АКУСТИЧЕСКИЙ ЖУРНАЛ

Том XVI 1970 Вып. 2

УДК 534.26

ПРОХОЖДЕНИЕ ЗВУКА ЧЕРЕЗ ЭКРАН КОНЕЧНОЙ ТОЛЩИНЫ С ОТВЕРСТИЯМИ

Е. Л. Шендеров

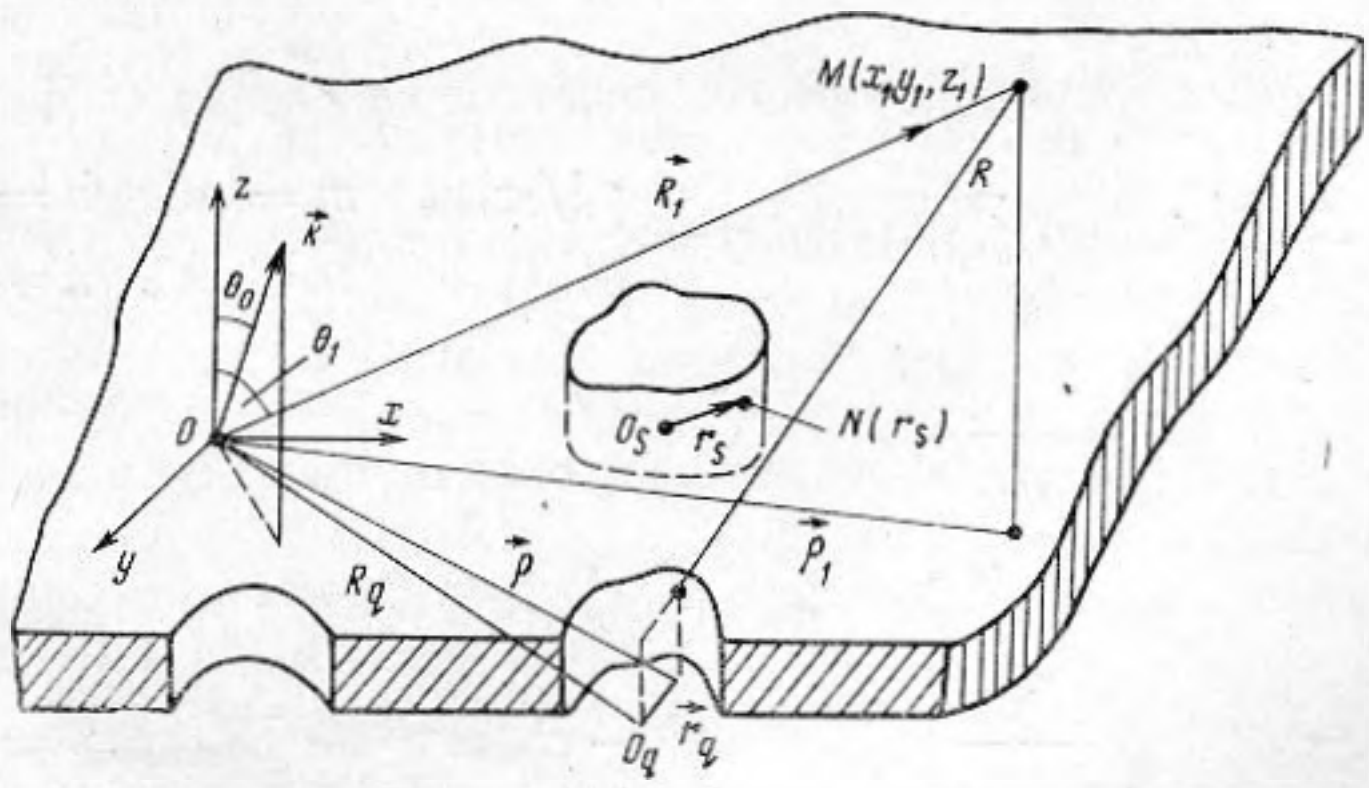
Решена задача о прохождении звука через абсолютно жесткий экран произвольной волновой толщины с отверстиями. Решение сведено к бесконечной системе линейных алгебраических уравнений. Получены простые приближенные формулы для вычисления коэффициента прохождения звука через экран с круглыми или прямоугольными отверстиями при малых по сравнению с длиной звуковой волны размерах отверстий и произвольной толщине экрана. Показано, что на некоторых частотах возникают резонансы столба жидкости в отверстии, при этом звук полностью проходит через экран. В ряде случаев из-за возрастания сопротивления излучения из отверстий (резонанс совпадений) происходит снижение коэффициента прохождения. Приведены расчетные графики.

В работах [1, 2] было рассмотрено прохождение волн через экран произвольной волновой толщины с бесконечными щелями. При этом рассматривалась двумерная задача. Как указано в работе [1], решение может быть также получено и для произвольной системы отверстий, форма которых допускает разделение переменных в уравнениях Гельмгольца (прямоугольника, круга, эллипса).

Рассмотрим падение плоской волны

$$p_0 = e^{i\mathbf{k}\mathbf{R}_1} \tag{1}$$

на абсолютно жесткую пластину с отверстиями (фиг. 1) ($\mathbf{R}_1 = \boldsymbol{\rho}_1 + \mathbf{j}z$; $\mathbf{j}$ — единичный вектор в направлении оси z). Начало координат находится



Фиг. 1

на нижней стороне пластины. Положение центров отверстий задано векторами $\mathbf{R}_q$. Положение точки на верхней и нижней сторонах пластины задано векторами $\mathbf{r}_q$ в местной системе координат, связанной с центром отверстия.

Разделяя переменные в уравнении Гельмгольца, можно представить звуковое поле в отверстии с номером q в виде суммы волн, бегущих в на-

правлениях $\pm z$ с волновыми числами k_{mn}

$$p_q = e^{i\mathbf{k}\mathbf{R}_q} \sum_{m,n} f_{mn}(\mathbf{r}_q) \left[A_{mn}^{(q)} e^{ik_{mn}z} + B_{mn}^{(q)} e^{-ik_{mn}z}\right], \tag{2}$$

где f_{mn} — собственные функции для области σ_q, удовлетворяющие условию $\frac{\partial f}{\partial n} = 0$ на стенках отверстия (n — нормаль к боковой стенке), $A_{mn}^{(q)}$ и $B_{mn}^{(q)}$ — неизвестные коэффициенты.

Звуковое давление в верхнем полупространстве определим по формуле Гюйгенса:

$$p_1(\mathbf{R}_1) = -\frac{1}{2\pi} \iint\limits_{-\infty}^{\infty} \frac{\partial p}{\partial z}\Big|_{z=h} \cdot \frac{e^{ikR}}{R}\, dS. \tag{3}$$

Здесь p — поле на поверхности $z = h$.

В связи с тем, что экран является абсолютно жестким, можно ограничиться интегрированием по отверстиям

$$p(\mathbf{R}_1) = -\frac{1}{2\pi} \sum_q e^{i\mathbf{k}\mathbf{r}_q} \times$$

$$\times \sum_{m,n} k_{mn} \left[A_{mn}^{(q)} e^{ik_{mn}h} - B_{mn}^{(q)} e^{-ik_{mn}h}\right] \iint\limits_{\sigma_q} f_{mn}(\mathbf{r}_q) \cdot \frac{e^{ikR}}{R} \cdot d\sigma_q.$$

Совместим точку $M(\mathbf{R}_1)$ с точкой N, лежащей на поверхности пластины в отверстии с номером s и воспользуемся условием, согласно которому должна иметь место непрерывность потенциала на границе $z = h$

$$\sum_{m,n} f_{mn}(\mathbf{r}_s) \left[A_{mn}^{(s)} e^{ik_{mn}h} + B_{mn}^{(s)} e^{-ik_{mn}h}\right] = -\frac{i}{2\pi} \sum_q e^{i\mathbf{k}(\mathbf{R}_q - \mathbf{R}_s)} \times$$

$$\times \sum_{m,n} k_{mn} \left[A_{mn}^{(q)} e^{ik_{mn}h} - B_{mn}^{(q)} e^{-ik_{mn}h}\right] \times$$

$$\times \iint\limits_{\sigma_q} f_{mn}(\mathbf{r}_q) \frac{e^{ik|\mathbf{R}_q + \mathbf{r}_q - \mathbf{R}_s - \mathbf{r}_s|}}{|\mathbf{R}_q + \mathbf{r}_q - \mathbf{R}_s - \mathbf{r}_s|}\, d\sigma_q. \tag{4}$$

Воспользуемся условием ортогональности собственных функций

$$\frac{1}{\sigma_s} \iint\limits_{\sigma_s} f_{mn}(\mathbf{r}_s) \overline{f_{m'n'}(\mathbf{r}_s)}\, d\sigma_s = \begin{cases} {}^1/_3\varepsilon_{mn}, & m = m', \quad n = n' \\ 0, & m \neq m', \quad n \neq n'. \end{cases} \tag{5}$$

Черта означает комплексно сопряженную величину. Умножив обе части уравнения (4) на $\overline{f_{m'n'}(\mathbf{r}_s)}$ и проинтегрировав по σ_s, получим

$$A_{m'n'}^{(s)} e^{ik_{m'n'}h} + B_{m'n'}^{(s)} e^{-ik_{m'n'}h} -$$

$$- \varepsilon_{m'n'} \sum_{m,n} \frac{k_{mn}}{k} \left[A_{mn}^{(q)} e^{ik_{mn}h} - B_{mn}^{(q)} e^{-ik_{mn}h}\right] Z_{mnm'n'}^{(s)} = 0. \tag{6}$$

$$m, m', n, n' = 0, 1 \ldots \infty$$

Здесь $Z_{m,\,n,\,m',\,n'}^{(s)}$ — импеданцы излучения отверстия с номером s для формы колебаний, определяемой индексами m, n. При этом значения Z для $m = m'$, $n = n'$ определяют собственно импеданцы излучения для данной

формы, а при $m \neq m'$, $n \neq n'$ — импеданцы взаимодействия между различными формами колебаний (нормированные к величине $\rho c \sigma_q$, ρc — волновое сопротивление среды)

$$Z_{mnm'n'}^{(s)} = -\sum e^{i\mathbf{k}(\mathbf{R}_q - \mathbf{R}_s)} Z_{mnm'n'}^{(qs)}, \tag{7}$$

где

$$Z_{mnm'n'}^{(qs)} = -\frac{ik}{2\pi\sigma_q} \iint\limits_{\sigma_q} \iint\limits_{\sigma_s} f_{mn}(\mathbf{r}_q) \overline{f_{mn}(\mathbf{r}_s)} \cdot \frac{e^{ik|\mathbf{R}_q + \mathbf{r}_q - \mathbf{R}_s - \mathbf{r}_s|}}{|\mathbf{R}_q + \mathbf{r}_q - \mathbf{R}_s - \mathbf{r}_s|} d\sigma_q \cdot d\sigma_s.$$

Величины $Z_{mnm'n'}^{(qs)}$ определяют импеданцы взаимодействия между формами колебаний двух отверстий с номерами q и s.

Поле на нижней стороне экрана p_2 складывается из поля падающей волны p_0, поля волны, отраженной от абсолютно жесткого экрана без отверстий, и поля $p_{\text{изл}}$, излученного отверстием,

$$p_2 = e^{i\mathbf{k}(\rho_1 + \mathbf{j}z)} + e^{i\mathbf{k}(\rho_1 - \mathbf{j}z)} - p_{\text{изл}}.$$

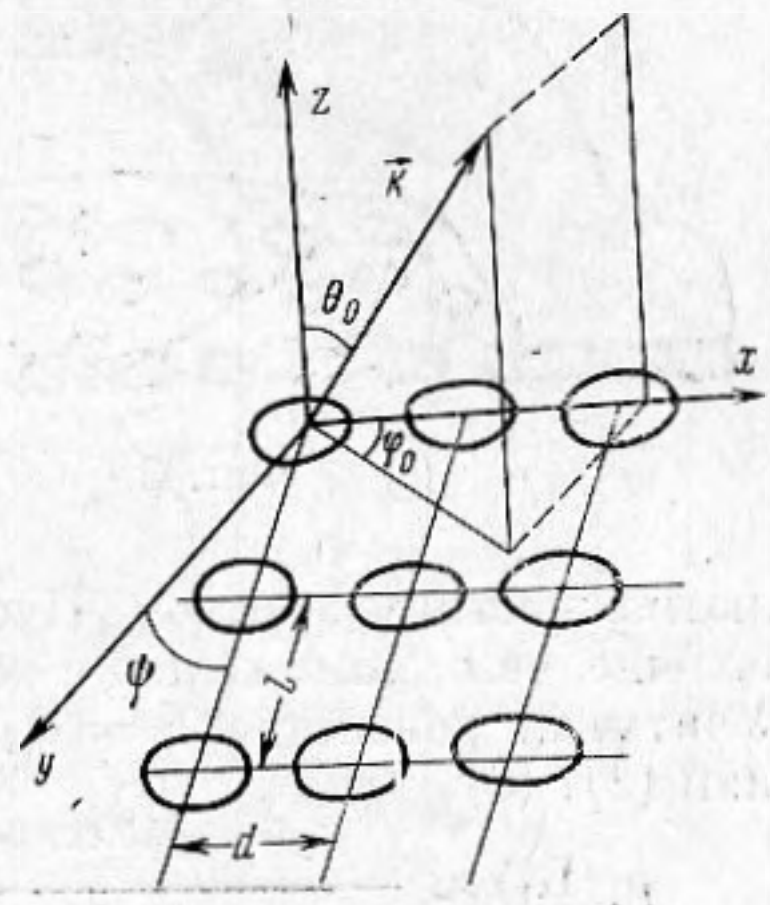
Поле $p_{\text{изл}}$ определяется по формуле Гюйгенса (3), причем производная $\partial p / \partial z$ вычисляется на поверхности $z = 0$. Повторяя преобразования, находим

$$A_{m'n'}^{(s)} + B_{m'n'}^{(s)} + \varepsilon_{m'n'} \sum_{mn} \frac{k_{mn}}{k} (A_{mn}^{(q)} - B_{mn}^{(q)}) Z_{mnm'n'}^{(s)} = 2\varepsilon_{n'm'} a_{m'n'}^{(s)};$$

$$(q, s = 1, 2 \ldots N;\ m, m', n, n' = 0, 1, 2 \ldots \infty), \tag{8}$$

где

$$a_{m'n'}^{(s)}(\theta_0, \varphi_0) = \frac{1}{\sigma_s} \iint\limits_{\sigma_s} e^{i\mathbf{k}\mathbf{r}_s} \overline{f_{mn}(\mathbf{r}_s)} d\sigma_s. \tag{9}$$



Фиг. 2

Коэффициенты $a_{mn}^{(s)}(\theta_0, \varphi_0)$ определяют диаграммы направленности поршня, форма которого совпадает с формой отверстия с номером s, имеющего амплитуднофазовое распределение $f_{mn}(\mathbf{r}_s)$.

Соотношения (6) и (8) образуют бесконечную систему уравнений относительно неизвестных коэффициентов, подобную системе уравнений (7) работы [1].

Предположим, что отверстия являются одинаковыми $\sigma_q = \sigma$ и образуют правильную бесконечную решетку, т. е. их центры расположены в вершинах одинаковых параллелограммов, заполняющих всю плоскость (фиг. 2). Тогда звуковые давления во всех отверстиях будут отличаться друг от друга лишь фазовыми множителями, написанными перед суммой в формуле (2). При этом коэффициенты A_{mn}, B_{mn} и импеданцы излучения $Z_{mnm'n'}$ будут одинаковыми для всех отверстий. В этом случае все верхние индексы в уравнениях (6) и (8) можно опустить.

Регуляризация системы (6), (8) достигается подстановкой

$$A_{mn} = \frac{e^{-ik_{mn}h/2}}{i \sin k_{mn}h} \left(C_{mn} \cos \frac{k_{mn}h}{2} + iD_{mn} \sin \frac{k_{mn}h}{2} \right),$$

$$B_{mn} = \frac{e^{ik_{mn}h/2}}{i \sin k_{mn}h} \left(C_{mn} \cos \frac{k_{mn}h}{2} - iD_{mn} \sin \frac{k_{mn}h}{2} \right), \tag{10}$$

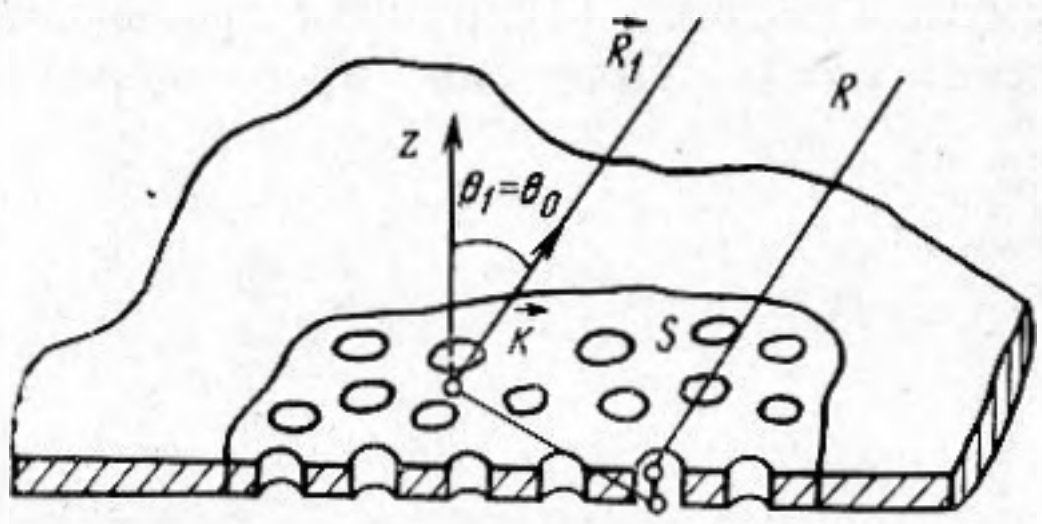
аналогичной подстановке (11) работы [1]. В результате получаются две независимых системы уравнений:

$$C_{m'n'} - i\varepsilon_{m'n'} \operatorname{tg} \frac{k_{m'n'}h}{2} \sum_{m,\,n} \frac{k_{mn}}{k} Z_{mnm'n'} C_{mn} = i\varepsilon_{m'n'} a_{m'n'} \operatorname{tg} \frac{k_{m'n'}h}{2}.$$

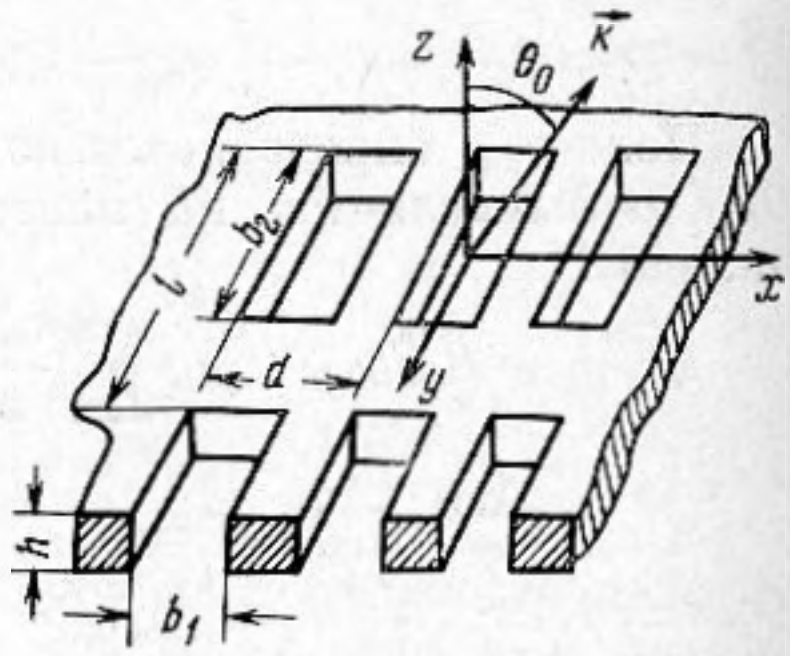
$$D_{m'n'} + i\varepsilon_{m'n'} \operatorname{ctg} \frac{k_{m'n'}h}{2} \sum_{m,\,n} \frac{k_{mn}}{k} Z_{mnm'n'} D_{mn} = i\varepsilon_{m'n'} a_{m'n'} \operatorname{ctg} \frac{k_{m'n'}h}{2}.$$

$$m, n, m', n' = 0, 1 \ldots \infty. \tag{11}$$

Для вычисления коэффициента прохождения звука воспользуемся формулой (3) и положим $\theta_1 = \theta_0$. Тогда $kR_1 = \mathbf{kR}_1$. Выделим область S (с размерами, значительно превышающими длину волны), содержащую большое число отверстий, и дополним ее до бесконечной плоскости абсо-



Фиг. 3



Фиг. 4

лютно жестким экраном. Пусть расстояние до точки наблюдения много больше, чем длина волны и все размеры области (фиг. 3). Тогда $kR \approx \mathbf{kR}$. Учитывая равенство $\mathbf{R} = \mathbf{R}_1 - \mathbf{R}_q - \mathbf{r}_q - \mathbf{j}h$, мы получим из соотношений (2), (3)

$$p_1(\mathbf{R}_1) \approx -\frac{ie^{ikR_1 - ikh\cos\theta_0}\sigma N}{2\pi R_1} \sum_{m,\,n} k_{mn}\bar{a}_{mn}\left[A_{mn}e^{ik_{mn}h} - B_{mn}e^{-ik_{mn}h}\right]. \tag{12}$$

Здесь N — число отверстий, расположенных в области S. Вычислим теперь поле в точке наблюдения $p_1^{(0)}(\mathbf{R}_1)$ при полностью открытом отверстии S. Поскольку размеры области S велики по сравнению с длиной волны, можно считать, что поле в отверстии в плоскости $z = h$ совпадает с полем падающей волны.

Тогда $\left.\dfrac{\partial p_0}{\partial z}\right|_{z=h} = ik\cos\theta_0\, e^{i\mathbf{k}\rho + i\mathbf{j}\mathbf{k}h}$.

Из формулы (3) получаем

$$p_1^{(0)}(\mathbf{R}_1) = -\frac{ikS\cos\theta_0}{2\pi R_1} e^{ikR_1}. \tag{13}$$

Коэффициент прохождения звука будет

$$B = \frac{p_1(\mathbf{R}_1)}{p_1^{(0)}(\mathbf{R}_1)} = \frac{\varepsilon}{\cos\theta_0} \cdot e^{-ikh\cos\theta_0} \sum_{m,\,n} \frac{k_{mn}}{k} \bar{a}_{mn}(C_{mn} + D_{mn}). \tag{14}$$

Здесь $\varepsilon = \sigma N / S$ — коэффициент перфорации.

Для правильной системы отверстий (фиг. 3) можно упростить выражения для импеданцев излучения (7). Поскольку для правильной системы

импеданцы не зависят от номера s, можно проводить вычисления для отверстия, расположенного в начале координат $\mathbf{R}_s = 0$. Пользуясь методом работы [3], разложим сферическую волну e^{ikR}/R по плоским волнам в плоскости xy. Опуская преобразования подобные тем, которые были выполнены в работе [3], найдем

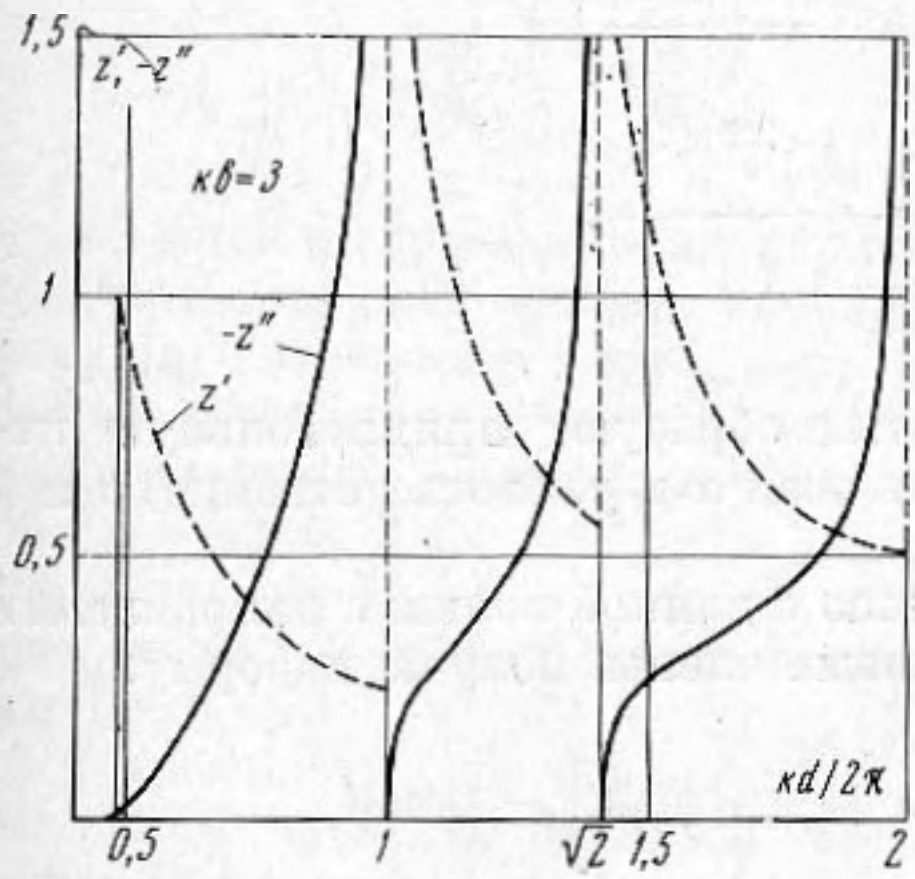
$$Z_{mnm'n'} = \varepsilon \sum_{\gamma=-\infty}^{\infty} \sum_{\gamma'=-\infty}^{\infty} \frac{R_{mn}(u_\gamma, v_{\gamma'})\overline{R_{m'n'}(u_\gamma, v_{\gamma'})}}{\sqrt{1-\left(\frac{v_{\gamma'}}{\cos\psi} - u_\gamma \operatorname{tg}\psi\right)^2 - u_\gamma^2}}. \tag{15}$$

Здесь

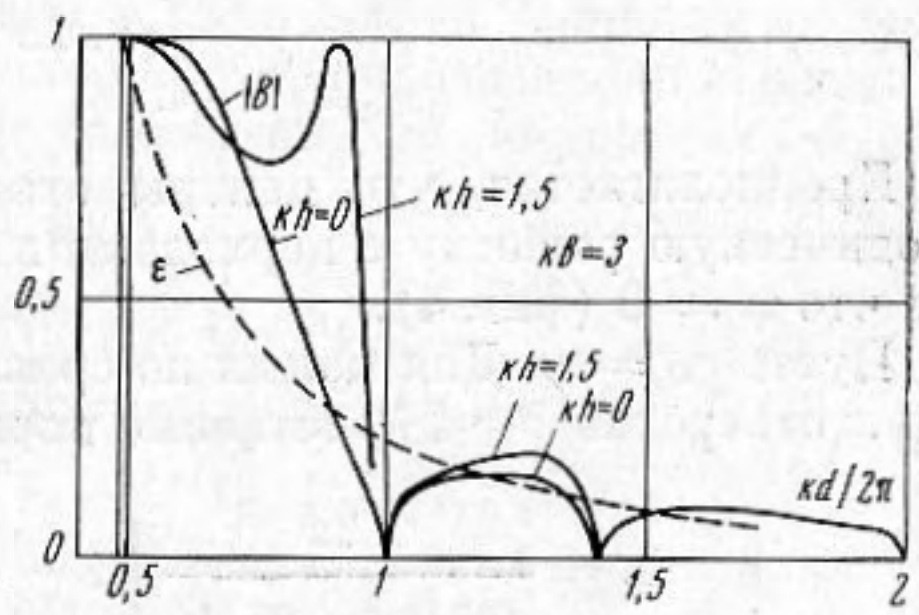
$$R_{mn}(u_\gamma, v_{\gamma'}) = \frac{1}{\sigma}\iint\limits_{\sigma} f_{mn}(x, y)\, e^{ik\left[xu_\gamma + y\left(\frac{v_{\gamma'}}{\cos\psi} - u_\gamma \operatorname{tg}\psi\right)\right]} d\sigma,$$

$$u_\gamma = \frac{2\pi\gamma}{kd} - \sin\theta_0 \cos\varphi_0, \quad v_{\gamma'} = \frac{2\pi\gamma'}{kl} - \sin\theta_0 \sin(\psi + \varphi_0). \tag{16}$$

Функции $R_{mn}(u_\gamma, v_{\gamma'})$ дают значения коэффициента направленности отверстия в направлениях, определяемых направляющими косинусами u_γ и $\frac{v_{\gamma'}}{\cos\psi} - u_\gamma \operatorname{tg}\psi$. При некоторых значениях γ и γ' эти косинусы оказы-



Фиг. 5



Фиг. 6

ваются большими единицы. Неоднородные волны, появляющиеся при этих значениях γ и γ', дадут вклад в реактивное сопротивление излучения. Заметим, что при некоторых значениях углов падения φ_0, θ_0 знаменатель в формуле (15) может обратиться в нуль. При этом импеданцы излучения обращаются в бесконечность, а коэффициент прохождения — в нуль. Для двумерной задачи природа этого явления обсуждалась нами ранее в работе [1].

Рассмотрим некоторые частные случаи.

1. Прямоугольные отверстия (фиг. 4). Собственные функции имеют вид

$$f_{mn}(x, y) = \cos\left(\frac{\pi m x}{b_1} - \frac{\pi m}{2}\right)\cos\left(\frac{\pi n y}{b_2} - \frac{\pi n}{2}\right);$$

$$k_{mn} = \sqrt{k^2 - \left(\frac{\pi m}{b_1}\right)^2 - \left(\frac{\pi n}{b_2}\right)^2}, \quad m, n = 0, 1 \ldots \infty \tag{17}$$

Коэффициенты a_{mn} определяются следующим образом:

$$a_{mn} = -\frac{\sin^2\theta_0\cos\varphi_0\sin\varphi_0}{k^2 b_1 b_2}\cdot\frac{\left[e^{\frac{ikb_1}{2}\sin\theta_0\cos\varphi_0} - (-1)^m e^{-i\frac{kb_1}{2}\sin\theta_0\cos\varphi_0}\right]}{\left[\sin^2\theta_0\cos^2\varphi_0 - \left(\frac{\pi m}{kb_1}\right)^2\right]}\times$$

$$\times\frac{\left[e^{i\frac{kb_2}{2}\sin\theta_0\sin\varphi_0} - (-1)^n e^{-i\frac{kb_2}{2}\sin\theta_0\sin\varphi_0}\right]}{\left[\sin^2\theta_0\sin^2\varphi_0 - \left(\frac{\pi n}{kb_2}\right)^2\right]}\quad \text{при } \varphi_0 \neq 0,\ \theta_0 \neq 0;$$

$$a_{m0} = -\frac{i\sin\theta_0}{kb_1}\frac{\left[e^{i\frac{kb_1}{2}\sin\theta_0} - (-1)^m e^{-i\frac{kb_1}{2}\sin\theta_0}\right]}{\left[\sin^2\theta_0 - \left(\frac{\pi m}{kb_1}\right)^2\right]};\ \text{при } \varphi = 0,\ \theta_0 \neq 0;$$

$$a_{mn} = 0 \text{ при } n \neq 0;$$

$$a_{00} = 1,\quad a_{mn} = 0\ (m \neq 0 \text{ или } n \neq 0) \text{ при } \varphi_0 = \theta_0 = 0.$$

Функции R_{mn}, входящие в формулу для импеданцев излучения, принимают вид

$$R_{mn} = -\frac{u_\gamma v_{\gamma'}}{k^2 b_1 b_2}\cdot\frac{\left[e^{i\frac{kb_1}{2}u_\gamma} - (-1)^m e^{-i\frac{kb_1}{2}u_\gamma}\right]}{\left[u_\gamma^2 - \left(\frac{\pi m}{kb_1}\right)^2\right]}\times$$

$$\times\frac{\left[e^{i\frac{kb_2}{2}v_{\gamma'}} - (-1)^n e^{-i\frac{kb_2}{2}v_{\gamma'}}\right]}{\left[v_{\gamma'}^2 - \left(\frac{\pi n}{kb_2}\right)^2\right]}.$$

Предполагается, что центры отверстий образуют прямоугольную периодическую решетку с периодами вдоль осей x и y, соответственно, a и l, так что $\psi = 0$ (фиг. 4).

Пусть $\varphi_0 = 0$. Для малых по сравнению с длиной волны в направлении оси x отверстий $b_1 \ll \lambda$, оставляя поршневые члены, получаем формулу

$$B = \frac{2\varepsilon}{\cos\theta_0(Q + iL)}\left[1 - \frac{1}{12}(kb_1\sin\theta_0)^2\right]e^{-ik\cos\theta_0}, \tag{17a}$$

$$Q = 2Z'\cos kh + 2Z'Z''\sin kh,\qquad L = 2Z''\cos kh - (1 + Z'^2 - Z''^2)\sin kh.$$

Здесь Z' и Z'' соответственно активная и реактивная составляющая сопротивления излучения для нулевой формы колебаний $Z = Z_{0000} = Z' + iZ''$.

Из выражения (15) для прямоугольных отверстий получим

$$Z = \varepsilon\sum_{\gamma=-\infty}^{\infty}\sum_{\gamma'=-\infty}^{\infty}\frac{1}{\sqrt{1 - u_\gamma^2 - v_{\gamma'}^2}}\left[\frac{\sin\left(\frac{kb_1}{2}u_\gamma\right)^2}{\frac{kb_1}{2}u_\gamma}\right]^2\times$$

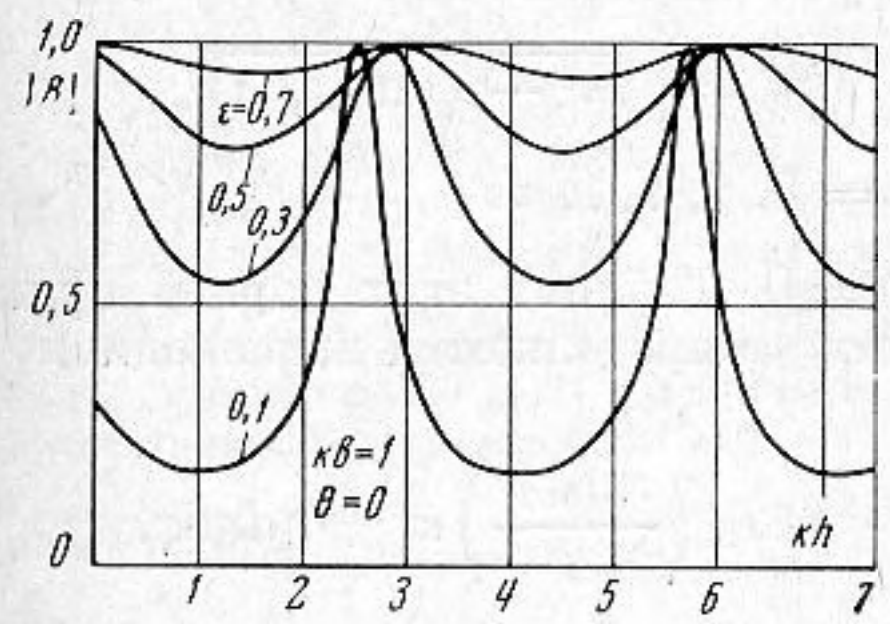
$$\times\left[\frac{\sin\left(\frac{kb_2}{2}v_{\gamma'}\right)}{\frac{kb_2}{2}v_{\gamma'}}\right]^2;\quad u_\gamma = \frac{2\pi\gamma}{kd} - \sin\theta_0,\ v_{\gamma'} = \frac{2\pi\gamma'}{kl}. \tag{18a}$$

На фиг. 5 показана зависимость вещественной и мнимой части Z от волнового периода решетки для квадратных отверстий $kb_1 = kb_2 = 3$ и $\theta_0 = 0$. Скачки при некоторых значениях kd (резонанс совпадений) соответствуют обращению в нуль знаменателя (18а). Это происходит всякий раз, когда выполняется равенство

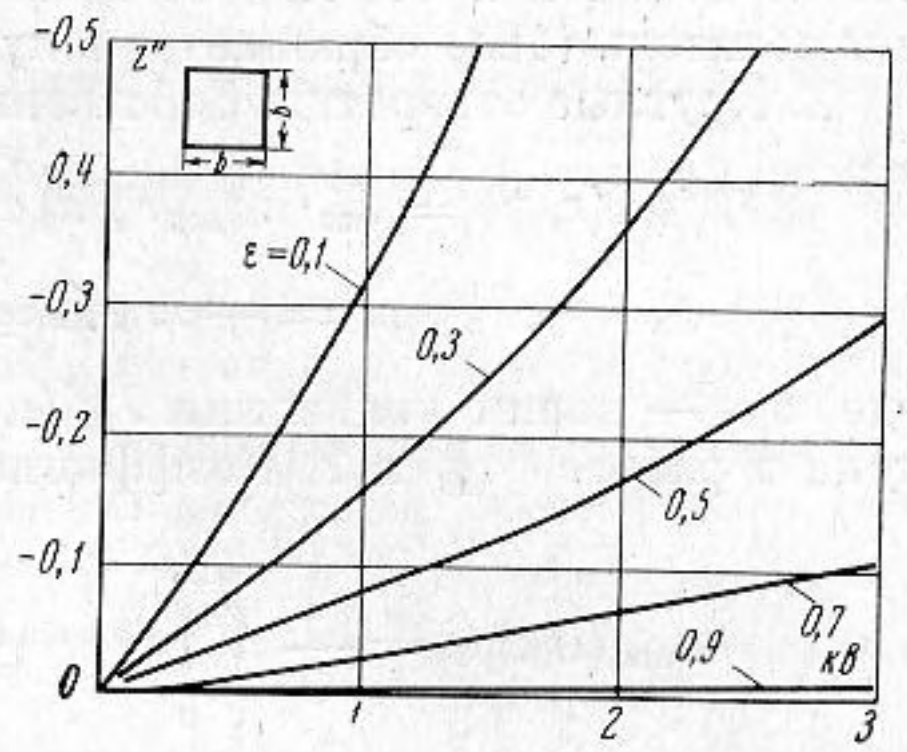
$$\sqrt{\gamma^2 + \gamma'^2} = kd / 2\pi, \tag{19}$$

т. е. при выполнении условий $d / \lambda = 1, \sqrt{2}, 2, \sqrt{5}, \sqrt{8}, 3 \ldots$

В точках, определяемых равенством (19), коэффициент прохождения звука (фиг. 6) обращается в нуль. При изменении волнового размера kd



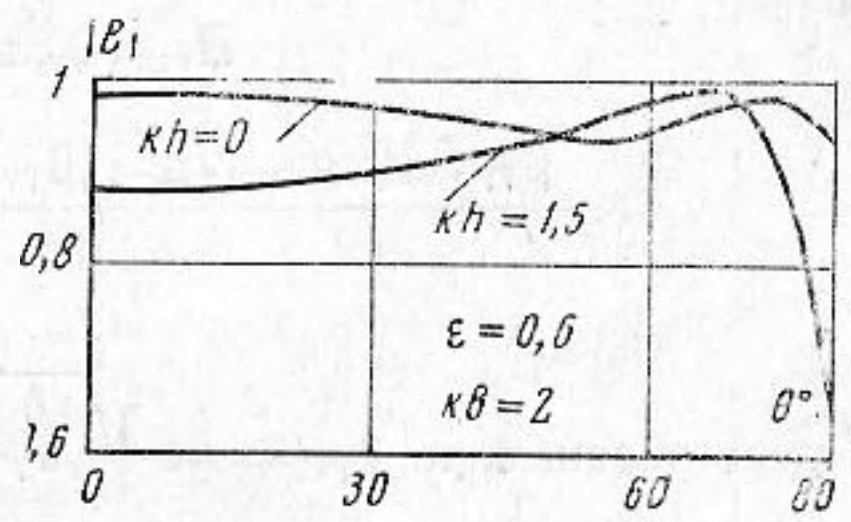
Фиг. 7



Фиг. 8

изменяется и коэффициент перфорации ε. При малом волновом периоде коэффициент прохождения звука значительно больше коэффициента перфорации вследствие того, что при небольших kd ширина перемычек между отверстиями значительно меньше длины волны и дифракционные явления играют решающую роль.

Для $kb = 3$ при $kd / 2\pi = 0{,}48$ коэффициент перфорации равен единице, при этом $Z' = 1$, $Z'' = 0$ и, следовательно, $B = 1$.



Фиг. 9

Зависимость коэффициентов прохождения звука от волновой толщины (фиг. 7) имеет ряд резонансных максимумов, ширина которых уменьшается с уменьшением коэффициента перфорации. Происхождение этих максимумов связано с продольным полуволновым резонансом столба жидкости в отверстиях. В закрытой трубке такой резонанс происходил бы при $kh = \pi n$ (n — целое число). Открытая трубка резонирует при несколько иных значениях kh, поскольку она с двух сторон нагружена соколеблющимися массами, которые появляются вследствие наличия реактивной составляющей сопротивления излучения из отверстия.

При уменьшении коэффициента перфорации реактивная составляющая сопротивления излучения увеличивается (фиг. 8) и, следовательно, увеличивается смещение положения резонанса относительно значений $kh = \pi n$.

Полуволновым резонансом объясняется и появление максимума при $kd / 2\pi = 0{,}8$ (см. фиг. 6). При увеличении kd вблизи значения $kd = 2\pi$ резко возрастает реактивная составляющая сопротивления излучения (фиг. 5). Соответственное возрастание соколеблющейся массы приводит к возникновению резонанса по толщине, несмотря на то, что в данном примере толщина пластины существенно отличается от половины длины волны.

Активная составляющая сопротивления излучения Z' во всем диапазоне изменения ε и kb, отвечающем фиг. 8, совпадает с ε. Это легко понять из формулы (18а). При $kd < 2\pi$ вклад в активное сопротивление излучения дает лишь член $\gamma = \gamma' = 0$, значение которого равно ε.

При наклонном падении звука (фиг. 9) при некоторых углах падения коэффициент прохождения может приближаться к единице также за счет резонанса по толщине. При изменении угла падения меняется и соколеблющаяся масса. Поэтому при некотором угле падения могут возникнуть условия, необходимые для полуволнового резонанса.

Зависимость коэффициента прохождения звука от угла падения может также иметь и провалы для нуля. Это происходит в тех случаях, когда знаменатель (18а) обращается в нуль (резонанс совпадений).

2. Круглые отверстия. Собственные функции имеют вид

$$f_{mn}(r, \varphi) = J_m(\pi\alpha_{mn} r / a)\, e^{im\varphi}, \qquad k_{mn} = \sqrt{k^2 - (\pi\alpha_{mn} / a)^2},$$

$$m = -\infty \ldots \infty, \quad n = 0, 1, \ldots, \infty,$$

где α_{mn} — корни уравнения $J_m'(\pi\alpha_{mn}) = 0$. Таблица этих корней приведена в работе [4], т. 2. Коэффициенты a_{mn} определяются выражением

$$a_{mn}(\theta_0, \varphi_0) = \frac{1}{\sigma} \int_0^a \int_0^{2\pi} e^{ikr \sin\theta_0 \cos(\varphi - \varphi_0)} J_m\left(\frac{\pi\alpha_{mn} r}{a}\right) e^{-im\varphi} r\, dr\, d\varphi.$$

Интегрируя по формулам работы [5], получаем $a_{mn}(\theta_0, \varphi_0) = 2i^m e^{-im\varphi_0} \times$

$$\times \frac{ka \sin\theta_0 J_m(\pi\alpha_{mn}) J_{m-1}(ka \sin\theta_0) - \pi\alpha_{mn} J_{m-1}(\pi\alpha_{mn}) J_m(ka \sin\theta_0)}{(\pi\alpha_{mn})^2 - (ka \sin\theta_0)^2}.$$

Вычисление функций R_{mn} приводит к результату:

$$R_{mn}(u_\gamma, v_{\gamma'}) = 2i^m e^{-im\delta_{\gamma\gamma'}} \times$$

$$\times \frac{\beta_{\gamma\gamma'} J_m(\pi\alpha_{mn}) J_{m-1}(\beta_{\gamma\gamma'}) - \pi\alpha_{mn} J_{m-1}(\pi\alpha_{mn}) J_m(\beta_{\gamma\gamma'})}{(\pi\alpha_{mn})^2 - \beta^2_{\gamma\gamma'}}.$$

Здесь обозначено $\beta_{\gamma\gamma'} = ka \sqrt{u_\gamma^2 + \left(\frac{v_{\gamma'}}{\cos\psi} - u_\gamma \operatorname{tg}\psi\right)^2}$,

$$\cos\delta_{\gamma\gamma'} = \frac{ka}{\beta_{\gamma\gamma'}} u_\gamma; \qquad \sin\delta_{\gamma\gamma'} = \frac{ka}{\beta_{\gamma\gamma'}}\left(\frac{v_{\gamma'}}{\cos\psi} - u_\gamma \operatorname{tg}\psi\right).$$

Пусть диаметр отверстия мал по сравнению с длиной волны $2a \ll \lambda$. Тогда в переносе энергии будет участвовать лишь поршневая мода $m = n = 0$, для которой $\alpha_{00} = 0$. Тогда из выражений (11), (14) найдем

$$B \approx \frac{2\varepsilon}{\cos\theta_0 (Q + iL)} \left[1 - \frac{1}{4}(ka \sin\theta_0)^2\right] e^{-ikh\cos\theta_0}. \tag{17б}$$

Здесь Q и L по-прежнему определяются формулами (17а), а импеданц $Z = Z' + iZ''$ можно найти из выражения (15):

$$Z = \varepsilon \sum_{\gamma=-\infty}^{\infty} \sum_{\gamma'=-\infty}^{\infty} \frac{1}{\sqrt{1 - \left(\frac{\beta_{\gamma\gamma'}}{ka}\right)^2}} \cdot \frac{4J_1^2(\beta_{\gamma\gamma'})}{\beta^2_{\gamma\gamma'}}. \tag{18б}$$

Если к тому же и расстояния между отверстиями малы по сравнению с длиной звуковой волны kd, $kl \ll 1$, то из формулы (18б) получаем

$$Z' \approx \frac{\varepsilon}{\cos\theta_0}\left[1 - \frac{1}{4}(ka\sin\theta_0)^2\right].$$

Графики зависимостей коэффициента прохождения звука от волновых размеров и от угла падения звука для экрана с круглыми отверстиями имеют тот же характер, что и для экрана с прямоугольными отверстиями.

ЛИТЕРАТУРА

1. Е. Л. Шендеров. Дифракция звука на щелях в экране конечной толщины. Акуст. ж., 1964, **10**, 3, 359—367.
2. В. Г. Сологуб, В. П. Шестопалов. Резонансные явления при дифракции плоской H-поляризованной волны на решетке из металлических брусьев. Ж. техн. физ., 1968, **38**, 9, 1500—1504.
3. М. Д. Смарышев. Определение коэффициента концентрации большой периодической плоской антенны и сопротивления излучения ее элемента. Акуст. ж., 1968, **14**, 2, 268—274.
4. Ф. Морз, Г. Фешбах. Методы теоретической физики, т. 1. М., ИЛ, 1959.
5. И. С. Рыжик, И. М. Градштейн. Таблицы интегралов, сумм, рядов и произведений. М., Физматгиз, 1962.

Ленинград

Поступила в редакцию
17 марта 1969 г.

АКУСТИЧЕСКИЙ ЖУРНАЛ

Том XVI 1970 Вып. 2

КРАТКИЕ СООБЩЕНИЯ

УДК 534.286-8

УЛЬТРА- И ГИПЕРАКУСТИЧЕСКИЕ СВОЙСТВА НЕКОТОРЫХ ОРГАНИЧЕСКИХ ЖИДКОСТЕЙ

С. С. Алиев, Л. Е. Квасова, Л. В. Ланшина, К. Парпиев, П. К. Хабибуллаев

Нами проводились измерения скорости и поглощения звука в тиофене, фторбензоле, хлорбензоле, бромбензоле, иодбензоле, нитрометане, нитробензоле, н-гексане и триэтиламине в интервале частот от $\sim 10^7$ до $\sim 10^{10}$ *гц*.

Вещества марки х.ч. подвергались дополнительной химической очистке и трехкратной перегонке. Степень чистоты контролировалась измерением показателя преломления n_D, плотности ρ_4 и температуры кипения $t_{кип}$ (см. табл.). Поглощение

Жидкость	t, °C	n^{20}_D	ρ_4^{20}, *г/см³*	c_0, *м/сек*	$c_г$, *м/сек*	$\frac{\Delta c}{c}$%	$\left(\frac{\alpha}{f^2}\right)_{f\to 0}\cdot 10^{17}$ *см⁻¹·сек²*	$f_г$, *Ггц*	$\left(\frac{\alpha}{f^2}\right)_г\cdot 10^{17}$, *см⁻¹·сек²*	$\tau\cdot 10^{10}$, *сек*	$C^*_{полн}$, *кал/моль·гр*	$C^*_{ак}$, *кал/моль·гр*
C_4H_4S	20	1,5284	1,0650	1296±6	1436±7	10,8	1600	4,90	22	5,7	9,2	8,5
C_6H_5F	25	1,4657	1,0241	1160±6	1250±6	7,8	278	4,11	52	0,9	14,6	11,3
C_6H_5Cl	25	1,5243	1,1060	1279±6	1332±6	4,0	142	4,53	35	0,73	15,4	10,5
C_6H_5Br	25	1,5602	1,4957	1146±6	1195±6	4,3	145	4,20	46	0,66	15,9	11,0
C_6H_5J	25	1,6193	1,8309	1090±5	1161±6	9,0	191	4,19	65	0,69	16,11	13,0
CH_3NO_2	20	1,38181	1,1380	1337±7	1350	1,4	46	4,14	19	0,59	4,5	4,0
$C_6H_5NO_2$	20	1,5530	1,2033	1477±7	1535 *	3,9*	74	5,31*	32	0,26	15,7	9,2
$H—C_6H_{14}$	20	1,3750	0,6594	1065±5	1076±5	1,2	53	3,40	16	0,80	—	—
$(C_2H_5)_3N$	20	1,4009	0,7279	1140±6	1155±6	1,32	586	3,60	20	21,3	—	—

Примечание: звездочкой обозначены данные работы [2].

ультразвука в интервале частот от $\sim 10^7$ до $\sim 2\cdot 10^9$ *гц* измерялось импульсным методом с точностью от ~ 2—3% на низких частотах до ~ 5—7% на высоких частотах [1]. Скорость ультразвука измерялась фазовым методом в диапазоне частот $\sim 10^7$—10^8 *гц* с точностью $\sim 0{,}5$%. Измерение скорости и поглощения гиперзвука на частотах ~ 3—5 *Ггц* производилось оптическим методом, по данным о положении и полуширине компонент Мандельштама — Бриллюэна тонкой структуры рэлеевской линии рассеянного света [2]. В установке, с помощью которой фотографировался спектр рэлеевского рассеяния света, источником света служил Ne — He лазер. Длина волны возбуждающего света λ составляла 6328 Å. В качестве прибора высокой разрешающей силы использовался интерферометр Фабри — Перо; рассеянный свет наблюдался под углом 90°. Для разделения рэлеевской линии рассеянного света на X и Z компоненты поляризованного света в установке использовалась призма Волластона. Точность определения скорости распространения гиперзвука составляла $\sim 0{,}5$%, амплитудного коэффициента поглощения гиперзвука ~ 20—25%. Расчет скорости $c_г$, амплитудного коэффициента поглощения $\alpha_г$ и частоты $f_г$ гиперзвука производился по формулам:

$$c_г = \frac{\Delta\nu\lambda v}{n_D \sin\frac{\theta}{2}}, \qquad (1)$$