

УДК 534.29

О СИЛАХ ПРИ УЛЬТРАЗВУКОВОМ РЕЗАНИИ

З. И. Поляков

Рассматриваются силы, возникающие при ударе инструмента о деталь. Задача сводится к продольному удару двух стержней, между которыми находятся зерна абразива, вызывающие местные деформации в зоне вблизи непосредственного контакта. Зависимость между местными деформациями и контактной силой нелинейная и определяется формулой Герца. Величина напряжений в инструменте определяется интегральным уравнением, которое решается численным методом. Полученные результаты находятся в согласии с экспериментальными данными и с расчетами, основанными на линеаризации зависимости сближения соударяющихся тел от контактных сил.

На основе анализа экспериментальных данных в работе [1] сделан вывод о том, что производительность ультразвукового резания пропорциональна третьей степени максимальных напряжений, возникающих при ударе инструмента по обрабатываемой детали. Теоретическое исследование сил, возникающих при ударе, производилось в работах [2—5]. В работе [2] колебательная система станка рассматривалась как система с сосредоточенными постоянными и рассматривался удар приведенной массы инструмента по детали. В работе [3] рассматривается система с сосредоточенными постоянными в присутствии зерен абразива в зоне резания. Нагрузка колебательной системы во время контакта инструмента с деталью предполагается состоящей из упругости, вызывающей изменение частоты, и из активных потерь, вызывающих уменьшение амплитуды. При рассмотрении колебательной системы станка как системы с сосредоточенными постоянными возникают трудности с определением этих постоянных и величины нагрузки на инструмент; поэтому определение напряжений при ударе оказывается затруднительным. В работе [4] колебательная система станка рассматривалась как система с распределенными постоянными. При этом не учитывались местные деформации, вызванные присутствием в зоне резания зерен абразива. Полученные в этой работе зависимости не согласуются с экспериментальными данными. В работе [5] рассматривается удар двух тел с распределенными постоянными. Между телами находятся частицы абразива, вызывающие местные деформации вблизи с зоной непосредственного контакта. Для упрощения в работе [5] зависимость местных деформаций от контактных сил линеаризована.

Рассмотрим задачу о силах, возникающих в зоне резания, с учетом нелинейной зависимости сближения соударяющихся тел от контактной силы при тех же допущениях и ограничениях, что и в работе [5]. Механическую колебательную систему станка будем рассматривать как стержень со свободными концами, состоящий из нескольких полуволновых элементов. В стержне возбуждаются гармонические колебания, характеризующиеся амплитудой смещения обрабатываемого конца инструмента A и круговой частотой ω . Обрабатываемую деталь будем также

рассматривать как стержень, один из концов которого (противоположный обрабатываемому) закреплен. Таким образом, задача сводится к продольному удару двух стержней. Положим, что сечения стержней F постоянны по всей длине и что за исключением небольшого участка вблизи места непосредственного контакта напряжения равномерно распределены по всему сечению.

Тогда, если пренебречь потерями, можно написать выражения:

$$\ddot{u}_1(x, t) = c_1^2 u_1''(x, t); \quad \ddot{u}_2(x, t) = c_2^2 u_2''(x, t), \quad (1)$$

где $u(x, t)$ — смещение сечения стержня с координатой x в момент времени t , c — скорость продольных волн, штрихи обозначают дифференцирование по x , точки — дифференцирование по t . Индекс 1 относится к механической колебательной системе, индекс 2 — к обрабатываемой детали.

За начало отсчета времени примем момент возникновения контакта. Начало координат установим в месте соударения, направив ось x вдоль оси стержней. Для простоты мы будем пренебрегать деформациями в стержнях, вызванными предыдущими ударами.

Тогда к началу удара в стержне 2 отсутствуют деформации и все его точки неподвижны. Деформации в стержне 1 определяются смещением ударяющего торца стержня к моменту начала удара. Из фиг. 1, на которой показана зависимость смещения и скорости ударяющего торца стержня 1 от времени при отсутствии стержня 2 видно, что при $t = 0$ смещение равно $U_0 = A \cos \theta$, а скорость ударяющего торца — $V_0 = \omega A \sin \theta$. Таким образом, скорость и смещение торца определяются углом θ , который в дальнейшем мы будем называть углом отсечки.

Для решения уравнений (1) необходимо задать начальные и краевые условия. Начальные условия имеют вид

$$\begin{aligned} u_1(x, 0) &= U_0 \cdot \cos \alpha x; & \dot{u}_1(x, 0) &= V_0 \cdot \cos \alpha x, \\ u_2(x, 0) &= U_0; & \dot{u}_2(x, 0) &= 0, \end{aligned} \quad (2)$$

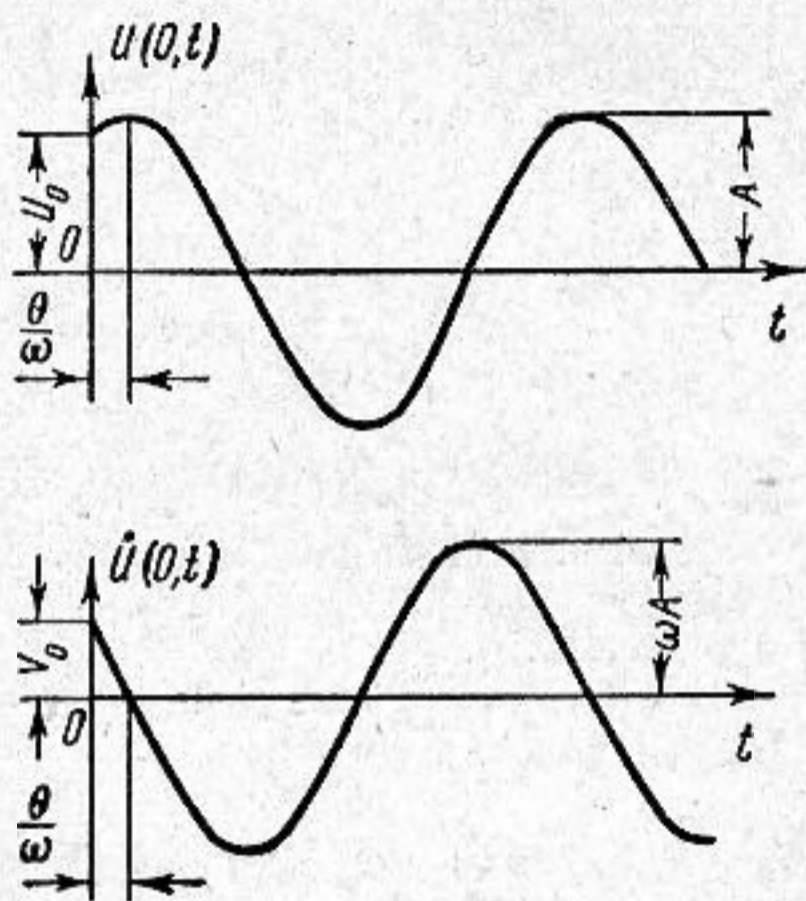
где $\alpha = \omega / c_1$.

Если пренебречь массой абразивных зерен, участвующих в соударении с волнами деформаций, возникающими в зернах, можно написать следующие краевые условия:

$$\begin{aligned} u_1(0, t) - u_2(0, t) &= \gamma, & E_1 \cdot F_1 \cdot u_1'(0, t) &= E_2 \cdot F_2 \cdot u_2'(0, t), \\ u_1'(l_1, t) &= 0, & u_2(-l_2, t) &= 0, \end{aligned} \quad (3)$$

где l — длина стержня, E — модуль Юнга и γ — сближение удаленных от места контакта точек стержней, обусловливаемое местными деформациями. Для нашего случая $\gamma = \gamma_1 + \gamma_2$, где γ_1 и γ_2 — сближения, вызываемые местными деформациями между зернами абразива и стержнями 1 и 2 соответственно. Зависимость величины γ от контактной силы P нелинейна и зависит от формы контактирующих тел.

Решение уравнений (1) будем искать операторным методом. Обозначаем $U(x, p) \rightarrow u(x, t)$. Из выражений (1), (2) и (3) находим



Фиг. 1

$$U_1(0, p) = \frac{p^2 U_0 + p V_0}{p^2 + \omega^2} - \frac{c_1}{p} U_1'(0, p) \operatorname{cth} \frac{pl_1}{c_1},$$

$$U_2(0, p) = U_0 + \frac{c_2 E_1 \cdot F_1}{p \cdot E_2 \cdot F_2} U_1'(0, p) \cdot \operatorname{th} \frac{pl_2}{c_2} - \frac{U_0}{\operatorname{ch}(pl_2/c_2)}$$

и на основании теоремы о запаздывании для отрезка времени

$$2 \frac{l_2}{c_2} > t < 2 \frac{l_1}{c_1} \quad (4)$$

имеем

$$u_1(0, t) = A \cos(\omega t - \theta) - c_1 \int_0^t u_1'(0, t) dt$$

$$u_2(0, t) = U_0 + c_1 \cdot v \int_0^t u_1'(0, t) \cdot dt,$$

где $v = c_2 \cdot E_1 \cdot F_1 / c_1 \cdot E_2 \cdot F_2$ — отношение акустических сопротивлений стержней 1 и 2. Подставляя первое из краевых условий (3), находим

$$\gamma = A [\cos(\omega t - \theta) - \cos \theta] - \frac{1+v}{w_{01}} \int_0^t \sigma(t) \cdot dt, \quad (5)$$

где $\sigma(t) = E_1 \cdot u_1'(0, t)$ — напряжения в стержне 1 на некотором удалении от места контакта и $w_{01} = E_1 / c_1$ — удельное акустическое сопротивление материала инструмента.

Неравенство (4) означает, что выражение (5) справедливо, пока отраженная от конца одного из стержней волна не достигнет точки $x = 0$. При обработке детали с большой толщиной выражение (5) справедливо для всего времени соударения. При малой толщине обрабатываемой детали ударный импульс отражается от места заделки стержня 2 и, начиная с момента прихода отраженного импульса в точку $x = 0$, напряжение становится равным сумме двух импульсов, прямого и отраженного.

Уравнение (5) при нелинейной зависимости γ от напряжений проще всего решать численным методом [6]. Представим искомую зависимость напряжений в инструменте от времени в виде ломаной линии с изломами, расположенными через равные промежутки времени Δt и потребуем, чтобы уравнение (5) выполнялось в каждой точке деления ($t = 0, t = \Delta t, 2\Delta t, 3\Delta t \dots$) \leftrightarrow . В произвольной точке $t = i\Delta t$ график изменения напряжений характеризуется величинами

$$\sigma_i, \sigma_i' = \frac{\sigma_i - \sigma_{i-1}}{\Delta t}, \quad \lambda_i = \sigma_{i+1}' - \sigma_i';$$

тогда для этой точки $\int_0^{i\Delta t} \sigma(t) \cdot dt = \frac{(\Delta t)^2}{2} \sum_{k=0}^{i-1} \lambda_k (i-k)^2$.

Подставляя эти выражения в формулу (5), получаем

$$A[\cos(i \cdot \omega \cdot \Delta t - \theta) - \cos \theta] - \frac{1+v}{2w_{01}} (\Delta t)^2 \sum_{k=0}^{i-1} \lambda_k (i-k)^2 = \gamma(\sigma_i),$$

где

$$\sigma_i = \sum_{k=0}^{i-1} \lambda_k (i-k) \Delta t. \quad (6)$$

Выразим сближение точек стержней, обусловливаемое местными деформациями, рассчитанное без учета λ_{i-1} следующим образом:

$$\gamma^*(\sigma_i) = A [\cos(i\omega \Delta t - \theta) - \cos \theta] - \frac{1+\nu}{2w_{0_1}} (\Delta t)^2 \sum_{k=0}^{i-2} \lambda_k (i-k)^2$$

и введем обозначение $\sigma_i^* = \sigma_i - \lambda_{i-1} \Delta t = \sum_{k=0}^{i-2} \lambda_k (i-k) \cdot \Delta t$.

Тогда

$$\gamma(\sigma_i^* + \lambda_{i-1} \Delta t) = A [\cos(i\omega \Delta t - \theta) - \cos \theta] - \frac{1+\nu}{2w_{0_1}} (\Delta t)^2 \left[\sum_{k=0}^{i-2} \lambda_k (i-k)^2 + \lambda_{i-1} \right].$$

Используя разложение $\gamma(\sigma_i^* + \lambda_{i-1} \Delta t) = \gamma(\sigma_i^*) + \lambda_{i-1} \Delta t \left(\frac{d\gamma}{d\sigma} \right)_{\sigma_i = \sigma_i^*}$, получаем выражение для определения λ_{i-1}

$$\lambda_{i-1} = \frac{A [\cos(i \cdot \omega \cdot \Delta t - \theta) - \cos \theta] - \frac{1+\nu}{2w_{0_1}} (\Delta t)^2 \sum_{k=0} \lambda_k (i-k)^2 - \gamma(\sigma_i^*)}{\frac{1+\nu}{2w_{0_1}} (\Delta t)^2 + \Delta t \cdot \left(\frac{d\gamma}{d\sigma} \right)_{\sigma_i = \sigma_i^*}} \quad (7)$$

Уравнения (6), (7) позволяют найти значение σ_i , если известны значения этой величины для предшествующих точек.

Зерна абразива представляют из себя кристаллы, состоящие из плоских граней, соединенных закругленными участками. Поверхность скругления можно в первом приближении считать сферической с радиусом R . В соударении участвуют не все зерна абразива, находящиеся в зоне резания, а только несколько зерен наибольшего размера. Считая, что число зерен N , участвующих в соударении, невелико и что они находятся на значительных расстояниях друг от друга, можно положить $\gamma = 0,8255 R^{-1/3} \eta^{2/3} \beta^{-2/3} \sigma^{2/3}$, где $\eta^{2/3} = \eta_1^{2/3} + \eta_2^{2/3}$ и β — число зерен абразива, приходящееся на единицу площади инструмента, т. е. $\beta = N / F_1$.

Величины η_1 и η_2 определяются соотношениями:

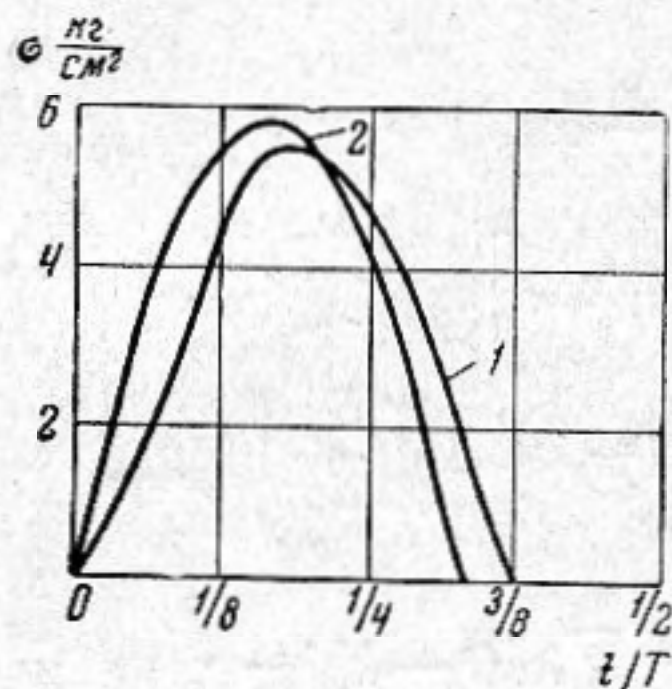
$$\eta_1 = \frac{1 - \mu_1^2}{E_1} + \frac{1 - \mu_3^2}{E_3}, \quad \eta_2 = \frac{1 - \mu_2^2}{E_2} + \frac{1 - \mu_3^2}{E_3},$$

где μ — коэффициент Пуассона, а индекс 3 относится к материалу абразива. Выражение (7) неприменимо в точках, где $d\gamma/d\sigma \rightarrow \infty$ и, в частности, для первого момента соударения. В момент $t = \Delta t$ мы имеем $\sigma_1 = \lambda_0 \cdot \Delta t$. Величина λ_0 находится из уравнения $A [\cos(\omega \cdot \Delta t - \theta) - \cos \theta] - B\lambda_0 - C\lambda_0^{2/3} = 0$, где $B = (1 + \nu / 2w_0) (\Delta t)^2$ и $C = 0,8255 \times R^{-1/3} \eta^{2/3} \beta^{-2/3} (\Delta t)^{2/3}$.

На фиг. 2 (кривая I) показана вычисленная описанным выше способом зависимость напряжений в инструменте, возникающих при обработке стекла ($E_2 = 5,85 \cdot 10^5$ кг/см²; $\mu_2 = 0,2$), стальным инструментом ($E_1 = 2,2 \cdot 10^6$ кг/см²; $c_1 = 5,1 \cdot 10^5$ см/сек; $\mu_1 = 0,3$) диаметром 20 мм при равенстве акустических сопротивлений инструмента и детали и при угле отсечки $\theta = 70^\circ$. Амплитуда колебаний равна 17 мк, частота 21,3 кгц. При расчете принято: $\beta = 10^4$ 1/см²; $R = 10^{-3}$ см. Деформации зерен абразива не учитывались. Как видно из фигуры, напряжения в инструменте нарастают плавно и достигают своего максимума ($\sigma_{\max} = 5,45$ кг/см²) по истечении времени $T/6$, где T — период колебаний. Продолжительность удара равна $3/8 T$. Произведя интегрирование, находим значение усилия подачи $Q = 3,8$ кг, необходимое для получения угла отсечки $\theta = 70^\circ$.

Кривая 2 на фиг. 2 показывает зависимость напряжений в инструменте, вычисленную при линеаризации зависимости местных деформаций от контактных сил [5] для $Q = 3,8$ кг. Продолжительность удара несколько меньше и равна $T/3$. Величина максимальных напряжений — $\sigma_{\max} = 5,8$ кг/см².

Расчет без учета местных деформаций [4] для амплитуды 17 мк и усилия подачи 3,8 кг дает значение продолжительности удара, равное $T/48$. При этом напряжения возрастают скачком от 0 до своего максимального значения $\sigma_{\max} = 117$ кг/см². Если учесть распространение волн в обрабатываемой детали, то величина максимальных напряжений уменьшается до 82,2 кг/см², а продолжительность удара увеличивается до $T/34$.



Фиг. 2

Экспериментальное определение напряжений, возникающих в инструменте при обработке стекла, производилось в работах [7, 8]. При амплитуде меньше 30 мк и усилии подачи на единицу площади поперечного сечения инструмента меньше 2 кг/см² величина максимальных напряжений не превышает 10 кг/см². Для инструмента диаметром 20 мм при амплитуде 17 мк, частоте 21,3 кгц, усилии подачи 5,1 кг, абразивном порошке карбиде бора № 10 ($R = 10^{-3}$ см) получено значение максимальных напряжений $\sigma_{\max} = 6,8$ кг/см² при длительности удара, равной $8/15 T$ [8].

Сопоставление экспериментальных данных [7, 8] с расчетными показывает, что при расчете без учета местных деформаций величина максимальных напряжений более чем в 10 раз превышает реальные значения, а продолжительность удара значительно меньше действительной. Расчеты с учетом местных деформаций дают значения максимальных напряжений и продолжительности удара удовлетворительно согласующиеся с экспериментальными данными. Линеаризация зависимости местных деформаций от контактных сил не вносит больших погрешностей в результаты.

Таким образом, линеаризация зависимости местных деформаций от контактных сил может быть использована при определении усилий, возникающих в процессе ультразвуковой обработки.

ЛИТЕРАТУРА

1. Л. Д. Розенберг, В. Казанцев, Л. О. Макаров, Д. Ф. Яхимович. Ультразвуковое резание. Изд-во АН СССР, 1962.
2. В. И. Дикущин, В. Н. Барке. Ультразвуковая эрозия и ее зависимость от колебательных характеристик инструмента. Станки и инструмент, 1958, 5, 10—13.
3. М. Охиря. Исследование динамических усилий при ультразвуковой обработке. Перевод 330591/3, 1963. Бюро переводов ВИНТИ, из J. Soc. Precis. Mech. Japan, 1961, 27, 3, 168—176.
4. Nishimura, Jimbo. Ultrasonic mechanical machining, p. 8. J. Eng. univ. of Tokyo, 1959, 26, 1, 69—88.
5. З. И. Поляков. Исследование сил, возникающих при ультразвуковом резании. Ультразв. техника, 1963, 3, 39—44.
6. С. Д. Пономарев и др. Расчеты на прочность в машиностроении, т. 3, М., Машгиз, 1959.
7. В. Ф. Казанцев. Зависимость производительности ультразвуковой обработки от режима резания. Станки и инструмент, 1963, 3, 12—15.
8. В. Ф. Казанцев. Зависимость напряжений в материале инструмента при ультразвуковой обработке от амплитуды колебаний и силы прижима, Акустич. ж., 1963, 9, 1, 120—122.

Н.-и. проектно-технологический институт
автоматизации и механизации
машиностроения
Челябинск

Поступила в редакцию
17 марта 1964 г.