

ПЕРЕРАСПРЕДЕЛЕНИЕ ЭНЕРГИИ ГАУССОВСКОГО УЛЬТРАЗВУКОВОГО ПУЧКА, ОТРАЖЕННОГО ОТ ГРАНИЦЫ РАЗДЕЛА ЖИДКОСТЬ — ТВЕРДОЕ ТЕЛО

Л. Адлер, М. А. Бразил, Дж. Х. Смит

Рассмотрен вопрос об отражении ультразвукового пучка от границы жидкость — твердое тело. Пересмотрено понятие «смещение пучка» путем изучения внутренней структуры отраженного пучка. Экспериментальное исследование выполнено с помощью преобразователя, создающего гауссовское распределение энергии по ширине пучка. Эксперименты показали, что энергия отраженного пучка перераспределяется в два или более пучков при углах, близких к углам оптимальной генерации поверхностных волн вдоль границы раздела. Получено хорошее соответствие экспериментальных и теоретических данных для границ вода-алюминий и вода — латунь.

Рассмотрим ультразвуковой пучок, падающий на границу раздела жидкости и твердого тела. Для широкого интервала углов падения поведение пучка может быть описано математически решением граничной задачи в предположении, что энергия сохраняется. Однако экспериментальная проверка теоретических результатов при критических углах потребовала усложнения теории ввиду того, что отраженный пучок оказывается «смещенным». Как было показано Шохом [1], это явление особенно заметно при углах, соответствующих возбуждению поверхностных волн, распространяющихся вдоль границы. «Смещение» отраженного пучка объясняется тем, что пучок не ведет себя подобно бесконечно протяженной плоской волне, как это предполагается в упрощенной теории. Этот случай показан на фиг. 1. Ультразвуковой пучок падает на плоскую границу, перпендикулярную оси Z под углом θ_0 (угол, приближенно равный углу возбуждения поверхностной волны). Пучок предполагается неограниченным в направлении оси y , перпендикулярном плоскости фигуры. Смещение отраженного пучка в направлении оси x равно Δ .

При рассмотрении теории, описывающей этот эффект, принимают во внимание взаимное фазовое соотношение парциальных (элементарных) волн в отраженном пучке, разлагая выражение для фазового сдвига при отражении $\Phi(p)$ в степенной ряд вида:

$$(1) \quad \Phi(p) = \Phi + \Phi'(p - \alpha) + \frac{1}{2}\Phi''(p - \alpha)^2 + \dots,$$

где

$$\Phi = \Phi(\alpha), \quad \Phi' = \left(\frac{\partial \Phi}{\partial p} \right)_{p=\alpha}, \quad \Phi'' = \left(\frac{\partial^2 \Phi}{\partial p^2} \right)_{p=\alpha},$$

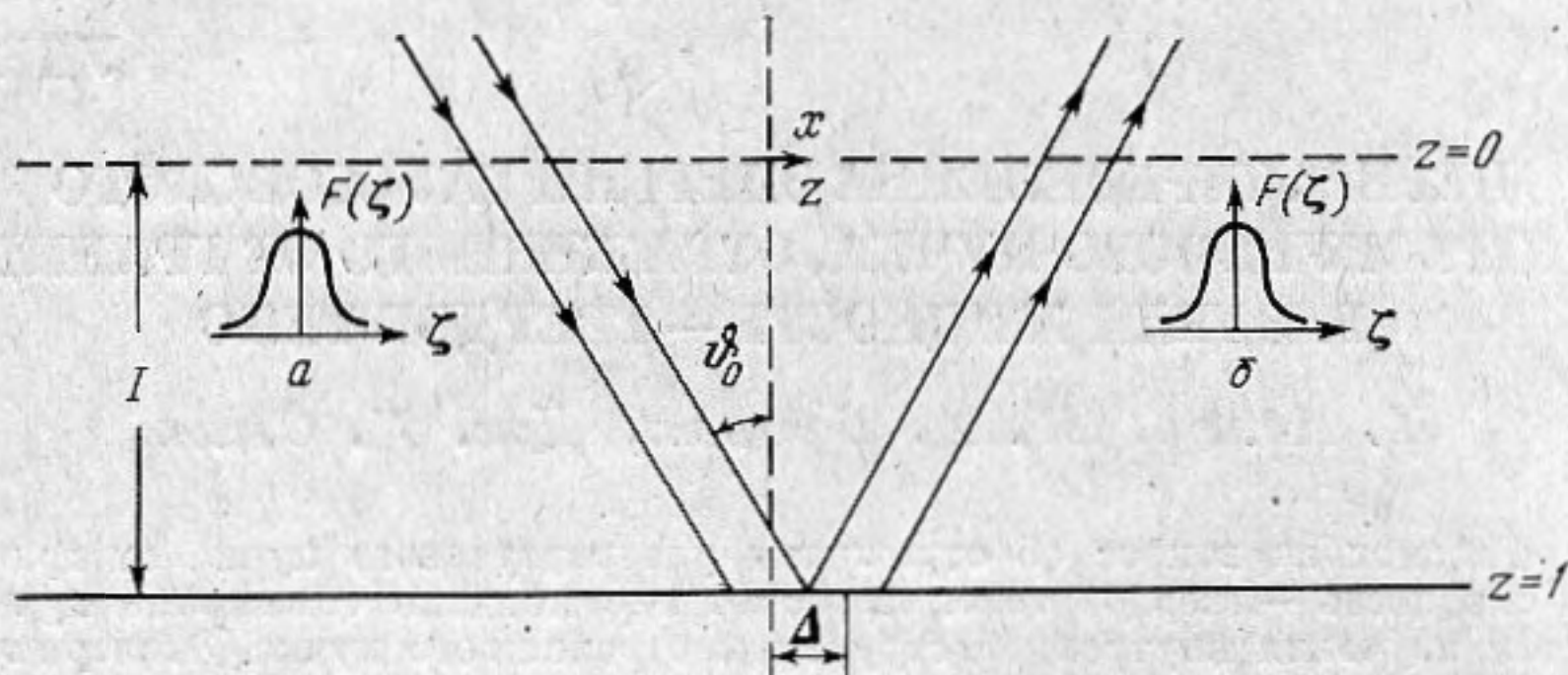
$$p = k \sin \theta, \quad \alpha = k \sin \theta_0, \quad k = 2\pi / \lambda;$$

λ — длина волны ультразвука в жидкости, θ_0 — угол падения пучка, θ — угол падения элементарной волны в падающем пучке.

Выполнив этот анализ, определим в первом приближении смещение пучка:

$$(2) \quad \Delta = - \left(\frac{\partial \Phi}{\partial p} \right)_{p=\alpha} = -\Phi'.$$

В этом приближении профиль у отраженного пучка (т. е. распределение амплитуды отраженного пучка вдоль границы) такой же, как и у падающего ((а) и (б) на фиг. 1).



Фиг. 1. Отражение ультразвуковой волны на границе жидкость — твердое тело в первом приближении: а — профиль падающего пучка, б — отраженного пучка

При сравнении результатов теории и эксперимента было найдено качественное соответствие между измеренным «смещением» и «смещением», вычисленным с помощью выражения (1); однако в эксперименте наблюдались дополнительные отраженные пучки. Анализ второго приближения, т. е. включение в рассмотрение членов второго порядка в уравнении (1), показал, что в приближении более высокого порядка термин «смещение пучка» теряет свое значение, и профиль отраженного пучка не тождествен профилю падающего пучка, т. е. в отраженном пучке возникает «перераспределение энергии». Подробная теория отражения ограниченного ультразвукового пучка от границы раздела жидкость — твердое тело была разработана Бреховских [2]. С помощью этой теории получены выражения для амплитуды и «смещения» отраженного пучка. Бреховских показал также, что, вообще говоря, структура отраженного пучка отличается от структуры падающего, т. е. что существует «перераспределение энергии». Им получено выражение для распределения амплитуды как функции расстояния вдоль границы в отраженном пучке и рассмотрен частный случай падающего пучка, точно описываемого ступенчатой функцией.

Сравнивая теорию с экспериментом, мы столкнулись с тем фактом, что ступенчатое распределение в падающем ультразвуковом пучке ведет к дифракции, затрудняющей сравнение. Поэтому мы разработали преобразователь, который создает распределение амплитуды в падающем пучке, в точности соответствующее гауссовской функции [3]. Гауссовское распределение позволяет получить хорошо определенный пучок без дифракционных лепестков. Цель данной работы — показать, насколько близки экспериментальные значения, полученные с гауссовским распределением амплитуд в падающем пучке, к значениям, вычисленным на основании расширенной теории Бреховских.

Согласно этой теории [2], для представления пучка в виде суперпозиции плоских волн поле в плоскости $z=l$, т. е. на границе (см. фиг. 1), записывается в виде интеграла Фурье. Вводя коэффициент отражения по амплитуде $V(\theta_0)$ как функцию угла падения θ_0 общее решение волнового

уравнения, описывающее отраженный пучок, получим в виде

$$(3) \quad \psi_{\text{отр}}(x) = \frac{1+i}{2} V(\theta_0) \exp\{i[\alpha x + \sqrt{k^2 - \alpha^2} l]\} \times \\ \times \int_{-\infty}^{\infty} \left\{ \exp\left(-i \frac{\pi}{2} u^2\right) \right\} F(x + \Phi' + \sqrt{\pi \Phi''} u) du,$$

где b — расстояние между излучателем и границей жидкости — твердое тело, $u = (x + \Phi' - \xi) / \Phi''$; ξ — переменная интегрирования в начальном интеграле Фурье, $F(x + \Phi' + \sqrt{\pi \Phi''} u)$ описывает функциональную зависимость падающего пучка от распределения амплитуды вдоль границы. Отметим, что выражение (3) получено в приближении, включающем члены второго порядка в выражении (1).

В нашем случае функция $F(x + \Phi' + \sqrt{\pi \Phi''} u)$ должна быть гауссовской. Такая функция не изменяется заметно на расстоянии длины волны вдоль направления распространения, что удовлетворяет требованиям метода, которым выводилось выражение (3). Гауссовская функция, описывающая падающий пучок, может быть представлена в виде:

$$(4) \quad F(x + \Phi' + \sqrt{\pi \Phi''} u) = A \exp[-B(x + \Phi' + \sqrt{\pi \Phi''} u)^2],$$

где A и B — экспериментально определенные постоянные, зависящие от характеристик преобразователя. Амплитуду отраженного пучка в этом случае можно получить, подставляя выражение (4) в формулу (3):

$$(5) \quad \psi_{\text{отр}}(x) = \frac{1+i}{2} V(\theta_0) \exp\{i[\alpha x + \sqrt{k^2 + \alpha^2} l]\} \times \\ \times A \int_{-\infty}^{\infty} \left\{ \left[\exp\left(-i \frac{\pi}{2} u^2\right) \right] \exp[-B(x + \Phi' + \sqrt{\pi \Phi''} u)^2] \right\} du.$$

Решение уравнения (5) может быть получено, если пределы интегрирования установить следующим образом:

$$(6) \quad u_1 = -\frac{1}{\sqrt{\pi \Phi''}} (a + x + \Phi');$$

$$(7) \quad u_2 = +\frac{1}{\sqrt{\pi \Phi''}} (a - x - \Phi'),$$

где a — полуширина гауссовского пучка в точке, соответствующей уменьшению энергии в e раз по сравнению с ее максимальным значением. Используя соотношение $e^{-iy} = \cos y - i \sin y$ для первой экспоненты под знаком интеграла и разлагая вторую экспоненту в степенной ряд, получаем для этого случая ряд, члены которого интегрируемы [4]. (Члены вплоть до четвертого порядка сохраняют в следующих далее выражениях.)

Распределение энергии в отраженном пучке $E(x)$ получается умножением проинтегрированного выражения (5) на его комплексно-сопряженное:

$$(8) \quad E(x) = \psi(x) \psi^*(x) = \frac{V(\theta_0)^2}{2} A^2 \{ \exp[-2B(x + \Phi')^2] \} [(T_1 + T_2 + \\ + T_3 + T_4 + T_5 + T_6 + T_7) + (T_8 + T_9 + T_{10} + T_{11} + T_{12} + T_{13} + T_{14})^2].$$

$$(9) \quad T_1 = C(u_2) - C(u_1);$$

$$(10) \quad T_2 = -2B^2 \Phi''^2 \left[u_2^2 \sin\left(\frac{\pi}{2} u_2^2\right) + 2 \cos\left(\frac{\pi}{2} u_2^2\right) - \right. \\ \left. - \pi u_1^2 \sin\left(\frac{\pi}{2} u_1^2\right) - 2 \cos\left(\frac{\pi}{2} u_1^2\right) \right]$$

- (11) $T_3 = -8 \sqrt{\frac{\pi}{2}} B^2 \Phi''^2 (x + \Phi') \left[u_2 \sin \left(\frac{\pi}{2} u_2^2 \right) - S(u_2) - \right. \\ \left. - u_1 \sin \left(\frac{\pi}{2} u_1^2 \right) + S(u_1) \right];$
- (12) $T_4 = -4B^2 \Phi'' (x + \Phi')^2 \left[\sin \left(\frac{\pi}{2} u_2 \right)^2 - \sin \left(\frac{\pi}{2} u_1 \right)^2 \right];$
- (13) $T_5 = -\Phi''^3 B^2 \left[2\pi u_2^3 \sin \left(\frac{\pi}{2} u_2 \right)^2 + \frac{\pi}{2} u_2 \cos \left(\frac{\pi}{2} u_2 \right)^2 - \right. \\ \left. - \frac{\pi}{\sqrt{2}} C(u_2) - 2\pi u_1^3 \sin \left(\frac{\pi}{2} u_1 \right)^2 - \frac{\pi}{2} u_1 \cos \left(\frac{\pi}{2} u_1 \right)^2 + \frac{\pi}{\sqrt{2}} C(u_1) \right];$
- (14) $T_6 = -\sqrt{\Phi''^3} (x + \Phi') B^2 \left[\frac{\pi}{3} u_2^2 \sin \left(\frac{\pi}{2} u_2 \right)^2 + 0,9 \cos \left(\frac{\pi}{2} u_2 \right)^2 + \right. \\ \left. + \frac{\pi}{3} u_1^2 \sin \left(\frac{\pi}{2} u_1 \right)^2 - 0,9 \cos \left(\frac{\pi}{2} u_1 \right)^2 \right];$
- (15) $T_7 = -\Phi''^2 B^2 (x + \Phi')^2 \left[2,5 u_2 \sin \left(\frac{\pi}{2} u_2 \right)^2 - 2\pi S(u_2) - \right. \\ \left. - 2,5 u_1 \sin \left(\frac{\pi}{2} u_1 \right)^2 + 2\pi S(u_1) \right];$
- (16) $T_8 = S(u_2) - S(u_1);$
- (17) $T_9 = -2B^2 \Phi''^2 \left[-\pi u_2^2 \cos \left(\frac{\pi}{2} u_2^2 \right) + 2 \sin \left(\frac{\pi}{2} u_2^2 \right) + \right. \\ \left. + \pi u_1^2 \cos \left(\frac{\pi}{2} u_1^2 \right) - 2 \sin \left(\frac{\pi}{2} u_1^2 \right) \right];$
- (18) $T_{10} = -8B^2 \sqrt{\frac{\pi}{2}} \Phi''^3 (x + \Phi') \left[-u_2 \cos \left(\frac{\pi}{2} u_1^2 \right) + C(u_2) + \right. \\ \left. + u_1 \cos \left(\frac{\pi}{2} u_1^2 \right) - C(u_1) \right];$
- (19) $T_{11} = -4B^2 \Phi'' (x + \Phi')^2 \left[-\cos \left(\frac{\pi}{2} u_2^2 \right) + \cos \left(\frac{\pi}{2} u_1^2 \right) \right];$
- (20) $T_{12} = -\Phi''^3 B^2 \left[-2\pi u_2^3 \cos \left(\frac{\pi}{2} u_2 \right)^2 + \frac{\pi}{2} u_2 \sin \left(\frac{\pi}{2} u_2 \right)^2 - \right. \\ \left. - \frac{\pi}{\sqrt{2}} S(u_2) - 2\pi u_1^3 \cos \left(\frac{\pi}{2} u_1 \right)^2 + \frac{\pi}{2} u_1 \sin \left(\frac{\pi}{2} u_1 \right)^2 + \frac{\pi}{\sqrt{2}} S(u_1) \right];$
- (21) $T_{13} = -\sqrt{\Phi''^3} (x + \Phi') B^2 \left[1,1 u_2^2 \sin \left(\frac{\pi}{2} u_2 \right)^2 + 0,9 \cos \left(\frac{\pi}{2} u_2 \right)^2 - \right. \\ \left. - 1,1 u_1^2 \sin \left(\frac{\pi}{2} u_1 \right)^2 - 0,9 \cos \left(\frac{\pi}{2} u_1 \right)^2 \right];$
- (22) $T_{14} = -\Phi''^2 B^2 (x + \Phi') \left[-2,5 u_2 \cos \left(\frac{\pi}{2} u_2 \right)^2 + 2\pi C(u_2) + \right. \\ \left. + 2,5 u_1 \cos \left(\frac{\pi}{2} u_1 \right)^2 - 2\pi C(u_1) \right];$

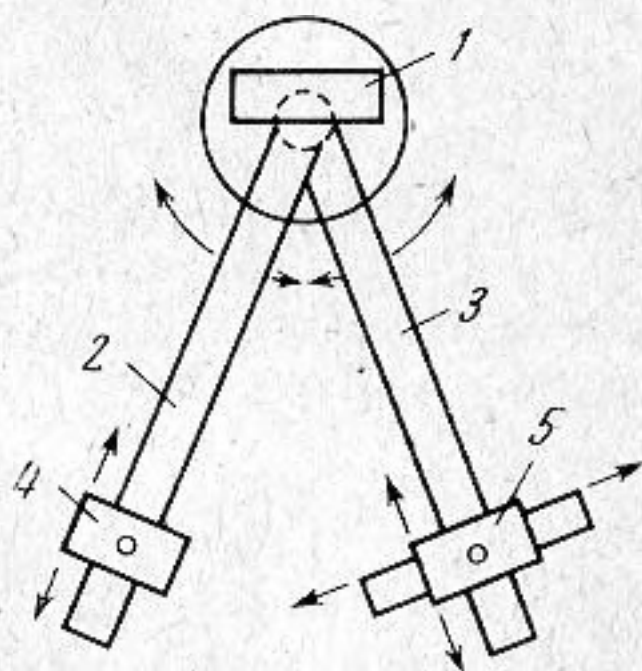
где $C(u)'$ и $S(u)'$ — интегралы Френеля от косинуса и синуса соответственно. Остальные параметры определялись экспериментально. Выражение (8) было запрограммировано для вычисления на ЭВМ.

Полученное выражение энергетического перераспределения в отраженном гауссовском пучке проверялось экспериментально. В установке использовалось стандартное импульсное устройство, причем сигнал от приемного преобразователя подавался на осциллоскоп. Специально были разработаны два прибора: гониометр и преобразователи. В условиях эксперимента как излучающий, так и приемный преобразователи располагались на гониометре и вся система помещалась в резервуар с водой.

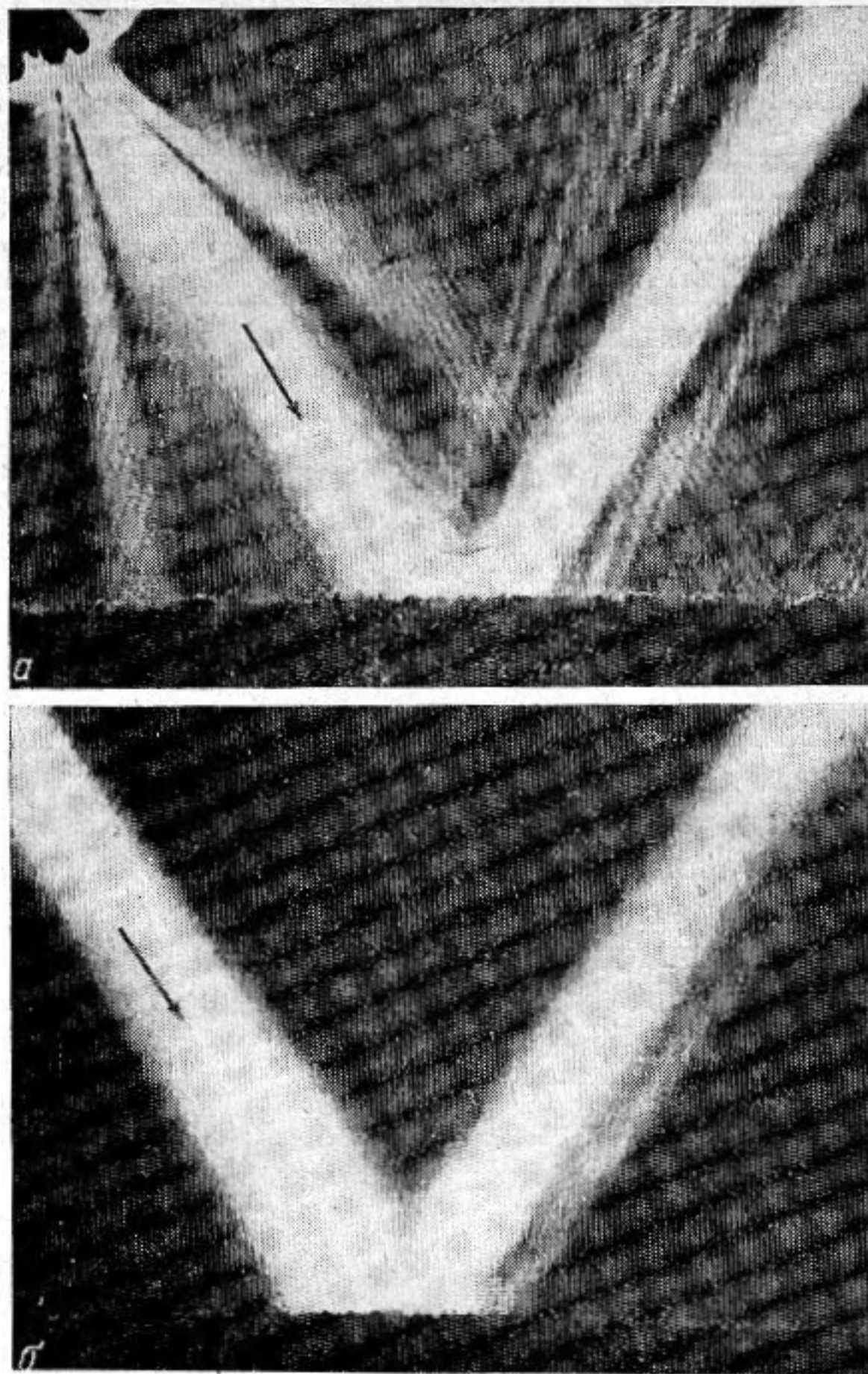
Схема гониометра приведена на фиг. 2. Система была сконструирована так, что поверхность образца (или отражателя) представляла вертикальную плоскость в центре окружности, образованной вращением двух рычагов. Шкала нониуса на каждом рычаге позволяла определять его угловое положение с точностью до $2'$. Оба рычага имели держатели для преобразователей, которые позволяли перемещать преобразователи на расстояние до 50 см в радиальном направлении. Кроме того, приемный преобразователь мог двигаться перпендикулярно рычагу (или радиусу). Такая система позволяла производить точный анализ отраженного пучка. Отражатели имели размеры $10 \times 5 \times 2,5$ см³, их поверхности были отшлифованы.

Особенности поведения ультразвуковой волны, отраженной от границы, зависят главным образом от распределения энергии в поперечном сечении падающего ультразвукового пучка (см. выражение (3)). Математическая интерпретация результатов упрощается, если распределение энергии в поперечном сечении падающего пучка описывается простым соотношением, таким, как гауссовская функция; в этом случае проще и экспериментальное исследование, что можно показать с помощью теневой фотографии. На фиг. 3, а показана теневая фотография ультразвукового пучка частоты 4 Мгц, излучаемого узким преобразователем и падающего под углом 35° на границу вода — алюминий. Этот пучок характеризуется ступенчатой функцией распределения амплитуды вблизи преобразователя. Трудность интерпретации экспериментальных результатов, возникающая из-за наличия дифракционных лепестков, здесь несомненна. На фиг. 3, б представлен ультразвуковой пучок почти такой же ширины и частоты с гауссовским распределением амплитуды по ширине. Этот пучок, излучаемый специально разработанным преобразователем [3], падает на ту же границу под тем же углом. Помимо отсутствия дифракционных лепестков, гауссовский ультразвуковой пучок имеет меньшую расходимость, чем ступенчатый.

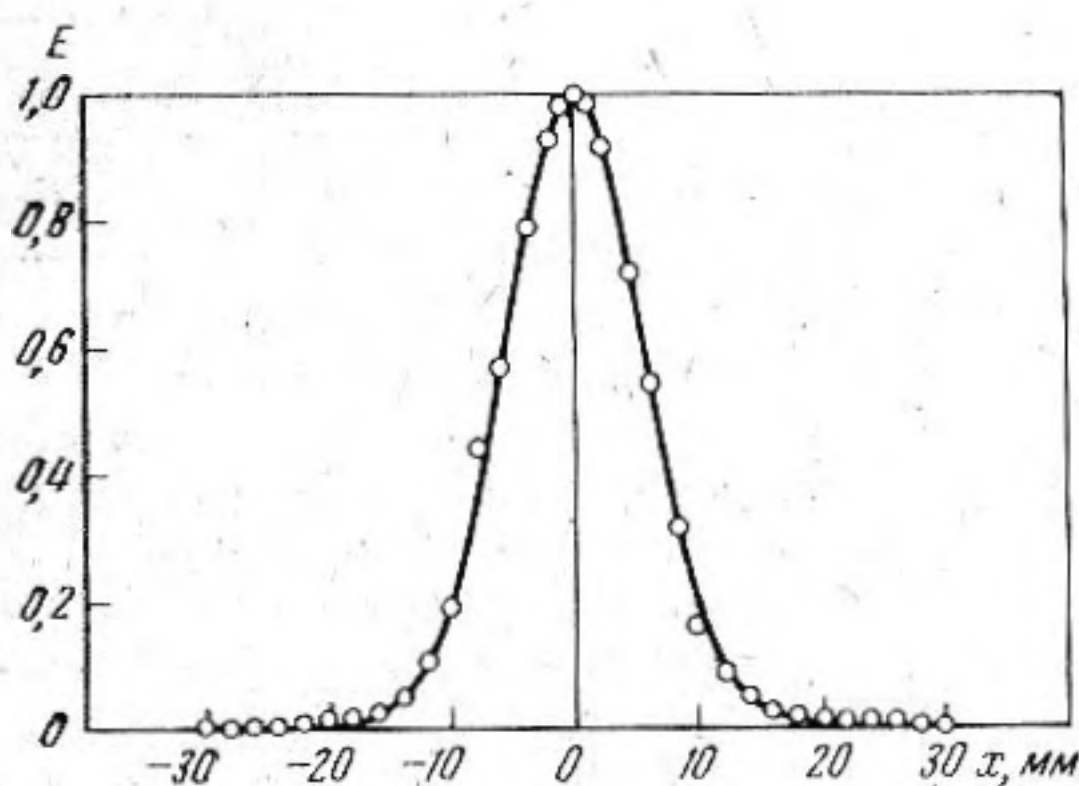
Гауссовское распределение было достигнуто с помощью узкого электрода у задней плоскости кварцевого преобразователя и заземления всей передней плоскости. Краевой эффект электрического поля в материале кварцевого преобразователя близко соответствует гауссовской функции, если отношение ширины W заднего электрода к толщине T преобразователя отвечает неравенству $2 < W/T < 4$. Профиль ультразвукового пучка, излученного такими преобразователями, проверяли с помощью гониометрической системы без образца. Все измерения с гониометрической системой проводились на частоте 2 Мгц. График распределения энергии, полученный при использовании новых преобразователей в качестве излучателя и приемника, представлен на фиг. 4. Экспериментальные точки хорошо



Фиг. 2. Экспериментальная установка (схема гониометра); 1 — образец (отражатель); 2, 3 — вращающиеся рычаги; 4 — подвижный излучающий преобразователь; 5 — подвижный приемный преобразователь



Фиг. 3. Теневые фотографии ультразвуковых пучков от двух различных преобразователей: *a* — с распределением амплитуды в виде ступенчатой функции, *б* — с гауссовским распределением амплитуды



Фиг. 4. Поперечное сечение ультразвукового пучка, излучаемого гауссовским преобразователем. Точки — экспериментальные значения; сплошная линия — расчетная гауссовская кривая

ложатся на кривую, соответствующую гауссовской функции вида Al^{-B^2} , где $A=1$, а $B=0,016$. Соответствие между экспериментальными точками и результатами расчета показывает, что ультразвуковой пучок, излучаемый новыми преобразователями, точно описывается гауссовской функцией.

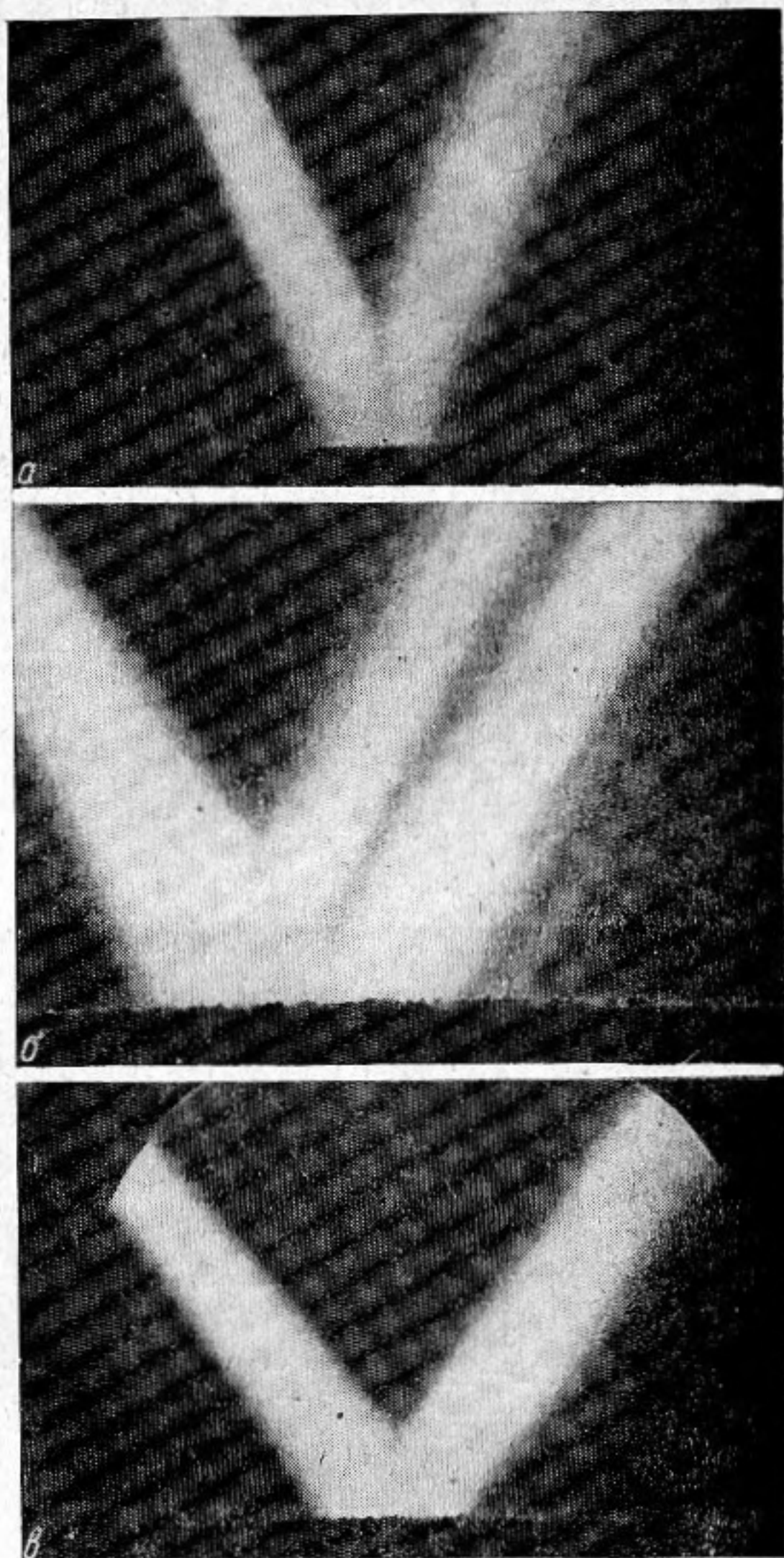
Чтобы можно было сравнить экспериментальные данные по распределению энергии в отраженном пучке с теоретическими, необходимо было определить величины Φ' и Φ'' . Помимо определения наклона измеренного

и вычисленного фазового сдвига Φ , выполненного ранее [5], можно определить величину Φ' непосредственно, измеряя «смещение», и сравнить полученные результаты с вычисленными по теории Бреховских. При этом величина Φ'' представляет наклон функции Φ' , для соответствующего угла падения.

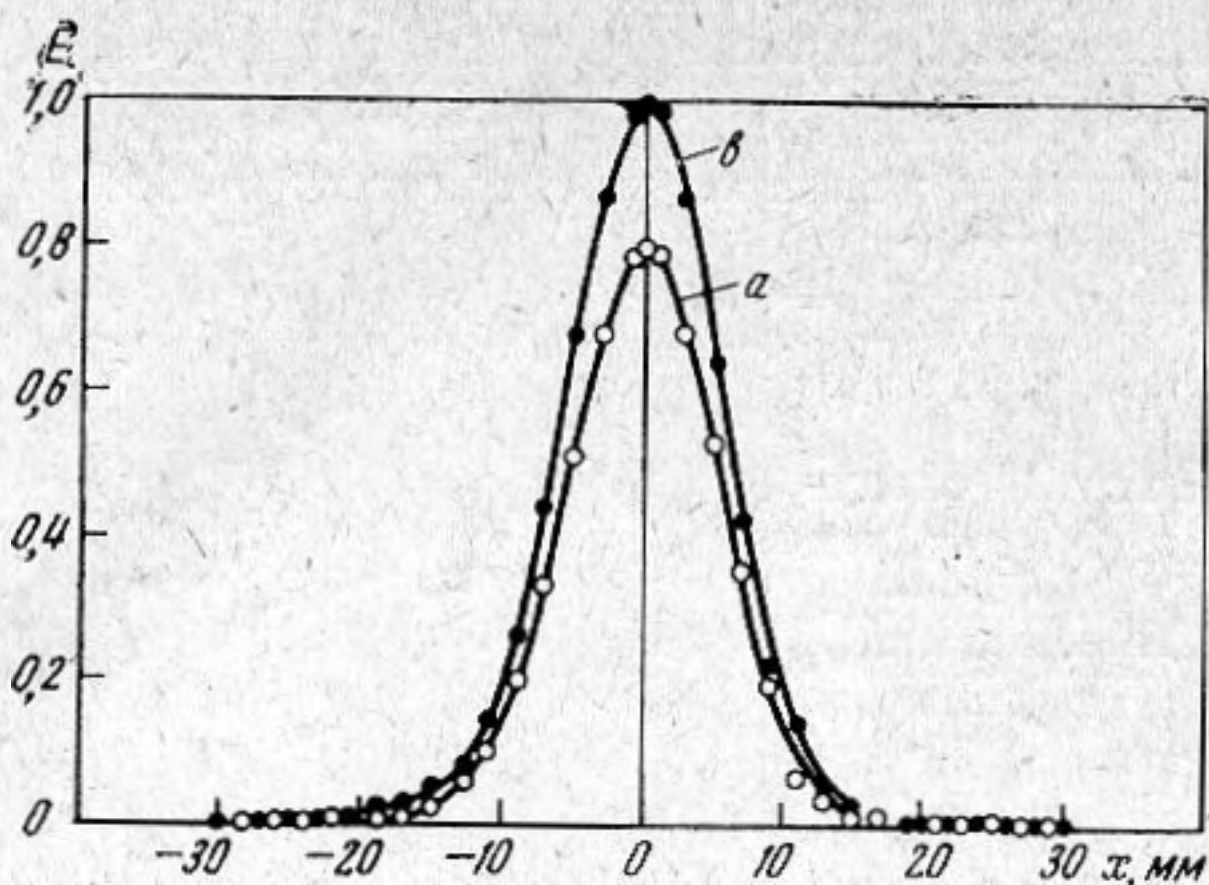
Из выражения (2) следует, что величина Φ' есть не что иное, как, «смещение» с противоположным знаком. Оно измеряется следующим образом. Плечо гониометра с излучателем устанавливается под требуемым углом падения, а приемное плечо вращается пока не возникнет максимальный сигнал на осциллоскопе. Затем приемный преобразователь смещается перпендикулярно приемному рычагу в обоих направлениях. Увеличение принимаемого сигнала показывает направление «смещения». Максимум принимаемого сигнала определяет положение смещенного пучка. Это смещение было измерено для различных углов падения. Ввиду того, что движение приемника было перпендикулярно радиусу, а не параллельно границе, как предполагается в теории, проводилась необходимая коррекция.

Перераспределение энергии лучше всего изучать путем измерения распределения энергии в отраженном пучке как под углом возбуждения поверхностных волн вдоль границы (максимальное смещение), так и под углами, для которых смещение незначительно. Измерения проводятся следующим образом. С помощью гониометра падающий пучок устанавливается соответственно выбранному углу падения. Приемное плечо устанавливается под тем же углом (отражения). Приемный преобразователь затем перемещается перпендикулярно приемному рычагу на 2 мм в обоих направлениях. Выходное напряжение с приемного преобразователя подается на осциллограф. Угол падения, соответствующий максимальному смещению, необходимо определять с большой точностью.

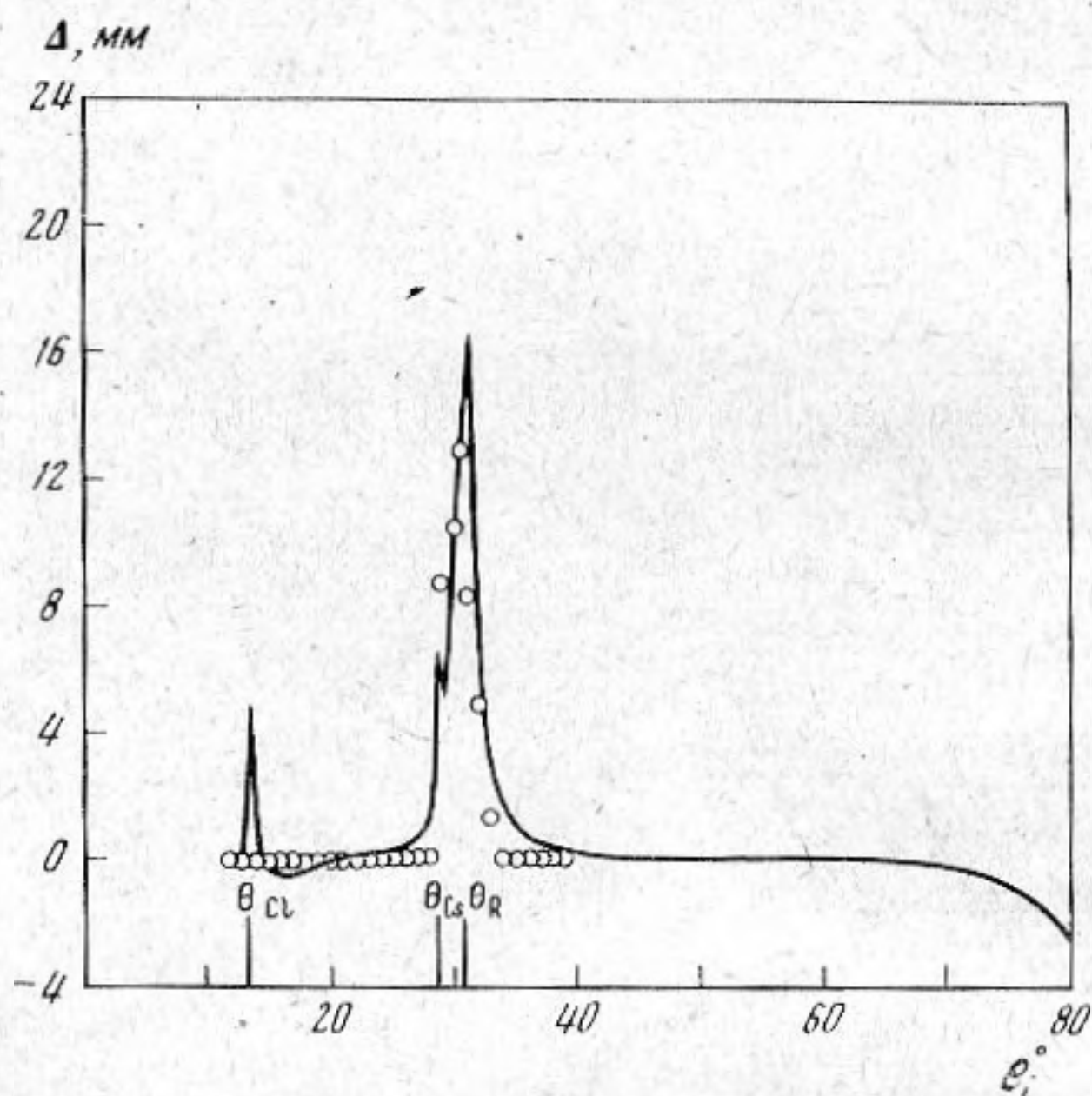
Тщательно выполненная теневая фотография показывает, что даже с преобразователями, излучающими падающий пучок с гауссовским распре-



Фиг. 5. Теневые фотографии перераспределения энергии в отраженном гауссовском ультразвуковом пучке: $a - \theta_i < \theta_R$; $б - \theta_i = \theta_R$; $в - \theta_i > \theta_R$. θ_R — угол возбуждения рэлеевских поверхностных волн

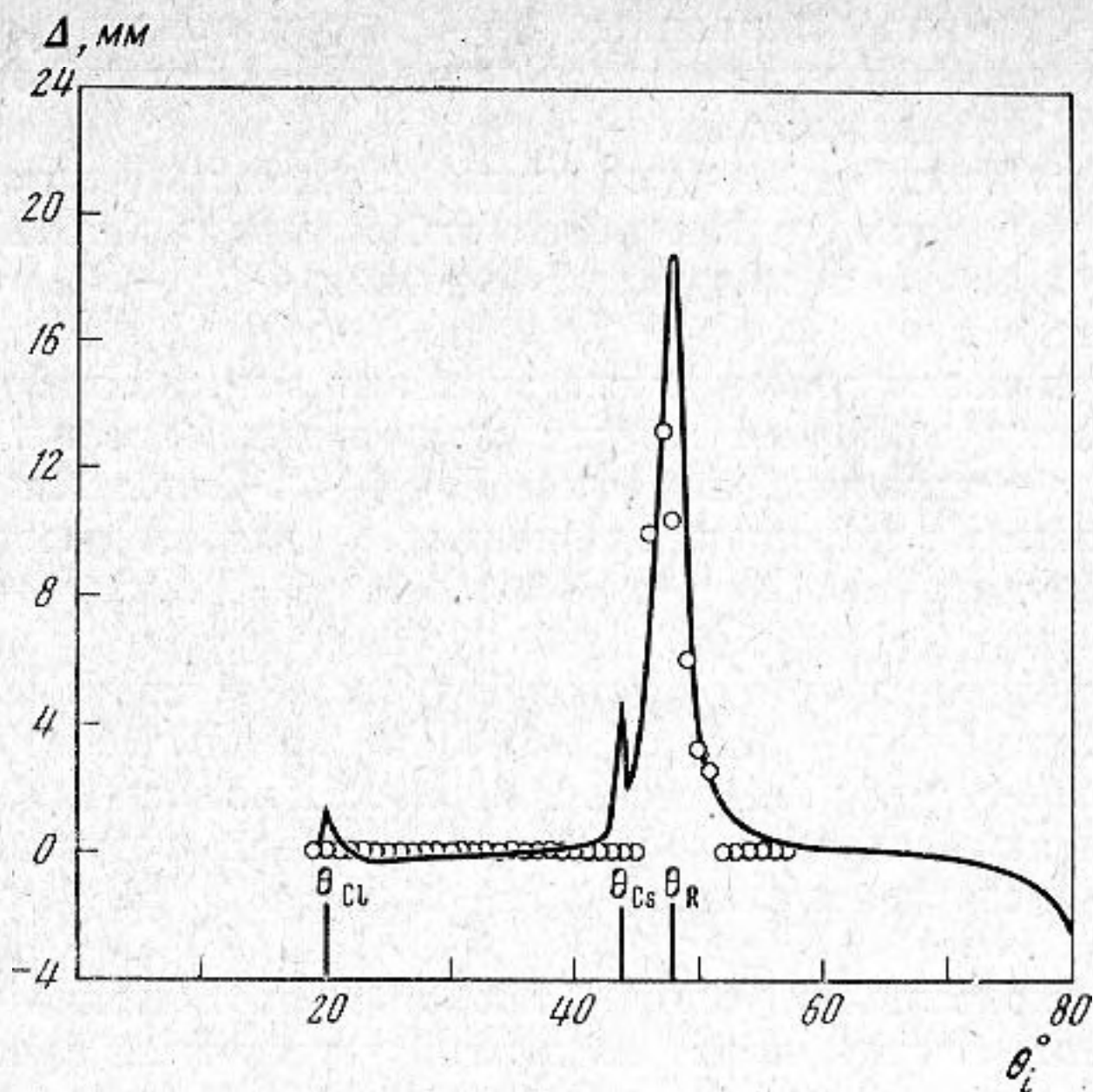


Фиг. 6. Поперечное сечение отраженных гауссовских пучков при $\theta_i < \theta_R$ (a) и $\theta_i > \theta_R$ (b)

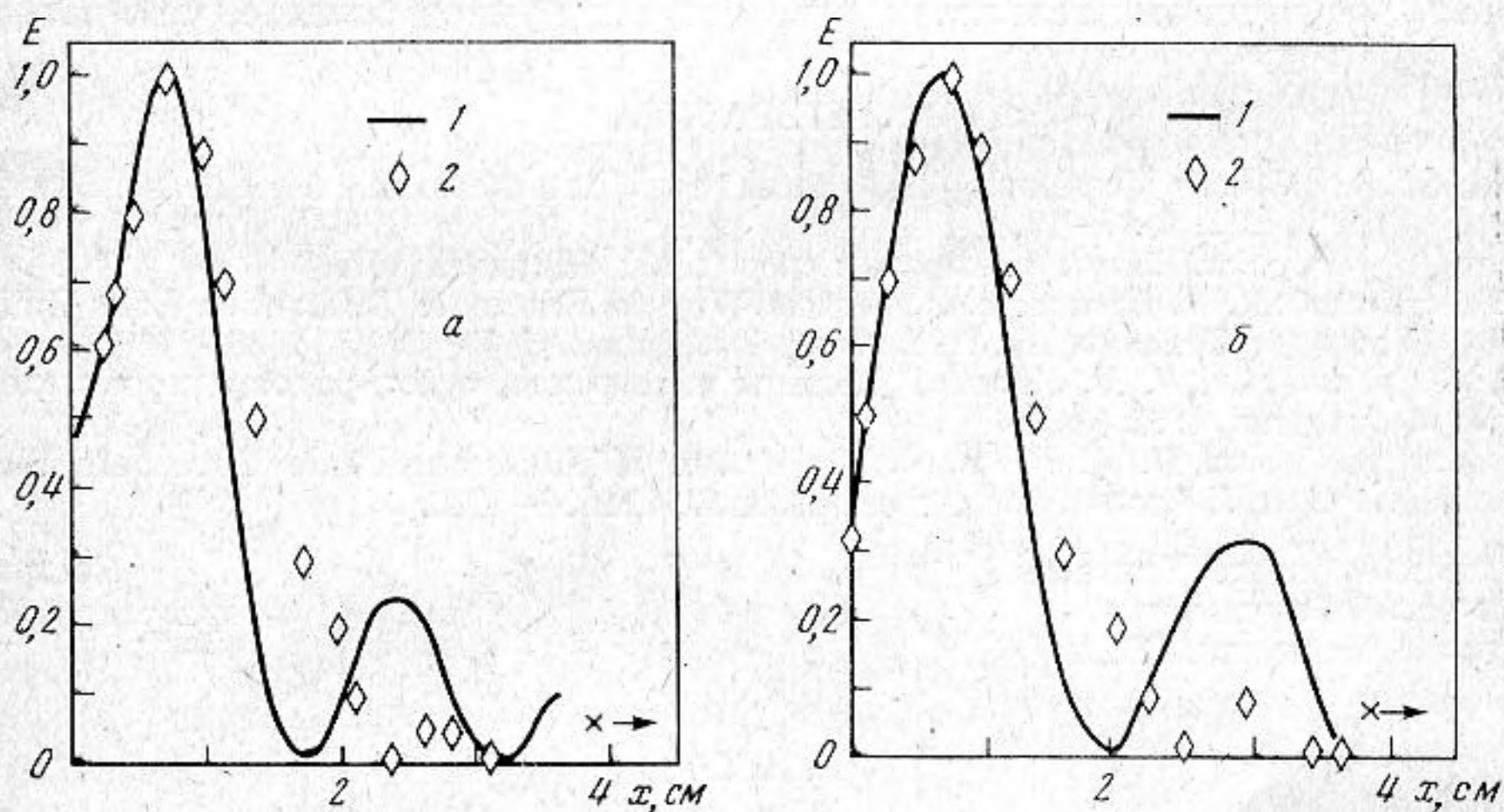


Фиг. 7. Сравнение величины Δ («смещение») и $-\Phi'$ (первая производная фазового сдвига при отражении) в функции угла падения для границы вода — алюминий

делением по энергии, при отражении могут появиться многочисленные пучки в случае, когда угол падения θ_i соответствует углу θ_m возбуждения поверхностной волны вдоль границы раздела (максимальное смещение). Это показано на фиг. 5, б для границы вода — латунь. На фиг. 5, а и 5, в представлены теневые фотографии для углов падения меньше и больше данного угла соответственно. Данные анализа отраженных пучков с помощью гониометрической схемы для углов, соответствующих фиг. 5, а и 5, в, показаны на фиг. 6. Угол падения, равный 10° , много меньше, чем продольный критический угол для латуни; угол 54° — много больше угла возбуждения поверхностных волн. Непосредственные вычисления по упрощенной теории дают коэффициент отражения по энергии 80% при $\theta_i = 10^\circ$ и 100% при $\theta_i = 54^\circ$. Эти значения соответствуют максимумам кривых на фиг. 6.



Фиг. 8. Сравнения величин Δ и $-\Phi'$ для границы вода — латунь



Фиг. 9, а, б. Перераспределение энергии в гауссовском ультразвуковом пучке, отраженном от границы вода — алюминий при $\theta_i = \theta_R$. 1 — расчетная кривая, 2 — экспериментальные значения

«Смещение» отраженного пучка в направлении, параллельном границе, в зависимости от угла падения, определялось для границ раздела вода — алюминий и вода — латунь. Результаты показаны на фиг. 7 и 8. Экспериментальные результаты представлены точками, а кривые являются результатом вычислений, выполненные на основе теории Бреховских. На этих кривых отмечены значения критического угла для продольной волны в твердом теле (θ_{cl}) и для сдвиговой волны в твердом теле (θ_{cs}), а также оптимальный угол для возбуждения поверхностной волны на границе (θ_R). Максимальное смещение основного пучка имеет место при угле θ_R . Кроме того, при θ_R возникает перераспределение энергии, как показано на фиг. 5, б. Графики фиг. 7 и 8 представляют величину Φ' с обратным знаком, определяемую уравнением (2). Для дальнейшего сравнения теории с экспериментом наиболее важно максимальное значение Φ' , достигаю-

щесся при $\theta_R=30,5$ для алюминия и $\theta_R=47,0^\circ$ для латуни. Это значение, используемое в расчетах уравнения (8) на ЭВМ, составляло 14,5 мм для алюминия и -16,5 мм для латуни.

Из кривых на фиг. 7 и 8 можно также определить величину Φ'' , хотя такое определение значительно менее точно. В вычислениях на ЭВМ уравнения (8) использовались следующие значения Φ_R'' : -5 мм² для алюминия и -7 мм² для латуни.

На фиг. 9а показаны измеренные значения энергии в функции положения приемного преобразователя для ультразвуковой волны, отраженной от границы вода - алюминий под углом $\theta_R=30,5^\circ$. Сплошная кривая - результат вычисления с помощью уравнения (8) для следующих значений различных параметров: $\Phi'=-14,8$ мм, $\Phi''=-5$ мм², $a=8$ мм, $A=l$, $B=0,016$.

Перераспределение энергии в ультразвуковом гауссовском пучке, отраженном от границы вода - латунь, показано на фиг. 9б. Угол падения равен оптимальному углу генерации поверхностной волны: $\theta_R=47,0^\circ$. Теоретическая кривая рассчитана по уравнению (8) для следующих значений, определенных экспериментально: $\Phi'=-16,5$ мм, $\Phi''=-7$ мм², $a=8$ мм, $A=l$ и $B=0,016$.

Как экспериментальные точки, так и теоретические кривые на фиг. 9, а, б свидетельствуют, что падающий гауссовский пучок при отражении под углом оптимальной генерации поверхностной волны разбивается на несколько пучков, два из которых можно было обнаружить при движении приемного преобразователя. Теневая фотография фиг. 5, б показывает, что в действительности отраженных пучков больше, чем два.

ЛИТЕРАТУРА

1. A. Schoch. Seitliche Versetzung eines total reflektierten Strahles bei Ultraschallwellen. *Acustica*, 1952, 2, 1, 18-19.
2. Л. М. Брежневских. Волны в слоистых средах. М., «Наука», 1957.
3. F. D. Martin, M. A. Breazeale. A Simple Way to Eliminate Diffraction Lobes Emitted by Ultrasonic Transducers, *J. Acoust. Soc. Amer.*, 1971, 49, 5, 1668-1669.
4. И. С. Градштейн, И. М. Рыжик. Таблицы интегралов, сумм, рядов и произведений. М., Физматгиз, 1962.
5. A. L. Van Buren, M. A. Breazeale. Reflection of Finite-amplitude Ultrasonic Waves. I. Phase shift. *J. Acoust. Soc. Amer.*, 1968, 44, 4, 1014-1020.

Университет штата Теннесси,
Физический факультет
Ноксвилл, Теннесси, США

Поступила
4 февраля 1974 г.