
**КЛАССИЧЕСКИЕ ПРОБЛЕМЫ
ЛИНЕЙНОЙ АКУСТИКИ И ТЕОРИИ ВОЛН**

УДК: 534.833.532

**ИССЛЕДОВАНИЕ ОТРАЖЕНИЯ И ПРОХОЖДЕНИЯ ЗВУКА
ЧЕРЕЗ УПРУГИЙ СЛОЙ С ВКЛЮЧЕНИЯМИ МЕТОДОМ
КОНЕЧНЫХ ЭЛЕМЕНТОВ**

© 2025 г. И. А. Усачева^{a,*}, И. А. Вьюшкина^a, П. И. Коротин^a, М. Б. Салин^a

^aФедеральный исследовательский центр Институт прикладной физики им. А.В. Гапонова-Грехова РАН,
ул. Ульянова 46, Нижний Новгород, 603950 Россия

*e-mail: usacheva@ipfran.ru

Поступила в редакцию 22.05.2024 г.

После доработки 10.02.2025 г.

Принята к публикации 04.03.2025 г.

Описан подход к моделированию поглощающих свойств акустических материалов с внутренней структурой, основанный на методе конечных элементов. Акцент сделан на резиноподобных материалах с включениями полостей, обеспечивающих интенсивное рассеивание в материале. Приводится апробация методики и исследование точности метода путем сравнения с ранее опубликованными результатами. Проводится анализ изменения акустических свойств неоднородного материала в условиях внешней статической нагрузки в линейной постановке.

Ключевые слова: численное моделирование, метод конечных элементов, звукопоглощающие материалы, неоднородный слой резины, гидростатическое давление

DOI: 10.31857/S0320791925020044, **EDN:** IJDEV

ВВЕДЕНИЕ

Повышение комфорта жизни и трудовой деятельности человека путем снижения влияния на него шумов является одним из главных направлений деятельности в акустике. Правильным распределением звукопоглощающих материалов можно решать не только задачу непосредственно снижения уровня шума, но и улучшать акустику помещений, создавать безэховые камеры или бассейны. На разных этапах применялись различные материалы для поглощения звука. В настоящее время наиболее эффективные решения представляют собой материалы с внутренней структурой, например, в виде щелей, резонаторов и других специально спроектированных мелкомасштабных неоднородностей.

Задача о наилучшем поглощении звука реализуется на черном теле Кирхгофа [1–3]. Черное тело, являясь идеальным неотражающим объектом, не создающим ближнего поля, может решать задачи защиты от гидролокаторов, подавления эха в архитектуре и т.д. Поиск оптимального поглотителя звука, который поглощает больше акустической энергии, чем любое другое тело, и является наилучшим средством в борьбе с шумом на производстве и на транспорте на стадии лабораторных исследований. Учитывая потребности промышленности,

в этом направлении следует ожидать в ближайшее время наиболее значительных новых результатов.

Поиск путей повышения эффективности поглотителей (попытки реализации модели идеального поглотителя), которые в рамках традиционных решений исчерпали свои возможности, привел к появлению материалов нового типа — акустических метаматериалов. Данные искусственно создаваемые структуры из ячеек с малыми волновыми размерами могут иметь эффективные свойства, не встречающиеся в природе, например, отрицательную фазовую скорость, обратный эффект Доплера, отрицательный закон Снеллиуса [4–6]. Принципиальная возможность создания данного типа материала отмечалась в ряде работ как зарубежных, так и отечественных авторов, большая часть которых была теоретической. В настоящее время для анализа свойств различных метаструктур используются теоретические подходы, базирующиеся на создании дискретной модели конструкции [7, 8], а также компьютерное моделирование, реализующее известные физические основы [9–12]. Что касается реализации на практике конкретных конструкций акустических материалов, то их создано немного [13, 14], и они пока не вышли из стадии лабораторных исследований.

Исследования новых уникальных способов управления акустическими полями сильно активизировались с разработкой методов трансформационной оптики с использованием операции конформного преобразования трехмерного пространства [15], позволяющего получать теоретические решения для задачи о маскирующих покрытиях: “плащей-невидимок”, “суперлинз” и ряда других объектов с необычными волновыми свойствами. Простейший невидимый объект нового типа [16] состоит из сферического “ядра” с положительным однородным показателем преломления и “согласующего покрытия” — сферического слоя вещества с отрицательным радиально-неоднородным показателем преломления. При падении волны на данный слой в нем формируется волновой пучок, который переносит энергию поля через объект, образуя за пределами границ пучка волновое поле с замкнутыми линиями тока энергии. Акустическая реализация данного типа маскирующего покрытия возможна только с помощью метаматериалов [17].

Проблема создания звукопоглощающих материалов представляет интерес как с точки зрения теории, так и с точки зрения практики и затрагивает многие отрасли техники. Применение резиноподобных материалов в судостроении обусловлено тем, что они, обладая объемной упругостью примерно равной объемной упругости воды, имеют модуль сдвига меньший на два порядка и коэффициент сдвиговых потерь, изменяющийся в пределах от 0.1 до 1. Такое соотношение между этими двумя модулями позволяет путем преобразования объемной деформации в сдвиговую значительно увеличить поглощение материала. Обычно увеличение эффекта преобразования достигается введением полостей и твердых массовых включений различных форм и размеров. Данный класс акустических покрытий представляет собой различные композитные структуры с эффективным звукопоглощением в широком диапазоне частот, благодаря варьированию комплексной плотности или сжимаемости среды [18–23]. Использование резонансов внутренней структуры увеличивает эффективность. Однако акустические свойства гибридных конструкций с переменными жесткостными элементами во многом определяются внешними статическими нагрузками, вызывающими перестроение их микроструктуры (сжатие полостей и неоднородностей), обеспечивающей первоначальные эффективные параметры.

Данная работа направлена на решение одной из практических задач. В ней предложен подход к конечно-элементному моделированию свойств акустических покрытий и звукопоглощающих конструкций. В статье приводится апробация разрабатываемой методики на примерах простейшей модели резонансного поглотителя и слоя водоподобной среды, выражения для коэффициентов отражения которых могут быть получены аналитически. Далее

рассматриваемая методика распространяется на образцы покрытий более сложной формы, для которых были повторены ранее опубликованные результаты других исследователей — выполнение численного расчета собственным алгоритмом по заданным в статьях условиям. Затем, в качестве примера расширения диапазона охватываемых данным подходом задач, дается анализ изменения акустических свойств покрытия в условиях внешней нагрузки (гидростатического давления) в линейной постановке.

1. РАЗРАБОТКА КОНЕЧНО-ЭЛЕМЕНТНОЙ МОДЕЛИ

Акустические характеристики звукопоглощающего слоя обусловлены взаимодействием звуковой волны с материалом и определяются его физическими параметрами и внутренней структурой. Звук при взаимодействии с материалом может отражаться от границы раздела сред, поглощаться и распространяться в среде, следовательно, энергия падающей волны будет разделена на три соответствующие составляющие. Свойства звукопоглощающего слоя описываются коэффициентами отражения (R), прохождения (T) и поглощения (α) звука, которые выражаются как:

$$R = \frac{p_r}{p_i}, \quad T = \frac{p_t}{p_i}, \quad \alpha = 1 - |R|^2 - |T|^2, \quad (1)$$

где p_i — амплитуда падающей плоской волны, p_r — амплитуда отраженной волны, p_t — амплитуда прошедшей волны.

Как правило, данные параметры покрытия определяются либо экспериментально, либо математически с использованием аналитических и инженерных формул или численных методов. В рамках данного исследования был использован отечественный программный пакет “САТЕС”, в котором реализован метод конечных элементов (МКЭ). Особенности программной реализации МКЭ [24] в “САТЕС” [25, 26] в части решаемых в данной статье задач является следующей: использование метода суперэлементов в частотной области для решения задач большой размерности [27], введение оригинальных расчетных выражений для матриц контактных пар “жидкость—структурное тело”, обеспечивающих более высокую точность в задачах виброакустики [28], а также интегральных поглощающих граничных условий [29].

МКЭ основан на представлении сложной конструкции в виде совокупности отдельных элементов, взаимодействующих между собой в конечном числе узлов. С каждым узлом связана одна или несколько физических величин, изменяющихся в системе, например, давление p или перемещение u . Такой подход позволяет свести исследование реальных звукопоглощающих конструкций к расчету упругих систем с конечным числом степеней свободы. Основанный на МКЭ алгоритм формирует

и решает систему линейных уравнений, которая связывает физические параметры модели \mathbf{u} и θ ,

$$\left(\begin{bmatrix} [K_s](1+i \times n) & 0 \\ 0 & 0 \end{bmatrix} - \omega^2 \begin{bmatrix} [M_s] & [M_{FSI}] \\ [M_{FSI}]^T & -[M_F] \end{bmatrix} - \omega^4 \begin{bmatrix} 0 & 0 \\ 0 & [G_F] \end{bmatrix} - i \begin{bmatrix} 0 & 0 \\ 0 & [Z_F(\omega)] \end{bmatrix} \right) \begin{Bmatrix} \mathbf{u} \\ \theta \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} \mathbf{f} \\ 0 \end{Bmatrix}, \quad (2)$$

K_s и M_s — матрицы жесткости и масс деформируемого твердого тела, n — структурные потери в среде, M_F и G_F — матрицы, описывающие перетекание и сжатие жидкости, M_{FSI} — матрица, определяющая граничные условия непротекания на поверхности контакта, Z_F — матрица неотражения акустических волн от границ расчетной области, \mathbf{u} — поля перемещений колеблющегося с частотой ω деформированного твердого тела, θ — нормированное особым образом акустическое давление p , описывающее динамику жидкой среды, \mathbf{f} — заданные силовые воздействия. Описание конкретных формул, по которым вычисляются матричные элементы, представленное в [27–29], с одной стороны, заняло бы слишком много места, а с другой стороны, это является достаточно стандартной процедурой, поэтому здесь опускается.

Технология моделирования звукопоглощающего материала была разработана по аналогии с устройством экспериментальных установок — импедансных труб [30, 31]. Подобные установки представляют собой волновод с жесткими стенками, вблизи одного конца которого располагается источник акустических волн, а с противоположной стороны — испытуемый образец, в качестве которого

представляющие собой вектора по размерности всех узлов:

могут выступать различные структуры, акустические свойства которых требуется определить. Для того чтобы воспроизвести те же условия падения и отражения звука в численном эксперименте, была разработана конечно-элементная модель, показанная на рис. 1 и состоящая из: вытянутого цилиндрического объема среды (в данном случае воды), системы монопольных источников с одной стороны и модели образца с противоположной стороны. Модель образца состоит из конечных элементов различного типа и, например, может включать: упругие элементы, жидкие элементы с параметрами, отличными от вытянутого объема, полости и т.п. Граничные условия по образующим вытянутого цилиндрического объема — абсолютно жесткая стенка; граничные условия по боковым стенкам образца — равенство нулю нормальной компоненты перемещения; между жидкостью и упругим телом действуют стандартные условия равенства соответствующих компонент полей. В свою очередь, граничные условия на тыльной стороне образца могут иметь различные модификации. В зависимости от постановки задачи предусмотрено закрытое и открытое закрепление. В закрытом случае на тыльную (нижнюю на рис. 1а) сторону образца

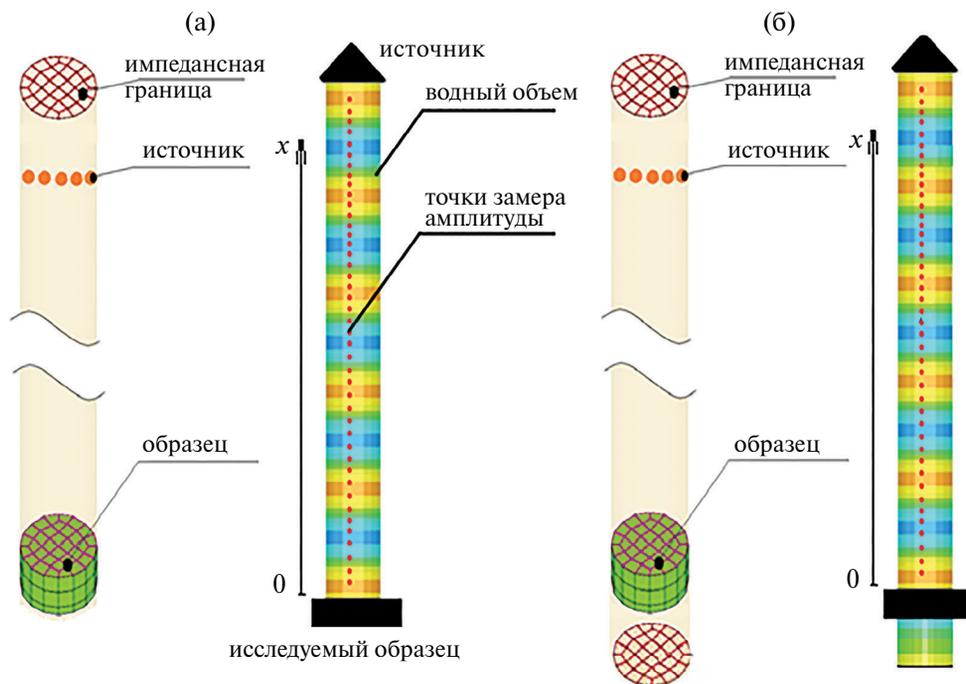


Рис. 1. Пример исследуемой конечно-элементной модели и визуализация акустического давления в импедансной трубе при (а) — закрытом и (б) — открытом закреплении образца.

накладываются граничные условия равенства нулю перемещений (как если бы реальный образец был плотно присоединен к жесткой массивной стенке). В открытом случае с тыльной стороны образца создается еще один, буферный объем среды, как показано на рис. 1б, с поглощающими условиями на самой нижней границе модели. Такой метод закрепления материала при численном моделировании предполагается использовать, например, тогда, когда исследуется образец материала для барьеров, разделяющих шумные и тихие зоны.

Очевидно, что в случае введенного выше закрытого закрепления можно обсуждать коэффициенты отражения и поглощения, а в случае открытого закрепления — коэффициенты отражения, поглощения и прохождения звука. Поперечное сечение вытянутого объема среды специально выбирается малым относительно длины волны, чтобы не допускать возбуждения высших мод, поэтому поле в трубе от источника представляло собой плоскую волну, нормально падающую на образец.

2. ОПРЕДЕЛЕНИЕ КОЭФФИЦИЕНТА ОТРАЖЕНИЯ

Результаты расчета МКЭ доступны в виде массива значений давления в воде или перемещения упругой среды в точках по всему объему расчетной области (узлах модели). Анализ полученных распределений принято называть постобработкой, в рамках которой предложены два подхода для определения коэффициента отражения R звукопоглощающего материала: метод приведенных импедансов (по узловым значениям давления на поверхности раздела “вода–резина”) и метод преобразования Фурье (по узловым значениям давления вдоль оси волновода, как показано на рис. 1 красными точками).

Метод Фурье применяется для разложения акустического поля на входные и отраженные компоненты, которые на амплитудном спектре отображаются в виде одиночных пиков (величина каждого из пиков соответственно определяет амплитуду падающей и отраженной волны, см. рис. 2). Амплитудный спектр был получен при помощи прямого дискретного преобразования Фурье, переводящего описание рассматриваемой величины (узловые значения давления вдоль рассматриваемой трубы) из пространственной области в частотную следующим образом:

$$X(m) = \sum_{n=0}^N x(n) \exp\left(\frac{-2\pi i}{N}(m-1)n\right), \quad (3)$$

где X и x — преобразованные и исходные массивы исследуемой величины (узлового давления) длиной N , $n = [0, N]$ и $m = [-N/2+1, N/2+1]$ — безразмерные числа.

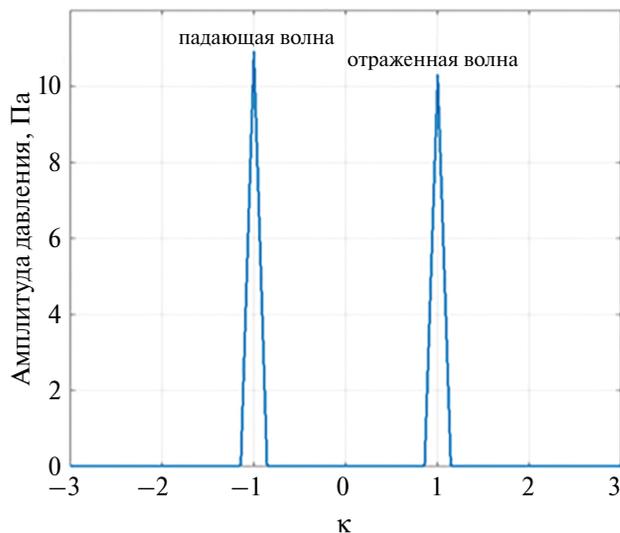


Рис. 2. Амплитудный спектр, полученный в рамках постобработки результатов методом преобразования Фурье.

На представленной визуализации (см. рис. 2) для описания амплитудного спектра использовалось отношение проекции волнового вектора K_x к волновому вектору падающей волны K_0 , которое можно записать в следующей форме:

$$\kappa = K_x / K_0 = \frac{2\pi m}{L} / \frac{2\pi f}{c} = \frac{mc}{Lf}, \quad (4)$$

где m — порядковый номер рассматриваемой точки, c — скорость звука в среде, L — длина рассматриваемого массива точек замера акустического давления и f — циклическая частота. Необходимо найти m , такие, чтобы κ принимало значения, наиболее близкие к ± 1 . Соответственно, поле в трубе будет определяться волнами с $\kappa = \pm 1$, и знак позволит отличить падающую и отраженную компоненты.

Метод приведенных импедансов [32] является вторым из рассматриваемых методов разложения акустического поля, который подразумевает под собой поиск акустического сопротивления слоя посредством решения системы уравнений следующего вида:

$$\begin{cases} p = A \exp(-ikx) + B \exp(ikx), \\ \frac{dp}{dn} = -ikA \exp(-ikx) + ikB \exp(ikx), \end{cases} \quad (5)$$

которую для $x=0$ можно представить в виде матричного уравнения:

$$\begin{Bmatrix} p \\ p_n \end{Bmatrix} = \begin{pmatrix} 1 & 1 \\ -ik & ik \end{pmatrix} \begin{Bmatrix} A \\ B \end{Bmatrix}, \quad (6)$$

где p и p_n — амплитуда и производная по нормали суммарного акустического давления (содержащего

в себе падающую и отраженную компоненту) на поверхности упругого слоя $x = 0$ (поверхность раздела “вода–резина”), k — волновое число, A и B — комплексные амплитуды падающей и отраженной волны соответственно. Производная p_n была получена из условия неразрывности [33, с. 5] нормальной составляющей колебательной скорости v_n на поверхности колеблющегося тела:

$$v_n = \frac{1}{i\omega\rho} \frac{\partial p}{\partial n}, \text{ где } \rho \text{ и } \omega \text{ — плотность среды и круговая частота распространения акустических волн.}$$

Для плоской монохроматической волны (с учетом того, что $\mathbf{u} = -\frac{1}{i\omega} \nabla$ — вектор перемещений поверхности упругого слоя с компонентами u_x, u_y, u_z по (2)) связь между p_n и нормальной составляющей смещения поверхности упругого слоя может быть записана в следующем виде: $p_n = \rho\omega^2 u_n$. В качестве величин p и \mathbf{u} в рамках данного метода рассматриваются значения, усредненные с учетом фазы по всем узлам упругой поверхности. Тогда в упомянутых выше обозначениях модуль комплексного коэффициента отражения будет равен: $R = \left| \frac{B}{A} \right|$.

3. АПРОБАЦИЯ ЧИСЛЕННОГО ПОДХОДА

Разработанная методика апробирована на простейшей модели пружинного маятника как резонансного звукопоглотителя (см. рис. 3а), выражение для коэффициентов отражения которого может быть получено аналитически из уравнения, описывающего вынужденные колебания простейшего осциллятора под действием плоской акустической волны [32]:

$$R = \frac{p_2}{p_1} = \frac{\left(-S + \frac{\gamma}{\rho c}\right) + i \frac{m}{\rho c \omega} (\omega_0^2 - \omega^2)}{\left(S + \frac{\gamma}{\rho c}\right) + i \frac{m}{\rho c \omega} (\omega_0^2 - \omega^2)}, \quad (7)$$

где S, m — площадь и масса поршня, K — жесткость пружины, γ — коэффициент вязкого трения в механической системе, $\omega_0 = \sqrt{\frac{K}{m}}$ — циклическая частота собственных колебаний поршня, ρc — акустическое сопротивление среды.

В конечно-элементной интерпретации в качестве осциллятора был рассмотрен однородный резиновый поршень (см. рис. 3б), параметры которого подбирались из условия равенства собственных частот аналитической модели с сосредоточенными параметрами (грузик на пружинке) и численной модели с распределенными параметрами

(однородный аналог). Характеристики резинового поршня были следующими: модуль Юнга $E = 1.4 \times 10^8$ Па, плотность $\rho = 1100$ кг/м³, коэффициент Пуассона $\nu = 0.49$. Расчет проводился по конечно-элементной модели с закрытым закреплением резинового слоя у торца трубы по схеме, представленной на рис. 1а. При дискретизации расчетной области использовались квадратичные конечные элементы формы близкой к кубу для лучшей сходимости решения и снижения погрешности. Размер элемента подбирался из критерия: $l \leq \frac{\lambda}{10}$, где l — размер стороны элемента, λ — длина продольных волн для максимального значения частоты рассматриваемого диапазона. Указанный критерий соблюдался и при других расчетах.

В настоящей версии используемого программного обеспечения структурные потери в колебательной системе, которые играют решающую роль в ее поглощающей способности, являются частотно-независимыми (см. (2)), что позволяет полноценно отразить физику процесса только в узком интервале частот (см. рис. 3в, штриховая линия). В представленной апробации для устранения упомянутой неточности использовался подход с кусочно-заданными потерями, рассчитываемыми для каждого частотного диапазона в отдельности по минимальному значению коэффициента отражения (максимальному поглощению) осциллятора (см. рис. 3в, пунктир).

Из представленных графиков (см. рис. 3в) частотной зависимости модуля коэффициента отражения, полученных численно с постобработкой методом приведенных импедансов и аналитически, видно, что варьирование потерь системы в выделенных частотных диапазонах приближает результаты численного моделирования к эталонному (аналитическому решению), что подтверждает допустимость применения представленной методики. Поглощающие свойства рассматриваемой колебательной системы носят резонансный характер с максимумом поглощения (минимумом отражения) на частоте первой (поршневой) формы колебания, которая для консольного цилиндра определяется условием для его высоты: $L = \frac{2i+1}{4} \lambda$, где i — целое число. Так как во многих практических задачах наибольший интерес представляют низшие собственные частоты колебаний конструкций, апробация была проведена в диапазоне частот, в котором наблюдается первый резонансный минимум при $L/\lambda = \frac{1}{4}$ на частоте 740 Гц.

Помимо апробации на модели простейшего осциллятора была рассмотрена задача об отражении звука от слоя жидкости, разделяющей два полупространства, для которой известно классическое решение. Данная тестовая модель имеет прямое

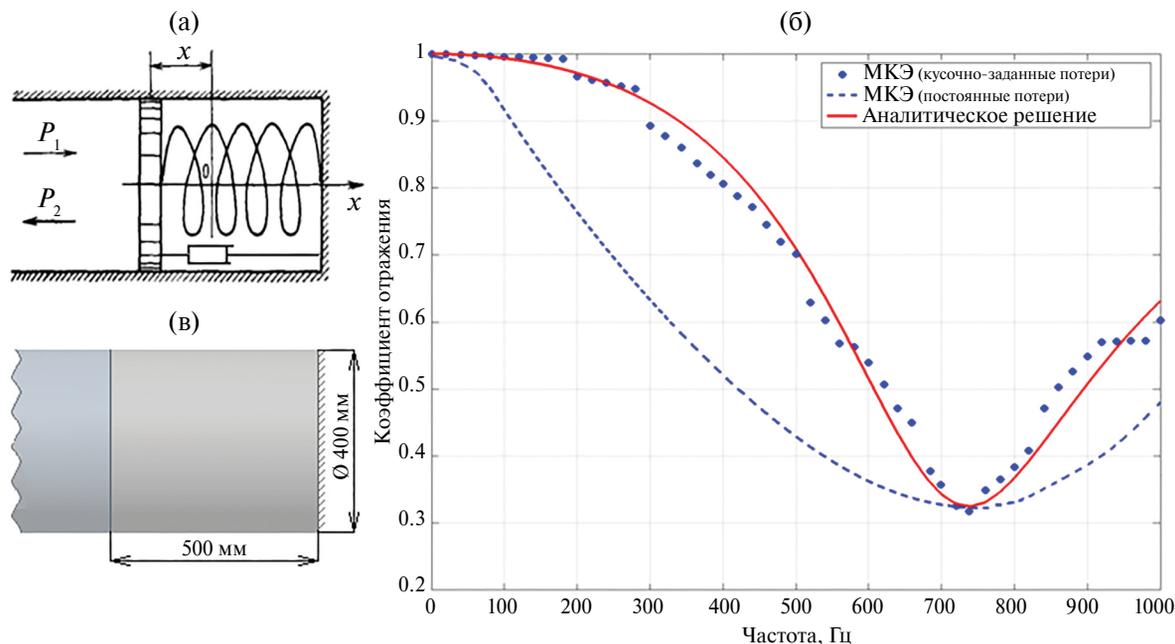


Рис. 3. (а) — Рассматриваемая в аналитическом решении простейшая модель резонансного звукопоглотителя [32], (б) — его геометрическая конфигурация в конечно-элементной интерпретации и (в) — сопоставление результатов аналитического решения и численного расчета по МКЭ.

отношение к практическим задачам, поскольку в резине при нормальном падении звука волны сдвига практически не распространяются, поэтому в слое возбуждаются только продольные волны, и формулы, определяющие коэффициенты отражения и прохождения звука для слоя жидкости, удовлетворительно описывают также процессы, возникающие при взаимодействии акустической волны со слоем резины или мягкой пластмассы [33].

Для воспроизведения акустических свойств слоя водоподобной среды, разделяющей два полупространства, была создана конечно-элементная модель, представляющая собой систему слоев (по схеме вода—“резина”—вода) акустических материалов в импедансной трубе с открытым торцом (см. рис. 4а). Центральный слой системы, имитирующий резину, имел размер (см. рис. 3б) и акустические свойства (плотность $\rho = 1100 \text{ кг/м}^3$ и скорость звука $c = 1475 \text{ м/с}$) рассматриваемого в предыдущей апробации поршня. Размер и конфигурация сетки расчетной области также соответствовал установленному критерию: $l \leq \lambda/10$. Поскольку в рассматриваемой модели отсутствовали структурные элементы, поиск коэффициентов отражения системы осуществлялся по методу Фурье, упомянутому в разделе 2. Полученные значения модуля коэффициента отражения жидкого слоя (см. рис. 4б) сравнивались с расчетными по формуле из монографии [33, с. 206—212]. Рис. 4б демонстрирует хорошее соответствие результатов численного расчета и аналитических выводов.

По аналогии с моделью механического осциллятора (см. рис. 3) рассматриваемый здесь жидкий “резиновый” слой также обладает резонансной отражательной способностью. При нормальном падении звука условие полного прохождения (отсутствия отражения) соответствует пластине, на толщине которой целое число раз укладывается половина длины волны звука в водоподобной среде. Влияние граничных условий закрепления поршня в системе (введение нижней границы) в первой опробованной модели сокращало волновую толщину слоя в два раза.

4. ВЕРИФИКАЦИЯ МЕТОДИКИ

Для образцов поглощающих резин с конфигурацией более сложной, чем в представленной апробации, была проведена верификация путем сравнения с данными статьи [12]. В этой работе численно анализировалась поглощающая способность однородного покрытия и слоя резины, содержащего включения, заполненные вакуумом. Исследование проводилось на примере конечно-элементной модели, имитирующей импедансную трубу с открытой фиксацией образца (см. рис. 1б), о которой речь шла выше. В качестве исследуемого объекта был выбран слой резины высотой 42 мм в двух конфигурациях в соответствии с [12]: однородный со стальной пластиной — подложкой толщиной 12 мм (см. рис. 5а) и содержащий полости (см. рис. 5б). Встроенная полость имела цилиндрическую форму диаметром 12 мм и высотой 30 мм. Характеристики слоя

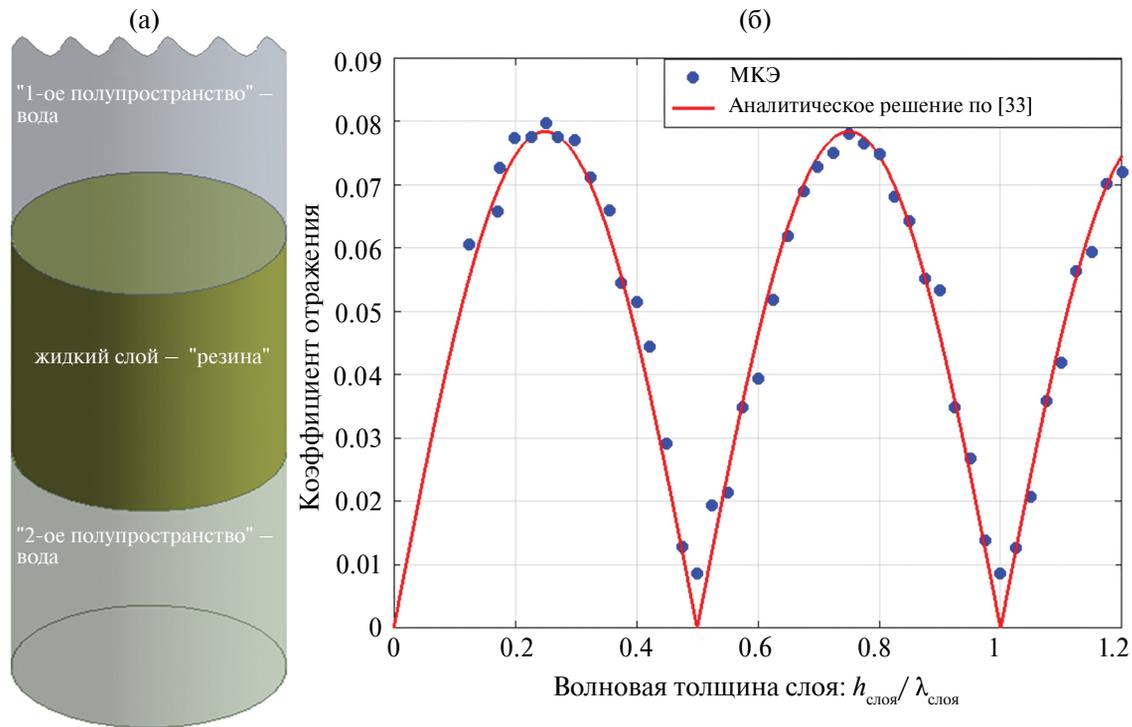


Рис. 4. (а) — Модельная схема системы слоев акустических материалов в импедансной трубе с открытым концом и (б) — сопоставление результатов аналитического решения [33] и численного расчета по МКЭ.

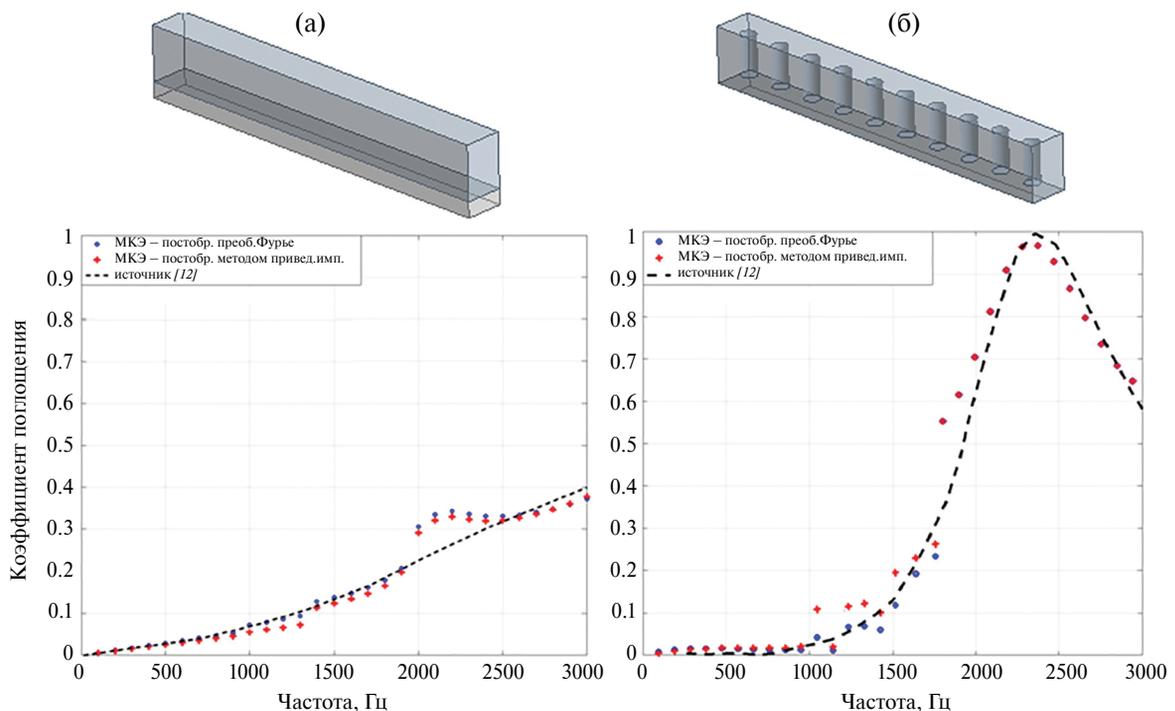


Рис. 5. Сравнение модулей коэффициентов поглощения для (а) — однородного покрытия и (б) — слоя резины, содержащего включения, наполненные вакуумом.

покрытия следующие: модуль Юнга $E = 1.4 \times 10^8$ Па, плотность $\rho = 1100$ кг/м³, коэффициент Пуассона $\nu = 0.49$, кусочно заданный коэффициент потерь μ

изменялся в пределах от 0.01 до 0.23. Стальная пластина имеет следующие соответствующие параметры: $E = 2.16 \times 10^{11}$ Па, $\rho = 7800$ кг/м³, $\nu = 0.3$, $\mu = 0.01$.

Высота слоя воды (с плотностью $\rho = 1000 \text{ кг/м}^3$ и скоростью звука $c = 1500 \text{ м/с}$) над исследуемым объектом принималась равной длине акустической волны на самой низкой частоте, т.е. 15 м. Возбуждение производилось системой монополей, размещенной с противоположного от образца торца трубы (см. рис. 1) и моделирующей источник плоских акустических волн.

На рис. 5 сведены результаты численного расчета в программном обеспечении “САТЕС” с постобработкой методами приведенных импедансов и преобразованием Фурье, а также данные исходного исследования [12]. Представленные кривые демонстрирует хорошее совпадение результатов. Для однородной резины (рис. 5а) наблюдаемое незначительное отклонение численного решения определяется, в основном, граничными условиями закрепления конструкции. Значительное поглощение однородного слоя в сравнении с неоднородным в диапазоне до 1.5 кГц является результатом влияния полостей и нижней стальной подложки на средние характеристики акустической среды. Вероятно, в этом диапазоне частот импеданс однородной упругой среды приближается к импедансу водной среды, что способствует более эффективному проникновению энергии в упругую среду и ее *диссипации* за счет колебаний. В отличие от этого, в структуре с нерезонансными полостями волна отражается от границы раздела сред без значительной передачи энергии.

Однако неоднородное покрытие с полостями обеспечивает больший коэффициент поглощения в области от 1.5 кГц с максимумом поглощения в районе 2.4 кГц (ненаблюдаемом при рассмотрении однородного слоя). Этот эффект можно отнести к резонансам полостей, которые увеличивают суммарную абсорбцию структуры путем усиления сдвиговых перемещений в области неоднородности и последующего рассеяния акустической энергии, поглощающейся резиновым материалом более эффективно.

5. УЧЕТ ВЛИЯНИЯ ГИДРОСТАТИЧЕСКОГО ДАВЛЕНИЯ

Включение более податливых элементов, таких как воздушные полости или другие типы резины, является широко распространенной практикой в создании покрытий. Например, при создании акустических экранов для широкополосных приемных антенн, удовлетворяющих широкому набору требований, включая работу при высоких гидростатических давлениях, предпочтительным является применение слоистой системы “масса–упругость”, где в качестве массы используется металлическая пластина, а упругостью обычно служит набор плоских слоев из резины с цилиндрическими каналами [34]. Тем не менее, акустические

характеристики данных слоистых структур, содержащих изменяемые элементы жесткости, определяются в значительной степени воздействием внешних статических нагрузок, вызывающих изменение их микроструктуры, обеспечивающей исходные эффективные параметры. Несмотря на то, что в настоящее время моделированию и исследованию свойств акустических материалов уделяется много внимания, в известных открытых источниках мало информации о прогнозировании характеристик поглощения покрытий при внешнем гидростатическом давлении.

Общепринятой методикой исследования отражательной способности звукопоглощающего покрытия является проведение экспериментов на установке типа “акустическая труба” (например, [34]), позволяющей воспроизводить различные условия эксплуатации в широком диапазоне статических нагрузок. Задача учета внешней нагрузки в численной постановке является сложной, поскольку требует одновременного учета несколько физических эффектов. В данном исследовании рассматривается решение задачи в линейной постановке. Для учета влияния гидростатического давления была использована теория напряжено-деформированного состояния, обычно применяемая для тонкостенных конструкций и выражающаяся в формировании матрицы дополнительной жесткости [35]. Алгоритм расчета реализован в используемом программном обеспечении.

Использована введенная в разделе 4 конечно-элементная модель наподобие импедансной трубы, содержащая: слой резины с цилиндрическими включениями (рис. 5б), столб воды и монополярные источники на противоположной от образца стороне, формирующие плоскую волну. Параметры расчетной модели сохраняются, за исключением следующего. Для полноценной оценки перестроения внутренней структуры слоя под давлением, действующим на верхнюю поверхность слоя, были изменены условия закрепления образца в установке. Для воспроизведения сжатия подобного прессу на нижнюю грань модели были наложены граничные условия жесткой заделки, на боковые — ограничение перемещений по всем направлениям, кроме вертикального — вдоль трубы. Из представленных на рис. 6б результатов численного решения с постобработкой методом приведенных импедансов видно, что увеличение внешнего статического давления приводит к заметному снижению эффективности резинового покрытия с включениями. Тенденция приближения рассеяния неоднородного покрытия с ростом внешнего давления к рассеянию акустически жесткой пластины ($R \rightarrow 1$, $\alpha \rightarrow 0$) обусловлена сжатием полостей резины, обеспечивающих резонансно-рассеивающие механизмы на границах несплошности.

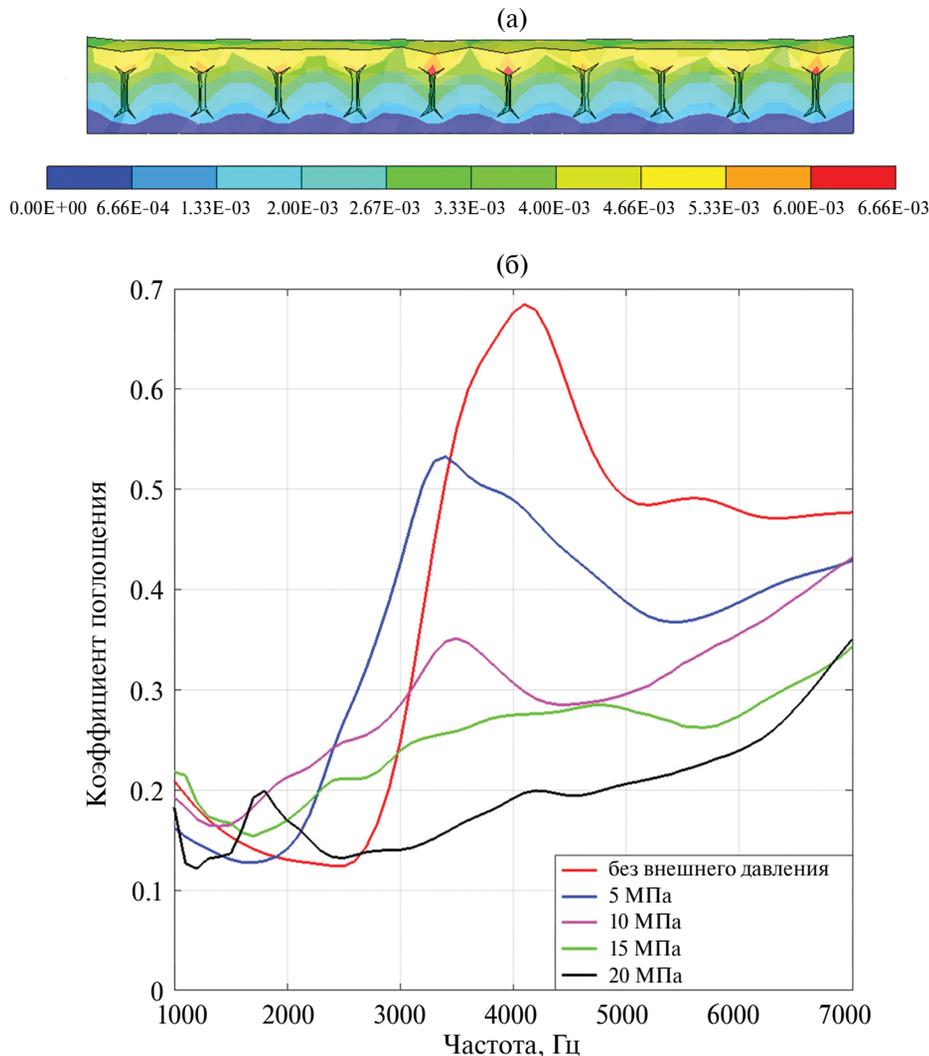


Рис. 6. (а) — Деформированное состояние (перемещения в метрах) рассматриваемого образца под внешней нагрузкой 10 МПа, (б) — зависимость модуля коэффициента поглощения для слоя резины, содержащей полости, от частоты и величины внешней нагрузки.

Сравнивая кривые на рис. 6, можно заметить нестандартное направление смещения спектрального максимума поглощения. Спектральный максимум поглощения связан с резонансной формой колебания структуры, при которой все полости сжимаются синфазно под действием плоской волны. Исходя из рассмотрения такой ближайшей аналогии, как пузырьки воздуха в воде, можно было бы ожидать увеличение частоты с ростом давления [36]. Однако здесь результаты расчетов демонстрируют, что частота спектрального максимума поглощения, наоборот, снижается при увеличении давления. Наблюдаемый эффект аналогичен процессу, когда тонкостенная конструкция приближается к состоянию потери устойчивости под действием внешнего давления: резонансная частота колебаний структуры, соответствующая максимальному поглощению (4.1 кГц), с ростом давления стремится к нулю.

Представленные результаты в целом демонстрируют принципиальную возможность учета гидростатического давления в численных расчетах, но не все физические эффекты на сегодняшний день учитываются в расчетной модели. Вероятно, учет других эффектов в модели: геометрической и физической нелинейностей, сжатия воздуха приведет к другой функциональной зависимости частоты спектрального максимума поглощения от внешнего давления.

ЗАКЛЮЧЕНИЕ

В контексте представленного исследования разработан подход, основанный на методе конечных элементов, для исследования акустических свойств покрытий. Апробация на примере неоднородного и однородного покрытий позволила

верифицировать результаты расчета по опубликованным ранее работам, где исследовались модели, имеющие те же физико-механические свойства. Оценка изменения акустических свойств покрытия в условиях внешней нагрузки в линейной постановке (без учета геометрической и физической нелинейностей) продемонстрировала тенденцию на снижение абсорбции акустической энергии с ростом величины внешнего давления. Представленные результаты свидетельствуют о целесообразности развития предложенного метода численного моделирования как перспективного инструмента оценки эффективности поглощающих свойств покрытий. Несомненно, численный подход по сравнению с аналитическим или экспериментальным является более гибким и может быть использован для исследований сложных конструкций.

Авторы выражают благодарность А.С. Суворову и К.И. Валянтинасу за ценные дискуссии.

Работа выполнена при поддержке госзадания ИПФ РАН, проект № FUFF-2024-0040.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. *Бобровницкий Ю.И., Томила Т.М.* Поглощение звука и метаматериалы (обзор) // *Акуст. журн.* 2018. Т. 64. № 5. С. 517–525.
2. *Meyer E., Kuhl W., Oberest H., Skudrzyk E., Tamm K.* Sound absorption and sound absorbers in water. Washington, D.C.: ASA, 1947. 270 p.
3. *Захарьев Л.Н., Леманский А.А.* К задаче дифракции на “черном” теле // *Радиоэлектроника.* 1969. Т. 14. № 11. С. 1930–1932.
4. *Бобровницкий Ю.И.* Отрицательная масса и упругость // *Акуст. журн.* 2012. Т. 58. № 1. С. 36–40.
5. *Бобровницкий Ю.И.* Акустический метаматериал с необычными волновыми свойствами // *Акуст. журн.* 2015. Т. 61. № 3. С. 283–293.
6. *Бобровницкий Ю.И.* Модели и общие волновые свойства двумерных акустических метаматериалов и сред // *Акуст. журн.* 2014. Т. 60. № 2. С. 137–144.
7. *Бобровницкий Ю.И., Томила Т.М., Лактионова М.М.* Дискретная модель метаматериалов с потерями // *Акуст. журн.* 2016. Т. 62. № 1. С. 3–9.
8. *Бобровницкий Ю.И.* Эффективные параметры и энергия акустических метаматериалов и сред // *Акуст. журн.* 2014. Т. 60. № 2. С. 137–144.
9. *Hai T., Tap N.* Numerical investigation of microstructure effect on acoustic properties of underwater anechoic coatings // *J. Science and Technique.* 2019. November.
10. *Wang G., Wen J., Han X., Zhao H.* Finite difference time domain method for the study of band gap in two-dimensional phononic crystals (In Chinese) // *Astra Phys., Sin.* 2003. V. 52. P. 1943–1947.
11. *Ivansson S.M.* Sound absorption by viscoelastic coatings with periodically distributed cavities // *J. Acoust. Soc. Am.* 2006. V. 119 (6). P. 3558–3567.
12. *Fu X., Jin Z., Yin Y., Liu B.* Sound absorption of a rib-stiffened plate covered by anechoic coatings // *J. Acoust. Soc. Am.* 2015. V. 137 (3). P. 1551–1556.
13. *Guan Y.-J., Xu Y.-W., Ge Y., Sun H.-X., Yuan S.-Q., Liu X.-J.* Low-frequency low-reflection bidirectional sound insulation tunnel with ultrathin lossy metasurfaces // *Applied Sciences.* 2022. V. 12. P. 3470.
14. *Kim H., Kwom Y., Lee S., Kim J., Park D.* Development of a metasilencer considering flow in HVAC systems // *Applied Sciences.* 2022. V. 12. P. 11322.
15. *Leonhardt U.* Optical conforming mapping // *Science.* 2006. V. 312. № 5781. P. 1777–1780.
16. *Долин Л.С.* Невидимые сферические объекты из изотропных материалов // *Изв. вузов. Радиофизика.* 2021. Т. 64. № 2. С. 138–152.
17. *Liu J., Guo H., Wang T.* A review of acoustic metamaterials and phononic crystals // *Crystals.* 2020. V. 10. P. 305.
18. *Викторова Р.Н., Тютюкин В.В.* Физические основы создания звукопоглощающих материалов с использованием среды с комплексной плотностью // *Акуст. журн.* 1998. Т. 44. № 3. С. 331–336.
19. *Крынкин С.В., Тютюкин В.В.* Оптимизация характеристик звукопоглощающих материалов на основе резиноподобных сред с тяжелыми включениями // *Акуст. журн.* 2001. Т. 48. № 4. С. 523–532.
20. *Федотовский В.С.* Поперечные волны в дисперсном метаматериале со сферическими включениями // *Акуст. журн.* 2015. Т. 61. № 3. С. 311–316.
21. *Казаков Л.И.* Ячеичные модели вязкоупругой среды с твердыми сферическими включениями // *Акуст. журн.* 2022. Т. 68. № 2. С. 173–181.
22. *Шамаев А.С., Шумилов В.В.* Прохождение плоской звуковой волны через слоистый композит с компонентами из упругого и вязкоупругого материалов // *Акуст. журн.* 2015. Т. 61. № 1. С. 10–20.
23. *Kushwaha M., Halevi P., Martínez G., Dobrzynski L., Djafari-Rouhani B.* Theory of acoustic band structure of periodic elastic composites // *Phys. Rev.* 1994. № 49. P. 2313–2322.
24. *Зинкевич О.* Метод конечных элементов в технике. М.: Мир, 1975.
25. *Северюков О., Соков Е., Суворов А. и др.* Свидетельство о государственной регистрации программы для ЭВМ № 2022663702 “САТЕС ДК”, 2022 г.
26. *Suvorov A.S., Sevriukov O.F., Sokov E.M., Salin M.B., Zaitseva S.G. and Sharagina V.A.* Software for Acoustic Design // *J. Applied Mathematics and Physics.* 2023. V. 11. P. 2515–2522.
27. *Салин М.Б., Соков Е.М., Суворов А.С.* Численный метод исследования акустических характеристик сложных упругих систем на основе суперэлементов и аналитических граничных условий // *Научно-технический сборник “Гидроакустика”.* 2011. Вып. 14. № 2. С. 36–46.

28. Суворов А.С., Соков Е.М., Артельный П.В. Численное моделирование излучения звука с использованием акустических контактных элементов // Акуст. журн. 2014. Т. 60. № 6. С. 663–672.
29. Salin M.B., Smirnov S.A., Suvorov A.S., Usacheva I.A., Vyushkina I.A. Integral absorbing boundary conditions optimized for modelling of acoustic radiation of elongated bodies // J. Applied Mathematics. 2022. V. 2022. Article ID 9524376. P. 1–10.
30. ISO 10534-2:1998. Acoustics — determination of sound absorption coefficient and impedance in impedances tubes — part 2: Transfer-function method, 1998.
31. ISO 10534-1:1996. Acoustics — determination of sound absorption coefficient and impedance in impedances tubes — part 1: Method using standing wave ratio, 1996.
32. Акустика в задачах: учеб. пособие для физ.-мат. специальностей вузов. Под ред. Гурбатова С.Н., Руденко О.В. М.: Наука, Физмалит, 1996. 336 с.
33. Шендеров Е.Л. Волновые задачи гидроакустики. М.: Судостроение, 1972. 348 с.
34. Бойко А.И., Глазанов В.Е., Махайлов А.В., Тютекин В.В. Экспериментальные исследования элементов акустических экранов из резины с цилиндрическими каналами // Акуст. журн. 2003. Т. 49. № 1. С. 123–126.
35. Cook R.D., Malkus D.S., Plesha M.E. Concepts and Applications of Finite Element Analysis. Wiley, 1988. 630 p.
36. Бреховских Л.М., Лысанов Ю.П. Теоретические основы акустики океана. Л.: Гидрометеиздат, 1982. С. 243–246.

Investigation of the reflection and transmission of sound through an elastic layer with inclusions using the finite element method

I. A. Usacheva^{a,*}, I. A. Vyushkina^a, P. I. Korotin^a, M. B. Salin¹

^aFederal Research Center “Institute of Applied Physics of the Russian Academy of Sciences named after A.V. Gaponov-Grekhov”, 46, Uljanov st., 603950, Nizhny Novgorod, Russia

*e-mail: usacheva@ipfran.ru

This paper describes an approach based on the finite element method for numerical modeling of the absorption properties of acoustic materials. The emphasis is on rubber-like materials with inclusions of cavities that provide resonant dissipation mechanisms. An approbation of the developed methodology and a study of the accuracy of the method by comparison with previously published results are presented. An analysis of changes in the acoustic properties of a heterogeneous material under external load conditions in a linear formulation is carried out.

Keywords: numerical modeling, finite element method, sound-absorbing materials, inhomogeneous rubber layer, hydrostatic pressure