

**РАСЧЕТ СЛЫШИМОСТИ НЕЛИНЕЙНЫХ ИСКАЖЕНИЙ,
ВОЗНИКАЮЩИХ В ЭЛЕКТРОАКУСТИЧЕСКОМ ТРАКТЕ**

А. В. Римский-Корсаков

Предлагается определять слышимость нелинейных искажений путем расчета вероятности того, что продукты нелинейных искажений превзойдут порог маскировки, создаваемый основным сигналом, передаваемым электроакустическим трактом, и порог слышимости в условиях данной аудитории.

Дается приближенная теоретическая оценка этой вероятности, и приводится результат расчета ее для простейшего случая — равноамплитудного частотного спектра сигнала на входе и квадратичной характеристики нелинейности. Реальный «порог заметности» искажений в этом случае соответствует коэффициенту гармоник 2—3%.

Приближенный расчет слышимости нелинейных искажений в электроакустическом тракте можно произвести, воспользовавшись данными о спектральной плотности $S_1(\omega)$ основного (неискаженного) сигнала I_1 на выходе тракта и спектральной плотности $S_{2,3,\dots}$ продуктов искажений $I_{2,3,\dots}$.

Спектральная плотность продуктов нелинейных искажений в свою очередь может быть получена известными методами, применяемыми при рассмотрении нелинейного преобразования случайного колебательного процесса [1]. Во всех этих расчетах проще всего рассматривать исходный сигнал как случайный стационарный процесс, имеющий нормальное распределение.

При таком допущении каждую долю основного колебания и продуктов нелинейности, приходящуюся на узкую полосу частот $\omega \pm \frac{\Delta\omega}{2}$, можно рассматривать как случайные колебания, средняя интенсивность которых находится по их спектральным плотностям:

$$I_{1\omega}^2 = S_1(\omega) \Delta\omega; \quad \bar{I}_{2\omega}^2 = S_2(\omega) \Delta\omega; \quad \dots \quad \bar{I}_{n\omega}^2 = S_n(\omega) \Delta(\omega) \quad (1)$$

(значок 2 соответствует «квадратичным», 3 «кубичным» и т. д. нелинейным продуктам).

Мгновенные значения $I_{1\omega}$ и $I_{n\omega}$ будут иметь определенные плотности вероятности $W_1(I_{1\omega})$ и $W_n(I_{n\omega})$, и полная плотность вероятности одновременного появления величин $I_{1\omega}$ и $I_{n\omega}$ в общем случае будет

$$W_{1n}(I_{1\omega}, I_{n\omega}) = W_{1/n}(I_{1\omega}/I_{n\omega}) W_n(I_{n\omega}). \quad (2)$$

Из непосредственного сравнения S_n с S_1 трудно заключить что-либо о том, будут ли слышны продукты нелинейности на «фоне» основного сигнала или нет. Однако если нам известна величина W_{1n} , то мы можем подсчитать, какова вероятность того, что $I_{n\omega}$ превзойдет порог слышимости, т. е. искажения в полосе $\omega \pm \Delta\omega/2$ будут слышны. Для этого надо лишь определить, как зависит порог слышимости от S_1 , т. е. учесть эффект маскировки, создаваемый основным сигналом в полосе $\omega \pm \Delta\omega/2$ по отношению к сигналу искажений. Точная количественная оценка маскировки сложна, однако для ряда акустических расчетов

пользуются упрощенным соотношением — считают, что рассматриваемое колебание частоты ω маскируется составляющими маскирующего спектра, лежащими в так называемой критической полосе (или полосе интеграции) слуха — сравнительно узкой полосе частот, для которой центральной частотой является частота маскируемого колебания. Кроме того, из кривых маскировки чистых тонов [2] видно, что при не слишком больших интенсивностях маскирующего тона порог слышимости маскируемого тона в полосе частот вблизи частоты маскируемого тона лежит примерно на 20 дБ ниже уровня маскирующего тона. Для общности, следовательно, можно написать, что маскируемое колебание $I_{n\omega}$ становится заметным, если

$$I_{n\omega} \geq I_{1\omega}/\beta, \quad (3)$$

где β следует принять соответствующим 20 дБ, т. е. равным 10, а $\Delta\omega$ равным критической полосе частот. Неравенство (3) в комбинации с (2) позволяет найти вероятность того, что $I_{n\omega}$ заметно на слух:

$$P_0(I_{n\omega} \geq I_{1\omega}/\beta) = \iint W_{1n} dI_{1\omega} dI_{n\omega} \quad (I_{n\omega} \geq I_{1\omega}/\beta). \quad (4)$$

Здесь индекс $(I_{n\omega} \geq I_{1\omega}/\beta)$ показывает, что интегрирование ведется по всем значениям $I_{n\omega}$, большим или равным $I_{1\omega}/\beta$.

Если вычисленная для ряда значений ω , охватывающих полосу пропускания тракта, величина P_0 окажется весьма малой (допустим $< 0,005$), можно считать, что практически искажения в тракте не будут заметны.

В этой элементарной схеме расчета содержатся две существенных неточности.

1. Для слуха важно не всякое, в том числе и очень короткое по времени, превышение $I_{n\omega}$ над величиной $I_{1\omega}$, а лишь достаточно длительное. Короче говоря, существенно, чтобы не мгновенные значения $I_{n\omega}$ и $I_{1\omega}$, а их амплитуды находились в соотношении, определяемом неравенством (3). Конечно, случайные колебания $I_{n\omega}$ и $I_{1\omega}$ будут иметь и случайные амплитуды и для нас удобнее всего рассматривать их как колебания со случайными амплитудами $A_{1\omega}$ и $A_{n\omega}$ соответственно и фазами $\varphi_{1\omega} = \omega t + \theta_{1\omega}$ и $\varphi_{n\omega} = \omega t + \theta_{n\omega}$. Здесь t — время, $\theta_{1\omega}$ и $\theta_{n\omega}$ — флюктуации фазы.

Итак, следует найти способ представить колебания основного сигнала с интенсивностью $S_1(\omega)\Delta\omega$ и продуктов искажений с интенсивностью $S_n(\omega)\Delta\omega$ в виде колебаний со случайными амплитудами $A_{1\omega}$ и $A_{n\omega}$, найти величину $W_a(A_{1\omega}, A_{n\omega})$ и по ней интересующую нас вероятность:

$$P_{0a}(A_{n\omega} \geq A_{1\omega}/\beta) = \iint W_a dA_{1\omega} dA_{n\omega} \quad (A_{n\omega} \geq A_{1\omega}/\beta). \quad (5)$$

2) Если в некоторой полосе $\omega \pm \Delta\omega/2$ величина $S_1 = 0$, а $S_n \neq 0$, то все же искажения могут и не быть заметными, так как существует естественный порог слышимости и этот порог в обычных условиях слушания передачи приподнят благодаря шумам в месте приема*.

Обозначая эту пороговую величину $A_{0\omega}$, получим второе неравенство:

$$A_{n\omega} \geq A_{0\omega}, \quad (6)$$

которое тоже должно войти в пределы интегрирования выражения (5).

Определение плотности вероятности W_a

Принятое нами условие, что I_1 есть случайный стационарный процесс, подчиняющийся нормальному закону распределения, и обычные в этом случае приемы разыскания S_n по виду нелинейной характери-

* Случай шумов в тракте нами не рассматривается.

стики тракта и величине S_1 недостаточны для того, чтобы найти величину W_a , являющуюся основной в наших расчетах. Для ее отыскания следует сделать еще некоторые предположения относительно характера сигнала I_1 . Остановившись на случае передачи музыки, можно предположить, что сигнал на входе системы (u) состоит из суммы большого числа составляющих u_k со случайными амплитудами и фазами. Эти составляющие имеют смысл отдельных музыкальных тонов и их гармоник, так что

$$u = \sum_{k=1}^{k=r} u_k = \sum U_k \cos \varphi_k. \quad (7)$$

U_k — случайные амплитуды, $\varphi_{1k} = \omega_k t - \theta_{1k}$, где θ_{1k} — флюктуация фазы; ω_k — частота k -го тона или гармоники.

Будем считать, что U_k имеют нормальный закон распределения, тогда

$$\left. \begin{aligned} W_{u_k} &= \frac{1}{\sqrt{2\pi u_k^2}} e^{-u_k^2/2u_k^2} \\ W_{\varphi_k} &= \frac{1}{2\pi}, \quad 0 \leq \varphi \leq 2\pi \\ W_{U_k} &= \frac{U_k}{u_k^2} e^{-U_k^2/2u_k^2} \\ &U_k \geq 0. \end{aligned} \right\} \quad (8)$$

В этом случае $a = \sum u_k$ будет также иметь нормальное распределение. Это позволит обычным путем определить среднюю интенсивность искажений $S_n(\omega) \Delta\omega$ по величине $S_1(\omega)$. Для определения же вида W_a следует непосредственно рассмотреть нелинейное преобразование величины (7) в тракте с заданной характеристикой нелинейности $I = F(u)$.

Примем, что характеристика нелинейности содержит простейшие четные и нечетные искажения:

$$I = au + bu^2 + cu^3. \quad (9)$$

Подставляя (7) в (9), получим

$$\begin{aligned} I &= a \sum_{(k)} U_k \cos \varphi_k + \frac{1}{2} b \sum_{(j)} \sum_{(k)} U_j U_k [\cos(\varphi_k + \varphi_j) + \\ &+ \cos(\varphi_k - \varphi_j)] + \frac{1}{4} c \sum_{(j)} \sum_{(k)} \sum_{(l)} U_j U_k U_l [\cos(\varphi_k + \varphi_j + \varphi_l) + \\ &+ \cos(\varphi_k + \varphi_j - \varphi_l) + \cos(\varphi_k - \varphi_j + \varphi_l) + \cos(\varphi_k - \varphi_j - \varphi_l)]. \end{aligned} \quad (10)$$

Возможные частоты этих продуктов для квадратичных искажений будут

$$\omega_k + \omega_j \quad \text{и} \quad |\omega_k - \omega_j|, \quad (11)$$

а для кубических

$$\omega_k + \omega_j + \omega_l, \quad |-\omega_k + \omega_j + \omega_l|, \quad |\omega_k + \omega_j - \omega_l|, \quad |\omega_k - \omega_j \mp \omega_l|. \quad (12)$$

Мы считаем, что все исходные частоты в (7) положительны.

Рассмотрим квадратичные продукты, попадающие в полосу частот $\omega \pm \Delta\omega/2$. Они, очевидно, удовлетворяют неравенствам

$$\omega - \Delta\omega/2 \leq \omega_k + \omega_j \leq \omega + \Delta\omega/2, \quad \omega - \Delta\omega/2 \leq |\omega_k - \omega_j| \leq \omega + \Delta\omega/2. \quad (13)$$

Графическое изображение этих неравенств дано на фиг. 1.

Если число частот в нашем сигнале r и лежат они в пределах от ω_H до ω_B , то число пересечений прямых $\omega_k = \text{const}$ и $\omega_j = \text{const}$ при j, k

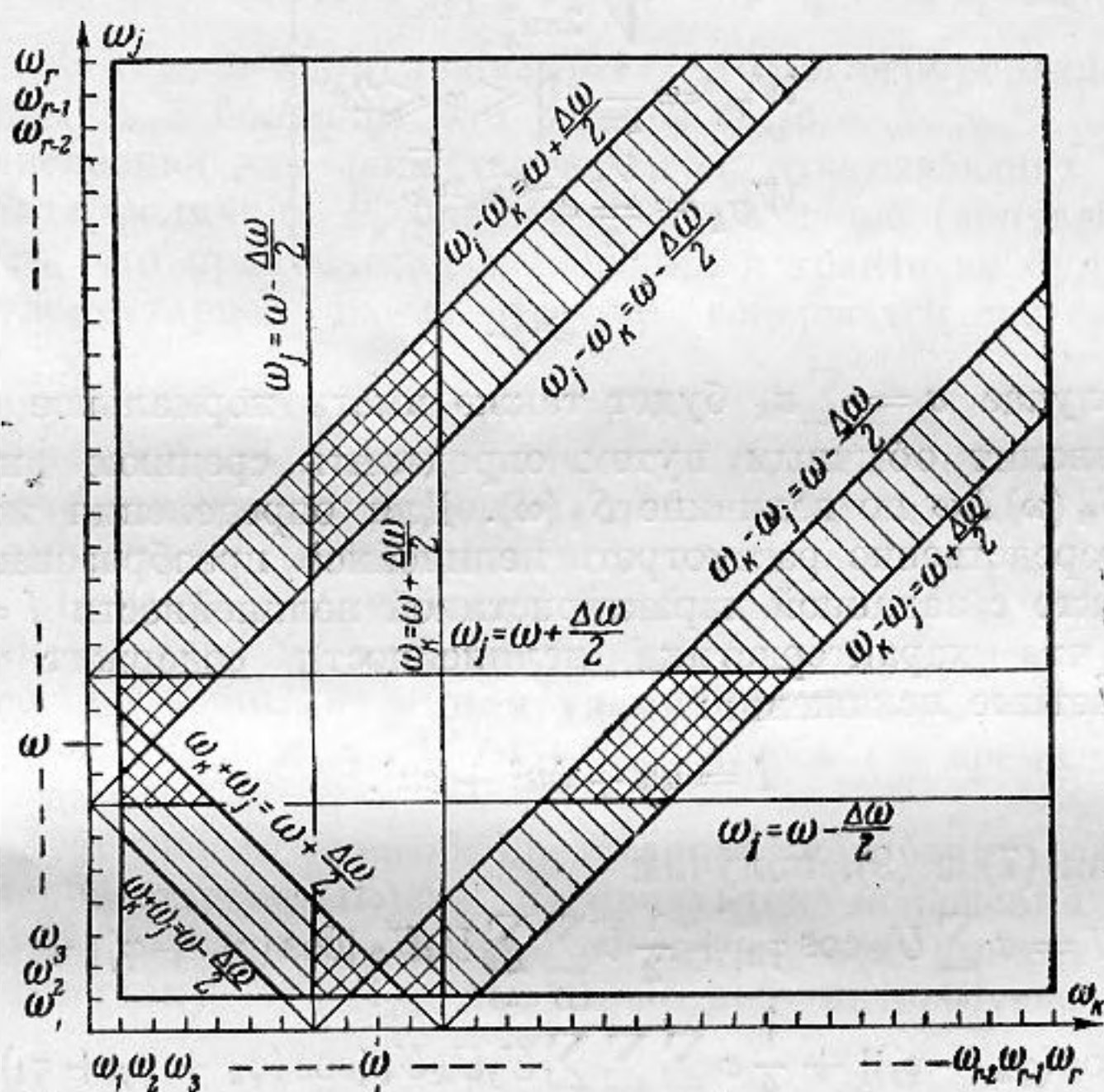
в пределах от 1 до r , равное r^2 , дает полное число всех продуктов с частотами $\omega_k + \omega_j$ или $\omega_k - \omega_j$. Число пересечений, попадающих в заштрихованные площади между прямыми:

$$\left. \begin{aligned} \omega_k + \omega_j &= \omega \pm \Delta\omega/2 \\ |\omega_k - \omega_j| &= \omega \pm \Delta\omega/2 \end{aligned} \right\} \quad (14)$$

соответствует числу продуктов, удовлетворяющих условиям (13).

Число пересечений, попадающих в дважды заштрихованные площади, образованные пересечениями прямых (14) с прямыми $\omega_j = \omega \pm \Delta\omega/2$ и $\omega_k = \omega \pm \Delta\omega/2$, соответствует числу продуктов, попадающих в выбранную полосу частот $\omega \pm \Delta\omega/2$ и зависящих от основных колебаний с теми же частотами.

При равномерном распределении большого числа частот в интервале $\omega_B - \omega_H$ заштрихованные площади пропорциональны числу продуктов, удовлетворяющих (13), а дважды заштрихованные — числу тех из них,



Фиг. 1

которые зависят от основных колебаний, лежащих в той же полосе спектра. Отношение этих площадей соответствует $\Delta\omega / (\omega_B - \omega_H)$, т. е. мало при достаточно узкой полосе $\Delta\omega$. Полосы интегрирования слуха составляют от 30 до 150 гц в основной части диапазона слышимых частот, а полоса передаваемых частот $\omega_B - \omega_H$ составляет обычно не менее 5000 гц. Мы можем, таким образом, считать, что квадратичные продукты нелинейности в данной полосе частот содержат лишь очень малое число таких, которые зависят от основных колебаний в этой же полосе, т. е. могут быть приближенно приняты не зависящими от этих последних*. Аналогичное рассуждение можно провести и для кубичных продуктов,

* Такое заключение о независимости продуктов нелинейности в данной полосе от основных колебаний в этой же полосе, конечно, получено здесь недостаточно строгим путем, так как принимается во внимание лишь число, а не интенсивность продуктов. Однако, вычисление по интенсивности невозможно провести, не зная наперед спектра сигнала.

построив трехмерную диаграмму с осями $\omega_k, \omega_j, \omega_l$ и проведя в ней сечения кубического объема $(\omega_B - \omega_H)$ плоскостями, выделяющими продукты, попадающие в область частот $\omega \pm \Delta\omega/2$, а именно:

$$\left. \begin{aligned} \omega_j + \omega_k + \omega_l &= \omega \pm \Delta\omega/2 \\ |\omega_j - \omega_k + \omega_l| &= \omega \pm \Delta\omega/2 \end{aligned} \right\} \quad (15)$$

и т. д.

Пересечение системы плоскостей (15) с плоскостями $\omega_{j,k,l} = \omega \pm \Delta\omega/2$, параллельными координатным плоскостям, позволило бы выделить объемы, содержащие «зависимые» продукты, и при этом попрежнему оказалось бы, что отношение объемов, занимаемых зависимыми продуктами, к общему объему, занимаемому продуктами в данной полосе, составляет $\Delta\omega / (\omega_B - \omega_H)$.

В европейской музыке частоты основных тонов музыкальных звуков возрастают по геометрической прогрессии, так что число частот, заключенных между ω_H и ω_k , составляет

$$k = \frac{12}{\ln 2} \ln \frac{\omega_k}{\omega_H}. \quad (16)$$

Считая число частот весьма большим и заменяя суммирование по границам, указанным на фиг. 1, интегрированием, можно получить, что число возможных суммовых квадратичных продуктов, образованных только основными тонами в полосе $\omega \pm \Delta\omega/2$, составляет

$$\left. \begin{aligned} m_c &\approx \frac{288 \Delta\omega}{\omega (\ln 2)^2} \ln \frac{\omega - \omega_H}{\omega_H} \\ 2\omega_H &< \omega < \omega_B + \omega_H \\ m_c &\approx \frac{288 \Delta\omega}{\omega (\ln 2)^2} \ln \frac{\omega_B}{\omega - \omega_B} \\ \omega_B + \omega_H &< \omega < 2\omega_B, \end{aligned} \right\} \quad (17)$$

а число разностных

$$m_p \approx \frac{288 \Delta\omega}{\omega (\ln 2)^2} \ln \frac{(\omega + \omega_H)(\omega_B - \omega)}{\omega_B \omega_H}, \quad (18)$$

$$\omega_H + \Delta\omega < \omega < \omega_B - \Delta\omega.$$

Из них число зависящих от основных тонов той же полосы будет

$$\Delta m \approx \frac{576}{(\ln 2)^2} \left(\frac{\Delta\omega}{\omega} \right)^2. \quad (19)$$

Откуда находим

$$\mu = \frac{\Delta m}{m_c + m_p} = \frac{\Delta\omega}{\omega} \frac{1}{\ln(\omega^2 / \omega_H^2 - 1)(1 - \omega / \omega_B)}. \quad (20)$$

В табл. 1 приведены величины $m_c + m_p$ и μ для диапазона частот от 50 до 4000 гц в критических полосах слуха.

Таблица 1

Средняя частота полосы, гц	100	200	400	800	2000	4000	8000
Ширина критической полосы, гц	56	40	32	35	63	126	158
Относительная ширина полосы	0,56	0,2	0,08	0,044	0,031	0,031	0,02
$m_c + m_p$	930	610	400	280	350	170	—
μ	0,4	0,07	0,019	0,0075	0,0038	0,007	—

Из табл. 1 следует, что только в области самых низких частот значительная доля продуктов квадратичных искажений зависит от основных тонов, лежащих в своей же полосе. Это означает, что вероятность слышать эти искажения будет меньше, чем если бы эти искажения были независимы, ибо большие значения искажений будут получаться главным образом при больших значениях основного сигнала и, следовательно, маскироваться.

В большей же части диапазона зависимость между нелинейными продуктами и основным сигналом в той же критической полосе весьма слабая, и без значительной переоценки слышимости искажений мы можем считать, что эти величины независимы. Это позволит нам в дальнейшем писать вместо (2) для искажений второго и третьего порядка

$$W_{1n} = W_1 W_n \quad (21)$$

и вместо (5)

$$P_{0a} = \iint W_{A_1\omega} W_{A_n\omega} dA_{1\omega} dA_{n\omega}. \quad (22)$$

Определение вероятности $W_{A_n\omega}$

Следующей задачей является определение вероятности $W_{A_n\omega}$ на основании свойств (8) основного сигнала. Третье из равенств (8), содержащее основное предположение о том, что отдельные составляющие тоны музыкального сигнала также подчиняются нормальному закону распределения, позволяет нам искать закон распределения для отдельных составляющих комбинационных тонов как для произведений случайных величин с нормальным распределением.

Остановимся на случае квадратичных продуктов, состоящих из произведений типа $\frac{1}{2} bu_k u_j$. Воспользовавшись известным соотношением для независимых случайных величин

$$W(y) = \int W_{x_1}(x) W_{x_2}\left(\frac{y}{x}\right) \frac{dx}{|x|}, \quad (23)$$

где $y = x_1 x_2$ — случайная величина, являющаяся произведением случайных величин x_1 и x_2 с плотностями вероятности W_{x_1} и W_{x_2} соответственно, получим

$$W(y_{jk}) = \frac{1}{\pi\sigma_j\sigma_k} K_0\left(\frac{y_{jk}}{\sigma_j\sigma_k}\right), \quad (24)$$

где K_0 — функция Бесселя, $\sigma_j^2 = b\overline{u_j^2}$, $\sigma_k^2 = b\overline{u_k^2}$, $y_{jk} = bu_j u_k$.

Характеристическая функция для величины y имеет вид:

$$\theta_y(\eta) = \frac{1}{\sqrt{1 + (\eta\sigma_{jk})^2}}. \quad (25)$$

Здесь для краткости $\sigma_{jk} = \sigma_j\sigma_k$. Можно показать, что $y_{jk}^2 = \sigma_{jk}^2 = b^2 \overline{u_j^2 u_k^2}$. Каждый из продуктов y_{jk} имеет, как видно, закон распределения, отличающийся от нормального. Разыскивать вероятность слышимости каждого из продуктов y_{jk} представляется нерациональным, т. е. они расположены весьма «тесно» по спектру и каждый из них имеет полосу много уже критической*.

Если мы будем для простоты считать y_{jk} не зависимыми друг от друга и просуммируем их в пределах критической полосы $\Delta\omega$, то вероятность величины $\sum_{\Delta\omega} y_{jk}$ может быть найдена на основании того что,

* Это можно показать, учтя среднюю длительность отдельных музыкальных тонов.

характеристическая функция суммы независимых случайных величин равна произведению их характеристических функций:

$$\theta_{I_{2\omega}}(\eta) = \frac{1}{\prod_{(\Delta\omega)} [V \sqrt{1 + \eta^2 \sigma_{jk}^2}]} \quad (26)$$

Здесь $I_{2\omega} = \sum_{\Delta\omega} y_{ik}$ — интересующий нас продукт нелинейности квадратичного типа в критической полосе $\omega \pm \Delta\omega/2$. Значок $(\Delta\omega)$ показывает, что произведение берется по продуктам, попадающим в данную критическую полосу. На основании свойства характеристической функции получим

$$W_2(I_{2\omega}) = \frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{+\infty} \frac{e^{-i\eta I_{2\omega}} d\eta}{\prod_{(\omega\Delta)} [V \sqrt{1 + \eta^2 \sigma_{jk}^2}]} \quad (27)$$

Вычисление такого интеграла затруднительно, так как в общем случае σ_{jk} различны, а число множителей, входящих в произведение, может быть весьма велико; так, например, из табл. 1 видно, что число продуктов $(m_c + m_p)$ составляет сотни в критической полосе $\Delta\omega$. Упрощение выражения (27) можно получить, перейдя к предельному случаю $m_c + m_p \rightarrow \infty$ и приняв, что все $\sigma_{jk} \rightarrow 0$, так что $\sum_{(\Delta\omega)} \sigma_{jk}^2$ остается постоянной. В этом случае можно принять, что $\sum_{(\Delta\omega)} \sigma_{jk}^2$ представит собой значение средней интенсивности квадратичных продуктов в полосе $\omega \pm \Delta\omega/2$; сравнивая эту величину со спектральной плотностью продуктов линейности, получим*

$$\sum_{(\Delta\omega)} \sigma_{jk}^2 \approx S_2(\omega) \Delta\omega, \quad (28)$$

где S_2 — спектральная плотность квадратичных продуктов. Проще всего предположить, что все σ_{jk} равны между собой. Это безусловно верно, если все u_k^2 , составляющие основной сигнал, равны между собой и если $S_1 = \text{const}$ в пределах некоторой полосы частот $\omega_B - \omega_H$. Тогда

$$\prod_{(\Delta\omega)} [V \sqrt{1 + \eta^2 \sigma_{jk}^2}] = \left[1 + \eta^2 \frac{S_2(\omega) \Delta\omega}{m_c + m_p} \right]^{(m_c + m_p)/2} \xrightarrow{m_c + m_p \rightarrow \infty} e^{\eta^2 S_2(\omega) \Delta\omega/2},$$

$$\lim_{m_c + m_p \rightarrow \infty} W_2 = \frac{1}{V 2\pi \sigma_{2\omega}^2} e^{-I_{2\omega}/2\sigma_{2\omega}^2}, \quad (29)$$

Здесь для краткости $\sigma_{2\omega}^2 = S_2(\omega) \Delta\omega$.

В первом приближении, следовательно, если амплитуды отдельных комбинационных тонов второго порядка, попадающих в критическую полосу слуха, не зависят друг от друга и если их достаточно много, можно считать, что они составляют колебание с нормальным законом

* Неточность этого выражения в том, что каждый из продуктов занимает не конечную полосу спектра, а имеет лишь резкий максимум в интересующей нас полосе спектра, так что некоторая доля его энергии принадлежит другим частям спектра.

распределения*; среднеквадратичное значение этого колебания можем взять непосредственно из расчета величины $S_2(\omega)$, получаемой, как обычно, при помощи разложения функции корреляции выходного сигнала в ряд по степеням коэффициента корреляции сигнала на входе.

Сумму колебаний со случайными амплитудами и фазами, попадающих в небольшую полосу частот $\Delta\omega$, можно также рассматривать как колебание со случайными амплитудой и фазой. Это в равной мере справедливо для $I_{1\omega}$ и $I_{n\omega}$. При этом длительность пребывания амплитуд $A_{1\omega}$ и $A_{n\omega}$ в данном интервале значений будет одного порядка, так как в конечном итоге они зависят от длительности отдельных тонов u_k .

Принимая (29) за приближенное значение для $W_2(I_{2\omega})$, мы, следовательно, можем написать для амплитуд продуктов второго порядка

$$W_{A_{2\omega}} = \frac{A_{2\omega}}{\sigma_{2\omega}^2} e^{-A_{2\omega}^2/\sigma_{2\omega}^2}. \quad (30)$$

Приближенное выражение для P_{0a}

Используя (22) и (30), получим

$$P_{0a} = \int \int \frac{A_{2\omega} A_{1\omega}}{\sigma_{2\omega}^2 \sigma_{1\omega}^2} \exp \left\{ -\frac{A_{2\omega}^2}{2\sigma_{2\omega}^2} - \frac{A_{1\omega}^2}{2\sigma_{1\omega}^2} \right\} dA_{1\omega} dA_{2\omega}, \quad (31)$$

$$A_{2\omega} \geq A_{1\omega} / \beta, \quad A_{2\omega} \geq A_{0\omega}.$$

Введем переменные

$$\omega = A_{2\omega} / \sigma_{2\omega} = \rho \cos \psi, \quad z = A_{1\omega} / \sigma_{1\omega} = \rho \sin \psi. \quad (32)$$

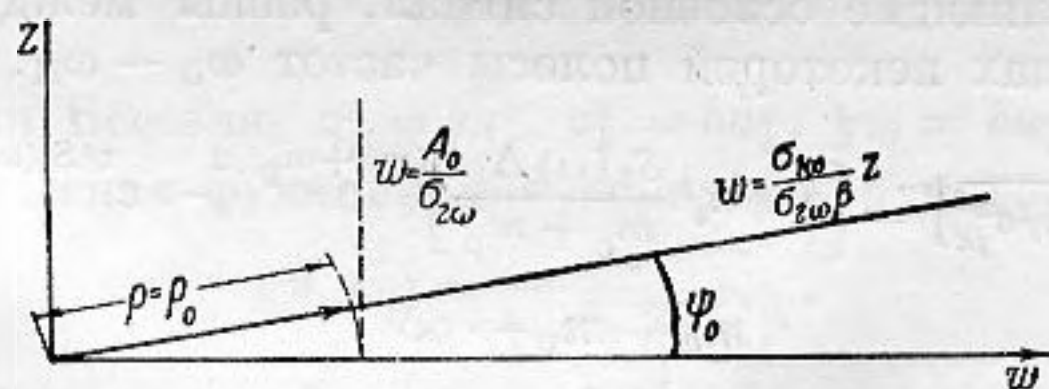
Тогда границы области интегрирования (31) определяются так:

$$w \geq (\sigma_{1\omega} / \sigma_{2\omega} \beta) z \quad \text{или} \quad \psi \leq \psi_0 = \arctg \frac{\sigma_{1\omega}}{\sigma_{2\omega} \beta}, \quad (33)$$

$$w = \rho \cos \psi \geq A_{0\omega} / \sigma_{2\omega}. \quad (34)$$

Эти условия изображены на фиг. 2. Область интегрирования между осью w , наклонной прямой $w = (\sigma_{1\omega} / \sigma_{2\omega} \beta) z$ и прямой (параллельной оси z) $w = A_{0\omega} / \sigma_{2\omega}$.

Для случая, когда средняя мощность продуктов нелинейности мала по сравнению с неискаженным сигналом (а этот случай наиболее инте-



Фиг. 2

ресен для определения допустимых нелинейных искажений), можно заменить условие (34) условием $\rho = \rho_0 = A_{0\omega} / \sigma_{2\omega}$. Получающаяся при

* Этот результат подтверждается экспериментальной работой [3]. При нелинейном преобразовании сигнала, подчиняющегося нормальному закону распределения и занимающего широкую полосу частот, экспериментально полученная кривая распределения мгновенных значений для продуктов квадратичных искажений в целом не имеет нормального закона распределения, но для каждой небольшой доли этих продуктов, приходящихся на узкую полосу частот, с хорошим приближением соответствует нормальному закону. Б. А. Ферсман удалось показать справедливость этого положения экспериментально и для кубичных продуктов искажений, так что выкладки настоящей работы, повидимому, можно развить и на случай кубичных искажений.

этом погрешность ведет к небольшой переоценке величины P_{0a} . Таким образом, вместо (31) можно написать

$$P_{0a} \approx \int_{\rho_0}^{\infty} \int_0^{\psi_0} \frac{\rho^3 \sin 2\psi}{2} \exp \left\{ -\frac{\rho^2}{2} \right\} d\rho d\psi =$$

$$= \left(1 + \frac{A_{0\omega}^2}{2\sigma_{2\omega}^2} \right) \exp \left\{ -\frac{A_{0\omega}^2}{2\sigma_{2\omega}^2} \right\} \frac{\sigma_{2\omega}^2 \beta^2}{\sigma_{2\omega}^2 \beta^2 + \sigma_{1\omega}^2}. \quad (35)$$

Пусть средний уровень сигнала у уха слушателя составляет L_{cp} дБ и соответствует величине \bar{I}_1^2 , т. е. средней интенсивности выходного сигнала, а пороговая величина $A_{0\omega}$ — порог слышимости в условиях слушания в аудитории ($L_{0\omega}$). Тогда можно написать

$$\sigma_1^2 = \bar{I}_1^2 = \int_{\omega_H}^{\omega_B} S_1(\omega) d\omega = a^2 \bar{u}_1^2 \rightarrow I_0 \cdot 10^{L_{cp}/10}, \quad (36)$$

$$A_{0\omega}^2 \rightarrow I_0 \cdot 10^{L_{0\omega}/10},$$

$$\frac{\sigma_{2\omega}^2}{A_{0\omega}^2} = \frac{\sigma_{2\omega}^2}{\sigma_1^2} 10^{(L_{cp} - L_{0\omega})/10}. \quad (37)$$

Здесь I_0 — стандартный нулевой уровень интенсивности, $L_{0\omega}$ — уровень порога слышимости над I_0 на частоте ω в дБ.

Напомним, что при характеристике нелинейности вида (9) функция корреляции для флюктуаций сигнала на выходе имеет вид:

$$\overline{II_\tau} - (\bar{I})^2 = a^2 \bar{u}_1^2 R(\tau) + 2b^2 (\bar{u}_1^2)^2 R^2(\tau) +$$

$$+ 3c^2 (\bar{u}_1^2)^3 [2R^3(\tau) + 3R(\tau)]. \quad (38)$$

Это позволяет определить спектральную плотность флюктуаций квадратичных продуктов на выходе:

$$S_2 = 2b^2 (\bar{u}_1^2)^2 \int_0^{\infty} R^2(\tau) \cos \omega\tau d\tau,$$

откуда

$$\sigma_{2\omega}^2 = 2b^2 (\bar{u}_1^2)^2 \Delta\omega \int_0^{\infty} R^2(\tau) \cos \omega\tau d\tau, \quad (39)$$

а также

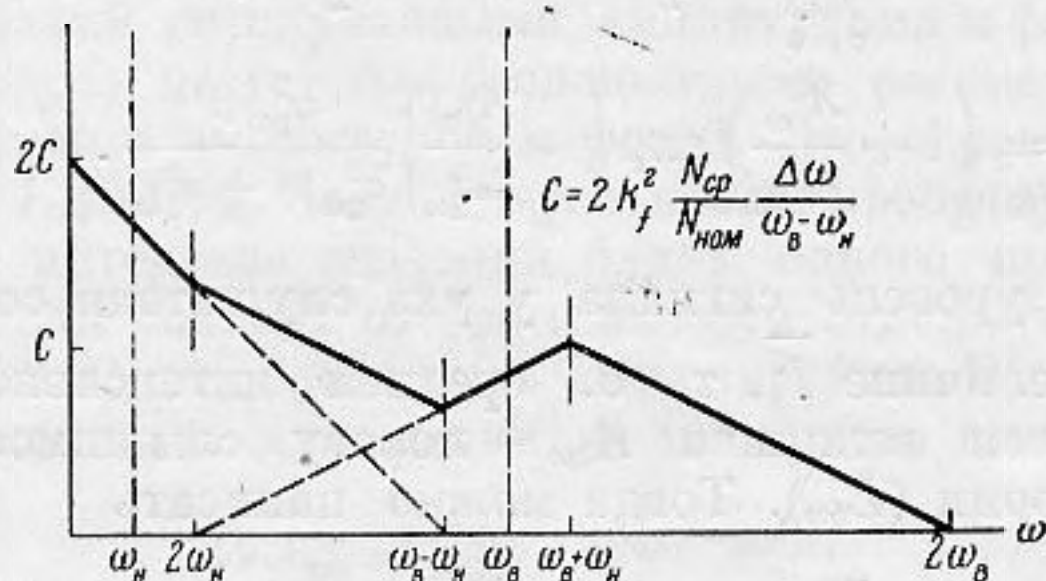
$$\sigma_{1\omega}^2 = a^2 \bar{u}_1^2 \Delta\omega \int_0^{\infty} R(\tau) \cos \omega\tau d\tau. \quad (40)$$

При помощи (36), (37), (39) и (40) все величины, входящие в выражение для P_{0a} , определяются через характеристики входного сигнала, его среднюю интенсивность и коэффициент корреляции $R(\tau)$, коэффициенты передачи тракта a , b (характеризующие нелинейность тракта) и условия слушания (средний уровень L_{cp} и уровень порога слышимости $L_{0\omega}$).

Расчет слышимости нелинейных продуктов второго порядка для случая равноамплитудного спектра входного сигнала

Пусть сигнал на входе системы имеет равноамплитудный спектр в пределах частот от 100 до 5100 гц. Характер спектра основного сигнала и квадратичных продуктов на выходе дан на фиг. 3. Пусть средняя

мощность выходного устройства $N_{\text{ср}}$ и средний уровень интенсивности основного сигнала у уха слушателя составляет 80 дб. Пусть при номинальной мощности выходного устройства $N_{\text{ном}}$ у уха слушателя создается уровень 100 дб. Проведем расчет для пяти случаев, соответствующих



Фиг. 3

коэффициенту гармоник $k_f = 1, 2, 3, 5, 10\%$ при номинальной мощности устройства. Из (9) следует, что коэффициент гармоник при $c = 0$ (чисто квадратичные искажения) составляет

$$k_f = \frac{b}{2a} u_m, \quad (41)$$

где u_m — амплитуда входного сигнала при номинальной мощности. Эта амплитуда связана с величиной $\overline{u_1^2}$ очевидным соотношением

$$u_m^2 / 2\overline{u_1^2} = N_{\text{ном}} / N_{\text{ср}}. \quad (42)$$

На основании (38), полагая $R = 1$ и используя (41) и (42), получим интенсивность квадратичных продуктов нелинейности:

$$2b^2 (\overline{u_1^2})^2 = 2k_f^2 (N_{\text{ср}} / N_{\text{ном}}) a^2 \overline{u_1^2}. \quad (43)$$

Используя далее закон распределения интенсивности этих продуктов по спектру [1], указанный на фиг. 3, и соотношение (39), получим

$$\frac{\sigma_{2\omega}^2}{\sigma_1^2} = 2k_f^2 \frac{N_{\text{ср}}}{N_{\text{ном}}} \frac{\Delta\omega}{\omega_B - \omega_H} \begin{cases} \frac{\omega_B - \omega_H - \omega}{\omega_B - \omega_H} \text{ при } 0 \leq \omega \leq \omega_B - \omega_H \\ \frac{\omega - 2\omega_H}{2(\omega_B - \omega_H)} \text{ при } 2\omega_H \leq \omega \leq \omega_H + \omega_B \\ \frac{2\omega_B - \omega}{2(\omega_B - \omega_H)} \text{ при } \omega_H + \omega_B \leq \omega \leq 2\omega_B. \end{cases} \quad (44)$$

Значение порога слышимости в условиях аудитории, принятые в расчет, даны в табл. 2. Величина β^2 принята равной 100 (пороговая интенсивность маскируемого сигнала на 20 дб ниже маскирующего в критической полосе). Величина средней интенсивности основного сигнала в полосе $\Delta\omega$ составит $\sigma_{1\omega}^2 = \sigma_1^2 \Delta\omega / (\omega_B - \omega_H)$, так как спектр входного сигнала равноамплитудный. Соответственно с этим можно написать

$$\frac{\sigma_{2\omega}^2}{\sigma_{1\omega}^2} \beta^2 = 2k_f^2 \beta^2 \frac{N_{\text{ср}}}{N_{\text{ном}}} \begin{cases} \frac{\omega_B - \omega_H - \omega}{\omega_B - \omega_H} \text{ при } 0 \leq \omega \leq \omega_B - \omega_H \\ \frac{\omega - 2\omega_H}{2(\omega_B - \omega_H)} \text{ при } 2\omega_H \leq \omega \leq \omega_B + \omega_H \\ \frac{2\omega_B - \omega}{2(\omega_B - \omega_H)} \text{ при } \omega_B + \omega_H \leq \omega \leq 2\omega_B. \end{cases} \quad (45)$$

Равенства (44) и (45) позволяют рассчитать при помощи (35) P_{0a} по предложенному выше заданию. Результат расчета сведен в табл. 2. Расчет проведен для восьми значений средних частот соответствующих критических полос (данные ширины критических полос имеются в табл. 1).

Табл. 2 показывает, что в этом простейшем случае реальный порог заметности квадратичных искажений будет лежать между $k_f = 2\%$ и $k_f = 3\%$, так как при $P_{0a} = 3,5\%$ для полосы 2000 гц и $1,3\%$ для 4000 гц, соответствующих $k_f = 3\%$, можно считать, что хотя и на короткое время, но все же будут существовать заметные на слух нелинейные искажения в передаче. При $k_f = 5\%$ уже до 14—19% всей передачи могут оказаться испорченными заметными на слух искажениями. Интересно отметить еще одно обстоятельство: если динамический диапазон передачи сжимается, то требуется меньшее значение k_f для получения той же вероятности P_{0a} . Положим, например, что L_{max} не на 20, а на 15 дб превышает $L_{ср}$. Тогда то же значение $(\sigma_2^2\omega/\sigma_1^2\omega)^{\beta^2}$ и всех прочих величин, входящих в расчет P_{0a} , получится при меньшем k_f . Та же вероятность 3,5% получится при $k_f = 1,7\%$. При этом предполагается, что средний уровень передачи не изменится. Если же средний уровень уменьшить, то можно снова облегчить требование к аппаратуре в отношении нелинейности.

Таблица 2

Средняя частота в критической полосе, дб	50	100	200	400	800	2000	4000	8000			
Порог слышимости, дб	70	45	35	25	18	15	18	25			
Вероятность P_{0a} для пяти значений k_f :											
$k_f = 1\%$	Исчезающая					$4,6 \cdot 10^{-10}$	$4,6 \cdot 10^{-10}$.			
$k_f = 2\%$	малая					$0,48 \cdot 10^{-5}$	0,004	$8,3 \cdot 10^{-5}$			
$k_f = 3\%$	вероятность					$1,5 \cdot 10^{-9}$	0,005	0,035	0,013	$0,63 \cdot 10^{-12}$	
$k_f = 5\%$						0,005	0,14	0,19	0,08	$0,4 \cdot 10^{-4}$	
$k_f = 10\%$						$1,8 \cdot 10^{-8}$	0,05	0,66	0,55	0,31	0,08

Предложенный в настоящей статье способ расчета слышимости нелинейных искажений основан, конечно, на ряде допущений. В частности, можно думать, что слышимость искажений может быть различна в зависимости от величины превышения $A_{n\omega}$ над $A_{1\omega}$ или $A_{0\omega}$. Можно еще указать на то, что и порог $A_{0\omega}$, строго говоря, не постоянен во времени и может в какой-то степени зависеть от самой передаваемой программы. Нам кажется, однако, что предложенный путь расчета все же весьма перспективен и усовершенствование его в случае необходимости не представит принципиальных затруднений.

ЛИТЕРАТУРА

1. В. А. Б у н и м о в и ч. Флюктуационные процессы в радиоприемных устройствах. Сов. радио, М., 1951; А. В. Р и м с к и й-К о р с а к о в. Нелинейные искажения непериодического сигнала в электроакустическом тракте. Акуст. ж., 1955, 1, 2, 165—170.
2. С. Н. Р ж е в к и н. Слух и речь в свете современных физических исследований, ОНТИ, М.—Л., 1936.
3. Б. А. Ф е р с м а н. Тезисы докладов Научно-технической конференции Ленинградского электротехнического института связи им. М. А. Бонч-Бруевича. Л., март, 1955.

Ленинградский электротехнический институт связи им. М. А. Бонч-Бруевича

Поступила в редакцию 28 февраля 1955 г.