

## ВЛИЯНИЕ НЕРОВНОСТЕЙ ДНА НА РАСПРОСТРАНЕНИЕ КАУСТИЧЕСКИХ ПУЧКОВ В ОКЕАНИЧЕСКИХ ВОЛНОВОДАХ

© 2021 г. Ю. В. Петухов<sup>а</sup>, \*, Е. Л. Бородина<sup>а</sup>, \*\*

<sup>а</sup>Институт прикладной физики РАН, ул. Ульянова 46, Нижний Новгород, 603950 Россия

\*e-mail: yuvpetukhov@yandex.ru

\*\*e-mail: borodina@appl.sci-nnov.ru

Поступила в редакцию 07.04.2021 г.

После доработки 17.05.2021 г.

Принята к публикации 10.06.2021 г.

С использованием геометроакустического приближения и параболического уравнения исследованы закономерности пространственного распределения интенсивности акустического поля, формируемого при взаимодействии каустического пучка с неровностями дна в относительно мелководном океаническом волноводе с открытым ко дну подводным звуковым каналом. Показано, что при выполнении определенных условий в океаническом волноводе формируется многопучковая структура пространственного распределения интенсивности акустического поля.

*Ключевые слова:* океанические волноводы, подводные звуковые каналы, тональное излучение, вертикальные антенны, каустические пучки, неровности дна

DOI: 10.31857/S0320791921050063

### ВВЕДЕНИЕ

Как уже отмечалось ранее (см. [1–4]), в рефракционном океаническом волноводе каустический пучок формируется около горизонтально выходящего из источника опорного луча соответствующими частями каустических линий, сближающихся между собой с ростом горизонтального расстояния [3]. Именно поэтому каустический пучок, формируемый модами, горизонты поворота которых ближе всего расположены к глубине погружения источника (см. [1, 4]), существенно преобладает по интенсивности в пространственном (по горизонтальному расстоянию и глубине) распределении интенсивности акустического поля в рефракционном океаническом волноводе [1, 3–6]. Последнее обстоятельство и обуславливает определенный интерес к изучению закономерностей, проявляющихся при формировании и распространении каустических пучков в рефракционных океанических волноводах с открытыми к поверхности [1–4, 6] или ко дну [1, 5–7] подводными звуковыми каналами.

Естественно, что на распространение каустического пучка, взаимодействующего с дном, будут влиять не только акустические характеристики осадочной толщи [1, 7] и достаточно плавные изменения глубины водного слоя [6] океанического волновода, но и неровности донного релье-

фа различных пространственных масштабов. Несмотря на то, что в реальных условиях дно океана представляет собой статистически неровную границу раздела сред [8], настоящая работа посвящена изучению влияния детерминированных неровностей дна на распространение каустического пучка в океаническом волноводе с открытым ко дну подводным звуковым каналом. Такой весьма упрощенный подход к описанию соответствующих процессов позволит, во-первых, существенно упростить проведение численного моделирования с использованием параболического уравнения [9]. Во-вторых, в таком подходе удастся наглядно проинтерпретировать результаты численных расчетов в рамках геометроакустического приближения. В-третьих, это позволит спрогнозировать возможность проявления в реальных условиях установленных численным моделированием закономерностей.

### ВЛИЯНИЕ ОДИНОЧНОЙ ВОЗВЫШЕННОСТИ ДНА НА ЛУЧЕВУЮ СТРУКТУРУ ПУЧКОВ

Начнем решение сформулированных во Введении задач с оценок проявления возможных эффектов при отражении каустического пучка от одиночной возвышенности дна. Такие оценки проще всего выполнить с использованием стан-

дартного геометроакустического приближения [8], не учитывающего влияние соответствующих дифракционных эффектов [10]. При проведении всех аналитических и численных расчетов в настоящей работе воспользуемся, с целями преемственности и обобщения полученных в [5, 6] результатов, аналогичной простейшей моделью относительно мелководного океанического волновода с открытым ко дну подводным звуковым каналом, характеризующимся неизменной по трассе стратификацией скорости звука  $c(z)$  по глубине  $z$ , описываемой билинейной зависимостью:

$$c(z) = c_0 b(z),$$

$$b(z) = \begin{cases} 1 + a_1(z_0 - z), & 0 \leq z \leq z_0, \\ 1 + a_2(z - z_0), & z_0 \leq z \leq H. \end{cases} \quad (1)$$

Входящие в (1) величины принимают аналогичные [5, 6] значения:

$$c(0) = 1520 \text{ м/с}, \quad c_0 = 1500 \text{ м/с}, \quad z_0 = 100 \text{ м},$$

$$a_1 = 1.33 \times 10^{-4} \text{ м}^{-1}, \quad a_2 = 8 \times 10^{-6} \text{ м}^{-1};$$

при этом изменения глубины водного слоя  $H(r)$  описываются следующей зависимостью от горизонтального расстояния  $r$ :

$$H(r) = \begin{cases} H_0, & 0 \leq r \leq r_1 - \Delta r_b/2, \\ H_0 - h(1 + 2(r - r_1)/\Delta r_b), & r_1 - \Delta r_b/2 \leq r \leq r_1, \\ H_0 - h(1 - 2(r - r_1)/\Delta r_b), & r_1 \leq r \leq r_1 + \Delta r_b/2, \\ H_0, & r \geq r_1 + \Delta r_b/2. \end{cases} \quad (2)$$

Здесь  $\Delta r_b$  – характерный горизонтальный масштаб (ширина) возвышенности, максимальная высота которой  $h$  достигается на расстоянии  $r = r_1$  от источника; по аналогии с [5, 6] будем полагать  $H_0 = 150$  м и  $c(H_0) = 1500.6$  м/с, а дно также моделировать однородным жидким полупространством  $z \geq H(r)$  со скоростью звука  $c_g = 1700$  м/с и плотностью  $\rho_g = 1.4\rho_0$ , где  $\rho_0 = 10^3$  кг/м<sup>3</sup> – плотность среды водного слоя.

Далее, для упрощения аналитических расчетов и анализа результатов численного моделирования, предположим, что расстояние  $r_1$  совпадает с горизонтальным расстоянием, на котором вышедший из расположенного на глубине  $z = z_s$  источника луч с нулевым значением угла скольжения  $\chi_s = 0$  испытывает однократное отражение от дна  $z = H = H_0 - h$ . Поэтому для определения величины  $r_1$  необходимо найти зависимость горизонтального расстояния  $r_g(\chi_s)$ , проходимого лу-

чом до однократного взаимодействия с дном  $z = H$ , от угла выхода луча  $\chi_s$  из источника.

В представляющем интерес случае расположения источника в термоклине (1) в диапазоне глубин

$$0 < z_s < z_* = z_0 - \frac{a_2}{a_1}(H_0 - z_0), \quad (3)$$

где  $z_*$  – сопряженная глубина, определяемая из равенства  $c(H_0) = c(z_*)$ , с использованием геометроакустического приближения [8] находим соответствующую рефрагированным в термоклине лучам зависимость

$$r_g(\chi_s) = \frac{1}{2}D(\chi_s) + \frac{b_s}{a_1} \text{tg} \chi_s, \quad (4)$$

в которой

$$D(\chi_s) = \frac{2}{a_2\beta} \left( \kappa \sqrt{1 - \beta^2} - \sqrt{1 - b_g^2 \beta^2} \right) \quad (5)$$

– длина цикла лучей. В (4), (5) для сокращения записи введены обозначения для следующих величин:

$$b_s = b(z_s), \quad \beta = \frac{\cos \chi_s}{b_s} = \cos \chi_0, \quad (6)$$

$$\kappa = 1 + a_2/a_1, \quad b_g = b(H);$$

при этом предполагается, что  $\chi_s < 0$  – для выходящих вниз и  $\chi_s > 0$  – для выходящих вверх лучей, а  $\chi_0$  соответствует углу скольжения луча на оси канала  $z = z_0$ .

Из (4)–(6) для определения величины  $r_1$  находим следующее выражение

$$r_1 = \frac{1}{2}D(\chi_s = 0) = \frac{1}{a_2} \left( \kappa \sqrt{b_s^2 - 1} - \sqrt{b_s^2 - b_g^2} \right). \quad (7)$$

Здесь необходимо отметить, что далее при аналитических и численных расчетах всегда будет предполагаться выполнение следующих условий:  $h/H_0 \ll 1$ ,  $h/\Delta r_b \ll 1$ ,  $h/\lambda \geq 1$ , где  $\lambda = c_0/f$  – длина волны, а  $f$  – частота акустического излучения.

Из достаточно простых геометрических построений можно утверждать, что рассматриваемая возвышенность дна (2) тем заметнее будет влиять на отражение формирующих каустический пучок лучей, чем, во-первых, больше отвечающий этой неровности угол наклона

$$\chi_b = \arctg \left( \frac{2h}{\Delta r_b} \right), \quad (8)$$

во-вторых, чем больше покрывается такой неровностью пространственная область  $\Delta r_g$  акустической освещенности дна каустическим пучком при  $z = H_0$ .

Поскольку каустический пучок формируется лучами с углами выхода из источника, изменяющимися в достаточно узком диапазоне

$$-\frac{\Delta\chi_s}{2} \leq \chi_s \leq \frac{\Delta\chi_s}{2},$$

$$\Delta\chi_s \ll \chi_f = \arccos\left[\frac{b_s}{b(0)}\right] \approx \sqrt{2a_1z_0}, \quad (9)$$

где  $\chi_f$  – угол скольжения граничного рефрагированного в термоклине луча с горизонтом поворота  $z_n = 0$  на свободной поверхности, то с использованием (4)–(7), (9) получим следующие простые приближенные равенства:

$$r_g(\chi_s) \approx r_1 + \frac{b_s}{a_1}\chi_s, \quad (10)$$

$$\Delta r_g \approx b_s \Delta\chi_s / a_1. \quad (11)$$

Из (10), (11) следует, что при найденном расположении центра возвышенности на расстоянии  $r = r_1$  от источника (см. (7)) в рамках геометроакустического приближения возможны лишь две ситуации формирования каустическим пучком, падающим на соответствующую неровность дна (2), пространственного распределения интенсивности акустического поля в океаническом волноводе (1). 1) При  $\Delta r_g \leq \Delta r_b$  возможно формирование по крайней мере двух обычных пучков лучей, углы скольжения которых  $\chi_r$  при  $z = H(r)$  различаются на величину  $2\chi_b$  (8):

$$\chi_r = \begin{cases} \bar{\chi}_{1g} + \chi_b, & \chi_s < 0, \quad r_{1g} \leq r \leq r_1, \\ \bar{\chi}_{1g} - \chi_b, & \chi_s > 0, \quad r_1 \leq r \leq r_{2g}. \end{cases} \quad (12)$$

Здесь

$$\bar{\chi}_{1g} = \frac{2}{\Delta r_g} \int_{r_{1g}}^{r_1} \chi_g(r) dr, \quad \chi_g = \arccos\left(\frac{b_g}{b_s} \cos \chi_s\right), \quad (13)$$

$$r_{1g} = r_1 - \frac{\Delta r_g}{2}, \quad r_{2g} = r_1 + \frac{\Delta r_g}{2}.$$

2) При  $\Delta r_g > \Delta r_b$  возможно формирование по крайней мере четырех обычных пучков лучей с отличающимися от (12) углами скольжения  $\chi_r$  при  $z = H(r)$ :

$$\chi_r = \begin{cases} \chi_g, & \chi_s < 0, \quad r_{1g} \leq r \leq r_{1b}, \\ \bar{\chi}_{2g} + \chi_b, & \chi_s < 0, \quad r_{1b} \leq r \leq r_1, \\ \bar{\chi}_{2g} - \chi_b, & \chi_s > 0, \quad r_1 \leq r \leq r_{2b}, \\ \chi_g, & \chi_s > 0, \quad r_{2b} \leq r \leq r_{2g}, \end{cases} \quad (14)$$

где

$$\bar{\chi}_{2g} = \frac{2}{\Delta r_b} \int_{r_{1b}}^{r_1} \chi_g(r) dr, \quad (15)$$

а значения величин  $r_{1b}$  и  $r_{2b}$  определяются приведенными в (2) равенствами.

С использованием сделанных ранее предположений об акустических параметрах океанического волновода (1), (2), а также с учетом выполнения условия (9), для угла скольжения лучей на поверхности дна  $\chi_g$  (13) получим следующее приближенное выражение

$$\chi_g(H) \approx \left\{ \chi_s^2 + 2[a_1(z_0 - z_s) - a_2(H - z_0)] \right\}^{1/2}. \quad (16)$$

Поскольку автоматически подразумевается также и выполнение условий:

$$\frac{a_2}{a_1} \ll 1, \quad \frac{a_2}{a_1} \left( \frac{H_0 - z_0}{z_0 - z_s} \right) \ll 1, \quad \frac{a_2}{a_1} \frac{h}{(z_0 - z_s)} \ll 1, \quad (17)$$

то для углов скольжения  $\chi_g$ ,  $\bar{\chi}_{1g}$  (13) и  $\bar{\chi}_{2g}$  (15) с использованием (16), (17) получим следующие приближенные равенства:

$$\chi_g \approx \bar{\chi}_{1g} \approx \bar{\chi}_{2g} \approx \chi_g(H_0). \quad (18)$$

Из приведенных выше результатов качественного анализа поставленной задачи следует, что при взаимодействии каустического пучка лучей с одиночной возвышенностью дна в рассматриваемом океаническом волноводе (1), (2) возможно формирование нескольких обычных пучков лучей. Последнее позволяет предположить, что при распределении неровностей дна с различными пространственными масштабами вдоль всей трассы при каждом последующем взаимодействии сформированных таким образом пучков с неровным дном количество пучков будет только возрастать. В результате в океаническом волноводе с открытым ко дну подводным звуковым каналом может сформироваться достаточно стохастическая многопучковая структура акустического поля.

В заключение этого раздела представляет интерес рассмотреть вопрос о формировании не только обычных, но и слаборасходящихся пучков лучей при взаимодействии каустического пучка с неровным дном океанического волновода.

Как уже отмечалось ранее [5, 6], слаборасходящийся пучок лучей формируется около опорного луча, углу выхода которого из источника  $\chi_s = \chi_{sc}$  отвечает гладкий экстремум зависимости длины цикла  $D(\beta)$  (5) лучей от лучевого параметра  $\beta$  (6), обратно пропорционального фазовой скорости распространения акустических волн вдоль этих лучей. Как и в [5, 6], в рассматриваемом океаническом волноводе (1)–(2) таким экстремумом является гладкий минимум зависимости  $D(\beta)$  (5),

положение которого при  $\beta = \beta_c$  определяется из уравнения  $(dD/d\beta)|_{\beta=\beta_c} = 0$ :

$$\beta_c = \sqrt{\frac{\kappa^2 - 1}{\kappa^2 b_g^2 - 1}}. \quad (19)$$

С использованием (19) можно определить угол выхода  $\chi_{sc}$  опорного луча и соответствующий ему горизонт поворота  $z_n = z_c$ :

$$\chi_{sc} = \arccos(b_s \beta_c), \quad (20)$$

$$z_c = z_0 - \frac{1 - \beta_c}{a_1 \beta_c}, \quad \frac{1}{1 + a_1 z_0} < \beta_c < 1. \quad (21)$$

Из (20), (21) следует, что при расположении источника на критической глубине  $z_s = z_c$  слаборасходящийся пучок будет являться одновременно и каустическим пучком, поскольку  $\chi_s = \chi_{sc} = 0$ .

В представляющем здесь основной интерес случае расположения источника на глубинах  $0 < z_s < z_c$  (см. также [5, 6]) лишь определенная часть изначально формирующих каустический пучок лучей (с углами выхода  $0 < \chi_s < \Delta\chi_s/2$ , см. (9)) после взаимодействия с неровностью дна примет участие в формировании слаборасходящегося пучка. При этом угол наклона возвышенности дна должен удовлетворять соответствующему равенству

$$\chi_b = \arccos\left\{\frac{b_g}{b_s} \cos(\chi_{sc})\right\} - \arccos(b_g \beta_c) \quad (22)$$

для того, чтобы луч каустического пучка с углом выхода  $\chi_s = \chi_{sc}$  после отражения этой неровностью дна стал опорным лучом слаборасходящегося пучка.

Естественно, что при распределении неровностей дна с различными пространственными масштабами и углами наклонов вдоль всей трассы распространения акустических волн слаборасходящиеся пучки могут проявляться также и в формируемой стохастической многопучковой структуре акустического поля в океаническом волноводе с открытым ко дну подводным звуковым каналом.

### ЧИСЛЕННОЕ МОДЕЛИРОВАНИЕ С ИСПОЛЬЗОВАНИЕМ ПАРАБОЛИЧЕСКОГО УРАВНЕНИЯ

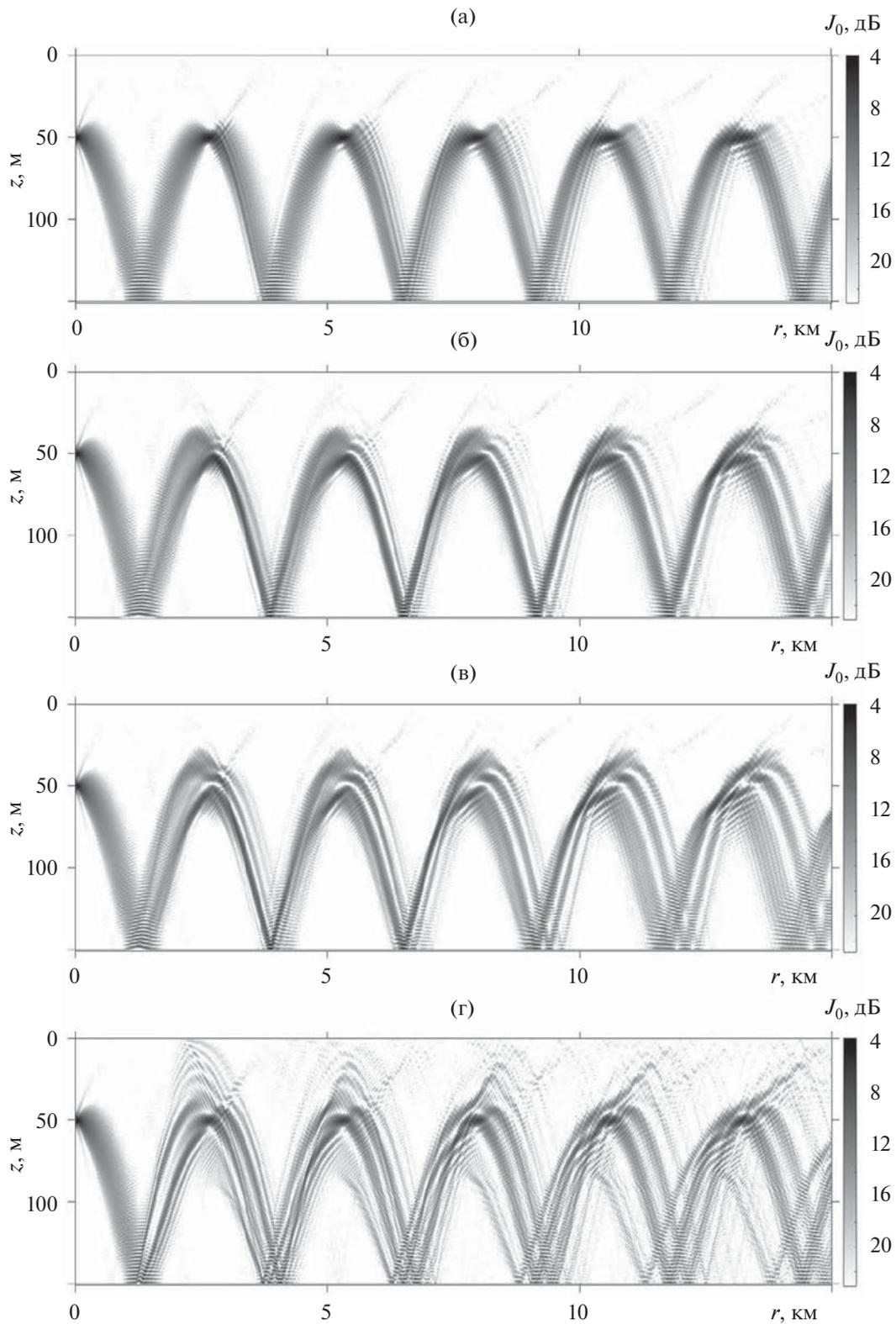
В предыдущем разделе дано весьма приближенное качественное описание закономерностей, которые могут проявляться при взаимодействии каустического пучка с одиночной возвышенностью дна в океаническом волноводе. Для адекватного же количественного описания соот-

ветствующих закономерностей в пространственном распределении интенсивности акустического поля  $J(r, z)$  воспользуемся методом параболического уравнения [9], позволяющим достаточно корректно, в отличие от стандартного геометрико-акустического приближения [8], учитывать влияние интерференционных и дифракционных эффектов на формирование, распространение и отражение каустического пучка от неровностей дна (определенного типа) в океаническом волноводе. Предположим по аналогии с [5, 6], что при частоте акустического излучения  $f = 3$  кГц каустический пучок, которому отвечает единственный абсолютный максимум зависимости коэффициента возбуждения мод от их номера, формируется вертикальной антенной с оптимальным размером апертуры  $L = 7.5$  м при нулевом значении угла компенсации и расположением ее центра на глубине  $z_s = 50$  м. С использованием (1), (7) определим расстояние  $r = r_1 = 1250$  м до расположения центра возвышенности дна, где ее высота достигает максимального значения  $h = 1.5$  м (см. (2)).

Из представленных на рис. 1 результатов численных расчетов пространственного распределения интенсивности акустического поля  $J_0(r, z) = rJ(r, z)$ , нормированной на цилиндрическое расхождение волнового фронта, можно сделать следующие выводы.

1. Поскольку пространственная протяженность первой зоны акустической освещенности ровного дна ( $h = 0$ ) составляет  $\Delta r_g \approx 500$  м (см. рис. 1а), то в согласии с геометрикоакустическим приближением при ширине возвышенности дна  $\Delta r_b = 800$  м, заметно превышающей величину  $\Delta r_g$ , в океаническом волноводе при отражении каустического пучка от соответствующей неровности формируются два преобладающих по интенсивности обычных пучка, горизонты поворота опорных лучей которых располагаются соответственно выше и ниже глубины погружения центра антенны (см. рис. 1б).

2. При равенстве характерных величин  $\Delta r_b \approx \Delta r_g$  в отраженном возвышенностью дна акустическом поле эффективно формируется еще один—третий пучок (см. рис. 1в), который при  $\Delta r_b > \Delta r_g$  лишь едва просматривался на общем фоне пространственного распределения  $J_0(r, z)$  (см. рис. 1б). Формирование такого дополнительного пучка около опорного луча с углом скольжения  $\chi_r > \chi_g + \chi_b$  и горизонтом поворота, расположенным заметно выше глубины  $z = z_s$  (см. рис. 1в), обусловлено проявлением



**Рис. 1.** Представленные в плотностной записи пространственные (по горизонтальному расстоянию  $r$  и глубине  $z$ ) распределения нормированной интенсивности  $J_0(r, z) = rJ(r, z)$  акустического поля, полученные с использованием параболического уравнения [9] при различных значениях высоты  $h$  и ширины  $\Delta r_b$  возвышенности дна (см. (2)), соответствующих различным значениям ее угла наклона  $\chi_b$  (8): (а) —  $h = 0$ ; (б) —  $h = 1.5$  м,  $\Delta r_b = 800$  м; (в) —  $h = 1.5$  м,  $\Delta r_b = 500$  м; (г) —  $h = 1.5$  м,  $\Delta r_b = 100$  м.

дифракционных эффектов при отражении той части каустического пучка, которая взаимодействует с центральной областью возвышенности дна  $r_1 - \Delta r_d/2 \leq r \leq r_1 + \Delta r_d/2$  (где  $\Delta r_d/\lambda > 1$ ,  $\Delta r_d/\Delta r_b \ll 1$ ). Именно эта пространственная область возвышенности, где имеет место резкое изменение угла наклона касательной  $dH/dr$  к описывающей форму неровности кривой  $H(r)$ , является ответственной за формирование дифракционных лучей, интенсивность акустического поля вдоль которых описывается с использованием геометрической теории дифракции (см. § 1.2 в [10]).

3. Влияние дифракционных эффектов на отражение каустического пучка от пространственной области  $r_1 - \Delta r_d/2 \leq r \leq r_1 + \Delta r_d/2$  усиливается с ростом угла наклона возвышенности, что и приводит при  $\Delta r_b/\Delta r_g < 1$  к формированию значительного количества пучков, которым соответствуют опорные лучи с углами скольжения  $\chi_g(r_1) + \chi_b < \chi_r < \chi_f$  и  $0 < \chi_r < \chi_g(r_1) - \chi_b$  (см. рис. 1Г). Поэтому при  $\Delta r_b/\Delta r_g < 1$  в океаническом волноводе формируется многопучковая структура акустического поля, в которой всегда преобладают по интенсивности два обычных пучка с углами скольжения  $\chi_r = \bar{\chi}_{2g} \pm \chi_b$  (см. (14)) соответствующих им опорных лучей. Кроме того, увеличивающийся вклад в отраженное от возвышенности дна акустическое поле дифракционных лучей с углами скольжения  $0 < \chi_r < \chi_g(r_1) - \chi_b$  приводит к формированию в океаническом волноводе слаборасходящегося пучка (см. рис. 1Г) с горизонтом поворота опорного луча при  $z = z_c \approx 73 \text{ м} > z_s$  (см. (21)).

Как и следовало ожидать, увеличение максимальной высоты  $1.5 \text{ м} < h \leq 4.5 \text{ м}$  при пропорциональном увеличении ширины  $100 \text{ м} < \Delta r_b \leq 300 \text{ м}$  возвышенности дна, т.е. при постоянном значении ее угла наклона  $\chi_b$  (8), приводит при  $\Delta r_b/\Delta r_g < 1$  к усилению влияния дифракционных эффектов на формирование в океаническом волноводе многопучковой структуры акустического поля (см. рис. 2).

Таким образом, полученные с использованием метода параболического уравнения результаты численного моделирования (см. рис. 1, 2) позволяют утверждать, что при взаимодействии каустического пучка с одиночной возвышенностью дна влияние дифракционных эффектов приводит к формированию дополнительных, по сравнению с описываемыми стандартным геометрикоакустическим приближением, пучков и, тем самым, к

формированию многопучковой структуры акустического поля в океаническом волноводе с открытым ко дну подводным звуковым каналом.

В заключение этого раздела проиллюстрируем формирование каустическим пучком сложной и, по-видимому, стохастической многопучковой структуры акустического поля в рассматриваемом океаническом волноводе (1) с распределенными по трассе неровностями дна с различными пространственными масштабами. С этой целью предположим, что в области горизонтальных расстояний  $0 \leq r \leq R_2$  глубина водного слоя

$$H(r) = H_0 + h \sin\{y(r)\} \quad (23)$$

изменяется в соответствие с двумя модельными зависимостями  $y(r)$ :

$$y(r) = y_1(r) = \frac{2\pi r}{R_1} \left( 1 + \varepsilon \frac{r}{R_1} \right), \quad (24)$$

$$y(r) = y_2(r) = \frac{2\pi r}{R_1} \left( 2 - \varepsilon \frac{r}{R_1} \right), \quad (25)$$

в которых  $\varepsilon = R_1/R_2$ ,  $R_1 = 0.5 \text{ км}$ ,  $R_2 = 15 \text{ км}$ . Из (24) следует, что в первом случае характерный горизонтальный масштаб неровностей дна

$$S_{1m} = \frac{R_1}{2\varepsilon} \left\{ \sqrt{1 + 4(m+1)\varepsilon} - \sqrt{1 + 4m\varepsilon} \right\} \quad (26)$$

плавно уменьшается с ростом номера  $m = 0, 1, \dots$ , фиксирующего их расположение по трассе распространения акустических сигналов:

$$S_{1m} \approx R_1 \begin{cases} 1 - \varepsilon(1 + 2m), & 4m\varepsilon \ll 1, \\ 1/(2\sqrt{m\varepsilon}), & 4m\varepsilon \gg 1. \end{cases} \quad (27)$$

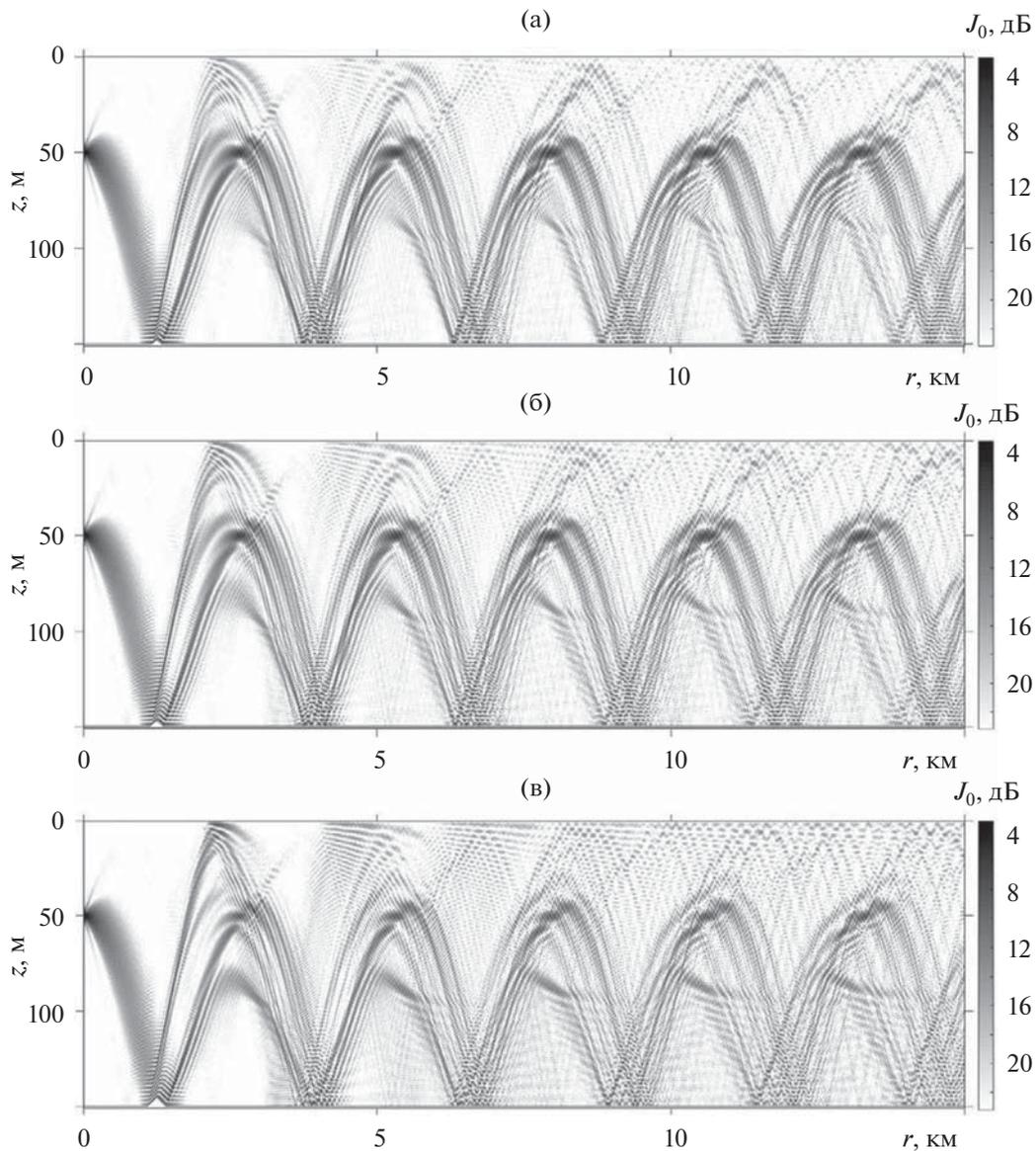
Во втором случае (зависимость (25)) характерный горизонтальный масштаб неровностей дна

$$S_{2m} = \frac{R_1}{\varepsilon} \left\{ \sqrt{1 - m\varepsilon} - \sqrt{1 - (m+1)\varepsilon} \right\} \quad (28)$$

увеличивается с ростом соответствующего номера  $m$  ( $0 \leq m \leq (1 - \varepsilon)/\varepsilon$ ):

$$S_{2m} \approx \frac{R_1}{2} \left\{ 1 + \frac{\varepsilon}{4}(1 + 2m) \right\}, \quad (m+1)\varepsilon \ll 1. \quad (29)$$

Представленные на рис. 3 результаты численного моделирования достаточно наглядно иллюстрируют формирование каустическим пучком в океаническом волноводе (1), (23)–(25) весьма сложной многопучковой структуры пространственного распределения интенсивности акустического поля даже при относительно малой высоте неровностей  $h = 0.5 \text{ м}$ , которая, по-видимому, аналогична ранее установленной в [11] при численном моделировании распространения акустических пучков в глубоководном подводном зву-



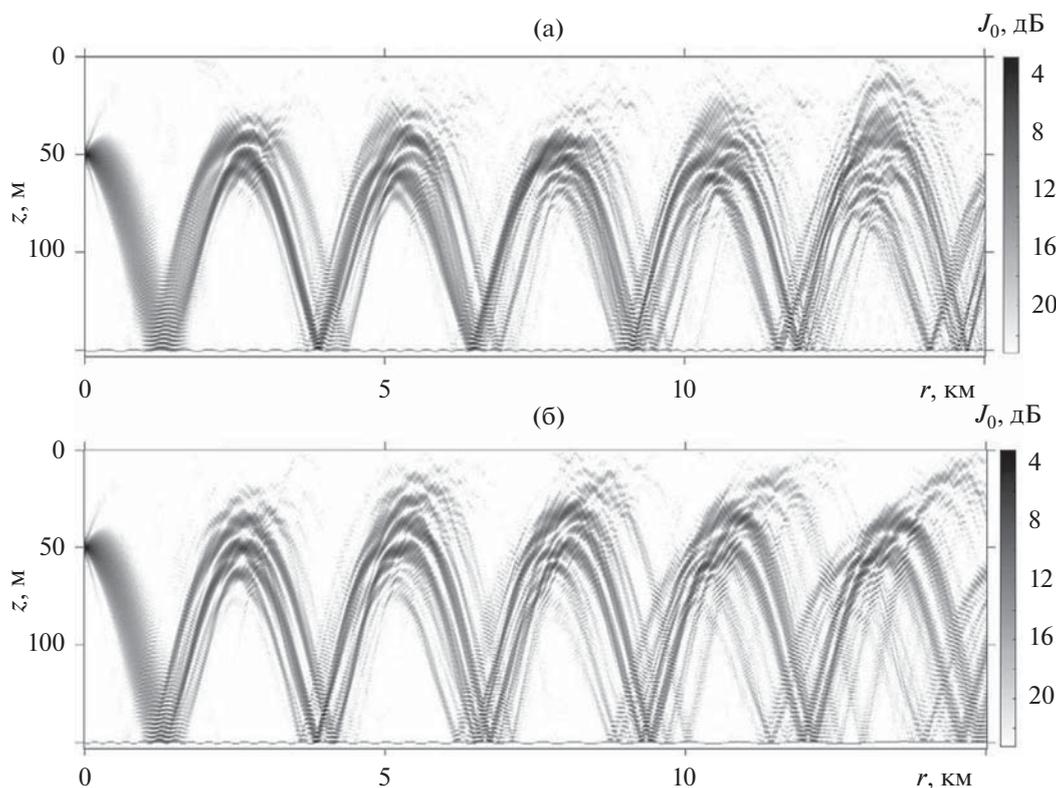
**Рис. 2.** Представленные в плотностной записи пространственные (по горизонтальному расстоянию  $r$  и глубине  $z$ ) распределения нормированной интенсивности  $J_0(r, z) = rJ(r, z)$  акустического поля, полученные с использованием параболического уравнения [9] при различных значениях высоты  $h$  и ширины  $\Delta r_b$  возвышенности дна (см. (2)), но при постоянном значении ее угла наклона  $\chi_b$  (8): (а) –  $h = 2.25$  м,  $\Delta r_b = 150$  м; (б) –  $h = 3$  м,  $\Delta r_b = 200$  м; (в) –  $h = 4.5$  м,  $\Delta r_b = 300$  м.

ковом канале с зависящими от глубины и горизонтального расстояния малыми возмущениями скорости звука, обусловленными наличием внутренних волн и однородной изотропной турбулентности. При этом, как и в океаническом волноводе с одиночной возвышенностью дна (см. рис. 1г, 2), здесь также (см. рис. 3) заметно проявляется эффект формирования слаборасходящегося пучка с горизонтом поворота опорного луча при  $z_n = z_c$  (21).

## ЗАКЛЮЧЕНИЕ

В заключение сформулируем полученные в настоящей работе основные результаты исследований и следующие из них выводы.

С использованием геометроакустического приближения и параболического уравнения исследованы закономерности пространственного (по горизонтальному расстоянию и глубине) распределения интенсивности акустического поля, формируемого при взаимодействии каустическо-



**Рис. 3.** Представленные в плотностной записи пространственные (по горизонтальному расстоянию  $r$  и глубине  $z$ ) распределения нормированной интенсивности  $J_0(r, z) = rJ(r, z)$  акустического поля, полученные с использованием параболического уравнения [9] при различных законах изменения глубины водного слоя: (а) –  $H(r)$  (23), (24); (б) –  $H(r)$  (23), (25).

го пучка с неровностями дна в относительно мелководном океаническом волноводе с открытым ко дну подводным звуковым каналом.

При этом установлено, что при падении каустического пучка на одиночную возвышенность дна в пространственном распределении интенсивности отраженного акустического поля возможно формирование многопучковой структуры. Выяснено, что подобная многопучковая структура формируется и заметно проявляется лишь в том случае, если, во-первых, характерный горизонтальный масштаб соответствующей неровности не превышает ширины пространственной области акустической освещенности дна каустическим пучком, во-вторых, характерный вертикальный масштаб этой неровности сравним или превышает длину акустической волны.

Показано, что при определенных вертикальных и горизонтальных пространственных масштабах возвышенности дна в результате взаимодействия с ней каустического пучка в океаническом волноводе формируются как обычные, так и слаборасходящиеся пучки.

Отмечено, что при наличии неровностей с различными пространственными масштабами на всей поверхности дна исходно излучаемый вертикальной антенной каустический пучок формирует в океаническом волноводе достаточно сложную и, по-видимому, стохастическую многопучковую структуру пространственного распределения интенсивности акустического поля, аналогичную проявляющейся при численном моделировании распространения пучков в глубоководном подводном звуковом канале в присутствии внутренних волн и однородной изотропной турбулентности (см. [11]).

Данное исследование выполнено в рамках госзаданий ИФ РАН по темам № 0030-2021-0009 и № 0035-2019-0018.

#### СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Петухов Ю.В. Звуковой пучок с минимальной геометрической расходимостью волнового фронта по трассе распространения в стратифицированном океаническом волноводе // Акуст. журн. 1994. Т. 40. № 1. С. 111–120.

2. Петухов Ю.В. Формирование преобладающих по интенсивности узких звуковых пучков в стратифицированных океанических волноводах // Акуст. журн. 1995. Т. 41. № 5. С. 807–813.
3. Петухов Ю.В., Абросимов Д.И., Бородин Е.Л. Каустики и слаборасходящиеся пучки лучей в стратифицированных океанических волноводах // Акуст. журн. 2006. Т. 52. № 3. С. 367–374.
4. Петухов Ю.В., Бурдуковская В.Г. Формирование каустических пучков в рефракционном океаническом волноводе // Акуст. журн. 2015. Т. 61. № 4. С. 490–499.
5. Петухов Ю.В., Бурдуковская В.Г., Бородин Е.Л. Формирование слаборасходящегося каустического пучка в открытом ко дну подводном звуковом канале // Акуст. журн. 2017. Т. 63. № 1. С. 59–72.
6. Петухов Ю.В., Бурдуковская В.Г., Бородин Е.Л. Каустические и слаборасходящиеся пучки в горизонтально неоднородных океанических волноводах // Акуст. журн. 2020. Т. 66. № 2. С. 181–197.
7. Бурлакова И.Б., Голубев В.Н., Петухов Ю.В., Славинский М.М. Зоны повышенной озвученности вблизи поверхности открытого ко дну подводного звукового канала в глубоком океане // Акуст. журн. 1990. Т. 36. № 2. С. 362–364.
8. Бреховских Л.М., Лысанов Ю.П. Теоретические основы акустики океана. М.: Наука, 2007. 370 с.
9. Smith K.B. Convergence, stability, and variability of shallow water acoustic predictions using a split-step Fourier parabolic equation model // J. Comput. Acoust. 2001. V. 9. № 1. P. 243–285.
10. Боровиков В.А., Кинбер Б.Е. Геометрическая теория дифракции. М.: Связь, 1978. 247 с.
11. Beron-Vera F.J., Brown M.G. Underwater acoustic beam dynamics // J. Acoust. Soc. Am. 2009. V. 126. № 1. P. 80–91.