

УДК 534.87

**ОПТИМАЛЬНОЕ ОБНАРУЖЕНИЕ АКУСТИЧЕСКИХ СИГНАЛОВ
В ПОЛЕ ЛОКАЛЬНЫХ ИСТОЧНИКОВ ПОМЕХ**

К. А. Барццкий, А. Н. Деменин

Методами теории абсолютной непрерывности вероятностных мер решается задача оптимального обнаружения акустического сигнала в поле локальных точечных источников помех при наличии, кроме того, сферически изотропного шумового поля.

Проблема обнаружения акустических сигналов рассматривалась в работах, относящихся к двум основным направлениям: 1) исследования по оптимальному обнаружению акустических сигналов как значительный раздел современной статистической теории обнаружения [1, 2]; 2) математическое описание свойств акустических сигналов, изучение корреляционных зависимостей и других важных характеристик, обуславливающих возможность обнаружения сигналов [3-5].

Ниже рассматривается задача оптимального обнаружения акустического сигнала в поле локальных точечных источников помех при наличии, кроме того, сферически изотропного шумового поля. При этом используются методы теории абсолютной непрерывности вероятностных мер, соответствующих случайным полям. Рассматриваемая задача может служить удобной моделью при решении многих практических вопросов.

Пусть $\xi(N, t)$ — случайное поле звукового давления, создаваемое источником N и заданное с помощью следующего стохастического интеграла:

$$(1) \quad \xi(N, t) = \frac{A}{r} \int_{-\infty}^{\infty} \exp \left[i\omega \left(\frac{r}{c} - t \right) - i \frac{\pi}{2} \right] \frac{\zeta(d\omega)}{|\omega|},$$

где ω — циклическая частота, c — скорость звука, A — постоянная, $\zeta(d\omega)$ — некоторая спектральная мера, причем

$$(2) \quad M\zeta(d\omega) = 0, \quad M\zeta(d\omega)\zeta(d\lambda) = \begin{cases} \Phi(\omega), & \omega = \lambda, \\ 0, & \omega \neq \lambda. \end{cases}$$

Здесь M — символ математического ожидания, а $\Phi(\omega)$ — некоторая неслучайная четная функция от ω , определенная при всех $-\infty < \omega < \infty$. Рассмотрим два ненаправленных точечных приемника с координатами $P_1 \left(0, -\frac{d}{2}, 0 \right)$ и $P_2 \left(0, \frac{d}{2}, 0 \right)$, расположенных в поле локального

источника помехи $N(x, y, z)$ (фиг. 1). Можно показать, что случайное поле $\xi(N, t)$ в точках приема P_k ($k=1, 2$) представимо в виде

$$(3) \quad \xi_k(t) = A_r \int_{-\infty}^{\infty} \exp \left[i\omega \left(\frac{r}{c} \pm \frac{\gamma}{c} - t \right) - i \frac{\pi}{2} \right] \frac{\zeta(d\omega)}{|\omega|} \quad k=1, 2,$$

где

$$(4) \quad A_r = A/r, \quad \gamma = \frac{d}{2} \cos \theta \sin \varphi,$$

а θ и φ — угловые координаты точки N . В выражении (3) знак «плюс» соответствует значению индекса $k=1$, а знак «минус» — значению индекса $k=2$.

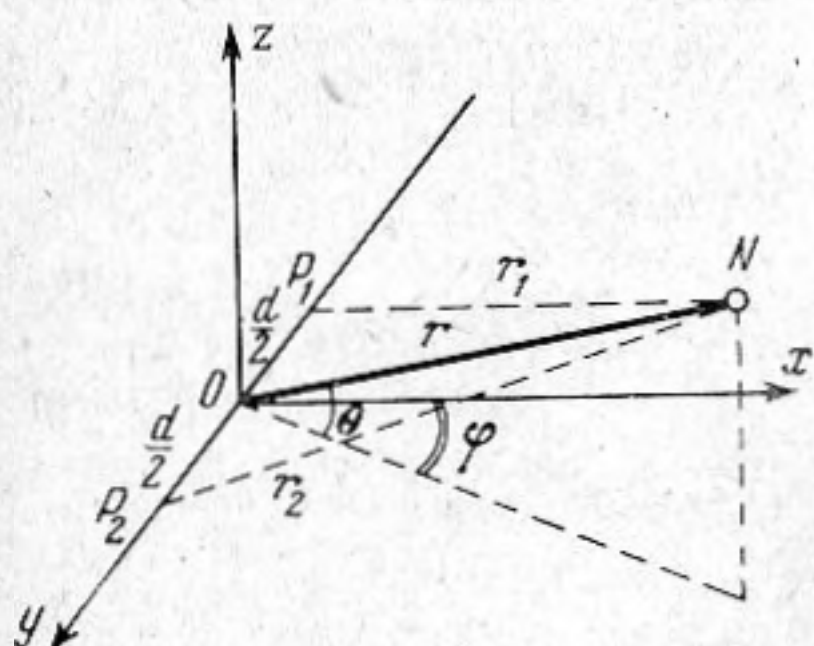
Обозначим через $L_2^*(-\infty, \infty)$ пространство непрерывных комплексных функций $x(t)$, $t \in (-\infty, \infty)$, таких, что

$$\|x\|^2 = \int_{-\infty}^{\infty} |x(t)|^2 dt < \infty.$$

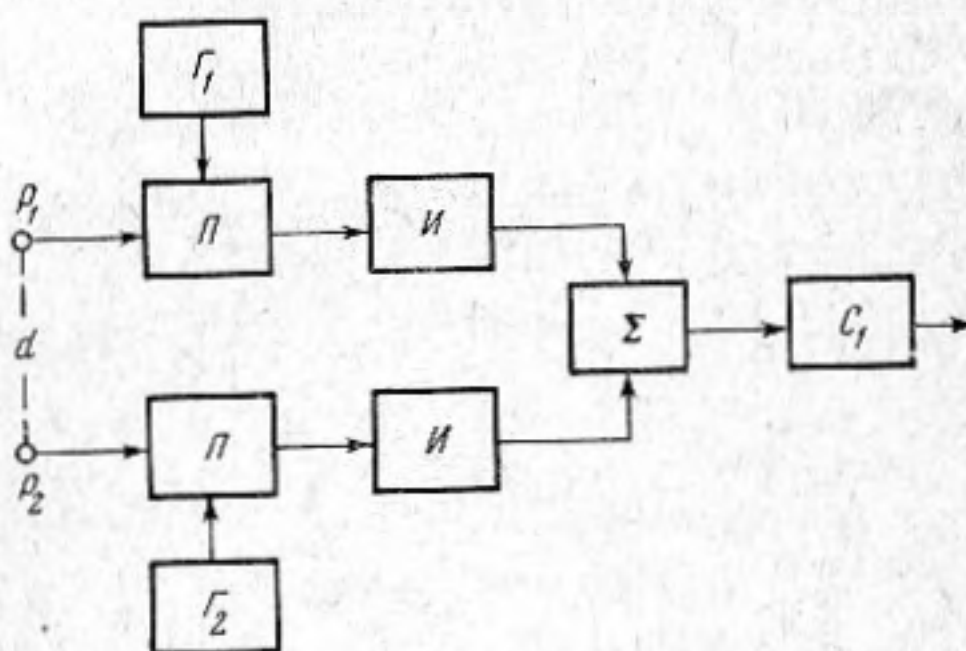
Введем скалярное произведение в пространстве $L_2^*(-\infty, \infty)$ с помощью следующего соотношения:

$$(5) \quad (x, y^*) = \int_{-\infty}^{\infty} x(t) y^*(t) dt, \quad x, y \in L_2^*(-\infty, \infty),$$

где $y^*(t)$ — функция, комплексно-сопряженная по отношению к $y(t)$. Будем предполагать, что выборочные функции случайного поля $\xi(N, t)$



Фиг. 1



Фиг. 2

в каждой точке пространства являются элементами пространства $L_2^*(-\infty, \infty)$. Тогда пространственно-временная корреляционная функция случайного поля $\xi(N, t)$ в точках приема будет

$$(6) \quad \bar{R}_{kj}(\tau) = \int_{-\infty}^{\infty} e^{-i\omega\tau} f_{kj}(\omega) d\omega, \quad k, j=1, 2, \quad \tau=t-s,$$

где

$$(7) \quad f_{kk}(\omega) = \frac{A_r^2}{\omega^2} \Phi(\omega), \quad k=1, 2,$$

$$f_{12}(\omega) = \frac{A_r^2}{\omega^2} e^{2i\omega\gamma/c} \Phi(\omega), \quad f_{21}(\omega) = \frac{A_r^2}{\omega^2} e^{-2i\omega\gamma/c} \Phi(\omega).$$

Пространственно-временная корреляционная функция $R_{kj}(\tau)$ ($k, j=1, 2$) сферически изотропного шумового поля также может быть написана в виде, аналогичном формуле (6), со спектральной плотностью

$$f_{kk}(\omega) = \frac{A_r^2}{\omega^2} \Phi(\omega), \quad k=1, 2,$$

$$(8) \quad f_{12}(\omega) = f_{21}(\omega) = \frac{A_r^2}{\omega^2} \frac{\sin \omega d/c}{\omega d/c} \Phi(\omega).$$

Рассмотрим следующую задачу. Пусть в пространстве существует n локальных точечных источников $N_k(r_k, \theta_k, \varphi_k)$ ($k=1, \dots, n$) и сферически изотропное шумовое поле $\xi(r, t)$. Предположим, что спектральные меры $\xi_k(d\omega)$ ($k=1, \dots, n$) и $\xi(d\omega)$ являются независимыми гауссовскими процессами со спектральными плотностями соответственно $\Phi_k(\omega)$ ($k=1, \dots, n$) и $\Phi(\omega)$, вследствие чего рассматриваемые поля $\xi(N_k, t)$ и $\xi(r, t)$ являются независимыми гауссовскими полями.

Пусть в некоторой точке $S(\rho, \theta_c, \varphi_c)$ имеется точечный источник полезного сигнала. Обозначим через $s_k(t)$ поле давления источника S в точках приема P_k ($k=1, 2$). Тогда,

$$(9) \quad s_k(t) = \int_{-\infty}^{\infty} \exp \left[-i\omega t + i \frac{\omega \rho}{c} - i \frac{\pi}{2} \right] \exp \left(\pm i \frac{\omega q}{c} \right) g(\omega) d\omega,$$

где

$$(10) \quad q = \frac{d}{2} \sin \varphi_c \cos \theta_c,$$

$$(11) \quad g(\omega) = \frac{Q_\rho}{|\omega|} a(\omega), \quad Q_\rho = \frac{Q}{\rho},$$

$a(\omega)$ — некоторая известная функция от ω ; Q — постоянная. Обозначим через $B_{kj}(\tau)$ ($k, j=1, 2$) пространственно-временную корреляционную функцию помехи в точках приема P_k ($k=1, 2$). Учитывая формулы (7) и (8), имеем

$$(12) \quad B_{kj}(\tau) = \int_{-\infty}^{\infty} e^{-i\omega\tau} \varphi_{kj}(\omega) d\omega, \quad k, j=1, 2,$$

где

$$\varphi_{kk}(\omega) = f(\omega) + \sum_{s=1}^n \Lambda_s(\omega), \quad k=1, 2,$$

$$(13) \quad \varphi_{12}(\omega) = f(\omega) \frac{\sin \omega d/c}{\omega d/c} + \sum_{s=1}^n \Lambda_s(\omega) e^{-2i\omega\gamma_s/c},$$

$$\varphi_{21}(\omega) = f(\omega) \frac{\sin \omega d/c}{\omega d/c} + \sum_{s=1}^n \Lambda_s(\omega) e^{-2i\omega\gamma_s/c}.$$

Здесь использованы следующие обозначения: $\Lambda_s(\omega) = \frac{A_{r_s}^2}{\omega^2} \Phi_s(\omega)$,

$$\gamma_s = \frac{d}{2} \sin \varphi_s \cos \theta_s, \quad s=1, \dots, n, \quad f(\omega) = \frac{A_r^2}{\omega^2} \Phi(\omega).$$

Найдем оптимальную систему обнаружения поля сигнала $s(S, t)$

в поле помех $\sum_{s=1}^n \xi(N_s, t)$ и $\xi(r, t)$. С этой целью рассмотрим две гипотезы.

Гипотеза H_1 соответствует случаю наличия сигнала в точках приема, альтернативная гипотеза H отвечает случаю отсутствия сигнала. Обозначим через $\psi(z_1, z_2)$ характеристический функционал, соответствующий полю помехи в точках приема P_k ($k=1, 2$), $\psi(z_1, z_2) = M \exp [i(\xi_1, z_1^*) + i(\xi_2, z_2^*)]$. Здесь $z_1(t)$ и $z_2(t)$ — некоторые функции, принадлежащие пространству $L_2^*(-\infty, \infty)$, а через (\dots, \dots) обозначено скалярное произ-

ведение в пространстве $L_2^*(-\infty, \infty)$ (5). Так как рассматриваемые поля являются гауссовскими, то

$$\psi(z_1, z_2) = \exp \left\{ -\frac{1}{2} [(B_{11}z_1, z_1^*) + (B_{12}z_2, z_1^*) + (B_{21}z_1, z_2^*) + (B_{22}z_2, z_2^*)] \right\}.$$

Обозначим через $\psi_1(z_1, z_2)$ характеристический функционал случайного поля в точках приема, соответствующий гипотезе H_1 . Легко видеть, что

$$\psi_1(z_1, z_2) = \exp [i \operatorname{Re}(s_1, z_1^*) + i \operatorname{Re}(s_2, z_2^*)] \psi(z_1, z_2),$$

где через $\operatorname{Re}(s_k, z_k^*)$ обозначена действительная часть функционала (s_k, z_k^*) ($k=1, 2$).

Введем в рассмотрение функционал плотности вероятностных мер (отношение правдоподобия) $l(x_1, x_2)$, $x_k(t) \in L_2^*(-\infty, \infty)$, $k=1, 2$.

Для рассматриваемой задачи отношение правдоподобия $l(x_1, x_2)$ естественно определять в виде

$$(14) \quad l(x_1, x_2) = F \exp \{ (x_1, b_1^*) + (x_2, b_2^*) \}$$

где $b_k(t)$ ($k=1, 2$) — некоторые функции, а F — постоянная. Функционал $l(x_1, x_2)$ должен удовлетворять соотношению

$$(15) \quad \psi_1(z_1, z_2) = M \exp [i(\xi_1, z_1^*) + i(\xi_2, z_2^*)] l(\xi_1, \xi_2).$$

Подставив в формулу (15) выражение для $l(x_1, x_2)$, имеем

$$(16) \quad \exp [i \operatorname{Re}(s_1, z_1^*) + i \operatorname{Re}(s_2, z_2^*)] = F \exp \left\{ \frac{1}{2} [(B_{11}b_1, z_1^*) + (B_{12}b_2, z_1^*) + (B_{11}z_1, b_1^*) + (B_{12}z_2, b_1^*) + (B_{21}z_1, b_2^*) + (B_{22}z_2, b_2^*) + (B_{21}b_1, z_2^*) + (B_{22}b_2, z_2^*)] \right\}.$$

Постоянная F будет

$$(17) \quad F = \exp \left\{ -\frac{1}{2} [(B_{11}b_1, b_1^*) + (B_{12}b_2, b_1^*) + (B_{21}b_1, b_2^*) + (B_{22}b_2, b_2^*)] \right\}.$$

Представим $\operatorname{Re}(s_k, z_k^*)$ как

$$(18) \quad \operatorname{Re}(s_k, z_k^*) = \frac{1}{2} [(s_k, z_k^*) + (z_k, s_k^*)], \quad k=1, 2.$$

Подставляя выражение (18) в формулу (16) и приравнивая последовательно члены, содержащие z_k и z_k^* ($k=1, 2$), мы получим системы интегральных уравнений, из которых могут быть найдены функции $b_k(t)$:

$$(19) \quad B_{11}b_1 + B_{12}b_2 = s_1, \quad B_{21}b_1 + B_{22}b_2 = s_2.$$

Аналогично,

$$(20) \quad \bar{B}_{11}b_1^* + \bar{B}_{21}b_2^* = s_1^*, \quad \bar{B}_{12}b_1^* + \bar{B}_{22}b_2^* = s_2^*.$$

Здесь через \bar{B}_{kj} ($k, j=1, 2$) обозначен оператор B_{kj} с ядром $B_{kj}(-\tau)$. Заметим, что система интегральных уравнений (20) может быть сведена к системе (19) с помощью комплексно-сопряженной операции, примененной к левой и правой частям уравнения (20). При этом учитывается, что

$$\bar{B}_{kk}^* = B_{kk}, \quad k=1, 2, \quad \bar{B}_{12}^* = B_{21}, \quad \bar{B}_{21}^* = B_{12}.$$

Решим систему интегральных уравнений (19). С этой целью применим оператор B_{11}^{-1} к первому уравнению, а B_{21}^{-1} — ко второму, затем, вычитая из первого уравнения второе, получим операторное уравнение для b_2 ; аналогично может быть найдено b_1 .

Таким образом,

$$b_1 = [B_{12}^{-1}B_{11} - B_{22}^{-1}B_{21}]^{-1}(B_{12}^{-1}s_1 - B_{22}^{-1}s_2),$$

$$b_2 = [B_{11}^{-1}B_{12} - B_{21}^{-1}B_{22}]^{-1}(B_{11}^{-1}s_1 - B_{21}^{-1}s_2).$$

Воспользуемся выражением (12). С помощью интегрального преобразования Фурье для операторов B_{kj} ($k, j=1, 2$) можно показать [6], что

$$(21) \quad b_k(t) = \int_{-\infty}^{\infty} e^{-i\omega t} \lambda_k(\omega) d\omega \quad (k=1, 2)$$

где

$$\lambda_1(\omega) = \frac{g(\omega)}{G(\omega)} \exp \left[\frac{i\omega\rho}{c} - i\frac{\pi}{2} \right] [\varphi_{22}(\omega) e^{i\omega q/c} - \varphi_{12}(\omega) e^{-i\omega q/c}],$$

$$\lambda_2(\omega) = \frac{g(\omega)}{G(\omega)} \exp \left[\frac{i\omega\rho}{c} - i\frac{\pi}{2} \right] [\varphi_{11}(\omega) e^{i\omega q/c} - \varphi_{21}(\omega) e^{-i\omega q/c}].$$

Функции $\varphi_{kj}(\omega)$ ($k, j=1, 2$) определяются из выражений (13), а

$$(22) \quad G(\omega) = \varphi_{11}(\omega)\varphi_{22}(\omega) - \varphi_{12}(\omega)\varphi_{21}(\omega).$$

Подставляя в формулу (22) значения $\varphi_{kj}(\omega)$ ($k, j=1, 2$) из формулы (13), получим

$$(23) \quad G(\omega) = f^2(\omega) \left[1 - \frac{\sin^2 \omega d/c}{(\omega d/c)^2} \right] + 2f(\omega) \sum_{j=1}^n \Lambda_j(\omega) \left[1 - \frac{\sin \omega d/c}{\omega d/c} \cos \frac{2\omega\gamma_j}{c} \right] + \\ + 2 \sum_{k \neq j}^n \Lambda_k(\omega) \Lambda_j(\omega) \sin^2 \frac{\omega}{c} (\gamma_k - \gamma_j).$$

Введем обозначение

$$(24) \quad \varphi^2 = (s_1, b_1^*) + (s_2, b_2^*).$$

Параметр φ^2 играет важную роль при исследовании задачи оптимального обнаружения сигнала. Поэтому в дальнейшем для φ^2 будет использоваться термин «параметр обнаружения». Подставляя выражение (19) в формулу (24), имеем

$$(25) \quad \varphi^2 = (B_{11}b_1, b_1^*) + (B_{12}b_2, b_1^*) + (B_{21}b_1, b_2^*) + (B_{22}b_2, b_2^*).$$

Сравнивая формулы (25) и (17) и учитывая определение (14), получим выражение для отношения правдоподобия

$$(26) \quad l(x_1, x_2) = e^{-\varphi^2/2} \exp [(x_1, b_1^*) + (x_2, b_2^*)].$$

Для параметра обнаружения φ^2 справедливо следующее соотношение, которое легко может быть найдено из формулы (24):

$$(27) \quad \varphi^2 = 2 \int_{-\infty}^{\infty} \frac{|g(\omega)|^2}{G(\omega)} \left[f(\omega) \left(1 - \frac{\sin \omega d/c}{\omega d/c} \cos \frac{2\omega q}{c} \right) + \right. \\ \left. + 2 \sum_{s=1}^n \Lambda_s(\omega) \sin^2 \frac{\omega}{c} (\gamma_s - q) \right] d\omega,$$

где $g(\omega)$ — спектральная плотность сигнала (11), а $G(\omega)$ определяется из формулы (23).

В соответствии с формулой (26) оптимальный приемник обнаружения представляет собой двухканальную систему обработки входных реализаций $x_k(t)$ ($k=1, 2$) (фиг. 2). Генераторы опорных сигналов G_1 и G_2 формируют сигналы со спектральными плотностями соответственно $\lambda_1^*(\omega)$ и $\lambda_2^*(\omega)$. Сформированные сигналы перемножаются с выборочными функциями случайного поля соответственно в точках P_1 и P_2 и интегрируются. Полученные результаты суммируются и подаются на вход порогового устройства c_1 , уровень которого устанавливается равенством

$$(28) \quad c_1 = \varphi^2/2 + \ln c_0,$$

где c_0 — некоторая неотрицательная константа, задающая критическую область максимальной мощности. При превышении порогового уровня c_1 принимается решение о наличии сигнала (справедлива гипотеза H_1), в противном случае принимается альтернативная гипотеза H . Вероятности ошибок первого и второго рода, возникающие при принятии решения, имеют вид, аналогичный получаемому в случае обнаружения известного сигнала на фоне гауссовской помехи [1]. При синтезе оптимального приемника существенно используются следующие априорные характеристики помехи и сигнала: спектральные плотности сферически изотропного шумового поля, локальных шумовых полей и сигнала, сферические координаты локальных источников помех и сигнала, а также расстояние между точечными приемниками P_k ($k=1, 2$).

В качестве примера рассмотрим задачу оптимального обнаружения узкополосного звукового сигнала. Пусть в пространстве имеется два локальных точечных источника $N_k(r_k, \theta_k, \varphi_k)$ ($k=1, 2$) и сферически изотропное шумовое поле $\xi(r, t)$. Предположим, что спектральные плотности $\Phi_k(\omega) = \Phi(\omega)$ ($k=1, 2$), а функция $a(\omega)$, характеризующая полезный сигнал, сосредоточена на интервале $\left[\omega_0 - \frac{\Delta\omega}{2}, \omega_0 + \frac{\Delta\omega}{2} \right]$, $\frac{\Delta\omega}{\omega_0} < 1$, т. е.

$$(29) \quad a(\omega) = \begin{cases} a(\omega), & \omega \in \left[\omega_0 - \frac{\Delta\omega}{2}, \omega_0 + \frac{\Delta\omega}{2} \right], \\ 0, & \omega \notin \left[\omega_0 - \frac{\Delta\omega}{2}, \omega_0 + \frac{\Delta\omega}{2} \right]. \end{cases}$$

Введем следующие обозначения:

$$(30) \quad \rho^2 = Q_0^2/A_r^2, \quad \rho_k^2 = A_{r_k}^2/A_r^2, \quad k=1, 2.$$

Пусть $\rho_k^2 < 1$ ($k=1, 2$), а расстояние между приемниками выбрано таким, что $\frac{\omega_0 d}{c} \gg 1$.

Вычислим значение параметра обнаружения φ^2 . С этой целью рассмотрим функцию $G(\omega)$, заданную соотношением (23). Так как при сделанных предположениях

$$\left| \frac{\sin \frac{\omega d}{c}}{\omega d/c} \cos \frac{2\omega \gamma_j}{c} \right| \ll 1, \quad j=1, 2,$$

$$\left| \frac{\sin^2 \frac{\omega d}{c}}{\left(\frac{\omega d}{c}\right)^2} \right| \ll 1, \quad \omega \in \left[\omega_0 - \frac{\Delta\omega}{2}, \omega_0 + \frac{\Delta\omega}{2} \right],$$

то с точностью до $(\omega d/c)^{-1}$

$$(31) \quad L(\omega) = A_r^4 [1 + 2(\rho_1^2 + \rho_2^2)] \frac{\Phi_2(\omega)}{\omega} \left[1 + \frac{4\rho_1^2 \rho_2^2}{1 + 2(\rho_1^2 + \rho_2^2)} \sin^2 \frac{\omega}{c} (\gamma_1 - \gamma_2) \right],$$

причем

$$\left| \frac{4\rho_1^2 \rho_2^2}{1 + 2(\rho_1^2 + \rho_2^2)} \sin^2 \frac{\omega}{c} (\gamma_1 - \gamma_2) \right| < 1.$$

Подставим выражение (31) в формулу (27) для φ^2 . Функция $1/G(\omega)$ может быть разложена в ряд Тейлора с остаточным членом в лагранжевой форме. Тогда для параметра обнаружения φ^2 имеет место следующее представление:

$$(32) \quad \varphi^2 = 4\rho^2 \sum_{s=0}^M (-1)^s \frac{(2\rho_1 \rho_2)^{2s}}{[1 + 2(\rho_1^2 + \rho_2^2)]^{s+1}} T_s + r_{M+1},$$

где

$$(33) \quad T_s = \int_{\omega_0 - \Delta\omega/2}^{\omega_0 + \Delta\omega/2} \frac{a_2(\omega)}{\Phi(\omega)} \sin^{2s} \frac{\omega}{c} (\gamma_1 - \gamma_2) \left[1 + 2\rho_1^2 \sin^2 \frac{\omega}{c} (\gamma_1 - q) + \right. \\ \left. + 2\rho_2^2 \sin^2 \frac{\omega}{c} (\gamma_2 - q) \right] d\omega.$$

Легко показать, что для остаточного члена r_{M+1} справедливо следующее неравенство:

$$(34) \quad |r_{M+1}| \leq 4\rho^2 \frac{(2\rho_1 \rho_2)^{2(M+1)}}{[1 + 2(\rho_1^2 + \rho_2^2)]^{M+2}} T_{M+1},$$

т. е. $|r_{M+1}|$ меньше первого отброшенного члена в разложении (32), взятого по абсолютной величине.

Рассмотрим выражение (33) для T_s , $s \geq 1$. Обозначим

$$(35) \quad w(\theta, \varphi) = \int_{\omega_0 - \Delta\omega/2}^{\omega_0 + \Delta\omega/2} \frac{a^2(\omega)}{\Phi(\omega)} \cos \omega\theta \cos \omega\varphi d\omega.$$

Используя известное выражение, связывающее степени тригонометрических функций с функциями кратных аргументов, можно выразить T_s , $s \geq 1$, через значения функции $w(\dots, \dots)$:

$$(36) \quad T_s = 2^{-2s} \sum_{k=0}^{s-1} \frac{(-1)^{s-k} (2s)!}{k! (2s-k)!} \left\{ (1 + \rho_1^2 + \rho_2^2) \left[w\left(\frac{2(s-k)}{c}(\gamma_1 - \gamma_2), 0\right) + \right. \right. \\ \left. \left. + (-1)^{s-k} w(0, 0) \right] - \sum_{j=1}^2 \rho_j^2 \left[w\left(\frac{2(s-k)}{c}(\gamma_1 - \gamma_2), \frac{2(\gamma_j - q)}{c}\right) + \right. \right. \\ \left. \left. + (-1)^{s-k} w\left(0, \frac{2(\gamma_j - q)}{c}\right) \right] \right\}, \quad s \geq 1.$$

Таким образом, задача определения параметра обнаружения φ^2 свелась к вычислению функции $w(\theta, \varphi)$. В частном случае, когда $a(\omega) = \Phi(\omega) = 1$, имеем

$$(37) \quad w(\theta, \varphi) = \frac{\sin \frac{\Delta\omega}{2}(\theta - \varphi)}{\theta - \varphi} \cos \omega_0(\theta - \varphi) + \frac{\sin \frac{\Delta\omega}{2}(\theta + \varphi)}{\theta + \varphi} \cos \omega_0(\theta + \varphi).$$

Подставляя выражение (37) в формулы (36) и (33) и учитывая неравенство (34), мы получим выражение для параметра φ^2 , которое необходимо при вычислении вероятностей ошибок первого и второго рода.

Заметим, что условие $\frac{\omega_0 d}{c} \gg 1$ не приводит к существенному упрощению полученных результатов. Это объясняется тем, что при наличии локальных источников помех случайное поле в точках P_k , $k=1, 2$, сохраняет пространственную корреляцию, несмотря на то, что сферически изотропный шум оказывается пространственно некоррелированным.

ЛИТЕРАТУРА

1. Л. А. Вайнштейн, В. Д. Зубаков. Выделение сигналов на фоне случайных помех. М., «Советское радио», 1960.
2. Б. Р. Левин. Теоретические основы статистической радиотехники, т. 2. М., «Советское радио», 1968.
3. В. Cron, Ch. Sherman. Spatial — correlation functions for various noise models. J. Acoust. Soc. Amer., 1962, 34, 11, 1732—1736 (рус. пер. в сб. статей «Некоторые проблемы обнаружения сигнала, маскируемого флуктуационной помехой», под ред. И. И. Шнер, М., 1965).
4. Б. Ф. Курьянов. Пространственная корреляция полей, излученных случайными источниками на плоскости. Акуст. ж., 1964, 9, 4, 441.
5. Н. С. Кошляков, Э. Б. Глинер, М. М. Смирнов. Дифференциальные уравнения математической физики. М., Физматгиз, 1962.
6. В. А. Диткин, А. П. Прудников. Интегральные преобразования и операционное исчисление, М., Физматгиз, 1961.

Поступила
18 мая 1970 г.
После переработки
29 марта 1974 г.