

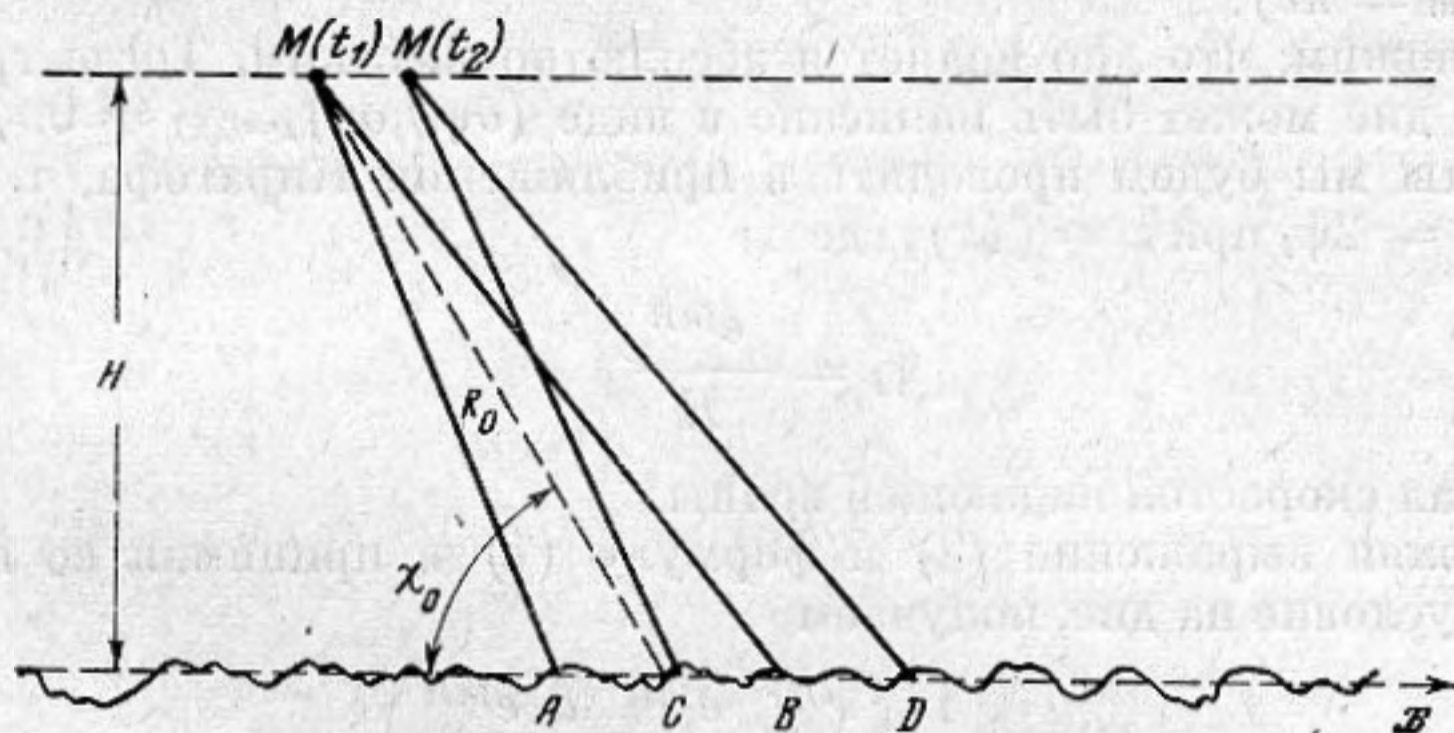
УДК 534.87

О ВРЕМЕННЫХ ФЛЮКТУАЦИЯХ ЗВУКОВЫХ СИГНАЛОВ,  
РАССЕЯННЫХ НА ДНЕ ОКЕАНА

Ю. П. Лысанов

Если прием звуковых сигналов, рассеянных на дне океана, производится с движущегося судна, то наблюдаются сильные временные флюктуации их интенсивности. Подробные экспериментальные данные о таких флюктуациях приводятся в ряде работ [1, 2]. В настоящей статье излагаются результаты расчета некоторых характеристик временных флюктуаций звуковых сигналов, рассеянных на дне океана, на основе конкретной модели явления.

Пусть точечный гармонический источник звука движется вдоль оси  $x$  на среднем расстоянии  $H$  от дна со скоростью  $v$ , много меньшей скорости



Фиг. 1

звука  $c$ . Приемник звука предполагаем совмещенным с излучателем. В некоторый момент времени  $t_1$  излучатель озвучивает участок  $AB$  (фиг. 1). Размер озвученной поверхности определяется угловой шириной характеристики направленности излучателя, углом наклона ее оси и глубиной океана в данном месте. Звуковой сигнал, принятый в точке  $M(t_1)$ , обусловлен рассеянием звука на неровностях и неоднородностях дна, расположенных в пределах озвученного в момент  $t_1$  участка поверхности. При этом мы пренебрегаем перемещением приемно-излучающей системы за время прохождения звуком пути от излучателя до дна и обратно. Это допустимо, т. к. по предположению  $v/c \ll 1$ . В следующий момент  $t_2$  приемно-излучающая система перейдет в точку  $M(t_2)$ , озвученный участок частично будет уже другим и в результате звуковой сигнал также изменится. Изменения в интенсивности принятого сигнала происходят потому, что часть рассеивателей, расположенных на участке  $AC$  (фиг. 1), выходит в момент  $t_2$  из облученной зоны, в то время как другие рассеиватели, расположенные на участке  $BD$ , в нее вступают; кроме того, звуковые сигналы, обусловленные рассеянием на участке  $CB$ , который облучен в оба момента времени  $t_1$  и  $t_2$ , будут приходить в точку  $M(t_2)$  с другими фазами,

чем в точку  $M(t_1)$ . Если интервал  $(t_2 - t_1)$  достаточно велик, то перекрывающийся участок  $CB$  может отсутствовать.

В дальнейшем мы будем считать для определенности, что рассеяние звука обусловлено непрерывно распределенными неровностями, образующими поперечный рельеф дна. Уравнение неровной поверхности примем в виде  $z = \zeta(x)$ . Принимая во внимание, что скорость движения источника звука  $v$  мала по сравнению со скоростью звука  $c$ , для приближенного расчета потенциала скоростей рассеянного поля  $\psi_p(t)$  в произвольный момент времени  $t$  можно воспользоваться формулой Грина в обычной форме, но интегрирование в ней проводить в каждый момент времени только по поверхности озвученного участка дна. Так как озвученный участок дна изменяется со временем, то будут изменяться со временем и пределы интегрирования в формуле Грина:

$$\psi_p(t) = \frac{1}{4\pi} \int \int_{S(t)} \left( \psi \frac{\partial}{\partial n} \frac{e^{ikR}}{R} - \frac{e^{ikR}}{R} \frac{\partial \psi}{\partial n} \right) ds, \quad ds = \frac{dx dy}{n_z}, \quad (1)$$

где  $\psi$  — полное поле, равное сумме падающей и рассеянной волн на неровной поверхности,  $S(t)$  — поверхность озвученного в данный момент участка;  $R = \sqrt{[x - (x_0 + vt)]^2 + y^2 + (H - \zeta)^2}$  — расстояние между точкой приема — излучения  $(x_0 + vt, H)$  и текущей точкой  $(x, y, \zeta(x))$  на неровной поверхности в пределах озвученного участка;  $n$  — единичный вектор внутренней нормали к неровной поверхности. Размеры озвученного участка в момент времени  $t$  определяются условиями:  $-l + vt \leq x \leq l + vt$ ,  $-d \leq y \leq d$ . Временной множитель  $e^{-i\omega_0 t}$  в формуле (1) опущен ( $\omega_0 = kc$ ).

Предположим, что дно является абсолютно жестким. Тогда граничное условие на дне может быть написано в виде  $(\partial \psi / \partial n)_{z=\zeta(x)} = 0$ . Дальнейшие расчеты мы будем проводить в приближении Кирхгофа, т. е. положим, что  $\psi = 2\psi_i$  при  $z = \zeta(x)$ , где

$$\psi_i = \frac{e^{ikR}}{R} \quad (2)$$

— потенциал скоростей падающей волны.

Подставляя выражение (2) в формулу (1) и принимая во внимание граничное условие на дне, получаем

$$\psi_p(t) = \frac{1}{2\pi} \int \int_{S(t)} \left( \frac{e^{ikR}}{R} \frac{\partial}{\partial n} \frac{e^{ikR}}{R} \right) ds. \quad (3)$$

Будем считать, что линейные размеры озвученного участка малы по сравнению с расстоянием до точки наблюдения. В этом случае для вычисления рассеянного поля в зоне Френеля приближенно можно положить

$$R \simeq R_0 - \cos \chi_0 (x - vt) - \sin \chi_0 \cdot \zeta(x) + \frac{\sin^2 \chi_0}{2R_0} (x - vt)^2 + \frac{y^2}{2R_0}, \quad (4)$$

где  $R_0 = \sqrt{x_0^2 + H^2}$  — расстояние от центра озвученного участка до точки наблюдения;  $\chi_0$  — угол между горизонтальной плоскостью и направлением на точку наблюдения из центра озвученного участка (фиг. 1).

Подставляя выражение (4) в формулу (3), удерживая в знаменателе подынтегрального выражения только первый член разложения (4) и предполагая, что  $kR_0 \gg 1$ , получим

$$\psi_p(t) = \frac{-ike^{2ikR_0}}{2\pi R_0^2} \iint_{S(t)} \left( \sin \chi_0 - \cos \chi_0 \frac{\partial \zeta}{\partial x} \right) e^{-2ik \cos \chi_0 (x-vt)} \times \\ \times e^{-2ik \sin \chi_0 \zeta(x) + \frac{ik \sin^2 \chi_0}{R_0} (x-vt)^2 + \frac{iky^2}{R_0}} dx dy. \quad (5)$$

После выполнения интегрирования по  $y$  получаем

$$\psi_p(t) = -i \sqrt{\frac{k}{2\pi R_0}} F(\gamma) \frac{e^{2ikR_0}}{R_0} \int_{-l+vt}^{l+vt} \left( \sin \chi_0 - \cos \chi_0 \frac{\partial \zeta}{\partial x} \right) \times \\ \times e^{-2ik \cos \chi_0 (x-vt) - 2ik \sin \chi_0 \zeta(x) + \frac{ik \sin^2 \chi_0}{R_0} (x-vt)^2} dx, \quad (6)$$

где  $F(\gamma) = \int_0^\gamma e^{i \frac{\pi}{2} y^2} dy$  — интеграл Френеля,  $\gamma = \sqrt{2k / \pi R_0 d}$ .

Для проведения дальнейших расчетов необходимо сделать предположение о характере неровностей дна. Примем, что  $\zeta(x) = a \cos qx$ , где  $q = 2\pi / L$ ,  $L$  — пространственный период неровной поверхности.

Учитывая известные разложения

$$e^{-2ik \sin \chi_0 \zeta(x)} = \sum_{n=-\infty}^{+\infty} (-i)^n J_n(\sigma) e^{inqx}, \\ \frac{\partial \zeta}{\partial x} e^{-2ik \sin \chi_0 \zeta(x)} = - \sum_{n=-\infty}^{+\infty} (-i)^n \frac{nq}{2k \sin \chi_0} J_n(\sigma) e^{inqx},$$

где  $J_n(\sigma)$  — функция Бесселя порядка  $n$ ,  $\sigma = 2ka \sin \chi_0$ , получаем

$$\psi_p(t) = -i \sqrt{\frac{k}{2\pi R_0}} F(\gamma) \frac{e^{2ikR_0}}{R_0} \sum_{n=-\infty}^{+\infty} (-i)^n J_n(\sigma) \left( \sin \chi_0 + \frac{nq \cos \chi_0}{2k \sin \chi_0} \right) \times \\ \times \int_{-l+vt}^{l+vt} e^{-2ik \cos \chi_0 (x-vt) + inqx + \frac{ik \sin^2 \chi_0}{R_0} (x-vt)^2} dx. \quad (7)$$

Интеграл в выражении (7) может быть сведен к разности двух интегралов Френеля. Восстанавливая временной множитель  $e^{-i\omega_0 t}$ , выражение для рассеянного поля можно представить в виде

$$\psi_p(t) = D(t) e^{-i\omega_0 t} \frac{e^{2ikR_0}}{2R_0}, \quad (8)$$

где

$$D(t) = \frac{-iF(\gamma)}{\sin \chi_0} \sum_{n=-\infty}^{+\infty} (-i)^n J_n(\sigma) \left( \sin \chi_0 + \frac{nq \cos \chi_0}{2k \sin \chi_0} \right) [F(\beta_n) - F(\alpha_n)] \times \\ \times e^{-\frac{ikR_0}{\sin^2 \chi_0} \left( \cos \chi_0 - \frac{nq}{2k} \right)^2} \cdot e^{inqvt}, \quad (9)$$

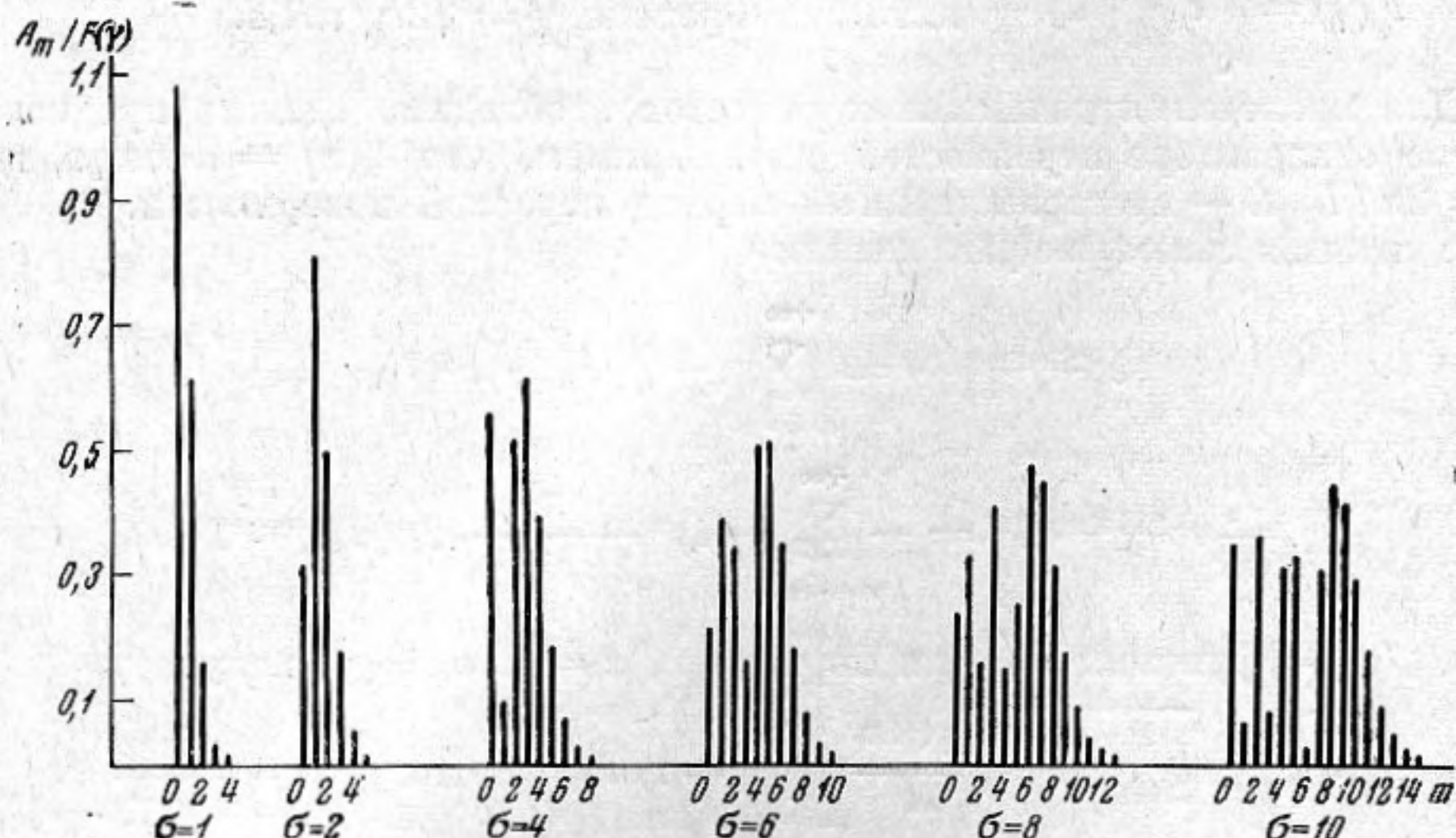
$$\left. \begin{aligned} \beta_n &= \sqrt{\frac{2k}{\pi R_0} \sin \chi_0 \left[ l - \frac{R_0}{\sin^2 \chi_0} \left( \cos \chi_0 - \frac{nq}{2k} \right) \right]} \\ \alpha_n &= - \sqrt{\frac{2k}{\pi R_0} \sin \chi_0 \left[ l + \frac{R_0}{\sin^2 \chi_0} \left( \cos \chi_0 - \frac{nq}{2k} \right) \right]} \end{aligned} \right\} \quad (10)$$

Формулы (8) и (9) показывают, что комплексная амплитуда  $D(t)$  потенциала скоростей рассеянного поля изменяется во времени таким образом, что возникают временные флуктуации интенсивности принятого звукового сигнала. В рассматриваемом случае периодически неровной поверхности легко определить спектр функции  $D(t)$  т. к. выражение (9) представлено в виде ряда Фурье. Отсюда следует, что спектр является гармоническим, причем частота первой гармоники  $f_1 = v / L$ . Интересно отметить, что частота  $f_1$  зависит не только от скорости  $v$  перемещения приемно-излучающей системы, но и от периода неровностей  $L$ .

Спектральная составляющая частоты  $f_m = m \frac{v}{L}$  равна

$$A_m = \frac{|F(\gamma)|}{\sin \chi_0} \left| \left( \sin \chi_0 + \frac{mq \cos \chi_0}{2k \sin \chi_0} \right) [F(\beta_m) - F(\alpha_m)] J_m(\sigma) \right|. \quad (11)$$

На фиг. 2 показан спектр функции  $D(t)$ , рассчитанный по формуле (11) при следующих значениях входящих в задачу параметров:  $\chi_0 = \pi/2$



Фиг. 2

(нормальное падение), глубина океана  $H = 5$  км, угловая полуширина характеристики направленности  $10^\circ$  ( $l = 870$  м), период неровностей  $L = 15$  м, частота излучаемого звука  $f_0 = 10$  кГц. Спектр рассчитан для  $\sigma = 1; 2; 4; 6; 8; 10$ . Из рассмотрения приведенного на фиг. 2 графика следует, во-первых, что число существенных спектральных составляющих растет при увеличении параметра  $\sigma$ ; во-вторых, начиная с некоторого номера, зависящего от значения параметра  $\sigma$ , величина спектральных составляющих монотонно убывает. Согласно формуле (9) в спектре, вообще говоря, присутствуют сколь угодно высокие частоты. Однако величина соответствующих им составляющих зависит от входящих в задачу параметров.

Величину относительных временных флюктуаций будем характеризовать коэффициентом вариации, который может быть определен следующим образом:

$$\eta = \frac{\sqrt{\overline{|D(t) - \bar{D}|^2}}}{|\bar{D}|}, \quad (12)$$

где прямая черта обозначает усреднение по периоду  $T = L/v$ . Из формулы (12) следует, что относительные флюктуации будут весьма велики, если постоянная составляющая в спектре функции  $D(t)$  мала; в предельном случае  $\eta = \infty$  при  $|\bar{D}| = 0$ .

Ниже приведены значения коэффициента вариации для тех же значений параметра  $\sigma$ , для которых был рассчитан спектр:

$\sigma$	1	2	4	6	8	10
$\eta$	1,16	3,24	1,93	4,82	4,27	3,08

Интересно проследить, как изменяются свойства принятого сигнала при переходе из зоны Френеля в зону Фраунгофера. Для этого рассмотрим, как изменяется при таком переходе каждый отдельный член суммы в формуле (9). При увеличении  $R_0$  (при  $l = \text{const}$ ) разность интегралов Френеля  $[F(\beta_n) - F(\alpha_n)]$  уменьшается и в зоне Фраунгофера она становится чрезвычайно мала. Это обусловлено тем, что величины  $\alpha_n$  и  $\beta_n$  стремятся при этом к одному и тому же значению. В результате вклад соответственного члена в рассеянное поле становится пренебрежимо мал. Данный вывод справедлив для всех членов суммы в (9) за исключением члена номера  $m$ , удовлетворяющего условию

$$\cos \chi_0 = \frac{mq}{2k}, \quad (13)$$

которое означает, что данный член описывает рассеянную волну, распространяющуюся в обратном направлении. При выполнении этого условия

$$\beta_m = -\alpha_m = \sqrt{\frac{2k}{\pi R_0}} l \sin \chi_0, \quad [F(\beta_m) - F(\alpha_m)] = 2F(\beta_m). \quad (14)$$

Поэтому в зоне Фраунгофера существенный вклад в рассеянное поле дает только член номера  $m$ .

Рассеянное поле в зоне Фраунгофера будет иметь вид

$$\psi_p(t) = \frac{2(-i)^{m+1} F(\gamma) F(\beta_m) J_m(\sigma)}{\sin^2 \chi_0} \frac{e^{2ikR_0}}{2R_0} \cdot e^{-i\omega_0 \left(1 - \frac{2v}{c} \cos \chi_0\right) t}. \quad (15)$$

Из формулы (15) следует, что у рассеянного поля в зоне Фраунгофера будет наблюдаться обычный доплеровский сдвиг частоты, не зависящий от свойств неровной поверхности. Понятно, что никаких временных флюктуаций интенсивности принятого сигнала в данном случае не будет.

В заключение выражаю глубокую благодарность Л. М. Бреховских за обсуждение полученных результатов, а также Е. А. Тюриной, выполнившей численные расчеты.

#### ЛИТЕРАТУРА

1. B. K. G a z e y. Sea-bed echo amplitude fluctuations arising from ship motion. Rad. Electron. Engr., 1963, 26, 125—134.
2. B. G. H u r d l e, R. H. F e r r i s, K. D. F l o w e r s. Effect of transducer velocity on the structure of signals scattered from the ocean bottom. J. Acoust. Soc. America, 1964, 36, 1936—1942.

Акустический институт АН СССР  
Москва

Поступила в редакцию  
5 февраля 1966 г.