АКУСТИЧЕСКИЙ ЖУРНАЛ

Том XIII 1967 Вып. 3

УДК 534.0:532.528

МОДЕЛИРОВАНИЕ КАВИТАЦИОННОГО ШУМА

Ю. Л. Левковский

Сложность теоретического исследования звукового излучения при кавитации определяется тем, что излучение шума кавитационной областью является результатом взаимодействия большого количества отдельных кавитационных пузырьков. В связи с этим при исследовании кавитационного шума особое значение имеет эксперимент, правильная постановка которого невозможна без знания законов моделирования изучаемого явления.

Проблема моделирования кавитационного шума, заключающаяся в правильном выборе безразмерных параметров, идентичность которых должна быть обеспечена в условиях модели и натуры, исследовалась в работах [1 и 2]. Их авторы пришли к различным выводам, отличающимся от результатов, полученных в настоящей работе.

Для определения параметров моделирования кавитационного шума мы воспользуемся методами подобия и размерности. Известно, что основная доля акустического излучения генерируется на последних стадиях замыкания кавитационного пузырька. Поэтому условия, при которых происходит рост кавитационной каверны, мы вначале не будем принимать во внимание. Будем предполагать, что под воздействием внешнего давления p_0 сферическая полость с начальным радиусом R_0, содержащая пар с давлением $p_н$ захлопывается в жидкости, характеризуемой плотностью ρ и скоростью звука c. Пренебрежем также силами поверхностного натяжения и вязкостью жидкости, т. к. можно показать, что эти факторы могут существенно повлиять на характеристики движения лишь весьма малых каверн: $R_0 < 10^{-2}-10^{-3}$ *мм*, в то время как их действительные размеры на 2—3 порядка больше.

Прибавляя к названным величинам время t радиальную координату r и искомое звуковое давление p, получим семь размерных величин, определяющих явление: p, ρ, R_0, c, r, t, $\Delta p_0 = p_0 - p_н$. Кроме того, введем размерные величины, характеризующие спектр давления:

$$s = \frac{1}{2\pi} \left| \int\limits_{-\infty}^{+\infty} p e^{-i\omega t}\, dt \right|, \qquad (1)$$

спектр излучаемой звуковой энергии

$$S = 2s^2 \qquad (2)$$

и определяемый инструментально в процессе эксперимента спектр мощности

$$G = \lim_{T\to\infty} \frac{1}{T} \left| \int\limits_0^T p e^{-i\omega t}\, dt \right|^2. \qquad (3)$$

Добавляя к названным величинам частоту f, являющуюся при спектральном представлении аргументом, получим одиннадцать размерных величин, определяющих явление. Используя обычную для акустических процессов связь давления и радиальной координаты $p \cdot r = \text{const}$ и выбирая в качестве трех основных величин с независимыми размерностями перепад давления Δp_0, плотность ρ и максимальный радиус каверны R_0, на основании π-теоремы сократим число переменных до восьми безразмерных параметров:

$$\bar{p} = \frac{p}{\Delta p_0}, \quad \bar{t} = \frac{t}{R_0}\sqrt{\frac{\Delta p_0}{\rho}}, \quad \bar{S} = \frac{S \cdot r^2}{R_0^4 \cdot \Delta p_0 \cdot \rho},$$

$$\bar{c} = c\sqrt{\frac{\rho}{\Delta p_0}}, \quad \bar{G} = \frac{G \cdot r^2}{R_0^3 \sqrt{\Delta p_0^3 \cdot \rho}}, \tag{4}$$

$$\bar{r} = \frac{r}{R_0}, \quad \bar{s} = \frac{s \cdot r}{R_0^2 \sqrt{\Delta p_0 \cdot \rho}}, \quad \bar{f} = f \cdot R_0 \sqrt{\frac{\rho}{\Delta p_0}}.$$

Наибольший интерес для практики представляет моделирование кавитационного шума в одной и той же жидкости (как правило, в воде). В этом случае из рассмотрения вида безразмерной скорости звука $\bar{c}$ следует, что для обеспечения условия $\bar{c} = \text{idem}$ внешнее давление p_0 на модели и в натуре должно быть одинаковым, т. к. плотность ρ и скорость звука c являются физическими константами жидкости, при этом в сходственных точках пространства и в сходственные моменты времени будет выполняться условие $p_{\text{мод}} = p_{\text{нат}}$.

Используя полученный результат, можно определить критерии моделирования кавитационного шума, генерируемого кавитационным пузырьком, последовательно проходящим фазы расширения и захлопывания при его движении в переменном поле давления, индуцированном помещенным в поток телом. Будем предполагать, что геометрическое подобие кавитирующих тел выполнено. Обозначая характерный размер тела L, масштаб геометрического моделирования можно определить как $\lambda = L_{\text{н}} / L_{\text{м}}$. В связи с тем, что действие сил тяжести и вязкости жидкости, как правило, не оказывает принципиального влияния на характер кавитации, выполнение условий равенства чисел Фруда и Рейнольдса на модели и в натуре, как обычно, не будем считать обязательным. Определяющими движение пузырька в фазе его расширения факторами являются скорость на бесконечности v, плотность жидкости ρ, характерный линейный размер тела L, а также разность давлений на бесконечности и критического давления, при котором начинается рост газового ядра-зародыша кавитации. Это давление обычно принимается равным давлению насыщенных паров, Δp_0. Прибавляя к названным величинам текущий радиус пузырька R и время t, получим шесть размерных величин, определяющих движение. Принимая первые три в качестве величин с независимыми размерностями, получим

$$\varkappa = \frac{\Delta p_0}{\frac{\rho v^2}{2}}, \quad \bar{R} = \frac{R}{L}, \quad \bar{t} = \frac{t}{L\varkappa^{1/2}}\sqrt{\Delta p_0/\rho}. \tag{5}$$

Таким образом, при выполнении условия равенства чисел кавитации $\varkappa = \text{idem}$, текущий радиус пузырька R прямо пропорционален характерному линейному размеру тела L, что дает связь между принятым ранее за независимое переменное геометрическим масштабом кавитационных пузырьков и геометрическим масштабом кавитирующего тела: $R_{\text{он}} / R_{\text{ом}} = L_{\text{н}} / L_{\text{м}} = \lambda$.

Для обобщения полученных результатов на весь кавитирующий объем жидкости, учитывая условие $R_{\text{он}} / R_{\text{ом}} = L_{\text{н}} / L_{\text{м}} = \lambda$, логично предположить [1], что в геометрически подобных системах распределение множества кавитационных пузырьков будет подобным. Тогда критерии подобия

(4) после замены характерного линейного размера R_0 на L будут представлять собой критерии подобия шума, излучаемого всей кавитационной областью.

При этом пересчет спектра мощности с одной системы кавитирующего потока (модель) на другую систему кавитирующего потока (натура) может быть произведен с помощью формул:

$$f_{\text{н}} = f_{\text{м}} \frac{L_{\text{м}}}{L_{\text{н}}}, \tag{6}$$

$$G_{\text{н}} = G_{\text{м}} \frac{L_{\text{н}}^3 \cdot r_{\text{м}}^2}{L_{\text{м}}^3 \cdot r_{\text{н}}^2}. \tag{7}$$

При общепринятом способе представления результатов измерений последнее соотношение удобно представить в виде

$$\Delta G_{\text{дб}} = 20 \log \left(\frac{G_{\text{н}}}{G_{\text{м}}} \right)^{1/2} = 20 \log \frac{L_{\text{н}}^{3/2} \cdot r_{\text{м}}}{L_{\text{м}}^{3/2} \cdot r_{\text{н}}}. \tag{8}$$

Как сказано выше, для обеспечения подобия явления кавитационного шума внешнее давление p_0 в условиях модели и натуры должно быть одинаковым. Этот результат существенно ограничивает возможности кавитационных труб — основного экспериментального средства, используемого при изучении кавитационных процессов, т. к. необходимое число кавитации $\varkappa$ при экспериментировании в кавитационных трубах достигается путем изменения статического давления. В связи с этим представляется целесообразным разработать приближенный способ моделирования кавитационного шума, допускающий возможность изменения внешнего давления.

Следуя методу, предложенному в работе [1], и используя результаты экспериментального исследования кавитационного шума [3, 4], будем считать, что коэффициент излучения β, представляющий отношение акустической энергии, генерируемой захлопывающимся кавитационным пузырьком, к его полной энергии, является приблизительно постоянной величиной, а акустическая волна имеет вид ударной волны и может быть аппроксимирована экспоненциальной зависимостью:

$$p = 0|_{-\infty < t \leqslant 0}, \quad p = p^* \cdot e^{-\frac{t}{\alpha}} |_{0 \leqslant t < +\infty}, \tag{9}$$

где p^* — амплитудное значение звукового давления, α — постоянная времени излучения. Полная энергия пузырька равна потенциальной энергии в момент начала его замыкания при $R = R_0$: $E = 4\pi R_0^3 \cdot \Delta p_0 / 3$.

Излучаемая через сферу радиуса r акустическая энергия, с учетом равенства (9)

$$A = \frac{4\pi r^2}{\rho c} \int_{-\infty}^{+\infty} p^2 \cdot dt = \frac{2\pi r^2 p^{*2} \cdot \alpha}{\rho c}.$$

Следовательно,

$$\beta = \frac{A}{E} = \frac{3 r^2 p^{*2} \cdot \alpha}{\rho c R_0^3 \Delta p_0} = \text{const}. \tag{10}$$

Численные расчеты времени полного замыкания пузырька в сжимаемой жидкости при переменном внешнем давлении [5] показали, что введенный выше параметр $\bar{t}$ (4) может быть использован и в случае переменного внешнего давления; поэтому постоянную времени излучения можно представить в виде

$$\alpha = \bar{\alpha} \cdot R_0 \sqrt{\rho / \Delta p_0} \tag{11}$$

Подставляя выражение (11) в равенство (10), получим

$$\frac{\bar{p}^* \cdot \bar{r}}{\bar{c}^{1/2}} = \frac{r \cdot p^*}{c^{1/2} \cdot \rho^{1/4} R_0 \cdot \Delta p_0^{3/4}} = \text{const}. \tag{12}$$

Таким образом, при прочих неизменных условиях максимальное давление в ударной волне $p^* \sim \Delta p_0^{3/4}$.

Используя результаты исследования фазы расширения пузырька, можно считать, что единственным условием для обеспечения приближенного моделирования кавитационного шума в геометрически подобных системах является соблюдение равенства чисел кавитации. Необходимо отметить, что к полученным выводам следует относиться с осторожностью. Можно показать, что в случае замыкания пузырьков с высоким газосодержанием сжимаемость жидкости можно не учитывать и параметр $\bar{c}$ может быть исключен из системы параметров (4), моделирующих акустическое излучение. В этом случае излучаемое давление $p^* \sim \Delta p_0$, а не $p^* \sim \Delta p_0^{3/4}$, как это следует из выражения (12). Таким образом, можно утверждать, что использование соотношения (12) во всяком случае ограничено малыми значениями газосодержания пузырька.

Спектр давления можно вычислить подстановкой выражения (9) в формулу (1) и при помощи соотношений (11) и (12) преобразовать к виду

$$\bar{s} = \frac{sr}{\rho^{3/4} \cdot c^{1/2} L^2 \cdot \Delta p_0^{1/4}}. \tag{13}$$

Выражения для спектров энергии и мощности могут быть получены путем использования соотношений (2), (3), (11) и (13):

$$\bar{S} = \frac{S \cdot r^2}{\rho^{3/2} \cdot c \cdot L^4 \cdot \Delta p_0^{1/2}}, \tag{14}$$

$$\bar{G} = \frac{G \cdot r^2}{\rho c L^3 \cdot \Delta p_0}. \tag{15}$$

Пересчет спектра мощности с одной системы кавитирующего потока (модель) на другую систему кавитирующего потока (натура), с учетом выражений (11) и (15), должен производиться по формулам:

$$f_{\text{н}} = f_{\text{м}} \frac{L_{\text{м}} \cdot \Delta p_{\text{он}}^{1/2}}{L_{\text{н}} \cdot \Delta p_{\text{ом}}^{1/2}}, \tag{16}$$

$$G_{\text{н}} = G_{\text{м}} \frac{L_{\text{н}}^3 \cdot r_{\text{м}}^2 \cdot \Delta p_{\text{он}}}{L_{\text{м}}^3 \cdot r_{\text{н}}^2 \cdot \Delta p_{\text{ом}}}, \tag{17}$$

$$\Delta G_{\text{дб}} = 20 \log \left(\frac{G_{\text{н}}}{G_{\text{м}}} \right)^{1/2} = 20 \log \frac{\Delta p_{\text{он}}^{1/2} \cdot L_{\text{н}}^{3/2} \cdot r_{\text{м}}}{\Delta p_{\text{ом}}^{1/2} \cdot L_{\text{м}}^{3/2} \cdot r_{\text{н}}}, \tag{18}$$

которые при равенстве внешнего давления $p_{\text{он}} = p_{\text{ом}}$ соответственно переходят в формулы (6), (7) и (8).

ЛИТЕРАТУРА

1. А. Д. Перник. Проблемы кавитации. Л., Судпромгиз, 1963.
2. Г. А. Хорошев. Применение теории подобия к исследованию колебаний, вызванных кавитацией. Акуст. ж., 1959, **5**, 4, стр. 472—479.
3. M. Harrison, An experimental study of single bubble cavitation noise. J. Acoust. Soc. America, 1952, **24**, 5, 776—782.
4. R. Mellen. An experimental study of the collapse of a spherical cavity in water. J. Acoust. Soc. America, 1956, 28, 3, 447—454.
5. R. Hickling, M. Plesset. Collapse and rebound of a spherical bubble in water. Phis. fluids, 1964, **7**, 1, 7—14.

Ленинград

Поступила в редакцию
8 января 1966 г.