость становится равной бесконечности, а сжимаемость – нулю. Это нереальное свойство модели устраняется при учете объемной сжимаемости материала среды $\beta = 1/K$. В этом случае результат для эффективной сжимаемости можно представить в виде суммы двух составляющих:

$$\beta^* = \frac{1}{K^*} = \frac{3\varphi}{4\mu(1-\varphi)} + \frac{\beta}{(1-\varphi)}. \quad (23)$$

При этом соответствующая формула для эффективного модуля объемной упругости принимает вид

$$K^* = \frac{K(1-\varphi)}{1+3K\varphi/4\mu}. \quad (24)$$

Отметим, что этот результат согласуется с более общей формулой [24]

$$K^* = K + \frac{(K_0 - K)\varphi}{1 + (1-\varphi)[(K_0 - K)/(K + 4\mu/3)]} \quad (25)$$

в случае, когда объемная упругость материала включения $K_0 = 0$.

Рассматривая далее процесс объемных осцилляций ячейки под действием осциллирующего давления, будем считать материал пористой среды вязкоупругим с комплексным модулем сдвиговой упругости $\tilde{\mu} = \mu - i\omega\eta = \mu(1 - i\delta_V)$, где η – сдвиговая вязкость, δ_V – коэффициент вязких потерь на собственной частоте объемных осцилляций ячейки ω_{0V} . В этом случае на ячейку кроме сил инерции и упругости действует сила вязкого сопротивления, причем коэффициент сопротивления согласно вязкоупругой аналогии имеет такой же вид, как и обобщенный коэффициент жесткости k_V при замене сдвиговой упругости на сдвиговую вязкость.

Уравнение вынужденных радиальных осцилляций ячейки имеет при этом вид

$$4\pi\rho b^3 (\varphi^{-1/3} - 1) \ddot{B} + 16\pi\eta b \frac{1-\varphi}{\varphi} \dot{B} + 16\pi\mu b \frac{1-\varphi}{\varphi} B = 4\pi b^2 p_0 e^{i\omega t},$$

или

$$\ddot{B} + \delta_V \omega_{0V} \dot{B} + \omega_{0V}^2 B = (4\pi b^2 p_0 / m_V) e^{i\omega t}, \quad (26)$$

где собственная частота ячейки (и полости в ячейке) выражается формулой (18).

Частное решение уравнения (26) дает комплексную амплитуду радиального смещения:

$$B(i\omega) = \frac{B(0)}{\left(1 - \frac{\omega^2}{\omega_{0V}^2}\right) - i\delta_V \frac{\omega}{\omega_{0V}}}, \quad (27)$$

где $B(0) = \frac{4\pi b^2 p_0}{m_V \omega_{0V}^2} = \frac{p_0 b \varphi}{4\mu(1-\varphi)}$ – статическое смещение.

Далее, поскольку эффективная сжимаемость ячейки из несжимаемого материала определяется формулой (22), то, подставив в нее комплексное

смещение (27), получим комплексную динамическую сжимаемость:

$$\beta^*(i\omega) = \beta_0^* \frac{\left(1 - \frac{\omega^2}{\omega_{0V}^2}\right) + i\delta_V \frac{\omega}{\omega_{0V}}}{\left(1 - \frac{\omega^2}{\omega_{0V}^2}\right)^2 + \delta_V^2 \frac{\omega^2}{\omega_{0V}^2}}, \quad (28)$$

где $\beta_0^* = \frac{3\varphi}{4\mu(1-\varphi)}$ – эффективная статическая сжимаемость (22).

Действительная часть (28) есть собственно эффективная динамическая сжимаемость ячейки из несжимаемого материала. Для устранения несоответствия при $\varphi = 0$, как и в случае статической сжимаемости (23), к действительной части комплексной сжимаемости (28) также следует добавить слагаемое, учитывающее сжимаемость материала пористой среды. Таким образом, формула для эффективной динамической сжимаемости принимает вид

$$\beta^*(\omega) = \beta_0^* \frac{\left(1 - \frac{\omega^2}{\omega_{0V}^2}\right)}{\left(1 - \frac{\omega^2}{\omega_{0V}^2}\right)^2 + \delta_V^2 \frac{\omega^2}{\omega_{0V}^2}} + \frac{\beta}{1-\varphi}. \quad (29)$$

Мнимая часть комплексной сжимаемости, характеризующая вязкую диссипацию в пористой среде, имеет вид

$$\text{Im} \beta^*(i\omega) = \beta_0^* \frac{\delta_V \frac{\omega}{\omega_{0V}}}{\left(1 - \frac{\omega^2}{\omega_{0V}^2}\right)^2 + \delta_V^2 \frac{\omega^2}{\omega_{0V}^2}}. \quad (30)$$

В случае идеально упругой пористой среды ($\delta_V = 0$) формула (29) принимает вид

$$\beta^*(\omega) = \beta_0^* \frac{1}{\left(1 - \frac{\omega^2}{\omega_{0V}^2}\right)} + \frac{\beta}{1-\varphi}, \quad (31)$$

откуда следует, что при частоте $\omega = \Omega_{0V}$, удовлетворяющей условию

$$\left(\frac{\Omega_{0V}}{\omega_{0V}}\right)^2 = 1 + \frac{3\varphi K}{4\mu}, \quad (32)$$

динамическая сжимаемость обращается в ноль, а в диапазоне частот $\omega_{0V} < \omega < \Omega_{0V}$ динамическая сжимаемость отрицательна. Можно считать, что частота Ω_{0V} является таким же внутренним динамическим параметром упругой пористой среды, как ω_{0V} , ω_{0T} и Ω_{0T} . Ее смысл состоит в том, что это собственная частота объемных осцилляций полости в идеально упругом сжимаемом материале с неподвижной внешней поверхностью ячейки.

Отметим также, что отношение асимптотических значений динамической сжимаемости пори-

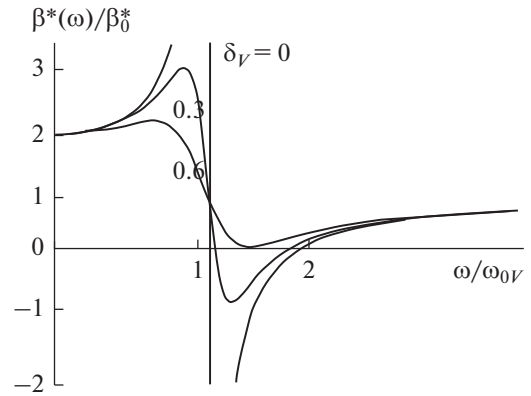


Рис. 2. Резонанс эффективной динамической сжимаемости пористой среды.

стой среды в предельных случаях $\omega \rightarrow 0$ и $\omega \rightarrow \infty$ выражается соотношением

$$\frac{\beta^*(0)}{\beta^*(\infty)} = \left(\frac{\Omega_{0V}}{\omega_{0V}}\right)^2, \quad (33)$$

а предельная резонансная зависимость (31) может быть представлена в виде

$$\frac{\beta^*(\omega)}{\beta^*(0)} = \frac{1 - (\omega/\Omega_{0V})^2}{1 - (\omega/\omega_{0V})^2}, \quad (34)$$

где $\beta^*(0) = \frac{1 + 3K\varphi/4\mu}{K(1-\varphi)}$ – квазистатическая сжимаемость (23).

Резонансная зависимость эффективной динамической сжимаемости (29) представлена на рис. 2

в виде $\beta^*(\omega)/\beta_0^*$ при $\varphi = 0.2$ и $K/\mu = 10$.

Как видно из сравнения с рис. 1, резонансная зависимость динамической сжимаемости имеет тот же характерный вид, что и динамическая плотность.

Следует, однако, отметить, что параметр Ω_{0V} , определяющий по (32) диапазон частот отрицательной динамической сжимаемости, зависит от отношения модулей объемной и сдвиговой упругости материала среды. В случае практически несжимаемого материала, т.е. при $K/\mu \rightarrow \infty$, высокочастотная ветвь динамической сжимаемости при $\omega/\omega_{0V} > 1$ имеет отрицательные значения, т.е. не возвращается в область положительных значений, как на рис. 2. В этом заключается существенное различие частотных зависимостей динамической сжимаемости и динамической плотности.

Отметим также определенное сходство и различие мнимых частей динамической сжимаемости (30) и комплексной плотности (4). В обоих случаях их максимумы на частотах собственных объемных или поступательных колебаний полостей обратно пропорциональны коэффициентам вязких потерь. Однако асимптотические частотные зависимости при низких и высоких частотах, как видно из (30) и (4), существенно различаются.

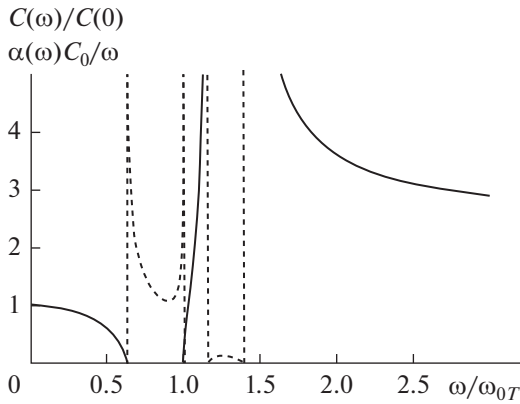


Рис. 3. Фазовая скорость (сплошные линии) и коэффициент затухания звука (пунктирные линии) в идеально упругой пористой среде.

СКОРОСТЬ И ЗАТУХАНИЕ ЗВУКА

Рассматривая далее роль резонансов эффективной динамической плотности и упругости или сжимаемости в дисперсии звука, ограничимся случаем пористой среды с модулем сдвиговой упругости материала μ , существенно меньшим модуля объемной упругости K . В этом случае эффективная сдвиговая упругость пористой среды также будет существенно меньше эффективной объемной упругости $\mu^*/K^* \ll 1$.

Действительная часть дисперсионного соотношения (1), имеющего в данном случае вид $(\omega/k) = [\rho^*(i\omega)\beta^*(i\omega)]^{-1/2}$, дает частотную зависимость фазовой скорости звука $C(\omega)$, а мнимая часть волнового числа $k = \omega(\rho^*(i\omega)\beta^*(i\omega))^{1/2}$ дает частотную зависимость коэффициента пространственного затухания $\alpha(\omega)$.

В случае без диссипативной пористой среды из дисперсионного соотношения с учетом формул (11) и (34) следует формула для фазовой скорости звука:

$$C(\omega) = (\rho^*(\omega)\beta^*(\omega))^{-1/2} = C_0 \left[\frac{1 - (\omega/\omega_{0T})^2}{1 - (\omega/\Omega_{0T})^2} \frac{1 - (\omega/\omega_{0V})^2}{1 - (\omega/\Omega_{0V})^2} \right]^{-1/2}, \quad (35)$$

где $C_0 = (\rho^*(0)\beta^*(0))^{-1/2}$ – предельное значение скорости звука в пористой среде при $\omega \rightarrow 0$.

Из (35) следует, что в диапазонах частот, где $\rho^*(\omega)$ и $\beta^*(\omega)$ одновременно положительны, затухания звука нет. В этом случае звук распространяется, как в обычной среде. При частотах, в которых $\rho^*(\omega)$ и $\beta^*(\omega)$ имеют разные знаки, формула (35) дает коэффициент затухания экспоненциальных волн. В этом случае пористая среда является акустически непрозрачной.

В диапазоне частот, где $\rho^*(\omega)$ и $\beta^*(\omega)$ одновременно отрицательны, коэффициент затухания равен нулю. При этом в среде распространяются

незатухающие синусоидальные звуковые волны с характерными для дважды отрицательных сред эффектами. Фазовая и групповая скорости в этом случае имеют противоположные направления.

Для иллюстрации дисперсионная зависимость фазовой скорости звука (35) представлена на рис. 3 при $\phi = 0.2$ и $K/\mu = 25$.

В данном случае в диапазоне безразмерных частот ω/ω_{0T} от 0 до 0.7 скорость звука положительна и уменьшается с ростом частоты до нуля (обычная среда с нормальной дисперсией). Затем в диапазоне частот 0.7–1 скорость звука мнимая (акустическая непрозрачность с быстро затухающими экспоненциальными волнами). В диапазоне частот 1–1.2 динамическая плотность и объемная упругость одновременно отрицательны; фазовая скорость при этом действительна и возрастает с ростом частоты (направления фазовой и групповой скорости противоположны). Далее идет диапазон акустической непрозрачности 1.2–1.4, за которым следует диапазон частот с нормальной дисперсией в обычной акустической среде.

Таким образом, в диапазоне безразмерных частот $\omega/\omega_{0T} = 0.7...1.4$ упругая пористая среда при достаточно малых диссипативных потерях проявляет свойства акустического метаматериала.

Поскольку динамические параметры среды ω_{0T}, Ω_{0T} и ω_{0V}, Ω_{0V} , определяющие диапазоны частот с отрицательной динамической плотностью и отрицательной объемной сжимаемостью, зависят от пористости среды ϕ , то при определенных условиях возможно перекрытие диапазонов отрицательных свойств. При этом возникают области параметров пористой среды с дважды отрицательными динамическими свойствами.

Так, в частности, в случае относительно небольшого отношения модулей объемной и сдвиговой упругости материала пористой среды ($K/\mu < 10$) ветви диапазонов отрицательной плотности ($\omega_{0T}... \Omega_{0T}$) = $f(\phi)$ и отрицательной сжимаемости ($\omega_{0V}... \Omega_{0V}$) = $f(\phi)$ не перекрываются. Пористая среда при этом в одном частотном диапазоне может иметь отрицательную динамическую плотность, а в другом – отрицательную объемную сжимаемость. В случае же $K/\mu > 10$ обе частотные ветви перекрываются, и пористая среда может быть дважды отрицательной.

В качестве примера на рис. 4 представлены зависимости частотных диапазонов отрицательной плотности и сжимаемости идеально упругой среды от объемной концентрации полостей в случае $K/\mu = 25$. Зависимости приведены в безразмерном виде $\omega^*a/c_t = f(\phi)$, где $\omega_0^* = \omega_{0T}, \Omega_{0T}, \omega_{0V}, \Omega_{0V}$.

Из рисунка видно, что частотный диапазон отрицательной плотности $\omega_{0T}... \Omega_{0T}$ находится внутри диапазона отрицательной сжимаемости $\omega_{0V}... \Omega_{0V}$. Это означает, что в частотном диапазоне ($\omega_{0T}... \Omega_{0T}$) = $f(\phi)$ при $\phi > 0.05$ пористая среда явля-

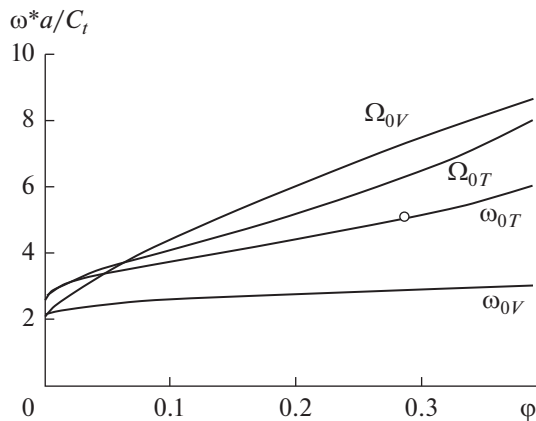


Рис. 4. Зависимости частотных диапазонов отрицательной плотности и сжимаемости идеально упругой среды от объемной концентрации полостей.

ется акустическим метаматериалом с дважды отрицательными динамическими свойствами.

ОБСУЖДЕНИЕ РЕЗУЛЬТАТОВ

В представленной модели метаматериала предполагается, что при распространении продольной волны сферические полости совершают резонансные поступательные и радиальные осцилляции на собственных частотах, обуславливая резонансы и отрицательность эффективной плотности и сжимаемости.

Отметим, однако, что полости в упругой среде образуют систему инерционно-упруго связанных осцилляторов, групповые колебания которых характеризуются спектром частот, ширина которого возрастает с ростом концентрации полостей. При этом добротность “усредненного осциллятора” будет уменьшаться при увеличении концентрации, и отрицательность динамических свойств может не проявиться.

Существуют и другие процессы, которые могут повлиять на динамику полостей и, соответственно, на эффективные свойства пористой среды. К ним следует отнести отклонение полостей от сферичности, взаимное влияние поступательных и объемных осцилляций полостей. Эти вопросы требуют специальных исследований.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Буров В.А., Дмитриев К.В., Сергеев С.Н. Акустические дважды отрицательные среды // Акуст. журн. 2009. Т. 55. № 3. С. 292–306.
2. Буров В.А., Волошинов В.Б., Дмитриев К.В., Поликарпова Н.В. Акустические волны в метаматериалах, кристаллах и структурах с аномальным преломлением // УФН. 2011. Т. 181. № 11. С. 5–11.
3. Бобровницкий Ю.И. Акустический метаматериал с необычными волновыми свойствами // Акуст. журн. 2014. № 4. С. 347–355.

4. Бобровницкий Ю.И., Томила Т.М., Лактионова М.М. Дискретная модель акустических метаматериалов с потерями // Акуст. журн. 2016. Т. 62. № 1. С. 3–9.
5. Никитина Н.Е., Павлов И.С. О специфике явления акустоупругости в двумерной среде с внутренней структурой // Акуст. журн. 2013. Т. 59. № 4. С. 452–458.
6. Li Jensen, Chan C.T. Double-negative acoustic metamaterial // Phys. Rev. E. 2004. V. 70. № 5. P. 055602-1-4.
7. Zhang X., Yin L., Fang N. Focusing ultrasound with an acoustic metamaterial network // Phys. Rev. Lett. 2009. V. 102. № 19. P. 194301-1-4.
8. Liu Z.Y., Zhang X., Mao Y., Zhu Y.Y., Cui C.N., Sheng P. Locally resonant sonic materials // Science 2000. V. 289. P. 1734.
9. Тютекин В.В. Распространение упругих волн в среде с цилиндрическими каналами // Акуст. журн. 1956. Т. 2. № 3. С. 291–301.
10. Вовк А.Е., Пастернак Р.Н., Тютекин В.В. Экспериментальное исследование волновых свойств среды с цилиндрическими каналами // Акуст. журн. 1958. Т. 4. № 1. С. 24–32.
11. Тютекин В.В. Рассеяние плоских волн цилиндрической полостью в изотропной упругой среде // Акуст. журн. 1959. Т. 5. № 1. С. 105–110.
12. Викторова Р. Н., Тютекин В. В. Физические основы создания звукопоглощающих материалов с использованием среды с комплексной плотностью // Акуст. журн. 1998. Т. 44. № 3. С. 331–336.
13. Бедфорд А., Сазерленд Х., Линг П. О теоретическом и экспериментальном исследовании распространения волн в упругом материале, армированном волокнами // Тр. Амер. об-ва инженеров-механиков. Прикл. Механика. 1972. Т. 39. № 2. С. 279–281.
14. Драмхеллер Д., Сазерленд Х. Решеточная модель композиционного материала для исследования распространения волн напряжения // Тр. Амер. об-ва инженеров-механиков. Прикл. Механика. 1973. Т. 40. № 1. С. 157–164.
15. Скучик Е. Основы акустики. М.: ИЛ, 1959. Т. 2. 565 с.
16. Накоряков В.Е., Покусаев Б.Г., Шрейбер И.Р. Волновая динамика газо- и парожидкостных сред. М: Энергоатомиздат, 1990. 248 с.
17. Алексеев В.Н., Рыбак С.А. Распространение стационарных звуковых волн в пузырьковых средах // Акуст. журн. 1995. Т. 41. № 5. С. 690–698.
18. Федотовский В.С., Верещагина Т.Н. Низкочастотная резонансная дисперсия звука в пузырьковых средах // Акуст. журн. 2009. Т. 55. № 6. С. 712–718.
19. Федотовский В.С., Верещагина Т.Н. Резонансная дисперсия продольных волн в дисперсных композитах // Акуст. журн. 2010. Т. 56. № 4. С. 497–504.
20. Федотовский В.С. Эффективные динамические свойства и поперечные волны в дисперсных композитах // Изв. РАН МТТ. 2015. С. 107–120.
21. Федотовский В.С. Поперечные волны в дисперсном метаматериале со сферическими включениями // Акуст. журн. 2015. Т. 61. № 3. С. 311–316.
22. Сивухин Д.В. Дифракция плоской звуковой волны на сферической полости // Акуст. журн. 1955. Т. 1. № 1. С. 78–88.
23. Исакович М.А. Общая акустика. М.: Наука, 1979. 495 с.
24. Кристенсен Р. Введение в механику композитов. М.: Мир, 1982. 334 с.