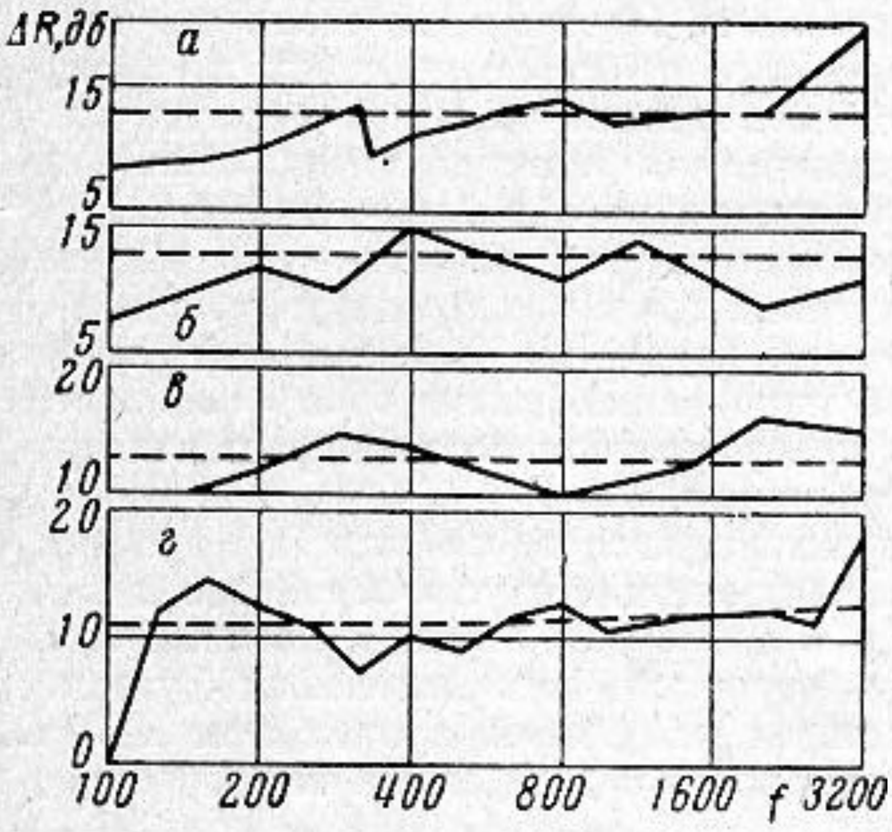
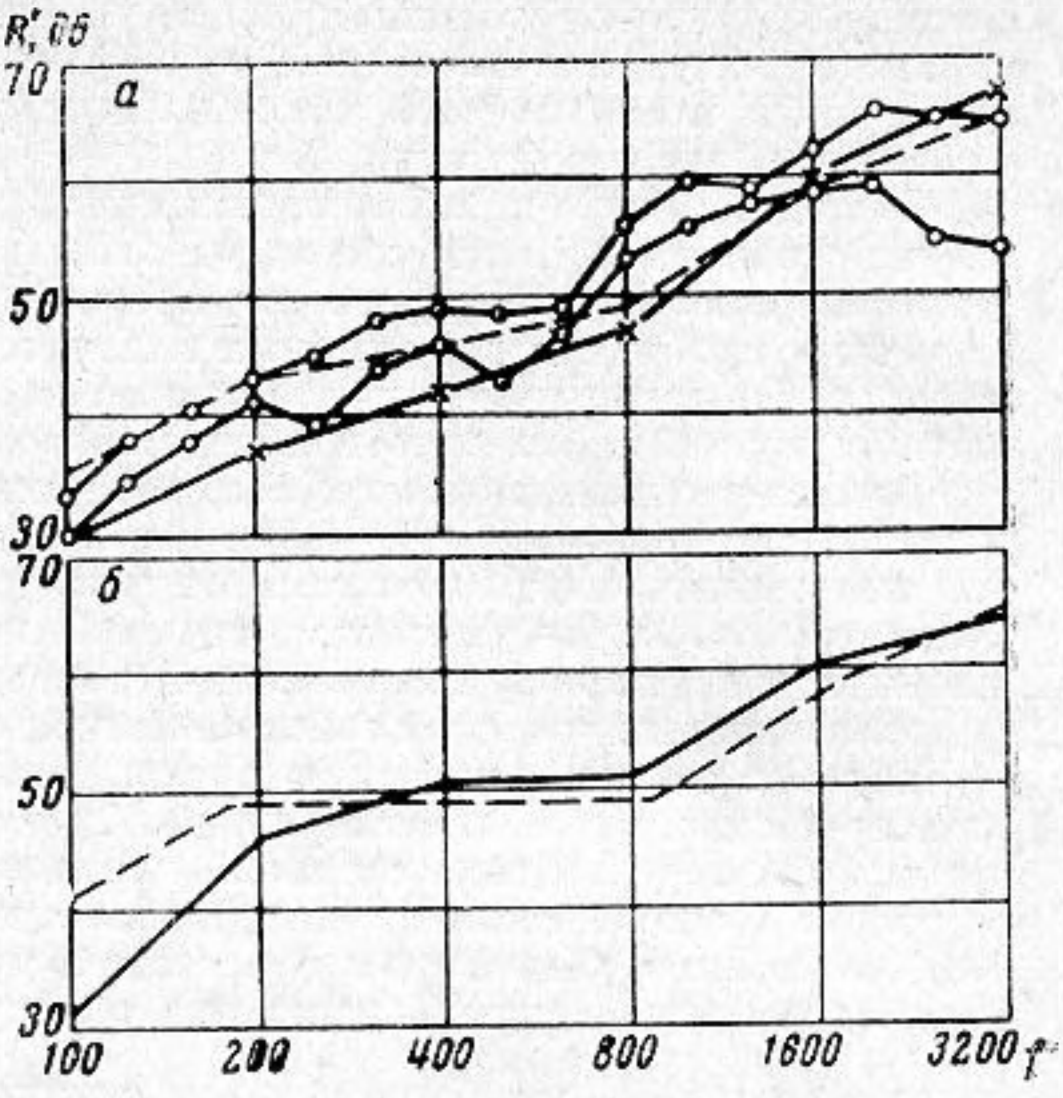


Фиг. 2



Фиг. 3

Приведенный способ расчета можно применять для ограждений с низкой граничной частотой, т. е. для обычных строительных ограждающих конструкций. Заметим, что в области первой резонансной частоты рассматриваемой системы f_p наблюдается значительное уменьшение величины ΔR, что при необходимости (если $f_p > 100$ *гц*) может быть также учтено при расчете [7].

ЛИТЕРАТУРА

1. B. G. Watters. Transmission loss of some masonry walls. J. Acoust. Soc. America, 1959, 31, 898—911.
2. Noise reduction. Edited by Leo L. Beranek. Mc. Graw — Hill Book Company. Inc. New York, 1960.
3. Методические указания по расчету звукоизоляции однослойных ограждений от воздушного шума. Челябинск, 1963.
4. В. И. Заборов. О звукоизоляции двойных ограждений со связью по контуру. Акуст. ж., 1965, 11, 2, 160—167.
5. K. Gösele. Der Einfluss der Biegesteifigkeit auf die Schalldämmung von Doppelwänden. Acustica, 1954, 4, 276—279.
6. Ф. Эйхлер. Борьба с шумом и звукоизоляция зданий. М., Госстройиздат, 1962.
7. В. Н. Никольский, В. И. Заборов. Звукоизоляция крупнопанельных зданий, М., Стройиздат, 1964.

Уральский государственный институт
сборных железобетонных изделий
и конструкций
Челябинск

Поступило в редакцию
18 августа 1964 г.

УДК 534.21

ЗАТУХАЮЩИЕ ПОВЕРХНОСТНЫЕ ВОЛНЫ

В. Ю. Завадский

Поверхностные волны соответствуют такому волновому движению, которое локализовано вблизи границы, быстро убывает с удалением от границы и имеет характер волны, распространяющейся вдоль границы. Скорость поверхностной волны определяется условиями на границе и свойствами среды. Свойства удаленных от границы областей среды, как правило, слабо влияют на характерные параметры поверхностных волн. Однако в ряде случаев это не так. В частности, если вдали от границы образуется уходящая волна, уносящая энергию поверхностной волны и вызывающая затухание последней, то эффект затухания накапливается с расстоянием, пройденным поверхностной волной. Ее энергия и амплитуда уменьшается с увеличением пройденного ею пути.

Величина коэффициента затухания поверхностной затухающей волны характеризует свойства областей среды, удаленных от границы. Поэтому изучение затухающих поверхностных волн представляет интерес в ряде сейсмологических, гидроакустических проблем и в некоторых лабораторных исследованиях. Ниже рассматриваются некоторые асимптотические оценки затухания для поверхностных волн на плоских границах жидкого и твердого слоисто-неоднородного полупространства.

Для жидкой среды исследуется поверхностная волна, распространяющаяся вдоль импеданцной границы. Поверхностные волны на таких границах представляют интерес для многих акустических и гидроакустических задач [1]. Для твердой среды рассматривается поверхностная волна Рэлея, распространяющаяся вдоль свободной границы твердого полупространства. Рэлеевская поверхностная волна играет важную роль в некоторых вопросах сейсмологии и дифектоскопии.

Рассмотрим поверхностную волну, распространяющуюся вдоль плоской границы слоисто-неоднородной жидкой среды. Среду, заполняющую полупространство $z > 0$, будем характеризовать постоянной плотностью ρ и скоростью звука c, изменяющейся только в зависимости от координаты z как непрерывная положительная функция $c(z)$, монотонно убывающая с ростом z и имеющая ненулевой предел при $z \to \infty$. Рассмотрим такой случай движения в полупространстве $z > 0$, когда звуковое давление $P(x, y, z, t)$, удовлетворяющее волновому уравнению $\left(\Delta - c^{-2}(z) \dfrac{\partial^2}{\partial t^2}\right)P = 0$, имеет вид:

$$P = p(z) \exp[-i\omega(t - c_x^{-1}x], \tag{1}$$

где c_x — некоторая постоянная. При сделанных предположениях величина $p(z)$, характеризующая зависимость звукового давления от координаты z, удовлетворяет уравнению

$$\frac{d^2p}{dz^2} + \omega^2\chi(z)\, p = 0, \tag{2}$$

где $\chi(z) = c^{-2}(z) - c_x^{-2}$. Границу, совпадающую с плоскостью $z = 0$, будем характеризовать третьим краевым условием:

$$\left.\frac{dp}{dz} + \alpha kp\right|_{z=0} = 0, \tag{3}$$

где $k = \omega / c(0)$, α — безразмерный положительный параметр.

Если $c(z) = c(0) = c = \text{const}$, т. е. полупространство $z > 0$ является однородным, то, предполагая, что $c_x < c$ и выбирая для $p(z)$ частное решение уравнения (2) $p(z) = \exp[-z\omega(c_x^{-2} - c^{-2})^{1/2}]$, обращающееся в ноль при $z \to \infty$, получим незатухающую поверхностную волну, распространяющуюся вдоль границы $z = 0$ с фазовой скоростью $c_{x,0} = c(1 + \alpha^2)^{-1/2}$. Однако в случае $c(z) \neq \text{const}$ при определенном соотношении параметров, характеризующих среду и границу, может оказаться, что функция $\chi_0(z) = c^{-2}(z) - c_{x,0}^{-2}$ имеет ноль в точке $z = z_0$, отрицательна в области $(0, z_0)$ и положительна при $z > z_0$. Тогда точка z_0 является точкой поворота в уравнении (2), за которой при $z > z_0$ линейно-независимые решения уравнения (2) имеют вид уходящих или приходящих волн. Для больших ω асимптотические решения уравнения (2), справедливые в области $0 < z < z$, где $\chi(z) < 0$ и в области $z > z_0$, где $\chi(z) > 0$ имеют вид [3]

$$\begin{aligned} p(z) &= [-\chi(z)]^{-1/4}\left[A_- e^{-\omega\int_{z_0}^{z}\sqrt{-\chi(s)}\,ds} + B_- e^{\omega\int_{z_0}^{z}\sqrt{-\chi(s)}\,ds}\right] \quad (0 \leqslant z < z_0, \chi(z) < 0) \\ p(z) &= [\chi(z)]^{-1/4}\left[A_+ e^{i\omega\int_{z_0}^{z}\sqrt{\chi(s)}\,ds} + B_+ e^{-i\omega\int_{z_0}^{z}\sqrt{\chi(s)}\,ds}\right] \quad (z > z_0, \chi(z) > 0), \end{aligned} \tag{4}$$

причем четыре постоянных A_+, A_-, B_+, B_- связаны соотношениями:

$$A_- = (A_+e^{-i\pi/4} + B_+e^{i\pi/4}); \qquad B_- = \frac{i}{2}(A_+e^{-i\pi/4} - B_+e^{i\pi/4}). \tag{5}$$

Выберем для $z > z_0$ асимптотическое решение уравнения (2), соответствующее уходящей волне:

$$p(z) = C[\chi(z)]^{-1/4} e^{i\omega\int_{z_0}^{z}\sqrt{\chi(s)}\,ds + i\pi/4} \qquad (C = \text{const},\ z > z_0). \tag{6}$$

Можно ожидать, что уходящая от границы волна будет уносить часть энергии поверхностной волны. Это приведет к затуханию последней. Оценим асимптотически для больших ω затухание поверхностной волны, вызванное излучением от границы. На основании формул (4), (5) получим в области $(0, z_0)$ решение уравнения (2)

$$p(z) = C[-\chi(z)]^{-1/4}\left[e^{-\omega\int\limits_{z_0}^{z}\sqrt{-\chi(s)}\,ds} + \frac{i}{2}e^{\omega\int\limits_{z_0}^{z}\sqrt{-\chi(s)}\,ds}\right] \quad (0 \leqslant z < z_0), \tag{7}$$

переходящее в области $z > z_0$ в решение (6). Точка z_0 определяется из уравнения

$$c^2(0) = (1+\alpha^2)c^2(z). \tag{8}$$

Подстановка решения (7) в граничное условие (3) дает

$$\frac{\alpha k}{\omega\sqrt{\chi(0)}} = \frac{1+\dfrac{i}{2}\exp\left(-2\omega\int\limits_0^{z_0}\sqrt{-\chi_0(s)}\,ds\right)}{1-\dfrac{i}{2}\exp\left(-2\omega\int\limits_0^{z_0}\sqrt{-\chi_0(s)}\,ds\right)} = 1 \pm |0(\omega^{-1})|,$$

откуда приближенно получаем

$$c_x = c(0)(1+\alpha^2)^{-1/2}\left[1 - i\alpha^2(1+\alpha^2)^{-1}\exp\left(-2\omega\int\limits_0^{z_0}\sqrt{c_{x,0}^{-2} - c^{-2}(s)\,ds}\right)\right]. \tag{9}$$

Вследствие мнимости c_x убывание амплитуды поверхностной волны, прошедшей вдоль границы расстояние r, характеризуется множителем

$$m(r,\omega) = \exp\left[-r\omega\alpha^2c^{-1}(0)(1+\alpha^2)^{-1/2}\exp\left(-2\omega\int\limits_0^{z_0}\sqrt{c^{-2}(0)(1+\alpha^2) - c^{-2}(s)ds}\right)\right] \tag{10}$$

экспоненциально убывающим с ростом r и биэкспоненциально растущим (вплоть до 1 при $\omega = \infty$) с ростом ω. Аналогичный закон убывания поверхностных волн был получен в работах [5, 6], где исследовались поверхностные волны типа Рэлея на цилиндрических поверхностях упругих однородных тел и на свободной границе упругого слоисто-неоднородного полупространства с линейным убыванием параметров Ламе λ, μ. Экспериментально данный закон был проверен в работе [7].

Рассмотрим задачу, аналогичную предыдущей, но с небольшим изменением: будем считать, что при $z > z_0$ находится граница $z = z_1 (z_1 > z_0)$, обладающая некоторым комплексным коэффициентом отражения β. Тогда для поля в слое (z_0, z_1) справедливо асимптотическое представление

$$p(z) = C[\chi(z)]^{-1/4}\left[e^{i\omega\int\limits_{z_0}^{z}\sqrt{\chi(s)}\,ds} + \beta e^{-i\omega\int\limits_{z_0}^{z}\sqrt{\chi(s)}\,ds}\right] \quad (z_0 < z \leqslant z_1), \tag{11}$$

что соответствует следующему выражению для поля в слое $(0, z_0)$:

$$p(z) = C\left(e^{-i(\pi/4)} + \beta e^{i(\pi/4)}\right)[-\chi(z)]^{-1/4}\left[e^{-\omega\int\limits_{z_0}^{z}\sqrt{-\chi(s)}\,ds} + \frac{i}{2}\left(\frac{1-i\beta}{1+i\beta}\right)e^{\omega\int\limits_{z_0}^{z}\sqrt{-\chi(s)}\,ds}\right]. \tag{12}$$

Выполнив расчет, аналогичный предыдущему, получим, что затухание поверхностной волны определится множителем:

$$m(r, m, \beta) = \exp\left[-r\omega\alpha^2c^{-1}(0)(1+\alpha^2)^{-1/2}\mathrm{Re}\left(\frac{1-i\beta}{1+i\beta}\right)\times\right.$$

$$\left.\times\exp\left(-2\omega\int\limits_0^{z_0}\sqrt{(1+\alpha^2)c^{-2}(0) - c^{-2}(s)}\,ds\right)\right]. \tag{13}$$

Рассмотрим затухание поверхностной волны Рэлея, распространяющейся вдоль плоской свободной границы $z = 0$ упругого слоисто-неоднородного полупространства

$z > 0$ с постоянной плотностью ρ и параметрами Ламе λ, μ, изменяющимися в зависимости от координаты z как непрерывные монотонно-убывающие функции $\lambda(z)$, $\mu(z)$. Рассмотрим такой случай движения, когда вектор смещения $\mathbf{U}(x, z, t)$ не зависит от координаты y и зависит от x, t согласно множителю $\exp[-i\omega(t - c_x^{-1}x)]$. Представим $\mathbf{U}$ формулой $\mathbf{U} = \nabla\varphi + \nabla x(\psi \mathbf{e}_y)$ [8], где φ, ψ — скалярный и векторный потенциалы. Воспользовавшись результатами работ [9, 10], приведем асимптотические выражения для $\varphi(z)$, $\psi(z)$ (множитель $\exp[-i\omega(t - c_x^{-1}x)]$ опускаем), характеризующих зависимость рассматриваемого случая движения от координаты z:

$$\varphi = [-\chi_1(z)]^{-1/4}\left[C_1^- \exp\left(-\omega\int_{z_1}^{z}\sqrt{-\chi_1(s)}\,ds\right) + C_2^- \exp\left(\omega\int_{z_1}^{z}\sqrt{-\chi_1(s)}\,ds\right)\right]$$
$$(0 \leqslant z < z_1,\ \chi_1(z) < 0)$$
$$\varphi = [\chi_1(z)]^{-1/4}\left[C_1^+ \exp\left(i\omega\int_{z_1}^{z}\sqrt{\chi_1(s)}\,ds\right) + C_2^+ \exp\left(-i\omega\int_{z_1}^{z}\sqrt{\chi_1(s)}\,ds\right)\right]$$
$$(z > z_1,\ \chi_1(z) > 0) \tag{14}$$
$$\psi = [-\chi_2(z)]^{-1/4}\left[C_3^- \exp\left(-\omega\int_{z_2}^{z}\sqrt{-\chi_2(s)}\,ds\right) + C_4^- \exp\left(\omega\int_{z_2}^{z}\sqrt{-\chi_2(s)}\,ds\right)\right]$$
$$(0 \leqslant z < z_2;\ \chi_2(z) < 0)$$
$$\psi = [\chi_2(z)]^{-1/4}\left[C_3^+ \exp\left(i\omega\int_{z_2}^{z}\sqrt{\chi_2(s)}\,ds\right) + C_4^+ \exp\left(-i\omega\int_{z_2}^{z}\sqrt{\chi_2(s)}\,ds\right)\right]$$
$$(z > z_2;\ \chi_2(z) > 0),$$

где $\chi_1(z) = c_l^{-2}(z) - c_x^{-2}$; $\chi_2(z) = c_t^{-2}(z) - c_x^{-2}$; $c_l(z) = [(\lambda + 2\mu) / \rho]^{1/2}$ — скорость продольных волн; $c_t(z) = (\mu / \rho)^{1/2}$ — скорость поперечных волн; z_1, z_2 — корни уравнений $\chi_1(z) = 0$; $\chi_2(z) = 0$. Постоянные $C_1^- - C_4^+$ связаны друг с другом такими же равенствами (5) как A_+, A_-, B_+, B_-.

Выберем за точкой поворота z_1 решения для φ, ψ в виде уходящих волн и затем продолжим их на область $(0, z_1)$. Выражения для φ, ψ в слое $(0, z_1)$ будут аналогичны формуле (7). На свободной границе $z = 0$ потребуем обращения в нуль нормального $\sigma_{zz} = (\lambda + 2\mu)(\varphi_{zz} + \varphi_{xx}) - 2\mu(\psi_{xz} - \varphi_{xx})$ и касательного $\sigma_{zx} = \mu(2\varphi_{xz} - \psi_{xx} + \psi_{zz})$ напряжений [8]. Проделав несложные выкладки, получим, что волна Рэлея, прошедшая вдоль границы расстояние r, убывает согласно множителю

$$m_R(r, \omega) = \exp\left\{-r\omega\eta^{-3/2}c_l^{-1}(0)\left[\frac{(2-\eta)^2}{16(1 + p - 2p\eta) - 4(2-\eta)^3} \times \right.\right.$$
$$\left.\left.\times \exp\left(-2\omega\int_0^{z_2'}\sqrt{\eta^{-1}c_l^{-2}(0) - c_l^{-2}(s)}\,ds\right)\right]\right\}, \tag{15}$$

где η — корень уравнения Рэлея [8] $(2-\eta)^2 - 4\sqrt{(1-p\eta)(1-\eta)}$; $p = \mu(0)[\lambda(0) + 2\mu(0)]^{-1}$; z_2 — корень уравнения $c_t^2(0)\eta = c_t^2(z)$.

В заключение выражаю благодарность Г. Д. Малюжинцу за полезные обсуждения и консультации по вопросам, затронутым в работе.

ЛИТЕРАТУРА

1. Л. М. Бреховских. Поверхностные волны в акустике. Акуст. ж., 1959, 5, 1, 4—13.
2. А. А. Дородницын. Асимптотические законы распределения собственных значений для некоторых особых видов дифференциальных уравнений второго порядка. Усп. мат. наук, 1952, 7, 6, 1—93.
3. А. Эрдейн. Асимптотические разложения, М., Физматгиз., 1962.
4. Ф. М. Морс, Г. Фешбах. Методы теоретической физики, т. II, М., И. Л., 1960.
5. И. А. Викторов. Волны типа Рэлея на цилиндрических поверхностях. Акуст. ж., 1958, 4, 2, 131—136.
6. В. Ю. Завадский. Дисперсия скорости и затухание рэлеевской волны при распространении вдоль плоской свободной границы упругого полупространства. II Всесоюзный Симпозиум по дифракции волн. Сб. аннот. М., Изд-во АН СССР, 1962.
7. И. А. Викторов. О затухании релеевских волн на цилиндрических поверхностях. Акуст. ж., 1961, 7, 1, 21—25.
8. Г. Кольский. Волны напряжения в твердых телах, М. ИЛ, 1955.

9. В. Ю. Завадский. Асимптотические приближения в динамике упругой слоисто-неоднородной среды. III Всесоюзный Симпозиум по дифракции волн. Сб. аннот. М., Изд-во АН СССР, 1964.
10. В. Ю. Завадский. Асимптотические приближения в динамике упругой слоисто-неоднородной среды. Акуст. ж., 1965, 11, 2, 168—175.

Акустический институт АНСССР
Москва

Поступило в редакцию
16 ноября 1964 г.

УДК 534.286—1

К ВОПРОСУ О ПОГЛОЩЕНИИ УЛЬТРАЗВУКА В ЖИДКОКРИСТАЛЛИЧЕСКОМ ХОЛЕСТЕРИЛ-КАПРИНАТЕ

Г. Е. Зверева

При измерении поглощения ультразвуковых волн в холестерилкапринате в интервале частот от 2 до 15 *мггц* и в области температур от 70 до 90° нами было установлено, что зависимость $\alpha / \nu^2 = \mathrm{const}$ не выполняется. Мы провели анализ экспериментальных данных в соответствии с релаксационной теорией.

Известно, что в случае наличия избыточного поглощения, обусловленного одним релаксационным процессом, отношение α / ν может быть рассчитано по формуле [1]:

$$\frac{\alpha}{\nu} = \frac{A\nu}{1 + (\nu^2 / \nu_m^2)} + B\nu, \tag{1}$$

где $\nu_m = 1 / 2\pi\tau$ — частота релаксации, τ — время релаксации, A, B — параметры, не зависящие от частоты, но зависящие от температуры. Предполагая, что в данном случае за избыточное поглощение ответственен один релаксационный процесс, мы произвели оценку параметров A, B и ν_m аналитическим путем. Для этого из экспериментальных данных были взяты значения α / ν, соответствующих трем различным частотам. Решение соответственной системы трех уравнений вида (1) позволило определить параметры A, B и ν_m для каждой температуры.

На фиг. 1 представлена частотная зависимость $\alpha / \nu \cdot 10^7$, рассчитанная по формуле (1) (сплошные и пунктирные кривые), а также отмечены все экспериментальные точки, отвечающие определенным температурам. Как видно из фигуры, наблюдается вполне удовлетворительное согласие экспериментальных данных с расчетными.

Параметры A, B и ν_m зависят от температуры следующим образом:

t °C	$B \cdot 10^{14}$ $см^{-1}$ $сек^2$	$A \cdot 10^{14}$ $см^{-1}$ $сек^2$	$\nu_m \cdot 10^{-6}$ *гц*	t °C	$B \cdot 10^{14}$ $см^{-1}$ $сек^2$	$A \cdot 10^{14}$ $см^{-1}$ $сек^2$	$\nu_m \cdot 10^{-6}$ *гц*
75	0,86	4,5	6,88	86	0,95	48,84	2,62
77	1,04	9,96	4,07	88	0,6	56,2	2,51
78	1,15	14,58	3,85	89,5	0,42	42,0	2,8
80	1,1	25,8	3,02	91	0,53	18,7	3,63

Вблизи температуры фазового перехода (89,5°) изотропная жидкость — холестерический жидкий кристалл значение параметра B резко увеличивается, достигая максимума при температуре 78° (температура фазового перехода холестерический — смектический жидкий кристалл — 77°).

Параметр A, характеризующий релаксационную часть поглощения ультразвука, при изменении температуры проходит через максимум при 88°. Зная параметр ν_m, мы вычислили температурную зависимость времени релаксации (фиг. 2). Время релаксации с изменением температуры проходит через максимум в области фазового перехода изотропная жидкость — холестерический жидкий кристалл. Опыты показывают, что появление смектической модификации вызывает резкое изменение наклона кривой $\tau(t°)$.

По-видимому, аномальное поглощение ультразвука в данной области частот вызвано релаксационным процессом, обусловленным изменением структуры при фазовом переходе изотропная жидкость — холестерический жидкий кристалл.

В. Н. Цветковым [2] была обнаружена релаксация акустического двойного лучепреломления в изотропной фазе п-азоксианизола вблизи температуры превращения изотропная жидкость — нематический жидкий кристалл. Время релаксации имеет порядок 10^{-8} *сек*, что совпадает со временем релаксации при поглощении ультразву-