

УДК 534.2

ПРЕОБРАЗОВАНИЕ ГИБРИДНЫХ ПОПЕРЕЧНЫХ УПРУГИХ ВОЛН В НЕОДНОРОДНЫХ МИКРОПОЛЯРНЫХ СРЕДАХ

© 2018 г. А. Ф. Кабыченков^а, Ф. В. Лисовский^а*, Е. Г. Мансветова^а, Г. В. Арзамасцева^а

^аФрязинский филиал Института радиотехники и электроники им. В.А. Котельникова РАН
Россия, 141120 г. Фрязино Московской области, пл. Введенского 1

*e-mail: lisf@df.ru

Поступила в редакцию 07.03.2018 г.

Изучены особенности распространения связанных гибридных поперечных упругих волн в неоднородной по плотности микрополярной среде с пространственной дисперсией. Показано, что в области среды, соответствующей точке пересечения невозмущенных дисперсионных кривых упругих волн разного типа, может происходить эффективное преобразование волны смещения в волну поворота или наоборот.

Ключевые слова: гибридизация спектров, связанные волны, волны поворота, сдвиговые волны, микрополярные среды, преобразование типов волн, пространственная дисперсия

DOI: 10.1134/S0320791918060047

ВВЕДЕНИЕ

В настоящее время наблюдается заметная тенденция к расширению фронта теоретических и экспериментальных исследований многообразных процессов и явлений в конденсированных средах и линиях передачи, обусловленных взаимодействием, гибридизацией и преобразованием волн различного типа. Особое внимание при этом уделяется именно гибридизации, под которой понимаются эффекты, происходящие в окрестности точки пересечения “невозмущенных” дисперсионных кривых двух волн (точки кроссовера), где совпадают их фазовые скорости. Если эти волны имеют общие компоненты амплитуд переменных, то вблизи точки кроссовера происходит расщепление этих дисперсионных кривых и их “склеивание” с формированием участков “возмущенных” дисперсионных кривых, соответствующих преобразованию одной волны в другую [1, 2].

Интерес к явлениям такого рода, возникший в середине прошлого века и обусловленный в основном успехами в разработке и реализации средств генерирования, передачи и трансформации электромагнитных волн СВЧ-диапазона (см., напр., [3, 4]), не ослабевает и поныне. Значительный дополнительный импульс развитию теории связанных волн придало появление волоконной и интегральной оптики. За первыми работами по проблеме [5–8] последовали многочисленные публикации других авторов, в том числе и монографии (см. напр. [9–11]). Современный

взгляд на проблему и обширная библиография приведены в монографии [12].

Результаты выполненных к настоящему времени экспериментов на различных волноведущих структурах показывают, что гибридизация волн в таких объектах обладает довольно интересными особенностями. При исследовании взаимодействия акустических волн нулевого и высших порядков в пластинах ниобата лития было обнаружено, что гибридизация происходит только при электрическом закорачивании одной поверхности пластины (другая поверхность свободна) или при небольшом отклонении направления распространения волн от осей симметрии [13]. В лангасите и германате висмута наблюдалось влияние внешнего электрического поля на эффект гибридизации акустических волн [14]. Число таких примеров легко может быть умножено.

Наличие волноведущих структур не является необходимым условием гибридизации волн. Более того, такое явление может существовать в безграничных конденсированных средах за счет связей между электрической, магнитной и упругой подсистемами. Наиболее известным примером этого могут служить так называемые магнитоупругие волны в магнитоупорядоченных средах, возникающие из-за гибридизации спиновых и упругих волн. Теоретический анализ этого явления впервые был выполнен Туровым и Ирхиным для ферромагнетиков в 1956 г. [15] (см. также [16, 17]); первые эксперименты, подтверждающие выводы теории, были выполнены авторами работ [18–20]. Примерно в это же время было показано, что в

магнетиках связанными являются также электромагнитные и спиновые волны [21]. Позже авторы серии работ [22–24] установили, что, используя гибридизацию спектров элементарных возбуждений, в неоднородном магнитном поле электромагнитные волны могут достаточно эффективно возбуждать длинноволновые магноны, которые затем могут быть преобразованы в коротковолновые, то есть в спиновые волны. В свою очередь эти волны при дальнейшем распространении в неоднородном магнитном поле могут трансформироваться в упругие.

Сравнительно недавно семейство сред, в которых существуют связанные волны, пополнилось за счет микрополярных сред, называемых также континуумами Коссера [25], упругие свойства которых описываются тензором изгиба–кручения и асимметричным тензором деформаций. Историческая справка о развитии исследований по обсуждаемой проблеме приведена в [26], а подробное описание теории для наиболее распространенных моделей и экспериментальные данные о некоторых параметрах таких сред можно найти в работах [27, 28] и [29, 30] соответственно.

Неклассические теории упругости нашли многочисленные приложения в механике, физике конденсированных сред и различных областях техники. К физическим объектам ее применимости относятся кристаллы с дефектами (в том числе с дислокациями и дисклинациями), спиновые и дипольные стекла, жидкие кристаллы, биоматериалы (например, костная ткань), наноматериалы, геоматериалы и др. [31]. Исследование волновых процессов в микрополярных средах и изучение возможности их практического применения охватывает самые разнообразные направления, относящиеся к поверхностным акустическим волнам [32], упругим колебаниям пластин и оболочек [33, 34], к сегнетоэлектрическим и поперечно-изотропным средам [35, 36], идентификации нанокристаллических сред с помощью акустической спектроскопии [37] и т.д.

В континуумах Коссера из-за связи между смещениями и поворотами соответствующие им поперечные упругие волны не являются независимыми, и закон дисперсии для них в безграничной среде описывается единым уравнением

$$(\omega^2 - v_{dt}^2 k^2)(\omega^2 - \omega_0^2 - v_{rt}^2 k^2) - ck^2 = 0, \quad (1)$$

где ω и k – частота и волновое число, c – коэффициент связи между волнами смещений и поворотов, имеющими при $c = 0$ фазовые скорости v_{dt} и v_{rt} соответственно, ω_0 – частота активации для волн поворота [27, 28].

Решение уравнения (1), при выводе которого не учитывалась пространственная дисперсия, дает для зависимости $\omega(k)$ две ветви – нижнюю и

верхнюю, которые друг с другом не пересекаются. Гибридизация в этом случае носит слабо выраженный характер и проявляется лишь в том, что деформация среды при распространении волн поворотов содержит небольшую сдвиговую компоненту, а распространение сдвиговых волн сопровождается малыми поворотами.

ВЛИЯНИЕ ПРОСТРАНСТВЕННОЙ ДИСПЕРСИИ НА ЗАКОН ДИСПЕРСИИ ГИБРИДНЫХ ПОПЕРЕЧНЫХ УПРУГИХ ВОЛН

С учетом влияния пространственной дисперсии на распространение упругих волн уравнение (1) видоизменяется следующим образом [15]:

$$\begin{aligned} & \left[\omega^2 - (v_{dt}^2 + v_{dtk}^2) k^2 \right] \times \\ & \times \left[\omega^2 - \omega_0^2 - (v_{rt}^2 + v_{rtk}^2) k^2 \right] - c_0 k^2 = 0, \end{aligned} \quad (2)$$

где v_{rtk}^2 и v_{dtk}^2 – пропорциональные k^2 поправки к квадратам поперечных скоростей волн смещения и поворота, а $c_0 = C + C'k^2 + C''k^4$ – модифицированный коэффициент связи между волнами.

Явные выражения для введенных выше в (1) и (2) переменных через феноменологические константы в используемом в [38] разложении термодинамического потенциала не приводятся, поскольку далее нас будет интересовать лишь характер зависимости таких переменных от плотности микрополярной среды ρ . Расчет показывает, что в рассматриваемом случае величины $v_{dt}^2, v_{rt}^2, v_{rtk}^2, v_{dtk}^2$ и ω_0^2 обратно пропорциональны ρ , а величины c_0, C, C' и C'' обратно пропорциональны ρ^2 [38].

Вводя для упрощения дальнейшего изложения не зависящие от k положительные величины $A = v_{dt}^2, A' = v_{dtk}^2/k^2, B = v_{rt}^2, B' = v_{rtk}^2/k^2$ и пренебрегая дисперсией коэффициента связи, то есть полагая $c_0 = C$, получаем следующие выражения для корней уравнения (2):

$$\omega_{1,2}^2 = Q_1 \pm \sqrt{Q_1^2 - Q_2},$$

где

$$Q_1 = \frac{1}{2} \left[\omega_0^2 + (A + B)k^2 + (A' + B')k^4 \right],$$

$$Q_2 = \left[(A\omega_0^2 - C) + (AB + A'\omega_0^2)k^2 + (AB' + A'B)k^4 + A'B'k^6 \right] k^2.$$

Положение точек кроссовера при $C = 0$, то есть точек пересечения невозмущенных дисперсионных кривых, когда

$$\omega_1^2 = \omega_0^2 + (v_{rt}^2 + v_{rtk}^2)k^2 = \omega_0^2 + (B + B'k^2)k^2,$$

$$\omega_2^2 = (v_{dt}^2 + v_{dtk}^2)k^2 = (A + A'k^2)k^2,$$

соответствует следующим (не зависящим от ρ) значениям квадратов волновых чисел:

$$k_{1,2}^2 = \frac{1}{2(B' - A')} \times \left[(A - B) \pm \sqrt{(A - B)^2 - 4(B' - A')\omega_0^2} \right],$$

которые должны быть вещественными и положительными. Это достигается при $A > B$ и $A' < B'$ (то есть, при $v_{dt} > v_{rt}$ и $v_{dtk} < v_{rtk}$) и $\omega_0^2 < \omega_c^2$, где

$$\omega_c^2 = \frac{(A - B)^2}{4(B' - A')} = \frac{(v_{dt} - v_{rt})^2}{4(v_{rtk} - v_{dtk})}.$$

При $\omega < \omega_c$ существуют две точки пересечения, которые сливаются в одну при $\omega = \omega_c$; при $\omega > \omega_c$ ветви не пересекаются, как показано на рис. 1. При наличии связи происходит гибридизация волн – см. рис. 2.

ПРЕОБРАЗОВАНИЕ СДВИГОВОЙ ВОЛНЫ В ВОЛНУ ПОВОРОТА В СРЕДЕ С МОНОТОННЫМ ИЗМЕНЕНИЕМ ПЛОТНОСТИ

На рис. 3а показан общий вид графика “локальных” дисперсионных кривых для поперечных волн в областях среды с плотностями, различающимися в два раза, а на рис. 3б – часть этого графика в более крупном масштабе для иллюстрации процесса трансформации волны смещения в волну поворота. Пунктирная линия на рис. 3б указывает выбранную рабочую частоту; точками помечены значение k исходной сдвиговой волны и значение k волны поворота после трансформации. Очевидно, что преобразование одной волны в другую происходит в области между двумя точками кроссовера невозмущенных дисперсионных кривых. На всех рисунках для ω и k использованы произвольные единицы, поскольку значения необходимых упругих констант для всех ранее изученных реальных сред неизвестны [29, 30].

Если изменение волновых чисел связанных волн $k_{1,2}(\rho)$ в среде с градиентом плотности $\rho(x)$ происходит достаточно медленно, удовлетворяя условию $dk_{1,2}/dx \ll k_{1,2}^2$, то для расчета коэффициента преобразования можно использовать метод Вентцеля–Крамерса–Бриллюэна, то есть адиабатическое приближение (см., напр., [39]). Такой подход был использован авторами работ [22–24]

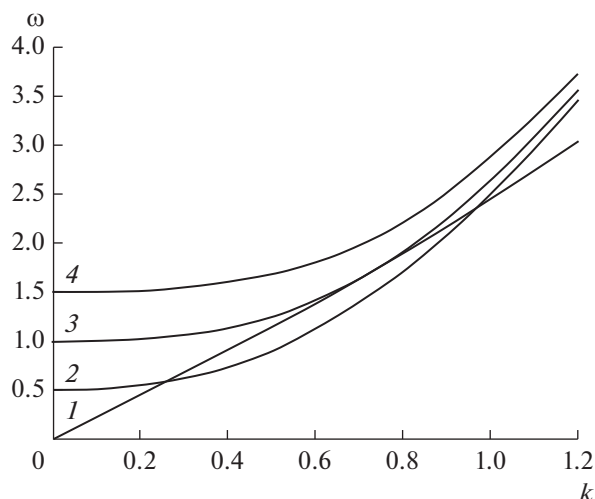


Рис. 1. Дисперсионные кривые (при $A = 5, A' = 1, B = 1, B' = 5, \omega_c = 1$) для несвязанных поперечных волн смещения (кривая 1) и волн поворота (2, 3 и 4 при $\omega_0 = 0.5, 1.0$ и 1.5 соответственно).

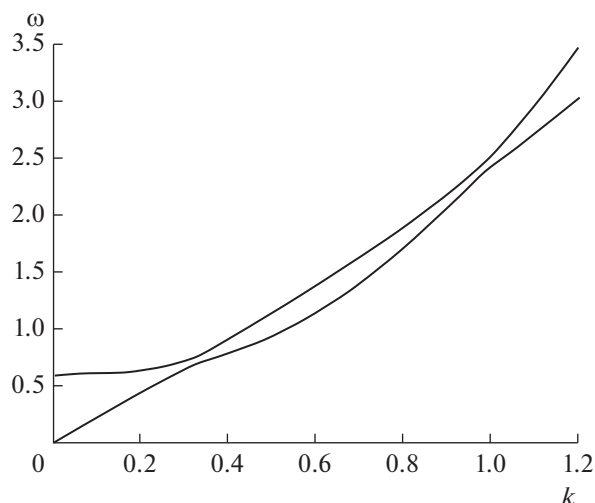


Рис. 2. Дисперсионные кривые при $A = 5, A' = 1, B = 1, B' = 5, \omega_c = 1, \omega_0 = 0.5$ и $c_0 = 0.05$ для связанных гибридных поперечных волн.

для анализа преобразования различных типов волн в магнетиках в неоднородном внутреннем поле. Поскольку рассмотренные в этих работах процессы описываются волновыми уравнениями, по форме сходными с уравнениями, относящимися к нашему случаю, основные закономерности преобразования различных типов волн в обоих случаях также не будут различаться.

По аналогии с выводами, полученными в [24], можно утверждать следующее. Преобразование сдвиговой волны в волну поворота происходит в

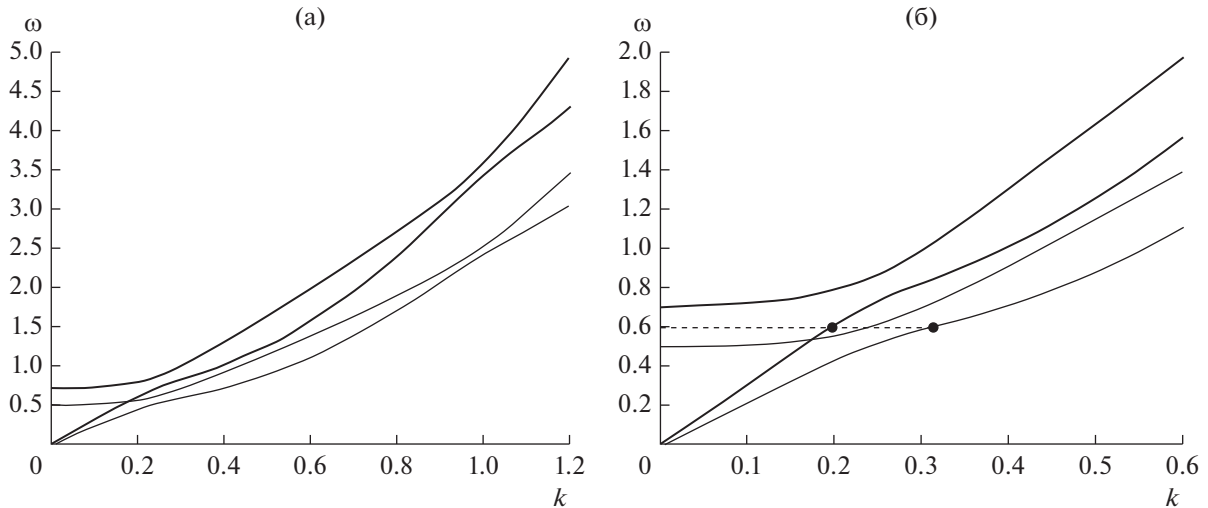


Рис. 3. Локальные дисперсионные кривые для связанных гибридных поперечных волн в области неоднородной микрополярной среды с параметрами $A = 5, A' = 1, B = 1, B' = 5, \omega_c = 1, \omega_0 = 0.5, c_0 = 0.05$ (жирные линии) и в области с параметрами $A = 10, A' = 2, B = 2, B' = 10, \omega_c = \sqrt{2}, \omega_0 = 0.5\sqrt{2}, c_0 = 0.2$ (тонкие линии). (а) Общий вид, (б) часть графика (а) в более крупном масштабе.

области кроссовера, где совпадают их волновые числа при $C = 0$, а коэффициент преобразования η_{dr} в основном определяется значением $\rho' = d\rho/dx$ в этой области. Существует некоторая критическая величина ρ'_{cr} , зависящая от параметров среды и коэффициента связи между волнами, причем при $\rho' \gg \rho'_{cr}$ коэффициент преобразования мал и определяется выражением $\eta_{dr} \approx \rho'_{cr}/\rho'$; при $\rho' \ll \rho'_{cr}$ коэффициент преобразования асимптотически стремится к единице по закону $\eta_{dr} \approx 1 - q \exp(-\rho'_{cr}/\rho')$, где q — численный коэффициент, зависящий от конкретного вида зависимости $\rho(x)$. Преобразование сопровождается возникновением отраженной волны, амплитуда которой возрастает с увеличением ρ' .

ЗАКЛЮЧЕНИЕ

Выполненный анализ показывает, что в микрополярной среде с монотонным изменением плотности возможно эффективное взаимное преобразование поперечных упругих волн смещения и волн поворота, обладающих пространственной дисперсией. Идеальной средой для наблюдения описанного явления могут служить искусственные микрополярные среды, например, эпоксидные композиты с алюминиевой дробью [29, 30], которые позволяют легко реализовать необходимый профиль изменения массовой плотности ρ . Заметим, что сильное взаимодействие поперечных упругих волн смещения и волн поворота может

происходить не только за счет градиента ρ , но и за счет градиента плотности момента инерции J .

Авторы выражают благодарность О.А. Бышевскому-Конопко за помощь в работе и полезные советы.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. *Лифшиц Е.М., Питаевский Л.П.* Физическая кинетика. М.: Физматлит, 2002. 536 с.
2. *Рабинович М.И., Трубецков Д.И.* Введение в теорию колебаний и волн. Ижевск: НИЦ “Регулярная и хаотическая динамика”, 2000. 560 с.
3. *Miller S.E.* Coupled wave theory and waveguide applications // *Bell Syst. Tech. J.* 1954. V. 33. № 3. P. 661–718.
4. *Pierce J.R.* Coupling of modes of propagation // *J. Appl. Phys.* 1954. V. 25. № 2. P. 179–183.
5. *Snyder A.W.* Coupling of modes on a tapered dielectric cylinder // *IEEE Trans. Microwave Theory Tech.* 1970. V. MTT-18. № 7. P. 383–392.
6. *Snyder A.W.* Coupled-mode theory for optical fibers // *J. Opt. Soc. Am.* 1972. V. 62. № 11. P. 1267–1277.
7. *Marcuse D.* The coupling of degenerate modes in two parallel dielectric waveguides // *Bell Syst. Tech. J.* 1971. V. 50. № 6. P. 1791–1816.
8. *Yariv A.* Coupled-mode theory for guided-wave optics // *IEEE J. Quantum. Electron.* 1973. V. QE-9. № 9. P. 919–933.
9. *Ярив А.* Введение в оптическую электронику. М.: Высшая школа, 1983. 401 с.
10. *Снайдер А., Лав Дж.* Теория оптических волноводов. М.: Радио и связь, 1987. 656 с.
11. *Ярив А., Юх П.* Оптические волны в кристаллах. М.: Мир, 1987. 616 с.

12. Барыбин А.А. Электродинамика волноведущих структур. Теория возбуждения и связи волн. М.: Физматлит, 2007. 512 с.
13. Кузнецова И.Е., Зайцев Б.Д., Теплых А.А., Бородин И.А. Особенности “гибридизации” акустических волн в пьезоэлектрических пластинах // Акуст. журн. 2007. Т. 53. № 1. С. 73–79.
14. Бурков С.И., Золотова О.П., Сорокин Б.П., Александров К.С. Влияние внешнего электрического поля на характеристики волны Лэмба в пьезоэлектрической пластине // Акуст. журн. 2010. Т. 56. № 5. С. 606–612.
15. Туров Е.А., Ирхин Ю.П. О спектре колебаний ферромагнитной упругой среды // ФММ. 1956. Т. 3. № 1. С. 15–17.
16. Ахиезер А.И., Барьяхтар В.Г., Пелетминский С.В. Связанные магнитоупругие волны в ферромагнетиках и ферроакустический резонанс // ЖЭТФ. 1958. Т. 35. № 7. С. 228–239.
17. Kittel C. Interaction of spin waves and ultrasonic waves in ferromagnetic crystals // Phys. Rev. 1958. V. 110. № 4. P. 836–841.
18. Spencer E.G., LeCraw R. Magnetoacoustic resonance in yttrium iron garnet // Phys. Rev. Lett. 1958. V. 1. № 7. P. 241–243.
19. Matthews H., LeCraw R. Acoustic wave rotation by magnon–phonon interaction // Phys. Rev. Lett. 1962. V. 8. № 10. P. 397–399.
20. Lüthi B. Ferro-acoustic resonance in yttrium iron garnet // Phys. Lett. 1963. V. 3. № 6. P. 285–287.
21. Auld B.A. Walker modes in large ferrite samples // J. Appl. Phys. 1960. V. 31. № 9. P. 1642–1647.
22. Schlömann E. Generation of spin waves in nonuniform magnetic fields. I. Conversion of electromagnetic power into spin-wave power and vice versa // J. Appl. Phys. 1964. V. 35. № 1. P. 159–166.
23. Schlömann E., Joseph R.I. Generation of spin waves in nonuniform dc magnetic fields. II. Calculation of the coupling length // J. Appl. Phys. 1964. V. 35. № 1. P. 167–170.
24. Schlömann E., Joseph R.I. Generation of spin waves in nonuniform magnetic fields. III. Magnetoelastic interaction // J. Appl. Phys. 1964. V. 35. № 8. P. 1642–1647.
25. Cossérat E., Cossérat F. Théorie des Corps Déformables. Paris. Hermann et Fils. 1909. 226 P.
26. Ерофеев В.И. Братья Коссера и механика обобщенных континуумов // Вычислительная механика сплошных сред. 2009. Т. 2. № 4. С. 5–10.
27. Nowacki W. Theory of asymmetric elasticity. Oxford: Pergamon Press, 1986. 381 p.
28. Eringen A.C. Microcontinuum field theories: 1. Foundations and solids. New York: Springer, 1999. 324 p.
29. Gauthier R.D., Jahsman N.E. A quest for micropolar elastic constants // J. Appl. Mech. 1981.V. 33. № 5. P. 717–737.
30. Kumar R., Choudhary S. Mechanical sources in orthotropic micropolar continua // Proc. Indian. Acad. Sci. (Earth Planet Sci.) 2002. V. 111. № 2. P. 133–141.
31. Forest S. Cossérat Media: in Encyclopedia of Materials Science and Technology. Amsterdam: Elsevier, 2001. P. 1715–1718.
32. Кулеш М.А., Матвеев В.П., Шардаков И.Н. О распространении упругих поверхностных волн в среде Коссера // Акуст. журн. 2006. Т. 52. № 2. С. 227–235.
33. Саркисян С.О., Саркисян А.А. Общая динамическая теория микрополярных упругих тонких пластин со свободным вращением и особенности их свободных колебаний // Акуст. журн. 2011. Т. 57. № 4. С. 461–469.
34. Саркисян С.О., Саркисян А.А. Модель колебаний микрополярных тонких оболочек // Акуст. журн. 2013. Т. 59. № 2. С. 170–181.
35. Romeo M. Acoustic waves in micropolar elastic ferroelectrics // Mechanics Research Communications. 2015. V. 63. P. 33–38.
36. Abbas I.A., Kumar R. Interaction due to a mechanical source in transversely isotropic micropolar media // J. Vibration and Control. 2014. V. 20. № 11. P. 1663–1670.
37. Потапов А.И., Павлов И.С., Лисина С.А. Идентификация нанокристаллических сред методами акустической спектроскопии // Акуст. журн. 2010. Т. 56. № 4. С. 558–567.
38. Кабыченков А.Ф., Лисовский Ф.В. Нелокальная эластомагнитоэлектростатика неупорядоченных микрополярных сред // ЖЭТФ. 2016. Т. 150. № 8. С. 293–305.
39. Мигдал А.Б. Качественные методы в квантовой теории. М.: Наука, 1975. 236 с.