

ОДНОМЕРНАЯ ОБРАТНАЯ ЗАДАЧА ПАССИВНОЙ АКУСТИЧЕСКОЙ ТЕРМОМЕТРИИ С ИСПОЛЬЗОВАНИЕМ УРАВНЕНИЯ ТЕПЛОПРОВОДНОСТИ: КОМПЬЮТЕРНОЕ И ФИЗИЧЕСКОЕ МОДЕЛИРОВАНИЕ

© 2022 г. А. А. Аносов^{a, b, *}

^aФГАОУ ВО Первый МГМУ им. И.М. Сеченова Минздрава России (Сеченовский Университет),
ул. Трубецкая 8, стр. 2, Москва, 119991 Россия

^bИнститут радиотехники и электроники им. В.А. Котельникова РАН,
ул. Моховая 11/7, Москва, 125009 Россия

*e-mail: anosov_a_a@staff.sechenov.ru

Поступила в редакцию 20.12.2021 г.

После доработки 24.04.2022 г.

Принята к публикации 26.05.2022 г.

Предложен и экспериментально опробован на модели алгоритм восстановления меняющегося во времени одномерного распределения глубинной температуры тела человека при локальном нагреве. В алгоритм заложено требование, что температура подчиняется уравнению теплопроводности, интегрирование которого с весом, учитывающим поглощение в объекте, позволяет получить временную зависимость акустической температуры (измеряемого сигнала), которая, в свою очередь, определяется параметрами уравнения. Искомая температура получается при решении уравнения теплопроводности с найденными параметрами. В алгоритме восстанавливаются два параметра: кровоток и амплитуда источника нагрева, которые не определяются каждый раз заново, а лишь уточняются. При этом увеличивается время интегрирования, но не страдает временное разрешение – получать новые результаты можно через любой промежуток времени. После двухминутного нагрева можно восстановить температуру и размер нагретой области с точностью, приемлемой для медицинских приложений: 0.5°C и 0.5 мм соответственно.

Ключевые слова: пассивная акустическая термометрия, тепловое акустическое излучение, восстановление глубинной температуры

DOI: 10.31857/S0320791922050045

ВВЕДЕНИЕ

В ряде медицинских приложений, связанных с локальной гипертермией тканей организма человека, важно с надлежащей точностью осуществить безболезненные измерения глубинной температуры. Возможно, магнитно-резонансная термометрия в будущем позволит решить эту задачу [1]. Однако этот метод требует дорогого оборудования, обученного персонала и специально подготовленных помещений. Поэтому наличие альтернативных методов крайне актуально, если они обеспечивают надлежащую точность. Для медицинских приложений ошибка определения температуры не должна превышать 0.5–1 К, пространственное разрешение должно быть не хуже 5 мм.

Предлагается использовать пассивную акустическую термометрию, физической основой которой является регистрация теплового акустического излучения объекта [2–4]. Измерения шумо-

вого сигнала приводят к значительному времени интегрирования: в мегагерцовом диапазоне для получения требуемой точности необходимо усреднять сигнал в течение 30–50 с. Чтобы снизить это время без потери точности, предполагается при восстановлении температуры использовать уравнение теплопроводности с кровотоком (уравнение Пеннеса [5]). В акустотермографии этот подход уже исследовался теоретически в различных модификациях [6, 7]. В предлагаемом алгоритме восстанавливается не сама температура, а параметры уравнения теплопроводности, при этом искомые параметры не определяются каждый раз заново, а уточняются по мере измерений. Такой подход уже рассмотрен, в том числе и экспериментально. При нагреве модельного объекта – говяжьей печени – восстанавливались температуропроводность и источник нагрева [8], при охлаждении нагретых модельных объектов – пластилина и тефлона – восстанавливались тем-

пературопроводность и начальная температура [9, 10]. Новым является учет в этой схеме кровотока в теле человека.

В работе будет рассмотрен одномерный случай, с одной стороны, наиболее физически прозрачный, с другой стороны, наиболее некорректный. Если восстанавливать профиль температуры по результатам измерения теплового излучения на разных частотах, то различить расположенные на одной глубине узкий сильно нагретый слой и широкий, но слабо нагретый, – невозможно при существующей точности измерений.

Отметим работу [11] в области СВЧ-термометрии (математически СВЧ- и акустотермометрия описываются схожими уравнениями), где для восстановления температуры было использовано уравнение теплопроводности (без кровотока) и рассмотрен внешний нагрев объекта, что соответствует учету граничных условий. В данной работе предлагается рассмотреть локальный нагрев в глубине тела человека, т.е. ввести в уравнение теплопроводности источник.

Таким образом, в работе предложен алгоритм восстановления профиля температуры при локальном нагреве ткани с учетом уравнения теплопроводности с кровотоком. Предложенный алгоритм опробован экспериментально.

МАТЕРИАЛЫ И МЕТОДЫ

Расчетная модель. Рассмотрим одномерную модель локальной гипертермии мягких тканей человека (см. рис. 1а). Изменения температуры T подчиняются уравнению теплопроводности с учетом кровотока [5]:

$$\partial T / \partial t = a^2 \partial^2 T / \partial x^2 - \eta(T - T_0) + S(x), \quad (1)$$

где a^2 – коэффициент температуропроводности, η – кровоток, $T_0 = 37^\circ\text{C}$ – температура притекающей крови, $S(x)$ – источник нагрева, не меняющийся во времени, x – координата, направленная вглубь тела, t – время. Будем считать, что исследуемая среда однородна по температуропроводности и кровотоку $a^2 = \text{const}$, $\eta = \text{const}$. Начальное распределение температуры: $T(t = 0, x) = T_0$, граничные условия: $T(t, x = 0) = T(t, x = \infty) = T_0$.

Акустостояркая температура, измеряемая датчиком, расположенным на границе тела при $x = 0$, рассчитывается по формуле [12]:

$$T_A(t) = \int_0^\infty T(t, x) \exp(-\gamma x) dx, \quad (2)$$

где γ – коэффициент поглощения ультразвука по интенсивности. Будем считать, что исследуемая среда однородна по поглощению $\gamma = \text{const}$.

Умножим обе части уравнения (1) на выражение $\gamma \exp(-\gamma x)$ и проинтегрируем по x . При этом первое слагаемое правой части (1) дважды проинтегрируем по частям. В результате, с учетом выражения (2), получим:

$$\frac{dT_A}{dt} = \gamma a^2 \left\{ -\frac{\partial T(t, 0)}{\partial x} - \gamma T(t, 0) + \gamma T_A \right\} - \eta(T_A - T_0) + \int_0^\infty S(x) \exp(-\gamma x) dx. \quad (3)$$

Предположим, что источник нагрева расположен достаточно глубоко и время нагрева невелико, так что влиянием источника на температурный градиент на поверхности тела можно пренебречь: $\partial T(0) / \partial x \approx 0$.

Окончательно получаем обыкновенное дифференциальное уравнение относительно акустостояркой температуры

$$\frac{dT_A}{dt} = -(\eta - \gamma^2 a^2)(T_A - T_0) + \int_0^\infty S(x) \exp(-\gamma x) dx, \quad (4)$$

решение которого определяется выражением

$$T_A(t) = T_0 + \frac{\int_0^\infty S(x) \exp(-\gamma x) dx}{\eta - \gamma^2 a^2} \times [1 - \exp(-(\eta - \gamma^2 a^2)t)]. \quad (5)$$

В случае слабого кровотока $\eta = 0$ при небольшом времени нагрева $t \ll 1/\gamma^2 a^2$ акустостояркая температура линейно растет со временем:

$$T_A(t) = T_0 + \gamma t \int_0^\infty S(x) \exp(-\gamma x) dx. \quad (6)$$

Алгоритм восстановления температуры. Исходя из выражений (5) и (6), можно предложить алгоритм восстановления меняющегося во времени профиля температуры: по временной зависимости измеряемой акустостояркой температуры определяются параметры уравнения теплопроводности и затем, с помощью этого уравнения, вычисляется профиль температуры в каждый момент времени. Предположим, что коэффициент температуропроводности, профиль источника и два его параметра: ширина d (взятая по половине от максимального значения) и положение x_0 , а также коэффициент поглощения ультразвука известны. Необходимо найти неизвестные параметры уравнения теплопроводности – кровоток η и амплитуду источника Q .

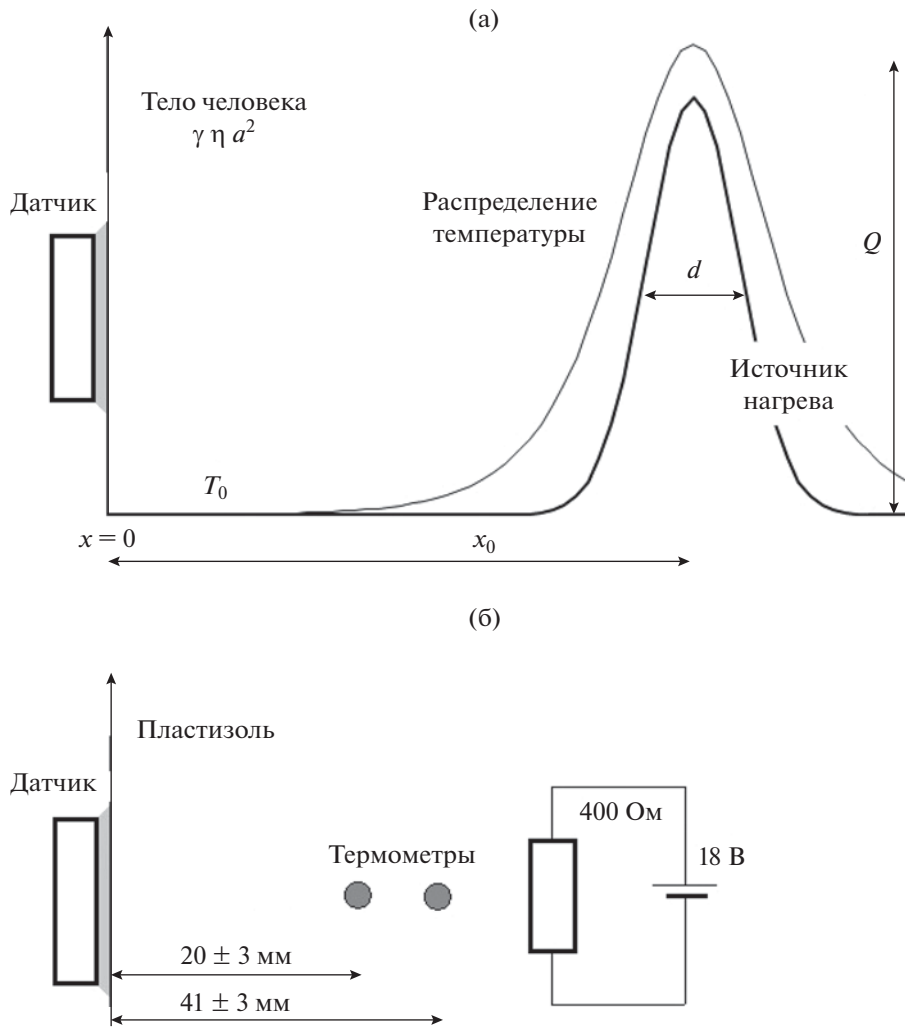


Рис. 1. (а) – Расчетная модель: датчик, расположенный на границе $x = 0$ тела человека; параметры уравнения теплопроводности: γ – коэффициент поглощения, a^2 – коэффициент температуропроводности и η – кровоток не меняются в пространстве; источник нагрева, который определяется тремя параметрами: Q – амплитудой, x_0 – глубиной залегания, d – шириной; восстанавливаемое распределение температуры, T_0 – температура до нагрева. (б) – Схема эксперимента: источник нагрева в пластиноле – сопротивление 400 Ом, на которое подается напряжение 18 В; термометры, помещенные в пластиноль.

Для примера рассмотрим источник в форме гауссиана

$$S_1(x) = 2Q \sqrt{\frac{\ln 2}{\pi}} \exp\left[-\frac{(x-x_0)^2 \ln 2}{(d/2)^2}\right]. \quad (7)$$

Тогда интеграл, представленный в правой части выражения (4), равен (при $x_0 \gg d$)

$$\begin{aligned} \int_0^{\infty} S_1(x) \exp(-\gamma x) dx &\approx \\ &\approx \gamma Q d \exp(-x_0 \gamma) \left(1 + \frac{d^2 \gamma^2}{16 \ln 2}\right). \end{aligned} \quad (8)$$

Для восстановления температуры предлагается следующий алгоритм (см. рис. 2). Входные параметры алгоритма: a^2 , d , x_0 , γ и экспериментальная временная зависимость акустостаркостной температуры $T_A(t)$, которая аппроксимируется параболой $T_A(t) \approx T_0 + k_1 t + k_2 t^2$, проходящей через точку $T_A(0) = T_0$, k_1 и k_2 – рассчитываемые коэффициенты. Если полученная парабола вогнута или близка к прямой, т.е. $k_2 \geq 0$, что говорит о слабом кровотоке $\eta \approx 0$, то акустостаркостная температура аппроксимируется прямой $T_A(t) \approx T_0 + k_3 t$. При этом выходные параметры

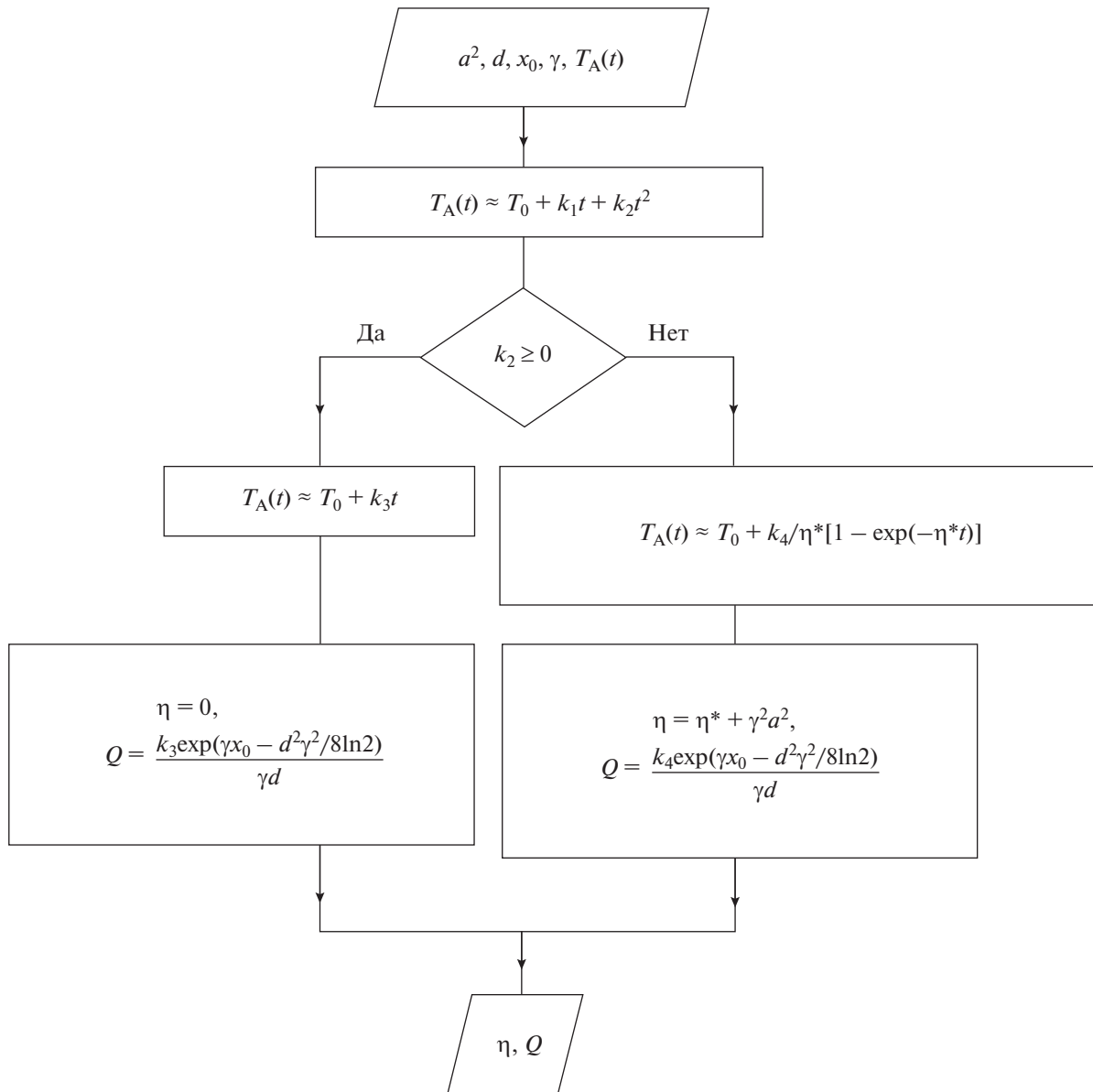


Рис. 2. Алгоритм восстановления кровотока η и амплитуды Q источника по экспериментальной временной зависимости акустической температуры $T_A(t)$. Коэффициент температуропроводности a^2 , ширина d и положение x_0 источника, коэффициент поглощения γ ультразвука считаются известными.

$Q = \frac{k_3 \exp(\gamma x_0 - d^2 \gamma^2 / 8 \ln 2)}{\gamma d}$ и $\eta = 0$. Если полученная парабола выпуклая, т.е. $k_2 < 0$, то акустическая температура аппроксимируется выражением $T_A(t) \approx T_0 + \frac{k_4}{\eta^*} [1 - \exp(-\eta^* t)]$. При этом $Q = \frac{k_4 \exp(\gamma x_0 - d^2 \gamma^2 / 8 \ln 2)}{\gamma d}$ и $\eta = \eta^* + \gamma^2 a^2$. По параметрам Q и η по уравнению (1) рассчитывается

меняющееся во времени температурное распределение.

Для оценки точности алгоритма определяются погрешности восстановления максимальной температуры $T_{\max} = T(x_0)$ и размера нагретой области h , взятого в точках, где увеличение температуры равно половине от максимального $T(x_0 - h/2) - T_0 = T(x_0 + h/2) - T_0 = (T_{\max} - T_0)/2$. Чтобы определить эти погрешности, на точное

значение временной зависимости акустостоярковой температуры накладывается нормально распределенная погрешность со стандартным отклонением δT_A . Эта погрешность определяется пороговой чувствительностью акустотермографа. По заданной с погрешностью акустостоярковой температуре с помощью приведенного выше алгоритма определяются параметры Q и η , по уравнению (1) рассчитывается температура и определяются максимальная температура и размер нагретой области. Указанная процедура повторялась 1000 раз. Это дало возможность статистически определить погрешности восстановления (стандартные отклонения) для максимальной температуры и размера нагретой области.

Экспериментальное опробование алгоритма.

Алгоритм восстановления температуры был опробован при нагреве модельного объекта — пластизоля (пластизоль прозрачный, твердость 15–17, “Альпина Пласт”, Клин, Россия), акустические и теплофизические свойства которого близки свойствам мягких тканей тела человека [13, 14]. В качестве нагревателя использовалось помещенное в пластизоль, на расстоянии 50 ± 3 мм от поверхности, сопротивление 400 Ом, на которое подавали напряжение 18 В. Температура пластизоля контролировалась двумя цифровыми термометрами DS18S20P (Maxim Integrated, Сан-Хосе, США) с точностью 0.3 К. Датчики располагались на расстояниях 20 ± 3 и 41 ± 3 мм от границы пластизоля (см. рис. 1б).

Для измерений теплового акустического излучения был использован многоканальный акустотермограф [15–17], разработанный в ИПФ РАН А.Д. Мансфельдом и в настоящее время дорабатываемый Р.В. Беляевым (полоса пропускания 1.6–2.5 МГц, пороговая чувствительность при времени интегрирования 10 с — 0.2 К). Принимаемые акустические сигналы преобразовывались в электрические, которые усиливались, проходили через квадратичный детектор и усреднялись в течение 30 мс. С выходов многоканального акустотермографа сигналы подавались на 14-ти разрядный многоканальный АЦП Е14-140 (ЗАО “L-Card”, Москва, Россия) с частотой дискретизации 1 КГц на один канал. Разработанная программа проводила дальнейшее усреднение данных.

До измерений акустический датчик находился в держателе, который являлся акустическим черным телом, при комнатной температуре. Измерения теплового акустического излучения пластизоля проводились в течение 10–15 с. Для акустического контакта на поверхность объекта наносили гель для УЗИ “Медигель”. После измерений датчик возвращали в держатель до следующего измерения. Интервал между измерениями составлял около 1 мин.

РЕЗУЛЬТАТЫ

Выбор параметров. В норме кровотока в разных тканях организма меняется в широких пределах [14] от 28–38 мл/(кг мин) или $(4.7–6.3) \times 10^{-4}$ л/с в жировой ткани—скелетных мышцах до 1050–5000 мл/(кг мин) или $(1.75–8.33) \times 10^{-2}$ л/с в печени—щитовидной железе. Коэффициент температуропроводности меняется в тканях незначительно [14], например, при 37°C температуропроводность в печени составляет 0.141, а в жировой ткани 0.131 мм²/с. Изменения этого параметра при изменении температуры также невелики: например, в печени — 0.28% на градус. Для оценки размера источника воспользуемся следующими соображениями. Предположим, что нагрев осуществляется с помощью введенного в организм световода, по которому передается ИК излучение. Это излучение поглощается в глубине организма, где и происходит нагрев. Согласно [14] характерная глубина проникновения (расстояние, на котором интенсивность света уменьшается в e раз) в печени на длинах волн 800 и 1000 нм составляет 1 и 0.5 мм, соответственно, а в почках на тех же длинах волн — 2.7 и 1.6 мм соответственно. Отметим, что источник при поглощении излучения не является гауссианом, однако расчеты показывают, что форма источника незначительно влияет на форму температурного распределения. Частотную зависимость коэффициента ослабления ультразвука в мягких тканях принято задавать эмпирической формулой: $\gamma = af^b$ [14]. Например, для печени и мышц бедра коэффициент $b = 1$, коэффициент $a = 0.162$ и 0.128 л/(мм МГц), соответственно. В этом случае, на частоте 2 МГц коэффициент ослабления равен 0.0324 и 0.0256 л/мм соответственно.

После анализа литературы для рассчитываемой модели были выбраны следующие параметры уравнения теплопроводности: $x_0 = 25$ мм, $d = 4$ мм, $a^2 = 0.14$ мм²/с, $\gamma = 0.03$ л/мм.

На рассчитанную акустостоярковую температуру накладывалась нормально распределенная случайная ошибка, соответствующая пороговой чувствительности акустотермометра 0.2 К за 10 с [18].

Влияние кровотока на температуру показано на рис. 3, где представлены профили температуры в разных тканях с разным кровотоком при источнике в форме гауссиана. Пусть задача врача — нагреть некоторую область за 5 мин до оптимальной температуры, например, до 43°C. Отметим, что в случаях без кровотока и для скелетных мышц в представленном масштабе температурные профили практически совпадают. Ширина нагретой области при увеличении кровотока более чем на два порядка (скелетные мышцы—щитовидная железа) уменьшается незначительно — на 6 мм. При значительном кровотоке ширина темпера-

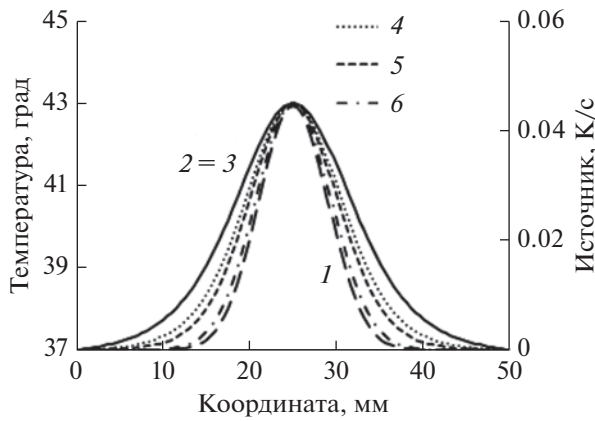


Рис. 3. Профили источника (1) и температур после пятиминутного нагрева в разных тканях. Расчетные параметры: $a^2 = 0.141 \text{ мм}^2/\text{с}$, $x_0 = 25 \text{ мм}$, $d = 4 \text{ мм}$; без кровотока (2) – $Q = 0.035 \text{ К/с}$; скелетные мышцы (3) – $Q = 0.038 \text{ К/с}$, $\eta = 6.3 \times 10^{-4} \text{ 1/с}$; головной мозг (4) – $Q = 0.087 \text{ К/с}$, $\eta = 9.3 \times 10^{-3} \text{ 1/с}$; печень (5) – $Q = 0.139 \text{ К/с}$, $\eta = 1.75 \times 10^{-2} \text{ 1/с}$; щитовидная железа (6) – $Q = 0.545 \text{ К/с}$, $\eta = 8.33 \times 10^{-2} \text{ 1/с}$. В представленном масштабе температурные профили без кровотока и для скелетных мышц практически совпадают (2 = 3).

турного распределения стремится к ширине источника.

Расчет акустоаркостной температуры. Временные зависимости акустоаркостной температуры, рассчитанные по формуле (2), в случае отсутствия кровотока и при кровотоке как в печени показаны на рис. 4. Для примера показаны 6 реализаций акустоаркостной температуры с погрешностью $\delta T_A = 0.2 \text{ К}$. Из рис. 4а видно, что акустоаркостная температура без кровотока растет линейно, при этом рост максимальной температуры замедляется, однако увеличивается размер нагретой области. Акустоаркостная температура определяется интегралом от распределения глубинной температуры (т.е. пропорциональна произведению максимальной температуры на размер нагретой области) и поэтому на данном временном промежутке линейно увеличивается во времени.

Восстановление температурного распределения. Первый раз восстановление производилось через 50 с после начала нагрева и повторялось каждые 50 с в течение пяти минут. Если в первый раз были использованы данные только за первые 50 с нагрева, то в дальнейшем это время увеличивалось: во второй раз восстанавливали температуру за 100 с, в третий – за 150 с и т.д. В последнем восстановлении использовались все полученные за 5 мин данные.

Задача восстановления максимальной температуры без кровотока является линейной, и по-

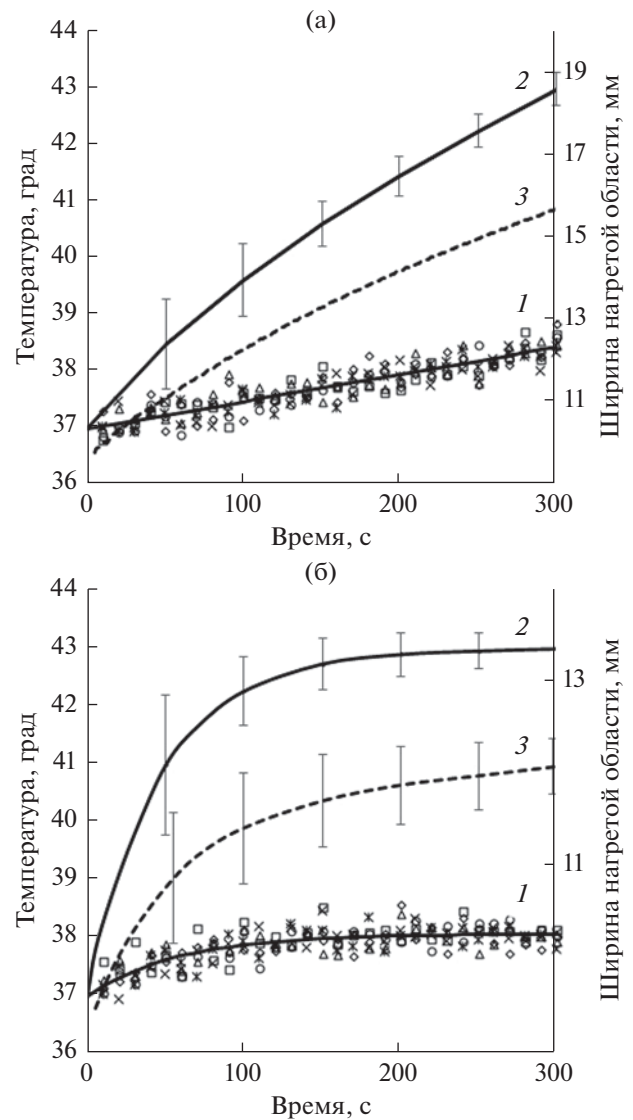


Рис. 4. Временные зависимости акустоаркостной (1) и максимальной (2) температуры, а также ширины (3, пунктир) нагретой области (а) – без кровотока и (б) – при кровотоке как в печени. Расчетные параметры: $a^2 = 0.141 \text{ мм}^2/\text{с}$, $x_0 = 25 \text{ мм}$, $d = 4 \text{ мм}$, $\gamma = 0.03 \text{ 1/мм}$; без кровотока $Q = 0.035 \text{ К/с}$; печень $Q = 0.139 \text{ К/с}$, $1.75 \times 10^{-2} \text{ 1/с}$. На точные значения акустоаркостной температуры наложены 6 реализаций с погрешностью $\delta T_A = 0.2 \text{ К}$. Показаны погрешности восстановления (стандартные отклонения), рассчитанные по 1000 реализаций. Без кровотока ширина нагретой области определяется без ошибок.

грешность ее решения δT_{\max} пропорциональна выражению $\delta T_{\max} \sim \delta T_A / \sqrt{\sum t_i^2}$, где t_i – моменты измерения акустоаркостной температуры. Таким образом, для ее вычисления не требовалось рассчитывать реализации случайного процесса. Тем

не менее, это было сделано для того, чтобы удостовериться в предлагаемом подходе перед его использованием для случая сильного кровотока. Погрешность восстановления температуры показана на рис. 4а. При интегрировании данных за 50 с погрешность составила 0.8 К, за 150 с – снизилась до 0.4 К, при интегрировании за все время измерений – составила 0.25 К.

Без кровотока ширина температурного распределения зависит от времени, но при заданном времени не зависит от амплитуды источника. Поэтому восстановленный размер температурного распределения совпадает с исходным.

Восстановление при кровотоке как в печени. Задача восстановления максимальной температуры и ширины нагретой области при наличии кровотока является нелинейной и была решена численно. Погрешность восстановления максимальной температуры показана на рис. 4б. При интегрировании данных за 50 с погрешность составила 1.2 К, за 150 с – снизилась до 0.45 К, при интегрировании за все время измерений составила 0.27 К.

Эксперимент с пластизолом. Пластизол нагревали в течение 33 мин. Измеренные значения акустояркой температуры и данные электронных термометров (до, во время и после нагрева) представлены на рис. 5. Исходная температура пластизола была равна 20.1°C. Отметим, что акустояркая температура и температура, измерявшаяся на расстоянии 20 мм от поверхности пластизола (т.е. в 30 мм от центра нагрева), не сразу начали снижаться после окончания нагрева. По результатам измерений был определен коэффициент $k_3 = 0.0016$ К/с и рассчитана амплитуда источника $Q = 0.05$ К/с (при $a^2 = 0.15$ мм²/с [13], $d = 2$ мм, $x_0 = 50$ мм, $\gamma = 0.03$ 1/мм [13]). С помощью уравнения (1) были рассчитаны временные зависимости температуры в местах расположения электронных термометров: температурные диапазоны в пределах ± 3 мм показаны на рис. 5. Из графиков видно, что предложенный алгоритм работает.

ОБСУЖДЕНИЕ

Из трех параметров источника: глубины залегания, ширины и амплитуды восстанавливался только последний. Это связано с тем, что остальные параметры можно определить предварительно, до начала нагрева. Если нагрев осуществляется с помощью введенного в организм световода, по которому передается ИК излучение, то положение кончика световода контролируется с помощью стандартного медицинского УЗИ. Ширину источника можно измерить предварительно в модельном эксперименте. Теоретически в эксперименте на модели можно измерить и амплитуду источника (в этом случае в предлагаемом алгоритме

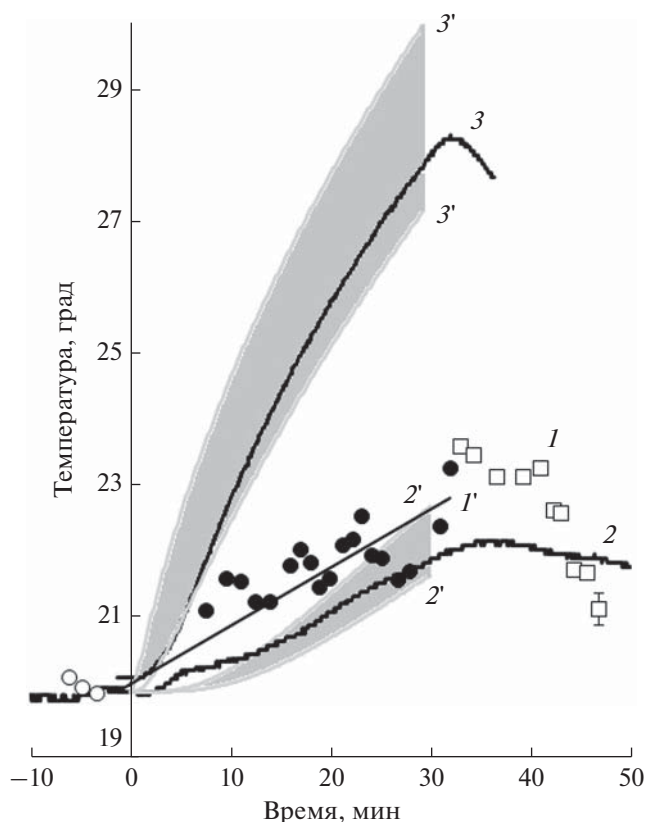


Рис. 5. Временные зависимости измеренной акустояркой температуры (1, ○ – до, ● – во время, □ – после нагрева) и показаний электронных термометров, расположенных на расстояниях 20 ± 3 (2) и 41 ± 3 (3) мм от границы пластизола. Расчетные зависимости: аппроксимация акустояркой температуры прямой (1'), температурные диапазоны (показаны серым цветом) в местах расположения термометров (2' и 3'). Погрешность измерения акустояркой температуры показана для крайнего правого маркера. 0 – начало, 33 мин – окончание нагрева.

остается только определить кровоток), но реально эта характеристика зависит от состояния кончика световода, от того, с какой тканью он контактирует. При нагреве может образоваться обгоревшая ткань, которая препятствует прохождению излучения из световода в окружающую ткань, что невозможно проконтролировать заранее [19].

Выбор максимальной температуры связан с использованием гипертермии в онкологии. В работе [20] для оценки тепловой дозы в условиях, которые клинически значимы для биологического эффекта, была предложена эталонная температура 43°C. В этом случае тепловая доза, выраженная в минутах, равна времени нагрева.

В качестве параметров восстановления взяты максимальная температура и размер нагретой области. Это связано с тем, что именно эти параметры удобно использовать при контроле гипертермии: врачам, в первую очередь, важна информация о

размере и температуре нагретой области, но не о распределении температуры.

Отметим фундаментальность полученного результата: как известно, по данным об акустояркой температуре в данный момент времени невозможно восстановить температурное распределение — по точке нельзя восстановить функцию. Это можно сделать, если измерена частотная зависимость акустояркой температуры, которая связана с зависимостью коэффициента поглощения от частоты [21]. В данном исследовании проблема решается другим способом: рассматривается временная зависимость акустояркой температуры, и по ней восстанавливаются параметры уравнения теплопроводности. После интегрирования уравнения восстанавливается температурное распределение, меняющееся во времени. Требование, чтобы температура удовлетворяла уравнению теплопроводности, приводит к повышению точности восстановления. Каждый раз (через 50, 100, ..., 300 с) искомые параметры не определяются заново, а лишь уточняются (см. [5, 7]). Практически увеличивается время интегрирования, но при этом не страдает временное разрешение — получать новые результаты можно через любой промежуток времени. Это преимущество достигается за счет требования, чтобы параметры уравнения теплопроводности оставались постоянными. Отметим, что данное требование, вообще говоря, неприменимо к кровотоку — при нагреве ткани он увеличивается. В этом случае необходимо найти неизменный параметр меняющегося кровотока, например, считать, что кровотоки растут линейно [22]. Это является темой отдельного исследования.

Отметим, что форма источника не является критичной для восстановления температуры. Если сравнить источники прямоугольной формы и гауссиан, расположенные на одной глубине, имеющие одинаковую ширину и площадь по кривой источника, то при пятиминутном нагреве, при одной и той же максимальной температуре 43°C, размеры нагретых областей различаются меньше, чем на 1 мм, а акустояркие температуры различаются менее, чем на 0.03°C.

Рассмотрим пределы применимости модели, связанные с граничными условиями. Существенное ограничение — нулевой градиент температуры на границах области. Это означает, что все тепло остается в области, что можно считать справедливым только в начале нагрева. Таким образом, при слабом кровотоке модель можно считать адекватной, пока акустояркая температура растет линейно со временем.

Укажем ограничения модели, связанные с акустической неоднородностью среды. Поглощение ультразвука различно в разных тканях организма. Если изменения коэффициента поглощения кор-

релируют с изменениями температуры, то акустояркая температура меняется. Например, если в нагретой области поглощение больше среднего, то это увеличит акустояркую температуру. Однако, согласно [14] температурная зависимость коэффициента ослабления ультразвука в мягких тканях при температуре ~37°C на частоте ~2 МГц практически отсутствует: температурный коэффициент равен 0 ± 0.4 (м К)⁻¹. Если же поглощение не зависит от температуры, то пространственная неоднородность поглощения не приводит к существенным изменениям акустояркой температуры из-за интегрального характера этой характеристики.

В различных мягких тканях организма скорость звука различна. Согласно [14] скорость звука в печени и в мышечной ткани меняется в диапазоне 1568–1593 м/с или на $\pm 1.6\%$. Эти вариации скорости приводят к изменению аппаратной функции (диаграммы направленности) приемного устройства, что необходимо учесть в 3D модели.

Отметим иллюстративный характер экспериментальной апробации алгоритма. Условия эксперимента не полностью соответствовали параметрам численного расчета: в шесть раз большее время нагрева; локальный источник — не нагретый слой, параллельный поверхности; наличие отражения от сопротивления, помещенного в пластизол. Однако, задача экспериментальной проверки точности предложенного алгоритма не стояла. Актуальным является использование предложенного подхода к решению 3D обратной задачи, причем с учетом аппаратной функции акустического датчика [23]. Это — тема будущего исследования.

ЗАКЛЮЧЕНИЕ

Предложенный алгоритм позволяет восстановить температуру и размер нагретой области с точностью, приемлемой для медицинских приложений. Эта точность достигается через две минуты после начала нагрева, после чего температурное распределение можно контролировать практически непрерывно. Этот результат достигается благодаря использованию уравнения теплопроводности. Проведена экспериментальная проверка алгоритма.

Работа выполнена при поддержке РФФИ (грант № 20-02-00759), а также в рамках государственного задания Института радиотехники и электроники им. В.А. Котельникова РАН (№ государственной регистрации АААА-А19-119041590070-01).

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Winter L., Oberacker E., Paul K., Ji Y., Oezerdem C., Ghadjar P., Thieme A., Budach V., Wust P., Niendorf T. Magnetic resonance thermometry: methodology, pit-

- falls and practical solutions // *Int. J. Hyperthermia*. 2016. V. 32. № 1. P. 63–75.
<https://doi.org/10.3109/02656736.2015.1108462>
2. Буров В.А., Дариалашвили П.И., Естухов С.Н., Румянцева О.Д. Экспериментальное моделирование процессов активно-пассивной термоакустической томографии // *Акуст. журн.* 2004. Т. 50. № 3. С. 298–298.
 3. Миргородский В.И., Герасимов В.В., Пешин С.В. Экспериментальные исследования особенностей пассивной корреляционной томографии источников некогерентного акустического излучения мегагерцевого диапазона // *Акуст. журн.* 2006. Т. 52. № 5. С. 702–709.
 4. Bowen T. Acoustic radiation temperature for non-invasive thermometry // *Automedica (New York)*. 1987. V. 8. № 4. P. 247–267.
<http://pascal-francis.inist.fr/vibad/index.php?action=getRecordDetail&idt=7595418> (дата обращения 30.05.2022)
 5. Pennes H.H. Analysis of tissue and arterial blood temperatures in the resting human forearm // *J. Appl. Physiology*. 1948. V. 1. № 2. P. 93–122.
 6. Боровиков И.П., Обухов Ю.В., Боровиков В.П., Пасечник В.И. Новые алгоритмы восстановления сигналов и изображений, моделируемых при помощи дифференциальных уравнений // *Радиотехника и электроника*. 1999. Т. 44. С. 6.
 7. Бограчев К.М., Пасечник В.И. Оценки точности восстановления температуры в пассивной термоакустической томографии // *Акуст. журн.* 1999. Т. 45. № 6. С. 742–752.
 8. Аносов А.А., Беляев Р.В., Вилков В.А., Закарян А.В., Казанский А.С., Мансфельд А.Д., Субочев П.В. Восстановление глубинной температуры методом акустотермометрии с учетом уравнения теплопроводности // *Радиотехника и электроника*. 2015. Т. 60. № 8. С. 855.
 9. Аносов А.А., Беляев Р.В., Вилков В.А., Дворникова М.В., Дворникова В.В., Казанский А.С., Курятникова Н.А., Мансфельд А.Д. Акустотермометрическое восстановление профиля глубинной температуры с использованием уравнения теплопроводности // *Акуст. журн.* 2012. Т. 58. № 5. С. 592–599.
 10. Anosov A.A., Subochev P.V., Mansfeld A.D., Sharakshane A.A. Physical and computer-based modeling in internal temperature reconstruction by the method of passive acoustic thermometry // *Ultrasonics*. 2018. V. 82. P. 336–344.
<https://doi.org/10.1016/j.ultras.2017.09.015>
 11. Гайкович К.П. Вероятностный подход к результатам совместного решения уравнений переноса излучения и теплопроводности в радиотермометрии // *Изв. вузов. Радиотехника*. 1996. Т. 39. № 4. С. 399–413.
 12. Passechnik V.I. Verification of the physical basis of acoustothermography // *Ultrasonics*. 1994. V. 32. № 4. P. 293–299.
[https://doi.org/10.1016/0041-624X\(94\)90009-4](https://doi.org/10.1016/0041-624X(94)90009-4)
 13. Maggi L., Cortela G., von Kruger M.A., Negreira C., de Albuquerque Pereira W.C. Ultrasonic Attenuation and Speed in phantoms made of PVCp and Evaluation of acoustic and thermal properties of ultrasonic phantoms made of polyvinyl chloride-plastisol (PVCp) // *In IWBBIO*. 2013. P. 233–241.
 14. Duck F.A. Physical properties of tissues: a comprehensive reference book. Academic press, 2013.
 15. Аносов А.А., Беляев Р.В., Вилков В.А., Казанский А.С., Курятникова Н.А., Мансфельд А.Д. Акустотермометрические данные о кровотоке и теплопродукции в предплечье при физической нагрузке // *Акуст. журн.* 2013. Т. 59. № 4. С. 539–544.
 16. Аносов А.А., Беляев Р.В., Вилков В.А., Казанский А.С., Мансфельд А.Д., Шаракианэ А.С. Динамическая акустотермография // *Акуст. журн.* 2009. Т. 55. № 4–5. С. 436–444.
 17. Аносов А.А., Беляев Р.В., Вилков В.А., Дворникова М.В., Дворникова В.В., Казанский А.С., Курятникова Н.А., Мансфельд А.Д. Акустотермометрический контроль кисти человека при гипертермии и гипотермии // *Акуст. журн.* 2013. Т. 59. № 1. С. 109–114.
 18. Passechnik V.I., Anosov A.A., Bograchev K.M. Fundamentals and prospects of passive thermoacoustic tomography // *Critical Reviews™ in Biomedical Engineering*. 2000. V. 28. № 3–4.
<https://doi.org/10.1615/CritRevBiomedEng.v28.i34.410>
 19. Аносов А.А., Сергеева Т.В., Алехин А.И., Беляев Р.В., Вилков В.А., Иванникова О.Н., Казанский А.С., Кузнецова О.С., Лесс Ю.А., Луковкин А.В., Мансфельд А.Д., Обухов Ю.В., Санин А.Г., Шаракианэ А.С. Акустотермометрическое сопровождение лазериндуцированной интерстициальной гипертермии молочной и щитовидной желез // *Биомедицинская радиоэлектроника*. 2008. № 5. С. 67–72.
 20. Sapareto S.A., Dewey W.C. Thermal dose determination in cancer therapy // *Int. J. Radiation Oncology Biology Physics*. 1984. V. 10. № 6. P. 787–800.
 21. Anosov A.A., Kazansky A.S., Subochev P.V., Mansfel'd A.D., Klinshov V.V. Passive estimation of internal temperatures making use of broadband ultrasound radiated by the body // *J. Acoust. Soc. Am.* 2015. V. 137. № 4. P. 1667–1674.
<https://doi.org/10.1121/1.4915483>
 22. Lakhssassi A., Kengne E., Semmaoui H. Modified Pennes' equation modelling bio-heat transfer in living tissues: analytical and numerical analysis // *Natural Science*. 2010. V. 2. № 12. P. 1375.
 23. Аносов А.А., Шаракианэ А.А., Казанский А.С., Мансфельд А.Д., Санин А.Г., Шаракианэ А.С. Аппаратная функция широкополосного акустотермометрического датчика // *Акуст. журн.* 2016. Т. 62. № 5. С. 616–623.