

УДК 534.2

ЧИСЛЕННОЕ МОДЕЛИРОВАНИЕ НЕЛИНЕЙНОГО ПАРАБОЛИЧЕСКОГО УРАВНЕНИЯ ДЛЯ АНАЛИЗА СТАТИСТИКИ ВОСПРИНИМАЕМОГО УРОВНЯ ШУМА ВОЛНЫ ЗВУКОВОГО УДАРА ПОСЛЕ ПРОХОЖДЕНИЯ ТУРБУЛЕНТНОГО СЛОЯ АТМОСФЕРЫ

© 2021 г. П. В. Юлдашев^{а, *}, М. М. Карзова^{а, **}, В. А. Хохлова^{а, ***}, Ф. Блан-Бенон^{б, ****}

^аМосковский государственный университет имени М.В. Ломоносова, физический факультет, Ленинские горы 1, Москва, 119991 Россия

^бВысшая инженерная школа Лиона, Ги де Коллонг 36, Экюлли, 69134 Франция

*e-mail: petr@acs366.phys.msu.ru

**e-mail: masha@acs366.phys.msu.ru

***e-mail: vera@acs366.phys.msu.ru

****e-mail: philippe.blanc-benon@ec-lyon.fr

Поступила в редакцию 21.04.2020 г.

После доработки 31.08.2020 г.

Принята к публикации 08.09.2020 г.

На основе численных решений нелинейного параболического уравнения типа ХЗК в двумерной геометрии для неоднородной движущейся среды с релаксацией исследовано распространение волны звукового удара в приземном турбулентном слое атмосферы, представленном моделью однородной изотропной турбулентности. Исследованы зависимости среднего значения, стандартного отклонения и кумулятивных вероятностей амплитуды волны, крутизны ударного фронта и метрики субъективного восприятия импульсного шума Perceived Loudness Mark VII от расстояния, пройденного волной в слое, и от ее начальной амплитуды.

Ключевые слова: волна звукового удара, уравнение ХЗК, турбулентность, громкость импульсного шума

DOI: 10.31857/S0320791921010068

I. ВВЕДЕНИЕ

Исследования по проблеме звукового удара насчитывают более 60 лет [1]. Звуковой удар представляет собой импульсное акустическое возмущение с ударным фронтом, генерируемое сверхзвуковым самолетом и распространяющееся в виде конуса Маха до поверхности земли [2]. Классический профиль волны звукового удара напоминает форму латинской буквы *N* и традиционно называется *N*-волной [3]. Такая ударная волна воспринимается населением как чрезвычайно резкий и раздражающий импульсный шум [4]. Это основная причина, по которой полет гражданских самолетов в сверхзвуковом режиме над населенными территориями был запрещен [5]. В последнее десятилетие активность проводимых исследований по проблеме звукового удара связана с планами по созданию пассажирских сверхзвуковых самолетов бизнес класса, размер которых примерно в два раза меньше, чем у сверхзвукового лайнера “Конкорд” [5–7]. Здесь основные усилия направлены на оптимизацию

формы фюзеляжа самолета с целью модификации результирующего профиля волны и минимизации создаваемого ею импульсного шумового воздействия [8–10]. Хотя усилия по минимизации воздействия волны звукового удара предпринимались с самого начала освоения сверхзвуковых полетов [1, 5], существенный прогресс в этой области связан с развитием методов вычислительной аэродинамики и ростом вычислительных мощностей компьютеров [11].

Результирующий профиль давления у поверхности земли определяется не только аэродинамическим процессом генерации ударной волны самолетом. На заключительном участке траектории распространения с высоты полета самолета до земли волна звукового удара проходит через приземный турбулентный слой атмосферы, толщина которого может достигать 1–2 км [12]. За счет наклонного падения волны в виде конуса Маха на землю и за счет рефракции в стратифицированной атмосфере путь, проходимый ударной волной в приземном турбулентном слое, может быть

в несколько раз больше, чем его толщина [13]. Акустические неоднородности, вызванные случайными флуктуациями скорости ветра и температуры в неустойчивой атмосфере, приводят к возникновению случайных фокусировок и дефокусировок [14, 15]. В результате звуковое поле приобретает сложную случайную пространственно-временную структуру. Эффекты, связанные с прохождением турбулентного слоя, многократно наблюдались в натуральных условиях [13, 16, 17], а также широко исследовались в модельных экспериментах в лабораторных условиях [18–20]. Было показано, что с увеличением толщины турбулентного слоя и с усилением флуктуаций скорости звука стандартное отклонение амплитуды ударной волны растет до определенного предела. При этом ширина ударного фронта в среднем также увеличивается по сравнению со значениями, полученными в однородной среде.

Для более тонкого анализа процессов, происходящих при распространении ударной волны через турбулентный слой, проводились численные эксперименты на основе различных теоретических моделей [10, 21–32]. Ранее широко использовались методы геометрической акустики неоднородных сред [10, 21–25]. Для учета дифракции применялись различные однонаправленные волновые уравнения, среди которых в основном использовалось нелинейное параболическое уравнение типа Хохлова–Заболотской–Кузнецова (ХЗК) с учетом векторных и скалярных неоднородностей и релаксационного механизма поглощения [26–30]. Были также разработаны и более сложные широкоугольные параболические модели [31, 32], пока не получившие широкого распространения. В основном в этих теоретических работах исследовалась статистика амплитуды волны, ширины ударного фронта, а также его крутизны в зависимости от параметров исходной волны звукового удара и пройденного расстояния в турбулентном слое. Показано, что амплитуда волны может с вероятностью порядка нескольких процентов увеличиваться в два и более раз относительно номинального уровня [27–30]. Рассеяние на турбулентных неоднородностях в основном приводит к размытию ударного фронта, которое частично может быть скомпенсировано за счет нелинейных эффектов [30].

С точки зрения нормативов по уровню шума важны не сами физические характеристики ударного импульса на поверхности земли, а его субъективное восприятие [17, 33]. Из психоакустических исследований известно, что в основном за уровень воспринимаемого шума ответственны амплитуда и ширина ударного фронта волны звукового удара [34]. Для его оценки могут применяться различные метрики, большинство из которых рассчитываются на основе спектральной

мощности профиля волны [35]. Одной из часто применяемых метрик воспринимаемого уровня шума от звукового удара является Perceived Loudness Mark VII (сокращенно PL) [36–38], которая хорошо коррелирует с субъективным уровнем оценки громкости [35] и де-факто стала стандартной в этой области исследований [38].

Работы, в которых оценивалось бы влияние турбулентности на воспринимаемый уровень шума от звукового удара, сравнительно немногочисленны [29, 39], и в этом направлении исследований еще много неясного. С другой стороны, оценка разброса уровня шума крайне важна для регуляторных органов [4]. Поэтому целью данной работы стало теоретическое исследование статистики PL метрики громкости N -волны после прохождения турбулентного слоя и сравнение ее с более исследованной статистикой амплитуды волны и крутизны ударного фронта. Для этого в работе используется теоретическая модель на основе нелинейного параболического уравнения для неоднородной движущейся среды [26–30]. В результате решения данного уравнения с помощью методов численного моделирования были получены профили N -волны, искаженные случайным образом за счет рефракции на неоднородностях скорости ветра в однородной изотропной турбулентности. Рассчитанные для каждого профиля значения PL метрики, амплитуды и крутизны ударного фронта анализировались статистически для N -волн различной амплитуды и на различных расстояниях в глубине турбулентного слоя.

II. ТЕОРЕТИЧЕСКИЙ МЕТОД

A. Нелинейное параболическое уравнение в неоднородной движущейся среде

Для расчета звукового поля при прохождении N -волной турбулентного слоя в работе использовалось нелинейное параболическое уравнение типа ХЗК для неоднородной движущейся среды в двумерной геометрии [26]:

$$\frac{\partial p}{\partial z} = \frac{c_0}{2} \int_{-\infty}^{\tau} \frac{\partial^2 p}{\partial x^2} d\tau' - \frac{n^2 - 1}{2c_0} \frac{\partial p}{\partial \tau} + \frac{u_{0z}}{c_0^2} \frac{\partial p}{\partial \tau} + \frac{u_{0x}}{c_0} \frac{\partial p}{\partial x} + \frac{\varepsilon}{\rho_0 c_0^3} p \frac{\partial p}{\partial \tau} + \frac{\delta}{2c_0^3} \frac{\partial^2 p}{\partial \tau^2} + L_{\text{relax}}(p). \quad (1)$$

Здесь p — акустическое давление, z — продольная координата вдоль основного направления распространения волны, x — поперечная координата, t — время, c_0 и ρ_0 — скорость звука и плотность воздуха, $\tau = z - t/c_0$ — время в бегущей системе координат, τ' — вспомогательная переменная интегрирования, u_{0z} и u_{0x} — продольная и поперечная составляющие вектора скорости ветра \mathbf{u} , δ и ε — коэффициенты термовязкого поглощения и не-

линейности в воздухе, соответственно, $n = c_0/c$ – показатель преломления для скалярных неоднородностей.

Слагаемые в правой части уравнения в порядке следования описывают физические эффекты, связанные с дифракцией, скалярными неоднородностями, конвекцией волны вдоль продольного и поперечного направлений, акустической нелинейностью и термовязким поглощением. Последнее слагаемое в уравнении, представляющее собой интегро-дифференциальный оператор

$$L_{\text{relax}}(p) = \sum_j d_j \frac{\partial}{\partial \tau} \int_{-\infty}^{\tau} \exp\left(-\frac{\tau - \tau'}{\tau_j}\right) \frac{\partial p}{\partial \tau'} d\tau', \quad (2)$$

учитывает поглощение и дисперсию, вызванные релаксационными процессами при возбуждении колебательных степеней свободы молекул азота и кислорода ($J = 2$) [40]. Релаксационный процесс с индексом j характеризуется разностью между скоростью звука в неравновесном и равновесном состояниях $\Delta c_j = d_j c_0^2$ и временем релаксации τ_j . Для упрощения в уравнении опущены слагаемые, связанные с неоднородностями плотности среды, т.к. они оказывают слабое влияние на акустическое поле на фоне рефракционных эффектов неоднородной среды. Уравнение получено с точностью до первого порядка по числу Маха для скорости ветра $M = |u|/c_0$, которое для приземного турбулентного слоя составляет порядка 10^{-2} . Акустическое число Маха также предполагается малым и для волн звукового удара обычно меньше 10^{-3} . Уравнение справедливо при малости углов дифракции относительно исходного направления распространения волны (обычно не больше 15°) и при плавности и малости флуктуаций параметров неоднородностей.

Б. Параметры среды и модель однородной изотропной турбулентности

Акустические параметры воздуха были рассчитаны при температуре 20°C , относительной влажности 25% и давлении 10^5 Па и составили $c_0 = 343.8$ м/с, $\rho_0 = 1.18$ кг/м³, $\varepsilon = 1.2$, $\delta = 3.85 \times 10^{-5}$ м²/с. Параметры релаксационных процессов для молекул азота и кислорода составили: $\Delta c_1 = 0.1204$ м/с, $\tau_1 = 9.6$ мкс (кислород), $\Delta c_2 = 0.0219$ м/с, $\tau_2 = 753.7$ мкс (азот) [40].

Неоднородности приземного слоя атмосферы создавались на основе модели кинематической двумерной однородной изотропной турбулентно-

сти с энергетическим спектром Кармановского типа [41]:

$$E(K) = \frac{511}{36} \frac{\langle u_{0z}^2 \rangle}{c_0^2} \frac{K^3 \exp(-K^2/K_m^2)}{L_0^{5/3} (K^2 + K_0^2)^{17/6}}. \quad (3)$$

Здесь модуль пространственного волнового числа $K = \sqrt{K_x^2 + K_z^2}$, K_x и K_z – поперечное и продольное пространственные волновые числа, соответственно, $L_0 = 100$ м – внешний масштаб турбулентности, соответствующий турбулентным флуктуациям наиболее крупного масштаба, $K_0 = 1/L_0$, $l_0 = 0.01$ м – внутренний или Колмогоровский масштаб турбулентности, $K_m = 5.92/l_0$, $\sqrt{\langle u_{0z}^2 \rangle}$ – среднеквадратичная скорость турбулентных пульсаций продольной составляющей ветра. Значение $\sqrt{\langle u_{0z}^2 \rangle}$ было выбрано равным 1.7 м/с, что соответствует условиям сильной турбулентности, характерной для жарких пустынь в теплое время года [29]. Среднеквадратичное значение флуктуаций эффективного показателя преломления $\sqrt{\langle u_{0z}^2 \rangle}/c_0$ при этом составляет 0.5%. Вблизи границ расчетной области поле неоднородностей плавно занулялось на участках протяженностью 200 м с каждой стороны, чтобы избежать рассеяния поля в сторону границ и последующих отражений. Турбулентное поле меняется гораздо медленнее, чем характерное время прохождения волны, поэтому поле флуктуаций ветра считается “замороженным”, т.е. не меняющимся во времени.

Случайные реализации продольной и поперечной компонент скорости ветра u_z и u_x генерировались при помощи метода случайных Фурье мод [27]. Количество мод было выбрано равным 10000, а их пространственные волновые числа были распределены в интервале от 0.314×10^{-4} до 94.2 м⁻¹ в соответствии с логарифмическим законом [30].

Скалярные неоднородности, связанные с флуктуациями температуры, не учитывались, и в уравнении (1) показатель преломления n полагался равным единице.

В. Начальное волновое поле

В качестве начального акустического поля на входе в турбулентный слой была выбрана плоская волна с классическим профилем в виде симметричной N -волны (рис. 1). Длительность волны от переднего до заднего ударного фронта задавалась равной $2T_0 = 200$ мс. Для исследования влияния нелинейных эффектов были выбраны три уровня амплитуды волны p_0 : 10, 20 и 40 Па. Первый уровень соответствует малоразмерному самолету бизнес класса [5], последний ближе к уровню зву-

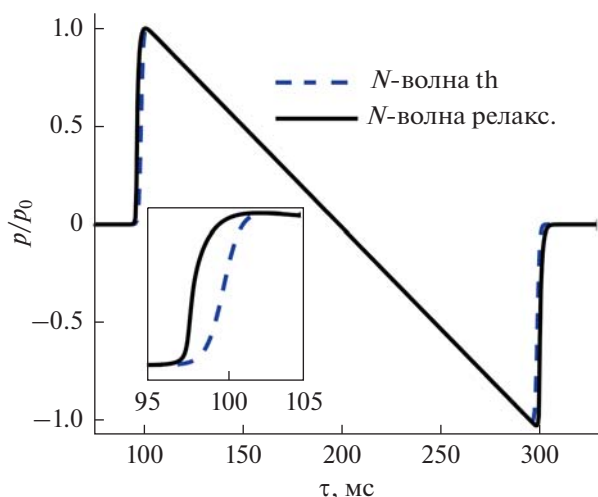


Рис. 1. Начальный профиль симметричной N -волны со структурой ударного фронта, характерной для среды с термовязким поглощением (штриховая линия), и профиль после его распространения на расстояние 6 км в однородной атмосфере с учетом релаксационных и нелинейных эффектов (сплошная линия). Профили давления нормированы на начальную амплитуду $p_0 = 20$ Па. Отличия в структуре ударного фронта между двумя профилями показаны на вставке рисунка.

кового удара от полноразмерных самолетов “Конкорд” и Ту-144 [42]. В данной работе акустическое давление дается без учета отражения от поверхности земли, которое обычно приводит к удвоению амплитуды.

Большое влияние на изменение количественных параметров ударной волны при ее распространении в турбулентной среде оказывает исходная ширина ударного фронта τ_{sh} , которая обычно определяется как время нарастания давления на фронте от 10 до 90% от пикового давления [17, 18, 34]. Так, при линейной фокусировке волны в каустике ее профиль пропорционален производной по времени от профиля падающей волны. Поэтому чем меньше ширина ударного фронта, тем больше будет производная и тем больше возрастет амплитуда волны в фокусе [15, 27].

Обычно профиль симметричной N -волны задается на основе функции, в которой гиперболический тангенс используется для обеспечения заданной ширины ударного фронта [28]:

$$p(\tau) = p_0 \frac{\tau}{2T_0} \left[-\operatorname{th} \left(\frac{\tau + T_0}{0.455\tau_{sh0}} \right) + \operatorname{th} \left(\frac{\tau - T_0}{0.455\tau_{sh0}} \right) \right]. \quad (4)$$

Здесь τ_{sh0} — задаваемое значение ширины фронта. В этом случае положительное и отрицательное пиковые давления N -волны одинаковы, передний и задний ударный фронты также имеют одинаковую структуру, которая характерна для сред с термовязким механизмом поглощения (рис. 1,

штриховая линия). В среде с релаксацией ударный фронт имеет более сложную структуру [43], поэтому для придания начальному профилю реалистичного вида использовалась следующая процедура. Сначала для заданных параметров среды моделировалось распространение одиночного ударного фронта плоской волны в виде ступеньки с заданной амплитудой p_0 , чтобы получить установившееся значение ширины фронта [44]. Для этого использовалась одномерная модель на основе обобщенного уравнения Бюргера с учетом релаксации, которая ранее применялась при рассмотрении ударных импульсов от искрового источника [45]. Затем полученные значения ширины установившегося фронта использовались для задания профиля N -волны посредством формулы (4).

На заключительном этапе рассчитывался профиль N -волны на расстоянии 6 км при помощи той же одномерной модели, чтобы начальная структура фронта в виде гиперболического тангенса преобразовалась к более реалистичному виду, определяемому релаксационными эффектами (рис. 1, сплошная линия). При этом амплитуда и длительность N -волны подбирались с помощью итерационной процедуры таким образом, чтобы итоговый начальный профиль, который затем распространялся в турбулентном слое, имел заданные значения p_0 и T_0 . Отметим, что изменения амплитуды и длительности волны, вносимые в основном за счет поглощения, составляли не более 3%, и было достаточно двух итераций для получения итоговых начальных значений.

На вставке рис. 1 показано отличие в структуре фронта между профилем, определенным согласно формуле (4), и профилем, полученным в среде с релаксацией для начальной амплитуды N -волны $p_0 = 20$ Па. В результате выполнения описанной выше процедуры были получены следующие значения ширины ударного фронта: $\tau_{sh} = 3.80$ мс для $p_0 = 10$ Па, $\tau_{sh} = 1.89$ мс для $p_0 = 20$ Па, $\tau_{sh} = 0.92$ мс для $p_0 = 40$ Па. Средняя крутизна фронта, рассчитанная между точками, по которым вычислялась его ширина, для указанных трех случаев составила: 2.1 Па/мс для $p_0 = 10$ Па, 8.5 Па/мс для $p_0 = 20$ Па, и 35 Па/мс для $p_0 = 40$ Па. Видно, что в выбранном диапазоне давлений p_0 ширина ударного фронта практически обратно пропорциональна амплитуде, а его крутизна пропорциональна квадрату амплитуды [30], хотя в общем случае при рассмотрении широкого диапазона амплитуд вплоть до нескольких сотен Па это не так [44].

Г. Численный алгоритм

Уравнение (1) решалось методом расщепления по физическим факторам, согласно которому на каждом шаге вдоль координаты z последовательно решаются упрощенные уравнения, в правой

части которых учитывается один или несколько операторов из правой части исходного уравнения. В данной работе операторы выделялись следующим образом:

$$\frac{\partial p}{\partial z} = \frac{c_0}{2} \int_{-\infty}^{\tau} \frac{\partial^2 p}{\partial x^2} d\tau', \quad (5)$$

$$\frac{\partial p}{\partial z} = \frac{u_{0z}}{c_0^2} \frac{\partial p}{\partial \tau}, \quad (6)$$

$$\frac{\partial p}{\partial z} = \frac{u_{0x}}{c_0} \frac{\partial p}{\partial x}, \quad (7)$$

$$\frac{\partial p}{\partial z} = \frac{\varepsilon}{\rho_0 c_0^3} p \frac{\partial p}{\partial \tau}, \quad (8)$$

$$\frac{\partial p}{\partial z} = \frac{\delta}{2c_0^3} \frac{\partial^2 p}{\partial \tau^2} + L_{\text{relax}}(p). \quad (9)$$

Дифракция (5) в параболическом приближении рассчитывалась во временном представлении с использованием схемы Кранка–Николсона [28–30]. На границах численной области применялись граничные условия в виде жесткой стенки. Конвекционный снос акустического поля вдоль продольного направления (6) рассчитывался в спектральном представлении на основе точного аналитического решения для каждой из временных гармоник профиля волны. Поперечный снос акустического поля (7) рассчитывался с использованием схемы Лакса–Вендрофа [26]. Нелинейные эффекты (8) рассчитывались с использованием схемы типа Годунова во временном представлении [28]. Термовязкое поглощение и релаксационные эффекты (9) рассчитывались на основе точного аналитического решения в спектральном представлении. Переход между временным и спектральным представлениями поля давления осуществлялся при помощи быстрого дискретного преобразования Фурье (БПФ), реализованного в библиотеке FFTW.

Шаги численной сетки вдоль продольного и поперечного направлений составили $\Delta z = 1$ м и $\Delta x = 0.2$ м, соответственно. Поскольку применялся метод расщепления по физическим факторам второго порядка точности [46], то реальный шаг операторов дифракции, конвекции и поглощения был равен $\Delta z/2 = 0.5$ м. Выбранный шаг временной сетки $\Delta t = 0.016$ мс позволил иметь более 60 точек на ударный фронт для случая с максимальной амплитудой начальной волны. Такой запас по частоте дискретизации сигнала был необходим ввиду возможного увеличения амплитуды волны более чем в два раза в каустиках с соответствующим уменьшением ширины ударного фронта. Длина временного окна составила 800 мс, что равно четырем длительностям начального профиля N -волны. Поперечный размер простран-

ственной области, равный 12800 м, был выбран с целью обеспечить достаточно длинные реализации параметров акустического поля, пригодные для статистического анализа. Вдоль продольной координаты расчет велся до расстояния $z_{\text{max}} = 2000$ м, которое соответствует длине траектории по вертикали от самолета до поверхности земли при наибольшей возможной ширине приземного турбулентного слоя.

Д. Расчет метрики PL Mark VII и крутизны фронта

Расчет метрики PL воспринимаемого уровня шума волны звукового удара проводился на основе упрощенного алгоритма, представленного в работах [37, 38]. Исходными данными для алгоритма является спектральная мощность сигнала в 42-х стандартных третьоктавных полосах от 1 до 12600 Гц. Для получения спектральной мощности сигнал длительностью 800 мс, полученный в расчетах, был дополнен нулями до длительности 1625 мс, что позволило увеличить спектральное разрешение до 0.8602 Гц. Затем в границах каждой третьоктавной полосы спектральная мощность интегрировалась с использованием метода трапеций. При этом, если границы третьоктавных полос не совпадали с дискретными частотами БПФ, то значения спектральной мощности в этих точках были получены с помощью метода линейной интерполяции. Далее по соответствующим 42-м спектральным мощностям E_f в третьоктавных полосах рассчитывались уровни звукового давления по формуле [37]:

$$L_p = 10 \lg(E_f / 0.07 p_h^2) - 3, \quad (10)$$

где $p_h = 20$ мкПа. Эти уровни давления далее приводились к эквивалентным уровням громкости в дБ относительно частоты 3150 Гц с использованием кривых равной громкости, согласно которым наибольшая чувствительность слуха приходится на интервал от 1 до 5 кГц [36–38]. По эквивалентным уровням громкости в децибелах рассчитывалась громкость в сонах и находилась максимальная громкость среди всех третьоктавных полос. Далее алгоритм рассчитывает результирующий интегральный параметр громкости в сонах, имитируя маскирующие особенности человеческого слуха: максимальная громкость по всем третьоктавным полосам учитывается с весом равным единице, а сумма громкостей по всем оставшимся полосам с весом, который зависит от максимальной громкости, и в случае звукового удара равным около 0.2. На последнем шаге результирующая громкость в сонах пересчитывается в децибелы. Тестирование алгоритма расчета PL проводилось путем сравнения результатов для профиля, оцифрованного с напечатанного рисунка из работы

[38]. Сравнение показало, что результаты отличаются менее чем на 0.2 дБ.

Для начальных профилей N -волны, используемых в данной работе, значения PL составили: 76.8 дБ для $p_0 = 10$ Па, 89.5 дБ для $p_0 = 20$ Па, и 101 дБ для $p_0 = 40$ Па. Видно, что с удвоением амплитуды N -волны субъективная громкость растет не на 6 дБ, как это было бы в случае синусоидального сигнала, а примерно в два раза больше — на 12.6 дБ между случаями с $p_0 = 10$ Па и $p_0 = 20$ Па, и на 11.5 дБ между случаями с $p_0 = 20$ Па и $p_0 = 40$ Па. Отличия в 12 дБ объясняется увеличением средней крутизны фронта в четыре раза при удвоении p_0 [47].

Максимальная крутизна профиля рассчитывалась по алгоритму, описанному в работе [30]. В указанном алгоритме сначала вычисляется производная профиля по времени. Далее ищется максимум производной по всему профилю, который, как правило, соответствует наиболее сильному и крутому ударному фронту, присутствующему в профиле. Затем слева и справа от максимума производной находятся точки, которые лежат по уровню 0.3679 от максимума. По точкам рассчитывается временной интервал, который принимается за ширину ударного фронта, а также перепад давления на фронте. Крутизна фронта определяется как отношение перепада давления на фронте к ширине фронта.

Заметим, что рассматриваемая в работе метрика PL была введена для оценки влияния в основном высокочастотных составляющих спектра волны звукового удара, ответственных за воспринимаемый уровень громкости. Было показано, что эта метрика предпочтительна для анализа волн звукового удара при нахождении человека на открытом воздухе [34, 35]. Проектирование нового поколения сверхзвуковых самолетов направлено на уменьшение характерных уровней PL-метрики за счет генерации ими модифицированной волны звукового удара (low boom) с более широким ударным фронтом и, соответственно, с меньшей составляющей энергии в области высоких частот. В то же время обсуждается необходимость введения дополнительных метрик для оценки восприятия низкочастотных составляющих модифицированного звукового удара человеком как вне помещений, так внутри них, включая грохот и вибрации от предметов и элементов конструкций [35, 39].

Е. Статистический анализ данных

На каждом шаге работы алгоритма вдоль оси z вычислялись все интересующие параметры акустического поля на всей ширине расчетной области вдоль оси x за исключением буферных зон вблизи ее краев: положительное пиковое давление (амплитуда) p_{\max} , крутизна ударного фронта

s_{\max} , и уровень шума PL. Все параметры нормировались на значения, полученные для тех же начальных данных при расчете распространения N -волны в однородной среде: p_{ref} , s_{ref} и PL_{ref} , соответственно. Полученные распределения нормированных параметров вдоль оси x использовались для расчета среднего значения, стандартного отклонения и гистограмм функций распределения. По гистограммам находились значения кумулятивной вероятности превышения параметром заданного порога.

Всего для каждого численного эксперимента с заданной амплитудой начального профиля N -волны использовались две независимых случайных реализации турбулентности шириной 11800 м каждая. Такой размер реализации соответствует поперечной длине расчетной области в 12800 м за вычетом 1000 м буферных зон по 500 м с каждой стороны. Статистические данные, полученные с каждой реализации из набора двух реализаций, объединялись.

III. РЕЗУЛЬТАТЫ И ОБСУЖДЕНИЕ

А. Пространственные распределения параметров N -волны

Примеры пространственных распределений модуля скорости ветра, амплитуды, крутизны фронта волны и метрики PL в области 2×2 км представлены на рис. 2. Скорость ветра нормирована на скорость звука (рис. 2а); амплитуда (рис. 2б), крутизна фронта (рис. 2в) и метрика PL (рис. 2г) нормированы на соответствующие значения, полученные при распространении N -волны в однородной среде (p_{ref} , s_{ref} и PL_{ref}). Все распределения параметров акустического поля в общих чертах похожи друг на друга: на них видно формирование случайных каустик различной интенсивности и на разных расстояниях в глубине турбулентного слоя. В каустиках, как правило, наблюдаются повышенные значения амплитуды, крутизны фронта и метрики PL. В областях между каустиками расположены области дефокусировок, где эти параметры имеют пониженные относительно номинала значения. Тем не менее, распределения отличаются в деталях. Например, на распределениях крутизны фронта и метрики PL фокальные максимумы вдоль поперечной координаты расположены чаще по сравнению с распределением амплитуды. Также видно, что характерный коэффициент усиления для амплитуды в каустиках равен 2–3, а для крутизны фронта 3–4. Разброс метрики уровня громкости PL в диапазоне от –14 до +10 дБ соответствует данным, полученным в натурных экспериментах [17]. Точные количественные соотношения можно выявить из статистического анализа данных, представленного в следующих двух разделах.

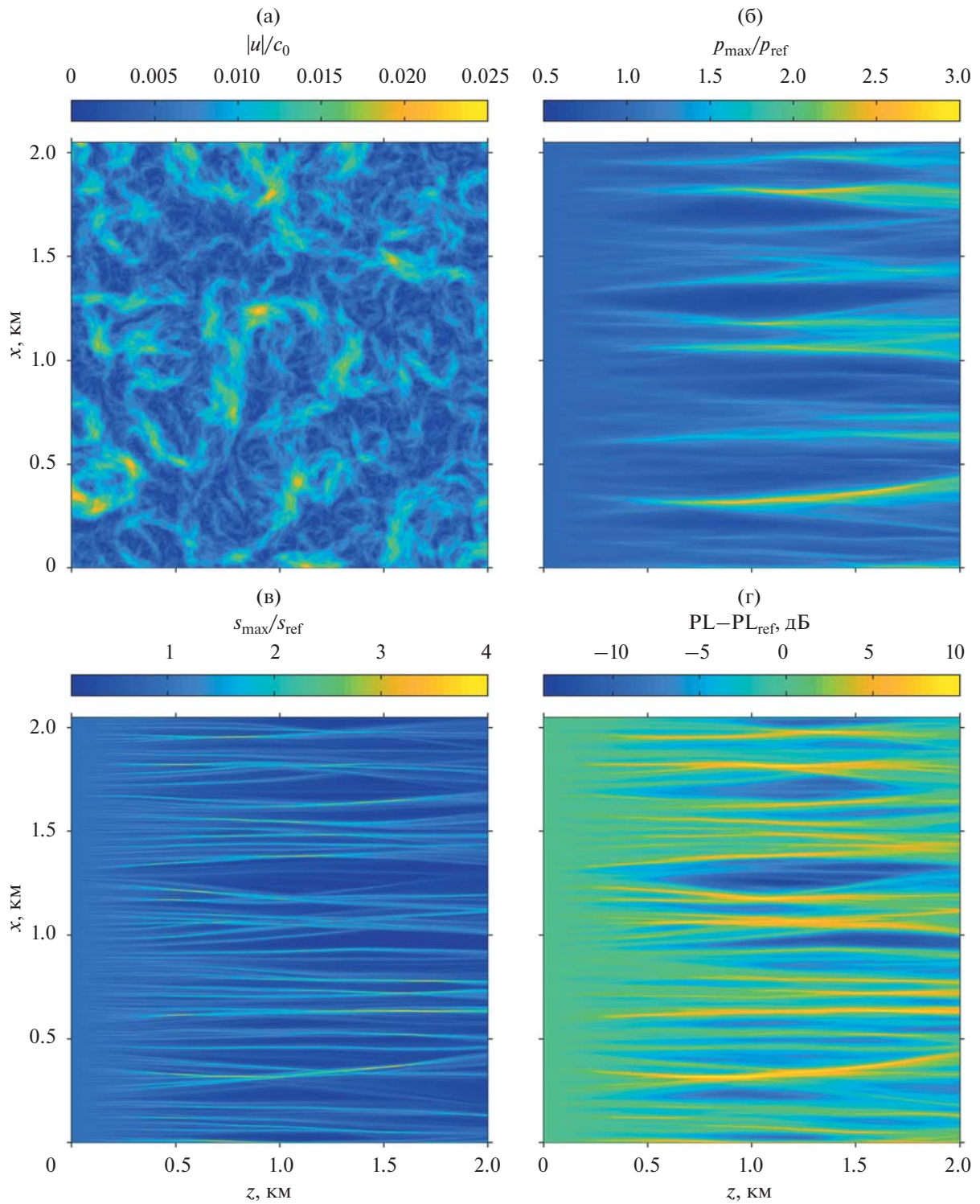


Рис. 2. Пространственные распределения (а) – модуля скорости ветра, нормированного на скорость звука, (б) – амплитуды ударной волны, (в) – крутизны ударного фронта и (г) – метрики PL, нормированных на соответствующие значения, полученные при распространении плоской волны в однородной среде. Распределения соответствуют случаю N -волны с начальной амплитудой $p_0 = 20$ Па.

Примеры характерных профилей волны звукового удара, нормированных на давление p_0 после прохождения турбулентного слоя толщиной 2 км,

для разных начальных амплитуд N -волны приведены на рис. 3: черная сплошная линия соответствует $p_0 = 10$ Па, синяя штриховая линия – $p_0 = 20$ Па,

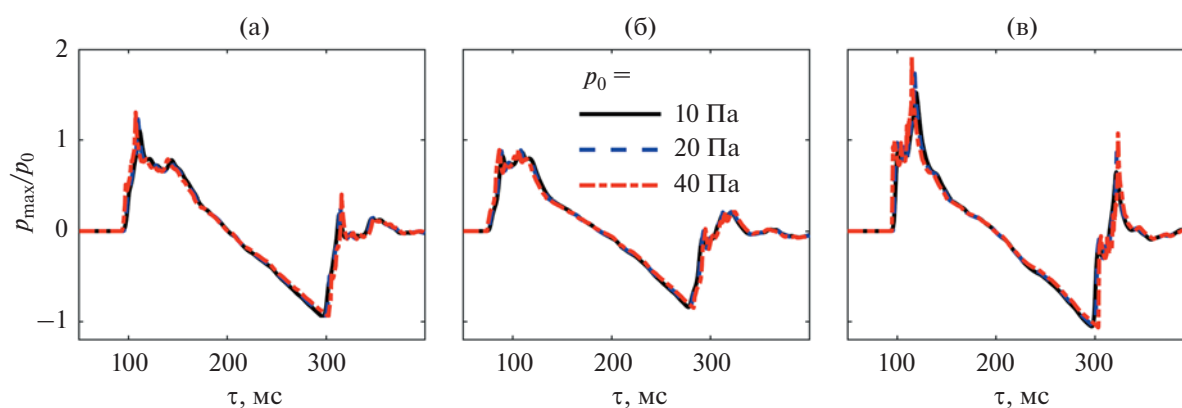


Рис. 3. Примеры профилей волны звукового удара после прохождения турбулентного слоя толщиной 2 км для разных начальных амплитуд N -волны: черная сплошная линия $p_0 = 10$ Па, синяя штриховая линия $p_0 = 20$ Па, красная штрихпунктирная линия $p_0 = 40$ Па. (а) – Профиль N -волны с пиком вблизи ударного фронта, (б) – профиль в области дефокусировки, (в) – профиль с большой амплитудой вблизи каустики.

красная штрихпунктирная линия – $p_0 = 40$ Па. Такая же цветовая схема обозначения результатов, полученных при различных амплитудах N -волны, будет использоваться в дальнейшем. На профилях часто можно обнаружить небольшие пики давления сразу за ударным фронтом (рис. 3а); в областях дефокусировки профиль имеет пониженную амплитуду и в целом сглаживается (рис. 3б); в окрестности каустик профиль имеет повышенную амплитуду (рис. 3в), при этом профиль содержит две или больше ступенек, что объясняется эффектом складывания фронта в каустике [15]. Нормированные профили, полученные для разных начальных амплитуд, отличаются в основном крутизной фронтов. Низкочастотная часть профилей практически не различается.

Б. Среднее значение и стандартное отклонение параметров N -волны

На рис. 4 представлены средние значения и стандартные отклонения параметров N -волны как функции пройденного ею расстояния z для нормированных значений амплитуды (рис. 4а), крутизны фронта (рис. 4б) и метрики PL (рис. 4в). Средние значения обозначены тонкими линиями, а стандартные отклонения – жирными. Различные цвета линий и штриховка соответствуют различной начальной амплитуде N -волны: черная сплошная линия – $p_0 = 10$ Па, синяя штриховая линия – $p_0 = 20$ Па, красная штрихпунктирная линия – $p_0 = 40$ Па.

Среднее значение амплитуды по сравнению с номинальным уровнем увеличивается с ростом z . Это связано с формированием пиков на профилях волны в каустиках с различной степенью фокусировки (рис. 3а, 3в). Степень увеличения средней амплитуды по сравнению с номинальным уровнем растет с увеличением начальной ам-

плитуды и при $z = 2$ км составляет 1.15 для $p_0 = 10$ Па, 1.26 для $p_0 = 20$ Па и 1.37 для $p_0 = 40$ Па. Это объясняется тем, что при увеличении p_0 уменьшается ширина ударного фронта и растет его крутизна, что приводит к более эффективной фокусировке в каустиках.

Стандартное отклонение амплитуды волны растет с расстоянием по мере формирования новых каустик при фокусировке на случайно разбросанных “линзах” различного масштаба и силы. На некотором расстоянии, которое соответствует фокусировке от неоднородностей наибольшего масштаба (в данном случае равном 1.5 км), стандартное отклонение достигает максимума, величина которого также зависит от амплитуды и крутизны фронта начальной N -волны. Чем выше эффективность фокусировок в каустиках, тем выше уровень флуктуаций амплитуды, и, соответственно, стандартное отклонение, максимум которого составляет 0.29 для $p_0 = 10$ Па, 0.36 для $p_0 = 20$ Па и 0.48 для $p_0 = 40$ Па.

Подобное поведение среднего значения и стандартного отклонения амплитуды в зависимости от пройденного расстояния было обнаружено ранее в лабораторных экспериментах по распространению ударной волны от искрового источника через слой термической и кинематической турбулентности [19, 20] и при моделировании этих экспериментов на основе используемого в данной работе нелинейного параболического уравнения [28, 30]. Отличия между данными, полученными для лабораторных масштабов и для реальных масштабов, в основном количественные. Так, например, в лабораторных экспериментах и в соответствующих расчетах среднее значение амплитуды никогда не превышало номинальный уровень. Это объясняется тем, что характерные частоты ударной волны от искрового источника на 3–4

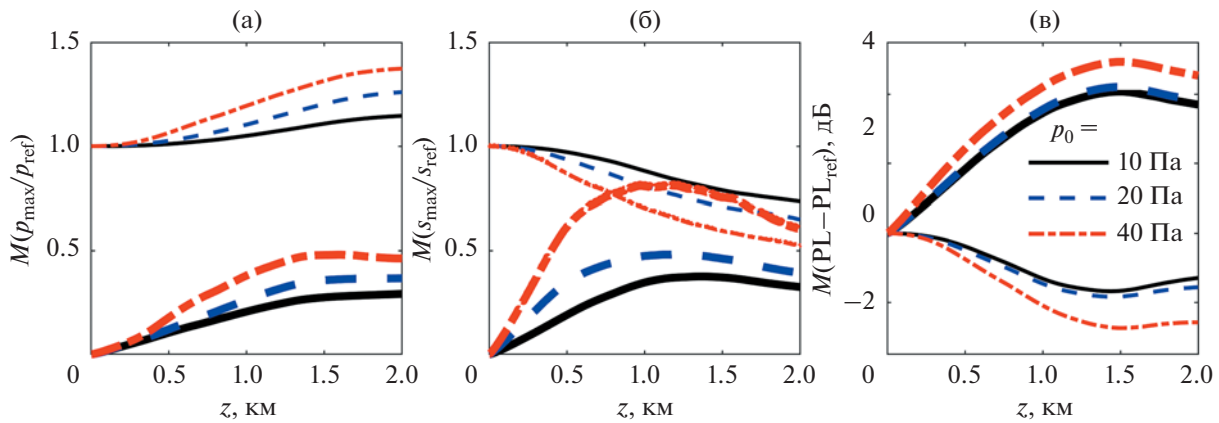


Рис. 4. Средние значения (тонкие линии) и стандартные отклонения (жирные линии) для (а) – нормированных значений амплитуды, (б) – крутизны фронта и (в) – метрики громкости PL как функции пройденного расстояния z для разных начальных амплитуд N -волны: черная сплошная линия $p_0 = 10$ Па, синяя штриховая линия $p_0 = 20$ Па, красная штрихпунктирная линия $p_0 = 40$ Па.

порядка выше, чем у волны звукового удара. На таких высоких частотах доминирующим механизмом поглощения становится термовязкое поглощение, в отличие от релаксационного механизма, который определяет структуру фронта волны звукового удара в реальных условиях. При этом фронт ударной волны от искрового источника в используемых масштабах неоднородностей (порядка 10–20 см) становится достаточно широким (порядка 1 мкс и выше), что уменьшает эффективность фокусировки в каустиках.

Среднее значение крутизны фронта уменьшается по сравнению с номинальным уровнем с ростом пройденного волной расстояния (рис. 4б). Этот процесс происходит тем быстрее, чем больше амплитуда начальной волны и объясняется тем, что более крутой фронт легче размывается при многократном рассеянии на случайных неоднородностях среднего и мелкого масштабов. При моделировании лабораторных экспериментов зависимость среднего значения крутизны от начальной амплитуды волны была обратная [30], что, по всей видимости, следует из того, что эффекты нелинейного укручения профиля в тех условиях играли большую роль, чем в рассматриваемом случае волны звукового удара. Стандартное отклонение крутизны фронта растет и достигает максимума схожим образом со стандартным отклонением амплитуды. Однако это происходит несколько ближе к началу слоя (при $z = 0.9–1.2$ км) по сравнению с положением максимумов стандартного отклонения амплитуды. При этом достигаемые максимумы стандартного отклонения крутизны фронта составляют: 0.38 для $p_0 = 10$ Па, 0.48 для $p_0 = 20$ Па и 0.81 для $p_0 = 40$ Па. Эти значения на 25–30% ($p_0 = 10$ Па и $p_0 = 20$ Па) и на 80% ($p_0 = 40$ Па) больше, чем соответствующие значения стандартного отклонения амплитуды, что

означает, что крутизна фронта флуктуирует сильнее, чем амплитуда, и величина флуктуаций усиливается с увеличением амплитуды и крутизны фронта начальной N -волны. Этот качественный вывод совпадает с выводом, сделанным для критерия стандартного отклонения крутизны фронта в турбулентности лабораторных масштабов [30].

Среднее значение субъективной громкости PL в целом уменьшается с увеличением пройденного волной расстояния и только ближе к $z = 2$ км намечается тенденция к небольшому увеличению. Максимальное падение средней громкости для случаев $p_0 = 10$ и $p_0 = 20$ Па практически не зависит от амплитуды начальной N -волны и составляет -1.8 дБ. Для случая $p_0 = 40$ Па падение средней громкости больше и составляет -2.7 дБ. Стандартное отклонение PL растет и достигает максимума примерно на тех же расстояниях, где наблюдается максимум стандартного отклонения амплитуды ($z = 1.5$ км). Величина максимума стандартного отклонения PL достигает 4.2 дБ и практически не зависит от амплитуды начальной N -волны для случаев $p_0 = 10$ и $p_0 = 20$ Па. Для $p_0 = 40$ Па максимум стандартного отклонения больше и составляет 5.0 дБ. Объяснение этого факта будет дано после обсуждения кумулятивных вероятностей в следующем разделе.

В. Кумулятивные вероятности параметров N -волны

Среднее значение и стандартное отклонение дают лишь обобщенную информацию о случайной величине, только если последняя не является гауссовской. Как было показано ранее в экспериментальных и теоретических исследованиях, распределение амплитуды имеет “хвосты”, расположенные в сторону больших значений от среднего,

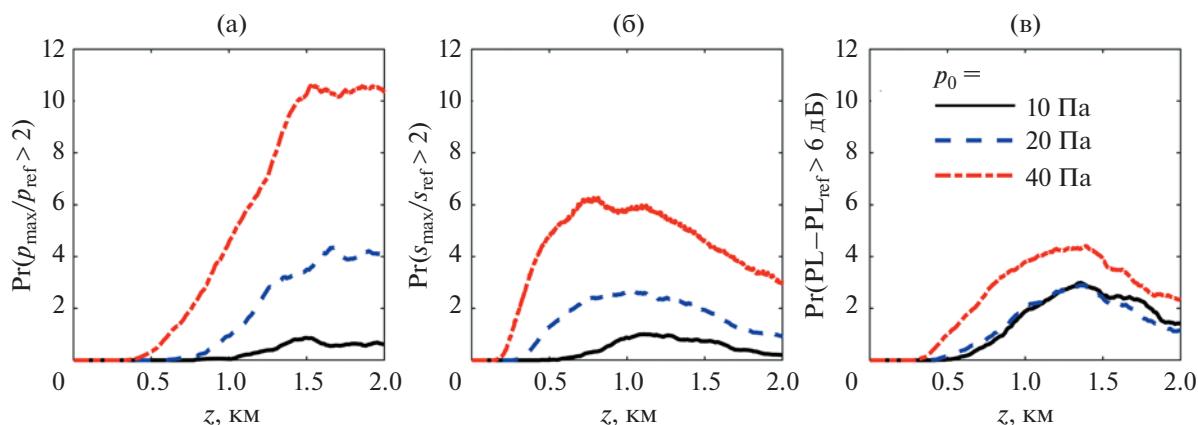


Рис. 5. Кумулятивные вероятности превышения заданного порога для (а) – нормированных значений амплитуды, (б) – крутизны фронта и (в) – метрики громкости PL как функции пройденного расстояния z для разных начальных амплитуд N -волны: черная сплошная линия $p_0 = 10$ Па, синяя штриховая линия $p_0 = 20$ Па, красная штрихпунктирная линия $p_0 = 40$ Па. Для амплитуды и крутизны фронта задан порог, равный двум, для метрики громкости PL – 6 дБ.

на что указывает положительное значение коэффициента асимметрии [28]. Распределение амплитуды может быть аппроксимировано обобщенным Г-распределением [19]. Распределение крутизны фронта также не является гауссовским. По расчетам, выполненным в данной работе, в области, где сформировались каустики ($z > 1$ км), коэффициенты асимметрии и эксцесса распределения крутизны фронта больше единицы для всех трех рассмотренных случаев. Только распределение метрики PL ближе всех к гауссовскому: коэффициенты асимметрии и эксцесса меняют знак по мере распространения волны, но по модулю не превосходят 0.5 и 0.8, соответственно.

С точки зрения процедур сертификации сверхзвуковых самолетов по уровню шума большое значение имеет оценка вероятности превышения номинального уровня на заданную величину. Исходя из данных по характерным величинам усиления различных параметров волнового поля в каустиках (рис. 2), имеет смысл выбрать пороги превышения для нормированной амплитуды и крутизны фронта, равные 2, а для метрики PL – соответствующие двукратному увеличению амплитуды +6 дБ.

На рис. 5 представлены кумулятивные вероятности превышения заданных порогов для нормированных значений амплитуды (рис. 5а), крутизны фронта (рис. 5б) и метрики громкости PL (рис. 5в) как функции пройденного расстояния z для разных начальных амплитуд N -волны. До определенных расстояний z , различных для различных параметров и значений p_0 , пока не сформировались каустики с достаточной степенью фокусировки, вероятности равны нулю. Затем начинается рост вероятностей, и на некотором расстоянии достигается максимум. Для амплитуды это интервал от 1.5 до 2 км, для крутизны фронта – 0.8–1.1 км,

для метрики PL – 1.2–1.4 км, что фактически соответствует тем расстояниям, на которых образуются максимумы стандартного отклонения каждой из рассмотренных величин (рис. 4). Видно, что величина максимумов вероятности амплитуды и крутизны сильно зависит от амплитуды начального профиля N -волны. Так, при $p_0 = 10$ Па менее 0.9% профилей имеют амплитуду, в два раза превышающую номинальный уровень. При вдвое большей амплитуде $p_0 = 20$ Па таких профилей может быть до 4.3%, а при четверо большей амплитуде $p_0 = 40$ Па – уже до 10.6%. Для крутизны фронта соответствующие максимальные вероятности в порядке увеличения амплитуды N -волны равны 1.0, 2.6 и 6.3%. Такое поведение кумулятивных вероятностей наблюдения высоких значений амплитуды и крутизны фронта объясняется увеличением эффективности фокусировки в случайных каустиках за счет большей крутизны фронта исходной волны, прошедшей через фокусирующую неоднородность. Нелинейные эффекты поддерживают структуру фронта, не давая ему значительно расширяться за счет многократных актов рассеяния на неоднородностях различного масштаба и силы [14, 48]. При этом с возрастанием амплитуды в каустиках роль нелинейных эффектов усиливается.

В отличие от кумулятивных вероятностей амплитуды и крутизны фронта, ход кривой кумулятивной вероятности метрики PL практически не зависит от амплитуды начальной N -волны для случаев с $p_0 = 10$ и $p_0 = 20$ Па. Максимальная вероятность не превышает 3%, что фактически означает, что только каждый тридцатый профиль громче номинального на 6 дБ. После прохождения расстояния, на котором образуются наиболее сильные каустики (здесь это около 1.5 км), при $z = 2$ км вероятность падает уже до 1.4%. Макси-

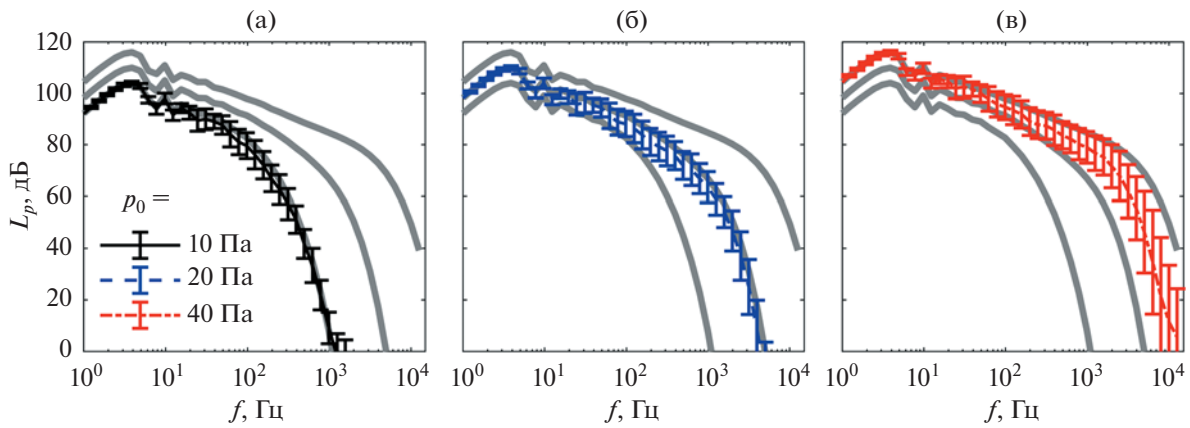


Рис. 6. Кривые уровня звукового давления в третьоктавных полосах в дБ, рассчитанные для начальных профилей N -волны с амплитудой 10, 20 и 40 Па (жирные серые линии) и средние значения для волн, искаженных в турбулентном слое на расстоянии $z = 1.5$ км, которое соответствует максимуму флуктуаций метрики PL. Вертикальные интервалы показывают стандартное отклонение уровня звукового давления. Черная сплошная линия соответствует (а) – $p_0 = 10$ Па, синяя штриховая линия (б) – $p_0 = 20$ Па, красная штрихпунктирная линия (в) – $p_0 = 40$ Па.

мальная вероятность получить волну звукового удара с громкостью на 10 дБ больше номинальной оказывается меньше 0.1% и на практике может считаться нулевой. При $p_0 = 40$ Па максимальная вероятность становится больше и оказывается равной 4.4%. При $z = 2$ км вероятность падает до 2.3%. Максимальная вероятность получить волну звукового удара с громкостью на 10 дБ больше номинальной в этом случае оказывается меньше 0.4%, что также может считаться незначительным.

Слабая чувствительность кумулятивной вероятности нормированной метрики PL к амплитуде начальной N -волны при $p_0 = 10$ и $p_0 = 20$ Па, и, соответственно, к увеличенной крутизне профиля волны в каустиках (рис. 5б), объясняется особенностями изменения спектра N -волны при увеличении ее амплитуды и способом учета громкости, заложенным в алгоритм расчета PL. Так, влияние амплитуды волны иллюстрируется на рис. 6. Серыми кривыми показаны уровни звукового давления в третьоктавных полосах, рассчитанные по формуле (10) для начальных профилей N -волны (жирные серые линии). Видно, что если на низких частотах уровень звукового давления при удвоении амплитуды также увеличивается на 6 дБ, то, начиная с частот выше нескольких сотен герц, наблюдается существенно больший подъем уровня давления (см. разницу между серыми кривыми). Этот эффект обусловлен уменьшением ширины ударного фронта и увеличением его крутизны, растущей пропорционально квадрату амплитуды волны. Цветные кривые показывают средние значения уровня звукового давления для волн, искаженных в турбулентном слое на расстоянии $z = 1.5$ км, которое соответствует максимуму флуктуаций метрики PL; вертикальные интерва-

лы показывают стандартное отклонение уровня звукового давления. Видно, что в низкочастотной области (до 10 Гц) флуктуации спектра, связанные с турбулентностью, незначительны. На более высоких частотах (от 10 Гц и выше) появляются заметные флуктуации.

Далее в алгоритме PL на основе уровней звукового давления рассчитываются измеряемые в сонах уровни субъективной громкости в третьоктавных полосах, графики которых, соответствующие спектрам рис. 6 для начальных профилей и для профилей в турбулентном слое на расстоянии 1.5 км, представлены на рис. 7. Поскольку при расчете субъективной громкости учитывается увеличение чувствительности слуха при увеличении частоты, то несмотря на общее падение уровня звукового давления начиная с частот 5 Гц (рис. 6), на графиках громкости имеется четкий максимум. Для волн с исходной амплитудой 10 и 20 Па максимум громкости находится в области частоты 100 Гц, т.е. ниже, чем характерные частоты ударных фронтов. Это иллюстрируется также на рис. 7б зеленой пунктирной линией, представляющей кривую громкости для начального профиля N -волны при $p_0 = 10$ Па, но с удвоенной амплитудой. Крутизна фронта такой волны оказывается в два раза меньше, чем крутизна фронта начальной волны с амплитудой 20 Па и с физически обоснованной структурой ударного фронта. Видно, что максимум в спектре громкости смещается незначительно – от 80 Гц при $p_0 = 10$ Па до 124 Гц при $p_0 = 20$ Па, а прибавка к громкости за счет увеличенной крутизны фронта происходит на более высоких частотах. Максимальный уровень флуктуаций громкости сосредоточен вокруг максимума кривой средней громкости по третьоктавным полосам. Поэтому при вычислении PL вели-

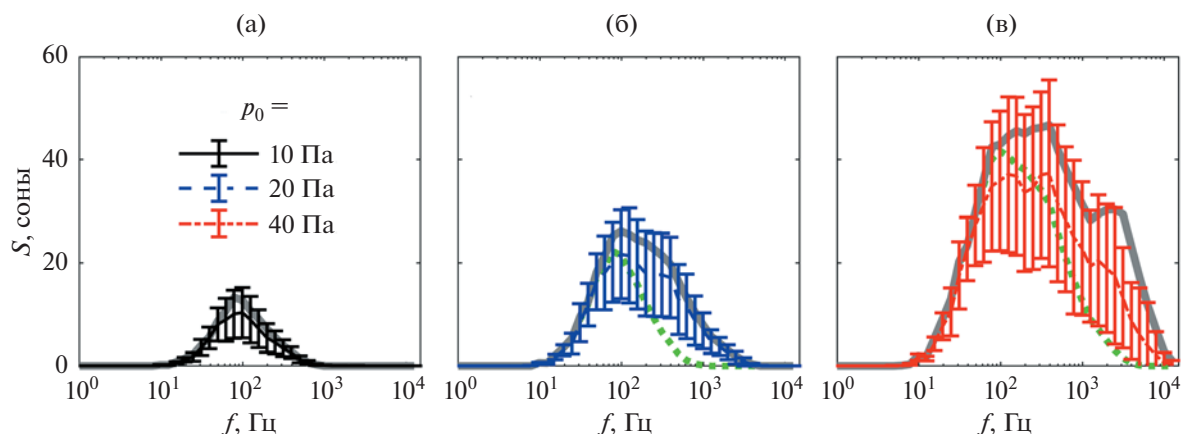


Рис. 7. Кривые уровня субъективной громкости, измеряемой в сонах, в третьоктавных полосах, рассчитанные для начальных профилей N -волны с амплитудой 10, 20 и 40 Па (жирные серые линии) и средние значения для волн, искаженных в турбулентном слое на расстоянии $z = 1.5$ км, которое соответствует максимуму флуктуаций метрики PL. Вертикальные интервалы показывают стандартное отклонение уровня громкости. Черная сплошная линия (а) — $p_0 = 10$ Па, синяя штриховая линия (б) — $p_0 = 20$ Па, красная штрихпунктирная линия (в) — $p_0 = 40$ Па. Зеленая пунктирная линия на (б) показывает уровни громкости в третьоктавных полосах, рассчитанные для начального профиля N -волны для $p_0 = 10$ Па с удвоенной амплитудой без изменения структуры ударного фронта, а зеленая штрихпунктирная линия на (в) — то же, но для случая $p_0 = 20$ Па.

чина громкости вокруг частоты 100 Гц будет вносить решающий вклад. А поскольку эти частоты не соответствуют характерным частотам ударного фронта, то и флуктуации вокруг среднего значения будут вести себя схожим образом, независимо от параметров ударного фронта.

Для начальной амплитуды волны 40 Па максимум спектральной кривой громкости смещается на более высокие частоты, около 400 Гц, по сравнению с начальными амплитудами 10 и 20 Па. По кривой громкости для N -волны, полученной для начального профиля из профиля с $p_0 = 20$ Па путем простого удвоения амплитуды (рис. 7в, зеленая пунктирная линия), видно, что прибавка к громкости в третьоктавных полосах за счет крутизны фронта происходит на частотах от сотен герц до десяти килогерц. В результате смещения максимума кривой спектральной громкости в область более высоких частот, где эффекты, связанные с флуктуациями крутизны ударного фронта и соответствующих высокочастотных составляющих спектра, более заметны, нелинейные эффекты сильнее влияют на статистику метрики PL. Данный процесс отражается на кривых среднего, дисперсии (рис. 4в) и кумулятивной вероятности (рис. 5в).

ЗАКЛЮЧЕНИЕ

В работе с использованием методов численного моделирования проанализировано распространение волны звукового удара с классическим профилем в виде N -волны через приземный турбулентный слой. Исследовалось влияние началь-

ной амплитуды волны в диапазоне от 10 до 40 Па на статистику параметров акустического поля: положительного пикового давления (амплитуды), крутизны фронта и метрики громкости PL. Рассчитаны кумулятивные вероятности двукратного превышения амплитуды, крутизны фронта и субъективной громкости относительно номинального уровня. Показано, что увеличение амплитуды начальной N -волны приводит к существенному увеличению вероятности положительных выбросов амплитуды и крутизны фронта. Это связано с увеличением эффективности фокусировки ударного фронта волны в случайных каустиках при повышении роли нелинейных эффектов. При этом вероятность положительных выбросов по громкости PL практически не меняется при начальных давлениях волны 10 и 20 Па (3%) и возрастает при увеличении амплитуды до 40 Па (4%). Такое поведение PL метрики объясняется смещением кривой спектральной громкости, начиная с некоторого уровня крутизны ударного фронта, в область высоких частот повышенного слухового восприятия человеком и подчеркиванием веса этих частот при построении метрики. Таким образом, уменьшение амплитуды волны звукового удара уменьшает не только номинальный субъективный уровень шума, но и понижает вероятность наблюдения его положительных выбросов. Результаты показывают важность развития концепции сверхзвуковых самолетов с профилями звукового удара пониженной шумности с меньшей крутизной фронта и уровнем высокочастотных компонент в спектре.

Работа выполнена при поддержке гранта РФФИ №18-72-00196. Авторы выражают благодарность

Л.Р. Гаврилову за полезные обсуждения и замечания по работе.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. *Maglieri D., Bobbitt P., Plotkin K., Shepherd K., Coen P., Richwine D.* Sonic boom: Six decades of research // Technical Report No. NASA/SP-2014-622, L-20381, NF1676L-18333, NASA, Washington, DC 2014. P. 521.
2. *Чернышев С.Л.* Звуковой удар. М.: Наука, 2011.
3. *Красильников В.А.* Линейное и нелинейное распространение звука в турбулентной неоднородной среде // Акуст. журн. 1998. Т. 44. № 4. С. 559–569.
4. *Page J.A., Loubeau A.* Overall vehicle system noise: sonic boom // CEAS Aeronautical J. 2019. V. 10. P. 335–353.
5. *Benson L.R.* Quieting the boom: the shaped sonic boom demonstrator and the quest for quiet supersonic flight // NASA. 2019. P. 388.
6. *Feder T.* Quiet boom could revive supersonic air travel // Physics Today. 2007. V. 60. № 4. P. 24.
7. *Cowart R., Grindle T.* An overview of the Gulfstream NASA Quiet Spike™ flight test program // 46th AIAA Aerospace Sciences Meeting and Exhibit, 7–10 January 2008, Reno, Nevada, AIAA 2008–123.
8. *Бирюк В.И., Ибрагимов М.Р., Коваленко В.В., Новиков А.П., Титов В.Н., Чайка Т.Ю., Чернавских Ю.Н., Юдин В.Г.* Перспективы снижения уровня звукового удара коммерческих сверхзвуковых самолетов нового поколения // Ученые записки ЦАГИ. 2010. Т. 41. № 5. С. 13–18.
9. *Коваленко В.В., Чернышев С.Л.* К вопросу о снижении звукового удара // Ученые записки ЦАГИ. 2006. Т. 37. № 3. С. 53–63.
10. *Chernyshev S.L., Kiselev A.P., Vorotnikov P.P.* Sonic boom minimization and atmospheric effects // 46th AIAA Aerospace Sciences Meeting and Exhibit, 7–10 January 2008, Reno, Nevada, AIAA 2008–58. P. 18–33.
11. *Alauzet F., Loseille A.* High-order sonic boom modeling based on adaptive methods // J. Comp. Phys. 2010. V. 229. P. 561–593.
12. *Ostashev V.E., Wilson D.K.* Acoustics in moving inhomogeneous media // CRC Press Taylor & Francis Group, Second Edition. 2016. P. 521.
13. *Lee R.A., Downing J.M.* Comparison of measured and predicted lateral distribution of sonic boom overpressures from the United States Air Force sonic boom database // J. Acoust. Soc. Am. 1996. V. 99. № 2. P. 768–776.
14. *Pierce A., Maglieri D.* Effects of atmospheric irregularities on sonic boom propagation // J. Acoust. Soc. Am. 1972. V. 51. P. 702–924.
15. *Piacsek A.A.* Atmospheric turbulence conditions leading to focused and folded sonic boom wave fronts // J. Acoust. Soc. Am. 2002. V. 111. № 1(2). P. 520–529.
16. *Maglieri D.J.* Some effects of airplane operations and the atmosphere on sonic-boom signatures // J. Acoust. Soc. Am. 1966. V. 39. S36–S42.
17. *Elmer K.R., Joshi M.C.* Variability of measured sonic boom signatures // NASA. Ames Research Center, High-Speed Research: Sonic Boom. 1994. V. 1. P. 191–218.
18. *Lipkens B., Blackstock D.* Model experiment to study sonic boom propagation through turbulence. Part I: Model experiment and general results // J. Acoust. Soc. Am. 1998. V. 103. № 1. P. 148–158.
19. *Averlyanov M., Ollivier S., Khokhlova V.A., Blanc-Benon Ph.* Random focusing of nonlinear acoustic *N*-waves in fully developed turbulence: Laboratory scale experiment // J. Acoust. Soc. Am. 2011. V. 130. № 6. P. 3595–3607.
20. *Salze E., Yuldashev P.V., Ollivier S., Khokhlova V.A., Blanc-Benon Ph.* Laboratory-scale experiment to study nonlinear *N*-wave distortion by thermal turbulence // J. Acoust. Soc. Am. 2014. V. 136. № 2. P. 556–566.
21. *Sparrow V.W., Pierce A.D.* Simulation of sonic boom ray tube area fluctuations for propagation through turbulence including caustics via Monte-Carlo method // NASA CP 3172, High-Speed Research: Sonic Boom, 1992. V. 1. P. 49–62.
22. *Завершинев Ю.А., Роднов А.В., Чернышев С.Л.* Влияние атмосферных условий на характеристики звукового удара // Труды ЦАГИ. 2005. Вып. 2670. С. 91–96.
23. *Чернышев С.Л.* О распространении волн звукового удара в турбулентной среде // Ученые записки ЦАГИ. 2006. Т. 27. № 3. С. 10–19.
24. *Гусев В.А., Руденко О.В.* Статистические характеристики интенсивной волны за двумерным фазовым экраном // Акуст. журн. 2006. Т. 52. № 1. С. 30–42.
25. *Дубровский А.Н., Руденко О.В., Хохлова В.А.* Флуктуационные характеристики волны звукового удара после прохождения случайно-неоднородного слоя // Акуст. журн. 1996. Т. 42. № 5. С. 623–628.
26. *Аверьянов М.В., Хохлова В.А., Сапожников О.А., Блан-Бенон Ф., Кливленд Р.О.* Параболическое уравнение для описания распространения нелинейных акустических волн в неоднородных движущихся средах // Акуст. журн. 2006. Т. 52. № 6. С. 725–735.
27. *Blanc-Benon Ph., Lipkens B., Dallois L., Hamilton M.F., Blackstock D.T.* Propagation of finite amplitude sound through turbulence: Modeling with geometrical acoustics and the parabolic approximation // J. Acoust. Soc. Am. 2002. V. 111. № 1. Pt. 2. P. 487–498.
28. *Averlyanov M.V., Blanc-Benon Ph., Cleveland R., Khokhlova V.A.* Nonlinear and diffraction effects in propagation of *N*-waves in randomly inhomogeneous moving media // J. Acoust. Soc. Am. 2011. V. 129. № 4. P. 1760–1772.
29. *Stout T.A., Sparrow V.W.* Time-domain spline interpolation in a simulation of *N*-wave propagation through turbulence // J. Acoust. Soc. Am. 2018. V. 144. № 2. P. EL229–EL235.
30. *Yuldashev P.V., Ollivier S., Karzova M.M., Khokhlova V.A., Blanc-Benon Ph.* Statistics of peak overpressure and shock steepness for linear and nonlinear *N*-wave propagation in a kinematic turbulence // J. Acoust. Soc. Am. 2017. V. 142. № 6. P. 3402–3415.
31. *Luquet D., Marchiano R., Coulouvrat F.* Long range numerical simulation of acoustical shock waves in a 3D

- moving heterogeneous and absorbing medium // *J. Comp. Phys.* 2019. V. 379. P. 237–261.
32. *Gallin L.-J., Renier M., Gaudard E., Farges T., Marchiano R., Coulouvrat F.* One-way approximation for the simulation of weak shock wave propagation in atmospheric flows // *J. Acoust. Soc. Am.* 2014. V. 135. № 5. P. 2559–2570.
 33. *Bashkirov I.G., Chernyshev S.L., Gorbovskey V.S., Kazhan A.V., Kazhan V.G., Kovalenko V.V.* To the issue of evaluating sonic boom overpressure and loudness // *MATEC Web Conf. 9th EASN International Conference on “Innovation in Aviation & Space”.* 2019. V. 304. P. 02003.
 34. *Leatherwood J., Sullivan B., Shepherd K., McCurdy D., Brown S.* Summary of recent NASA studies of human response to sonic booms // *J. Acoust. Soc. Am.* 2002. V. 111. № 1(2). P. 586–598.
 35. *Loubeau A., Naka Y., Cook B.G., Sparrow V.W., Morgenstern J.M.* A new evaluation of noise metrics for sonic booms using existing data // *AIP Conf. Proc.* 2015. № 1685. P. 090015–1–090015–4.
 36. *Stevens S.S.* Perceived level of noise by Mark VII and decibels (E) // *J. Acoust. Soc. Am.* 1972. V. 51. P. 575–601.
 37. *Jackson G., Leventhall H.* Calculation of the perceived loudness of noise (PLdB) using Stevens’ method (Mark VII) // *Appl. Acoust.* 1973. V. 64. P. 23–34.
 38. *Bolander C.R., Hunsaker D.F., Shen H., Carpenter F.L.* Procedure for the calculation of the perceived loudness of sonic booms // *AIAA SciTech 2019 Forum* 7–11 January 2019, San Diego, California. P. 1–19.
 39. *Doebler W.J., Sparrow V.W.* Stability of sonic boom metrics regarding signature distortions from atmospheric turbulence // *J. Acoust. Soc. Am.* 2017. V. 141. № 6. EL. 592–597.
 40. *Pierce A.D.* *Acoustics: an introduction to its physical principles and applications.* Springer 2019. P. 768.
 41. *Comte-Bellot G., Bailly C.* *Turbulence.* CNRS, Paris, France. 2003. P. 360.
 42. *Coulouvrat F.* The challenges of designing an acceptable sonic boom overland // *15th AIAA/CEAS Aeroacoustics Conference (30th AIAA Aeroacoustics Conference)* 11–13 May 2009, Miami, Florida. AIAA. 2009–3384.
 43. *Полякова А.Л., Солуян С.И., Хохлов П.В.* К вопросу о распространении конечных возмущений в релаксирующей среде // *Акуст. журн.* 1962. Т. 8. № 1. С. 107–113.
 44. *Bass H.E., Raspet R., Chambers J.P., Kelly M.* Modification of sonic boom wave forms during propagation from the source to the ground // *J. Acoust. Soc. Am.* 2002. V. 111. № 1(2). P. 481–486.
 45. *Yuldashev P.V., Ollivier S., Averiyarov M.V., Sapozhnikov O.A., Khokhlova V.A., Blanc-Benon Ph.* Nonlinear propagation of spark-generated *N*-waves in air: Modeling and measurements using acoustical and optical methods // *J. Acoust. Soc. Am.* 2010. V. 128. № 6. P. 3321–3333.
 46. *Zemp R.J., Tavakkoli J., Cobbold R.S.* Modeling of nonlinear ultrasound propagation in tissue from array transducers // *J. Acoust. Soc. Am.* 2003. V. 113. № 1. P. 139–152.
 47. *Shepherd K.P., Sullivan B.M.* A loudness calculation procedure applied to shaped sonic booms // *NASA Technical Paper* 3134. 1991. P. 1–10.
 48. *Yuldashev P.V., Karzova M.M., Ollivier S., Khokhlova V.A., Blanc-Benon Ph.* Simulation of *N*-wave propagation in a realistic turbulent atmosphere using two-dimensional nonlinear parabolic equation // *25th AIAA/CEAS Aeroacoustics Conference* 20–23 May 2019 Delft, The Netherlands, AIAA 2019–2563.