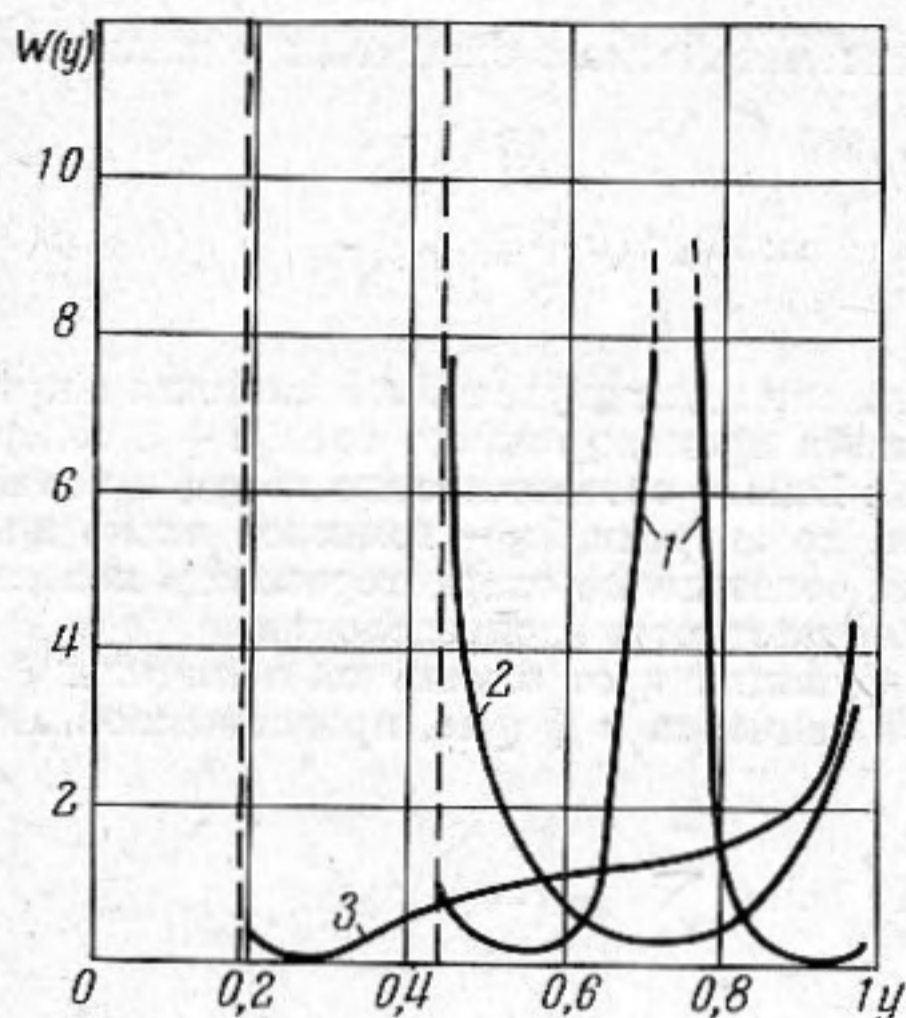


лить вероятность того, что случайная величина η при интересующем нас значении $k_1 a$ (в частности, в максимумах, т. е. при $k_1 a = n\pi$, n — целое) лежит в некотором интервале значений (y_1, y_2) .

Плотность распределения $W(y)$, как видно из (2), является антимодальной, т. е. имеет по крайней мере один минимум на интервале (3) и неограниченно возрастает при приближении к концам этого интервала. Если дисперсия $D\eta$ мала, то на интервале



(3) существует максимум плотности, в окрестности которого лежит математическое ожидание. Например, при $R^2 = 0,2$; $\exp(-2k_1^2\sigma^2) = 0,992$; $k_1 a = 10$ в окрестности точки $M\eta \approx 0,73$ расположен максимум плотности (см. фигуру, кривая 1); $D\eta \sim \sim 10^{-3}$. В этом случае вероятность попадания η в интервал $(0,63; 0,83)$ практически равна единице.

При тех же R^2 и $k_1 a$, но при $\exp(-2k_1^2\sigma^2) = 0,887$ дисперсия $D\eta \sim \sim 10^{-2}$; соответствующий график плотности (кривая 2) уже не имеет максимума внутри интервала (3). В случае $R^2 = 0,4$; $k_1 a = \pi$; $\exp(-2k_1^2\sigma^2) = 0,82$ получаем $M\eta \approx 0,78$; вероятность попадания в интервал $M\eta \pm 0,1$ составляет всего 0,3, в то время как вероятность попадания в интервал $(0,8; 1)$ равна 0,53, т. е. существенно больше (см. кривую 3).

Вид функции (2) является типичным для плотности распределения периодической функции типа синуса от нормально распределенной случайной величины. На-

пример, рассматривая квадрат модуля коэффициента звукоизоляции [4], мы получим для него функцию плотности вида, сходного с формулой (2):

$$W_1(y) = \frac{1}{G\pi \sqrt{1 - \left(\frac{E^2 + F^2 - 2y}{2G}\right)^2}} \left\{ 1 + 2 \sum_{m=1}^{\infty} \exp(-2k_1^2\sigma^2 m^2) \times \right. \\ \left. \times \cos \left[m \arccos \frac{E^2 + F^2 - 2y}{2G} \right] \cos [m(2k_1 a - \Phi)] \right\},$$

где G, E, F, Φ — функции волновой толщины крайнего слоя $k_2 d$ и отношения волновых сопротивлений крайнего и среднего слоя.

ЛИТЕРАТУРА

1. Т. Д. Кудрявцева, Б. Д. Тартаковский. Влияние неточностей конструкции двухслойных систем на их фильтрующие свойства. Акуст. ж., 1965, 11, 2, 187—191.
2. Б. Р. Левин, В. Б. Серов. О распределении периодической функции случайной величины. Радиотехн. и электрон., 1964, 9, 6, 1065—1067.
3. Шулер и Гебелейн. Таблицы эллиптических функций. ВЦ АН СССР, М., 1961.
4. Т. Д. Кудрявцева, Б. Д. Тартаковский. Влияние неточностей конструкций двухслойных систем на их звукоизолирующие свойства. Акуст. ж., 1965, 11, 1, 62—67.

Акустический институт АН СССР
Москва

Поступило в редакцию
6 мая 1966 г.

УДК 534.231

УПРУГИЕ СВОЙСТВА ПОЛУЖЕСТКОГО ПОЛИУРЕТАНОВОГО ПЕНОПЛАСТА ПРИ МАЛЫХ ДЕФОРМАЦИЯХ

Е. И. Мальцев

Нами были исследованы упругие свойства и потери полиуретановых пенопластов, полученных на основе смеси полиэфиров (рецептуры № 3 ВНИИСС и десмофена 2200) с диизоцианатом «смесь 65/35 ДУДЭГ». Материалы были разработаны и изготовлены во Владимирском научно-исследовательском институте синтетических смол

(ВНИИСС). Исследование проводилось при $t = 20^\circ$. При этой температуре полимеры пен находились в стеклообразном состоянии.

Определение модулей нормальной упругости, характеризующих упругие свойства материала, и логарифмического декремента затухания, характеризующего потери в материале, производилось путем измерения собственных частот и затухания свободных продольных колебаний стержней, изготовленных из испытуемого материала. Для этого стержень — образец сечением 20×20 и длиной около 200 мм приклеивался одним концом к пластинке из керамики титаната бария толщиной 15 мм, к которой подводилось напряжение порядка 400 в изменяемой частоты. Пластинка титаната бария, в свою очередь, устанавливалась на массивное амортизированное основание, не имеющее резонансов в диапазоне от 200 до 8000 гц. Колебания стержня измерялись конденсаторным микрофоном, установленным с зазором 0,3 мм от поверхности его свободного верхнего конца. Электрический сигнал от микрофона через измерительный усилитель подавался на электронно-лучевой осциллограф и частотомер.

При плавном изменении частоты в стержне по очереди резонируют разные собственные моды колебаний. Резонансные частоты измерялись цифровым частотомером. По ним определялась скорость распространения продольной волны в стержне

$$c_l = \frac{2\omega_n}{n\pi} \cdot l \quad (n = 1, 3, 5 \dots),$$

где l — длина образца, n — порядковый номер моды колебаний образца, ω_n — круговая частота n -й резонирующей моды.

По скорости распространения продольной волны определялся модуль нормальной упругости $E = \rho c_l^2$, где ρ — объемная плотность пенопласта. При испытаниях могли быть измерены моды до $n = 1 \div 7$, что охватывает диапазон в среднем $400 \div 7000$ гц.

Логарифмический декремент затухания определялся по параметрам экспоненты, характеризующей спад амплитуды свободных колебаний образца на экране осциллографа после прекращения подачи напряжения на пластинку излучателя. Разрыв и включение цепи возбуждения производились с помощью коммутирующего устройства, позволяющего регулировать время между разрывами и включениями.

Образцы материала вырезались из готовых блоков пенопласта в трех направлениях — три в направлении вспенивания и по три в двух направлениях перпендикулярных вспениванию.

В результате измерений выяснено следующее:

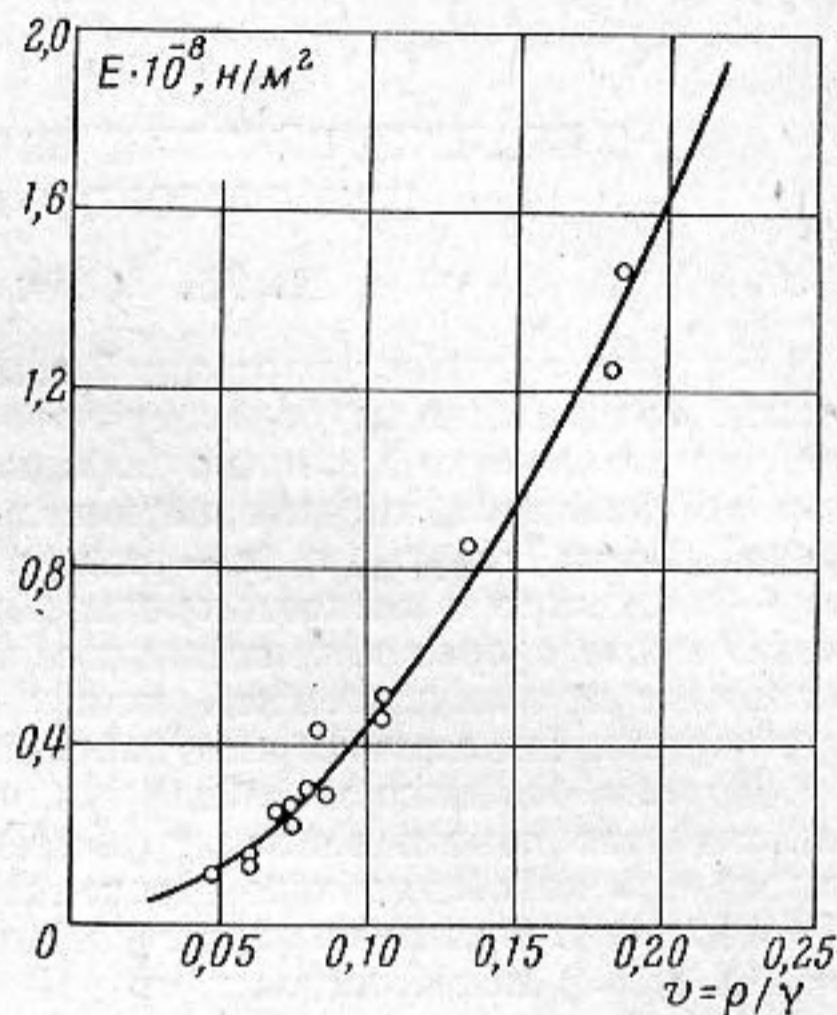
1. Скорость распространения продольных волн в стержне до тех пор, пока длина волны больше размера стороны поперечного сечения образца в пять и более раз, не зависит от частоты, а следовательно, не зависит от частоты и модуль нормальной упругости.

2. Упругие свойства материала в разных направлениях различны. Анализ структуры и измерения позволяют предполагать, что материал, полученный в прямоугольных формах, является ортотропным с главными направлениями, параллельными боковым граням блока. Наибольший модуль упругости наблюдается в направлении больших осей ячеек пены, совпадающем с направлением вспенивания, и наименьший модуль — с направлением, соответствующим направлению меньших осей ячеек. У материалов с сильно вытянутыми ячейками отношение $\nu = E_{\min} / E_{\max}$ достигает 0,26—0,3, а у материалов, у которых ячейки близки к форме шара, это отношение близко к 1. В среднем у пенополиуретанов, изготовленных в открытых формах, $\langle \nu \rangle = 0,43$, а у материалов того же состава, но вспененных в закрытых формах, $\langle \nu \rangle = 0,76$.

3. Средняя геометрическая величина модуля упругости материала E^* пропорциональна квадрату концентрации полимера в пене ν , т. е. $E^* = R\nu^2$, где $E^* = \sqrt[3]{E_1 \cdot E_2 \cdot E_3}$, $\nu = \rho / \gamma$, E_1 — модули измеренные в направлении подъема пены при изготовлении блока материала; E_2 и E_3 — модули в направлениях, перпендикулярных направлению вспенивания, ρ — объемная плотность пены, γ — объемная плотность полиуретанового полимера ($\gamma = 1,2 \cdot 10^3 \text{ кг/м}^3$).

Коэффициент пропорциональности для диапазона изменения плотности от $0,05 \cdot 10^3 \text{ кг/м}^3$ до $0,3 \cdot 10^3 \text{ кг/м}^3$ оказался равным $R = 4,07 \cdot 10^9 \text{ н/м}^2$. По величине он соответствует диапазону, в котором могут изменяться модули упругости полиуретановых стекловидных полимеров.

На фигуре точками указаны измеренные значения модуля упругости при раз-



личной объемной плотности пенополиуретанов. Кривая на этой фигуре соответствует зависимости $E^* = Rv^2$ при значениях $R = 4,07 \cdot 10^9 \text{ н/м}^2$ и $\gamma = 1,2 \cdot 10^3 \text{ кг/м}^3$.

4. Логарифмический декремент затухания свободных продольных колебаний стержней из полученных материалов при температуре 20° на частоте 1000 гц составляет $0,04-0,08$ и почти не зависит от плотности и направления. Лишь у некоторых образцов затухание слабо зависело от частоты. Максимальный прирост декремента составил около 20% на октаву частоты. У большей же части образцов этот прирост лежит в пределах 10% .

Ленинград

Поступило в редакцию
21 марта 1967 г.

УДК 534.138

О ВЗАИМОДЕЙСТВИИ ЧАСТИЦ ОЗВУЧИВАЕМЫХ АЭРОЗОЛЕЙ ПРИ ВЫСОКОМ СТАТИЧЕСКОМ ДАВЛЕНИИ

Е. П. Медников, А. М. Сиротин

Недавно авторами настоящей заметки был обнаружен факт интенсивной акустической коагуляции грубодисперсного тумана, образующегося при дросселировании природного газа до давления порядка 50 атм [1]. Этот факт примечателен тем, что число Рейнольдса, характеризующее режим обтекания каплей тумана озвученной средой, $Re = 2ru_{gp}\rho_g/\eta$ (r — радиус, капли, u_{gp} — скорость ее обтекания средой; ρ_g и η — плотность и вязкость среды), было весьма значительным ($Re > 100$) и поэтому имело место скорее потенциальное, а не вязкое обтекание частиц, которое обычно возникает при акустической коагуляции тонкодисперсных аэрозолей, находящихся при нормальном атмосферном давлении [2].

Другая особенность обнаруженного явления состоит в том, что подавляющее большинство капель в силу грубодисперсности тумана ($r > 20 \text{ мк}$) практически не увлекалось колебательным движением среды при применявшейся частоте звука* ($f = 4,5 \text{ кгц}$). В этом нетрудно убедиться, рассчитав степень увлечения капель ($\rho_p = 0,65 \text{ г/см}^3$) колеблющейся средой ($\rho_g = 0,040 \text{ г/см}^3$) по формуле Кёнига [4]

$$\mu_p = \sqrt{\frac{1 + 3b + \frac{9}{2}b^2 + \frac{9}{2}b^3 + \frac{9}{4}b^4}{a^2 + 3ab + \frac{9}{2}b^2 + \frac{9}{2}b^3 + \frac{9}{4}b^4}}, \quad (1)$$

где

$$a = \frac{2}{3} \frac{\rho_p}{\rho_g} + \frac{1}{3} \approx \frac{2}{3} \frac{\rho_p}{\rho_g}; \quad b = \frac{1}{r} \sqrt{\eta/\pi\rho_g f}$$

(упрощенная формула Брандта, Фройнда и Хидемана [5], выведенная в предположении вязкого обтекания аэрозольных частиц, здесь непригодна). Для капель диаметром $2r = 20 \text{ мк}$ мы имеем $\mu_p = 0,174$, для капель $2r = 40 \text{ мк}$ $\mu_p = 0,128$ и т. д.

При таких обстоятельствах взаимодействие, обусловленное силами Стокса и Осеена [6—8], не может иметь места, а ортокинетическое взаимодействие хотя и возникает, но не может объяснить наблюдаемой интенсивной коагуляции тумана ввиду небольшой разности в скоростях движения капель и незначительного количества малых, ощутимо колеблющихся капель тумана ($1,5-3,0\%$).

Анализ приводит к выводу, что при данных условиях становится существенным взаимодействие, обусловленное силами Бернулли, которые при нормальном давлении в озвученных аэрозолях не возникают или имеют слишком незначительную величину. К такому заключению приводит расчет времени сближения капелек в звуковом поле под действием сил Бернулли при высоких давлениях газообразной среды. Согласно Кёнигу [9], сила, действующая в звуковом поле между двумя равновеликими сферическими частицами при потенциальном обтекании, будет

$$F_p = \frac{2}{2} \frac{\pi\rho_g r^6}{l^4} u_{gp}^2 (1 + 3 \cos 2\theta), \quad (2)$$

где l — расстояние между центрами сфер, θ — угол между линией центров частиц и направлением колебательной скорости.

Величина средней скорости обтекания частиц колеблющейся средой u_{gp} находится по формуле $u_{gp} = \mu_g u_g$, где u_g — колебательная скорость газа, равная $u_g = \sqrt{I/\rho_g c_g}$ (I — интенсивность звука, c_g — скорость звука), μ_g — степень обтекания частиц, связанная со степенью их увеличения μ_p простым соотношением: $\mu_p^2 + \mu_g^2 =$

* Звук генерировался самим же природным газом с помощью модифицированного свистка системы Куркина [3], выполнявшего одновременно роль дросселя.