ЛИТЕРАТУРА

1. *Gourney L.* Conversion of Electromagnetic to Acoustic Energy by Surface Heating. J. Acoust. Soc. America, 1966, *40*, 6, 1322–1330.
2. *Westervelt P.* Laser excited broadside array. J. Acoust. Soc. America, 1973, *54*, 1, 121–122.
3. *Козяев Е. Ф., Наугольных К. А.* О тепловом акустооптическом эффекте. Акуст. ж., 1976, *22*, 3, 366–369.
4. *Божков А. И., Бункин Ф. В.* Генерация звука в жидкости при поглощении в ней лазерного излучения с модулированной интенсивностью. Квантовая электроника, 1975, *2*, 8, 1763–1776.
5. *Касоев С. Г., Лямшев Л. М.* К теории генерации звука в жидкости лазерными импульсами. Акуст. ж., 1977, *23*, 6, 890–898.
6. *Городецкий В. С., Егерев С. В., Есипов И. Б., Наугольных К. А.* О генерации звука лазерными импульсами. Квантовая электроника, 1978, *5*, 11, 2396–2401.

Акустический институт
им. академика Н. Н. Андреева
Академии наук СССР

Поступила
9 ноября 1978 г.

УДК 534+534.231.2

ФЛУКТУАЦИИ УГЛА ПРИХОДА НА ЛИНЕЙНУЮ АНТЕННУ ПЛОСКОЙ ВОЛНЫ, РАСПРОСТРАНЯЮЩЕЙСЯ В МОРСКОЙ СРЕДЕ

В. А. Елисеевнин

Распространение звука в морской среде сопровождается его рассеянием на случайных объемных неоднородностях водной толщи, а также на неровностях дна и взволнованной морской поверхности, что приводит, в частности, к флуктуациям угла прихода волны на антенну. Аналогичные флуктуации исследуются в работах [1–3] применительно к рассеянию оптических и радиоволн в турбулентной атмосфере или ионосфере. Флуктуации направления звукового луча, отразившегося от неровной морской поверхности, рассматриваются в [4], однако расчеты проводятся без учета размеров апертуры приемного устройства.

Ниже рассчитываются дисперсии флуктуаций угла прихода на линейную антенну плоской волны, многократно отразившейся от взволнованной морской поверхности, а также рассеянной на турбулентных неоднородностях водной толщи.

Согласно работе [1], угол прихода волны на антенну будем рассматривать как угловую координату «центра тяжести» смещенного изображения α_0, которая применительно к рассматриваемому случаю линейной антенны может быть написана в виде

$$\alpha_0 = \frac{\int\limits_{-\infty}^{+\infty} \alpha I(\alpha)\, d\alpha}{\int\limits_{-\infty}^{+\infty} I(\alpha)\, d\alpha} = \frac{1}{jk} \frac{\int\limits_{-L/2}^{+L/2} \Psi_0(\eta)\, d\Psi_0^*(\eta)}{\int\limits_{-L/2}^{+L/2} |\Psi_0(\eta)|^2\, d\eta}, \tag{1}$$

где $\Psi_0(\eta)$ – заданное случайное распределение поля на апертуре антенны, $I(\alpha)$ – распределение интенсивности изображения по углу α, L – протяженность линейной антенны, k – волновое число, j – мнимая единица, $*$ – знак комплексной сопряженности.

Пренебрегая флуктуациями амплитуды и ограничиваясь рассмотрением только случайных запаздываний по фазе, т. е. представляя поле на апертуре в виде $\Psi_0(\eta) = \exp[-jS(\eta)]$, где $S(\eta)$ – случайное распределение фазы, выражение (1) можно привести к виду

$$\alpha_0 = (1/kL)\,[S(L/2) - S(-L/2)]. \tag{2}$$

Дисперсия флуктуации угла прихода будет

$$\sigma_\alpha^2 = \langle \alpha_0^2 \rangle = (2/k^2L^2)\,[B_S(0) - B_S(L)] = D_S(L)/k^2L^2, \tag{3}$$

где $B_S(L)$ и $D_S(L)$ – корреляционная и структурная функции фазы на апертуре антенны; угловые скобки означают усреднение по ансамблю реализаций.

Определим дисперсию флуктуаций угла прихода на линейную антенну плоской волны, многократно отразившейся от взволнованной морской поверхности. Задача ре-

шается в следующей постановке. Пусть плоская волна распространяется в водном слое с постоянной скоростью звука по толщине, гладким жестким дном и взволнованной поверхностью вода – воздух, последовательно отражаясь от дна и поверхности. Неровная граница вода – воздух является однородной, изотропной в среднем горизонтальной поверхностью $z=\zeta(x, y)$ $(\langle\zeta(x, y)\rangle=0)$ с неровностями, распределенными по нормальному закону. Последние характеризуются среднеквадратичной величиной $\sigma_\zeta=\sqrt{\langle\zeta^2(x, y)\rangle}$ и коэффициентом пространственной корреляции $\Gamma_\zeta(\rho)=\exp[-(\rho/a_\zeta)^2]$, где a_ζ – радиус корреляции неровностей, а $\rho=\sqrt{x^2+y^2}$.

Прием осуществляется на линейную антенну с постоянной чувствительностью по всей длине L (принимаемой в расчетах за единицу), расположенную в вертикальной или горизонтальной плоскости нормально к лучу, зеркально отразившемуся от средней границы неровной поверхности.

Звуковое поле, многократно рассеянное взволнованной морской поверхностью, может быть рассчитано методом Кирхгофа в приближении Экарта по схеме, сводящей многократные отражения к однократным, многократно повторенным [5]. Предполагается, что неровности поверхности настолько пологи, что их наклонами можно пренебречь и учитывать только смещения поверхности от средней плоскости.

По аналогии со случаем однократного касания лучом неровной поверхности [6] при n-кратном касании случайное запаздывание по фазе можно написать в виде

$$S(x, y)=-j2k\sin\psi\sum_{l=1}^{n}\zeta_l(x, y), \tag{4}$$

где ψ – угол скольжения луча в точке зеркального отражения, ζ_l – возвышение поверхности в точке l-кратного касания лучом. Предполагая, что радиус корреляции неровностей a_ζ много меньше расстояния между соседними точками касания лучом неровной поверхности, корреляционную функцию флуктуаций фазы на апертуре антенны можно представить в виде

$$B_S(\eta-\eta')=4k^2\sin^2\psi n\sigma_\zeta^2\Gamma_\zeta(\eta-\eta'). \tag{5}$$

Подставляя это выражение в формулу (3) и учитывая, что в случае антенны, расположенной в вертикальной плоскости, проекция a_ζ на антенну равна $a_\zeta\sin\psi$, а в случае антенны, расположенной в горизонтальной плоскости, равна самой величине a_ζ, получаем следующие выражения для дисперсий флуктуаций углов прихода плоской волны на антенну, расположенную в вертикальной плоскости

$$\sigma_{\alpha\text{в}}^2=\frac{8n\sin^2\psi\sigma_\zeta^2}{L^2}\left[1-\exp\left(-\frac{L^2}{a_\zeta^2\sin^2\psi}\right)\right] \tag{6}$$

и на антенну, расположенную в горизонтальной плоскости:

$$\sigma_{\alpha\text{г}}^2=\frac{8n\sin^2\psi\sigma_\zeta^2}{L^2}\left[1-\exp\left(-\frac{L^2}{a_\zeta^2}\right)\right]. \tag{7}$$

Из двух последних выражений видно, что флуктуации угла прихода волны на антенну увеличиваются с увеличением числа отражений n, дисперсии флуктуаций неровностей σ_ζ^2 и угла скольжения луча ψ при касании неровной поверхности. Наоборот, флуктуации уменьшаются с увеличением размеров антенны L (усредняющее действие апертуры) и радиуса корреляции неровностей поверхности a_ζ. Таким образом, при малых углах скольжения ψ антенны больших размеров L не будут «чувствовать» флуктуации углов прихода – шероховатая поверхность для них становится зеркальной.

Для удобства расчетов выражения (6) и (7) могут быть объединены в одно:

$$\sigma_\alpha^2=8n\tilde{\sigma}^2[1-\exp(-\tilde{L}^2)], \tag{8}$$

где обобщенные параметры $\tilde{\sigma}=\sigma_\zeta\sin\psi/L$, а $\tilde{L}=L/a_\zeta\sin\psi$, когда антенна располагается в вертикальной плоскости, и $L=L/a_\zeta$, когда антенна располагается в горизонтальной плоскости.

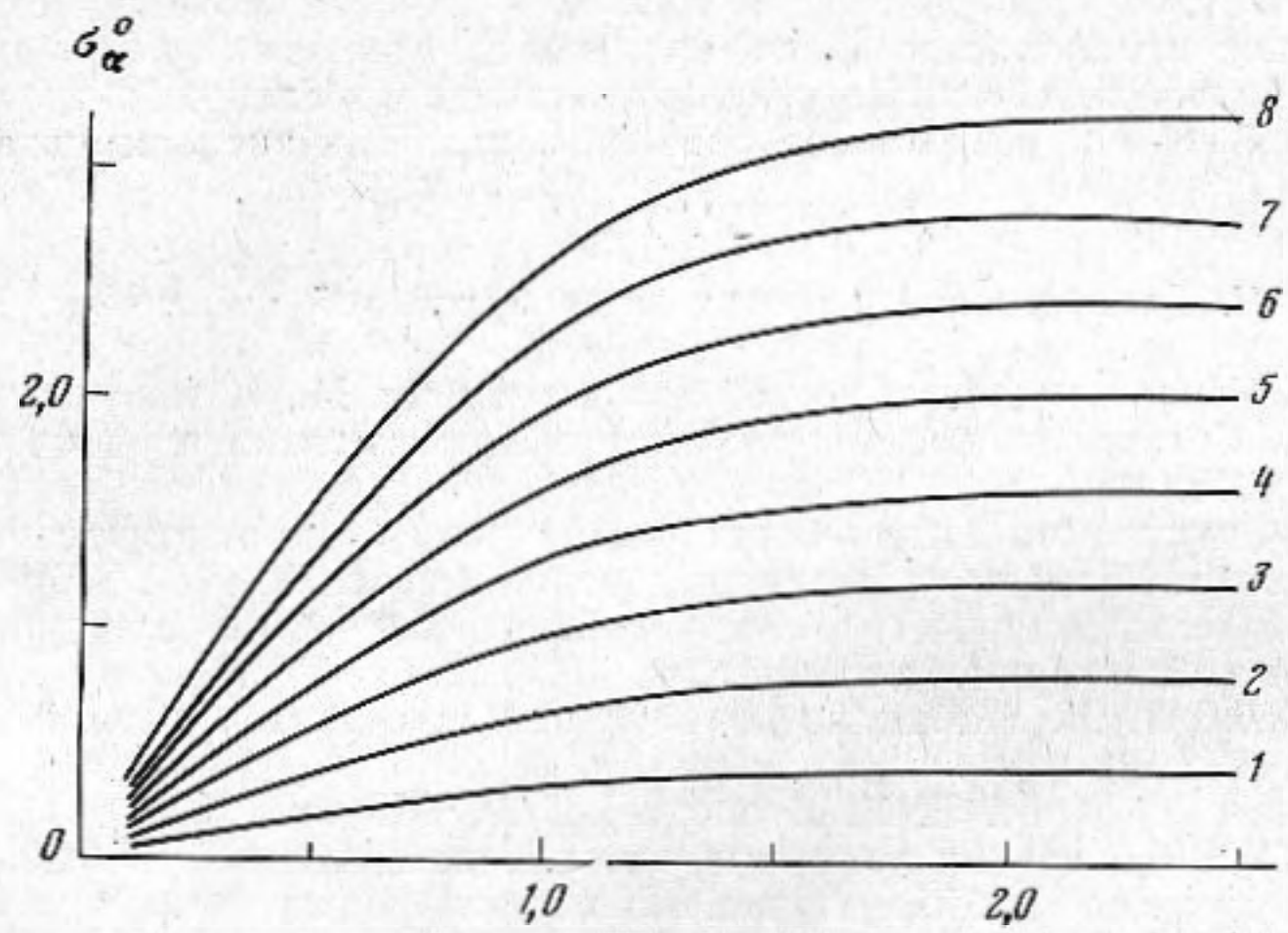
На фиг. 1 представлены зависимости среднеквадратичного угла прихода плоской волны на антенну σ_α (в градусах) в зависимости от обобщенных параметров $\tilde{L}$ и $\tilde{\sigma}$ для однократного отражения от неровной поверхности $n=1$. Для n-кратного отражения от неровной поверхности аналогичные зависимости могут быть получены путем умножения значений, представленных на фиг. 1, на величину $\sqrt{n}$. Величины обобщенных параметров, для которых были выполнены расчеты, выбирались исходя из данных по морскому волнению, приведенных в работе [7].

Определим теперь дисперсию флуктуаций угла прихода на линейную антенну плоской волны, распространяющейся в турбулентной морской среде. В работе [1] в первом приближении метода плавных возмущений определена структурная функ-

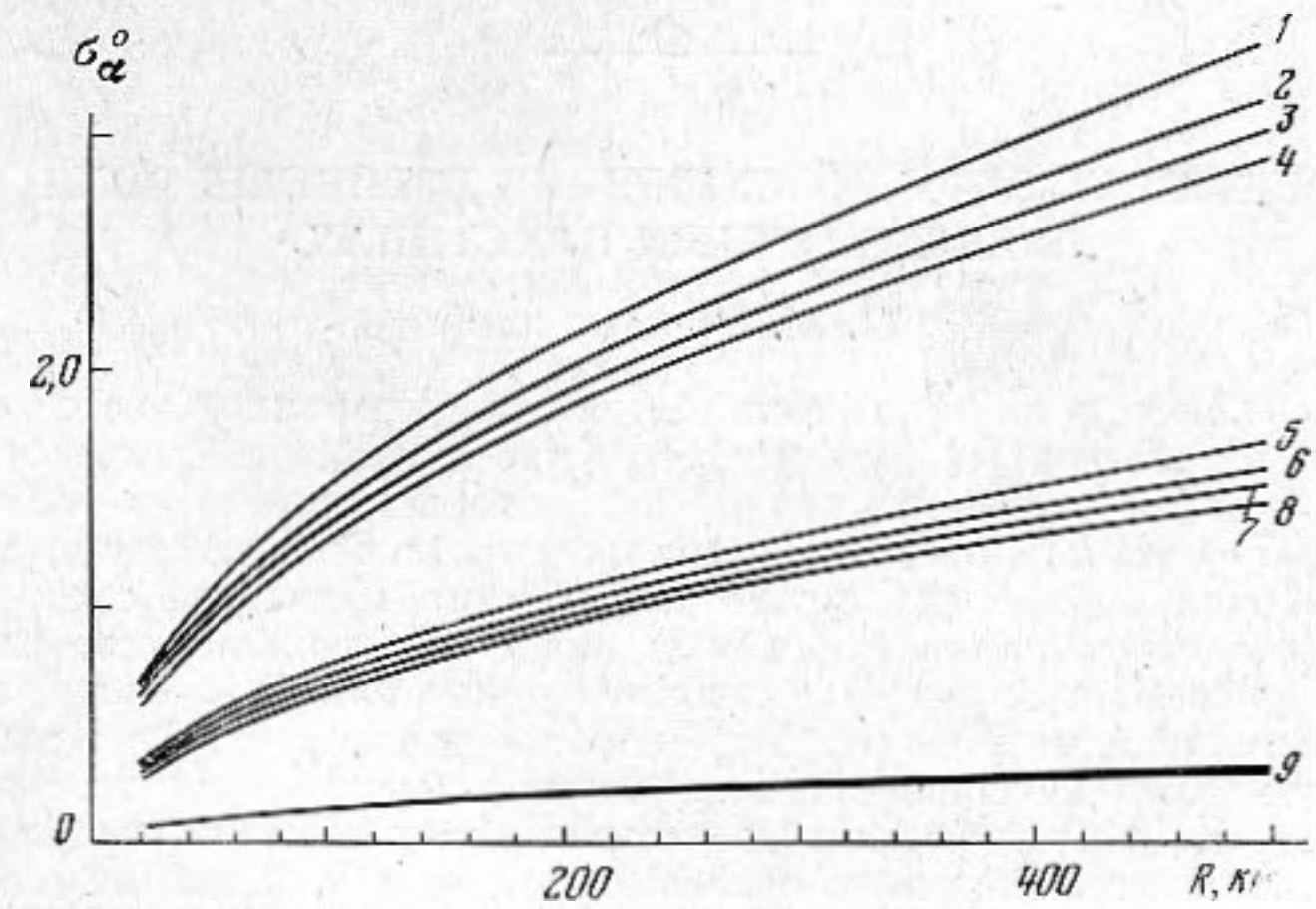
ция флуктуаций фазы плоской волны, прошедшей слой изотропной турбулентной среды толщиной R:

(9) $$D_S(L)=2{,}91\varkappa C_n^2k^2RL^{5/3},$$

где $\varkappa=0{,}5$ при $L\ll\sqrt{\lambda R}$ и $\varkappa=1$ при $L\geqslant\sqrt{\lambda R}$, λ – длина волны, C_n – структурная постоянная показателя преломления морской среды *. Подставляя выражение (9)



Фиг. 1. Значения среднеквадратичного угла прихода на линейную антенну плоской волны, однократно отразившейся от взволнованной морской поверхности. Кривые *1–8* соответствуют значениям обобщенного параметра $\sigma=0{,}0025$, $0{,}005$, ..., $0{,}02$



Фиг. 2. Значения среднеквадратичного угла прихода на линейную антенну плоской волны, прошедшей слой турбулентной среды толщиной R. Кривые *1–4* соответствуют значениям $L=10$, 15, 20 и 25 *м* и $C_n=10^{-4}$ $м^{-1/3}$; кривые *5–8* – $L=10$, 15, 20 и 25 *м* и $C_n=5\cdot10^{-5}$ $м^{-1/3}$; кривая *9* – $L=10$, 15, 20 и 25 *м* и $C_n=10^{-5}$ $м^{-1/3}$

в формулу (3), мы получаем выражение для дисперсии флуктуаций угла прихода на линейную антенну плоской волны, прошедшей слой турбулентной среды:

(10) $$\sigma_\alpha^2=2{,}91\ \varkappa C_n^2RL^{-1/3}.$$

На фиг. 2 представлены зависимости среднеквадратичного угла прихода плоской волны на антенну σ_α (в градусах), рассчитанные по последней формуле, от расстояния R для антенн с апертурой 10, 15, 20 и 25 *м*. Расчеты были выполнены для

* В работе [8] доказывается, что значения фазовых флуктуаций, получаемые этим методом, справедливы и там, где он неправомерен, т. е. в области сильных флуктуаций амплитуды или на очень больших дистанциях.

значений структурной постоянной $C_n=10^{-4}$, $5\cdot10^{-5}$ и 10^{-5} $м^{-1/3}$, характерных для районов мирового океана со стабильной гидрологической картиной [7].

В заключение необходимо отметить, что как в случае рассеяния на неровной морской поверхности, так и в случае рассеяния на объемных неоднородностях морской среды расчеты флуктуаций углов прихода волны на антенну проводились без учета акустической рефракции в водной толще. Расчет поля, рассеянного неровной морской поверхностью, проводился для наиболее простой модели механизма рассеяния. И наконец, предполагалось, что на антенну приходит только один луч, испытавший рассеяние. Эти обстоятельства, упрощающие реальную ситуацию, следует учитывать при сравнении результатов расчета с данными эксперимента.

ЛИТЕРАТУРА

1. *Татарский В. И.* Распространение волн в турбулентной атмосфере. М., «Наука», 1967, гл. 4.
2. *Шифрин Я. С.* Вопросы статистической теории антенн. М., «Советское радио», 1970.
3. *Лобкова Л. М.* Статистическая теория антенн сверхвысоких и оптических частот. М., «Связь», 1975.
4. *Фролов В. М.* Флуктуации направления луча, отраженного от статистически неровной поверхности. Вопросы судостроения, серия Акустика, 1977, 8, 74–79.
5. *Гулин Э. П.* Корреляционные свойства звуковой волны при многократных отражениях от неровной поверхности. Акуст. ж., 1976, *22*, 6, 845–857.
6. *Басс Ф. Г., Фукс И. М.* Рассеяние волн на статистически неровной поверхности. М., «Наука», 1972.
7. Акустика океана. Под ред. Л. М. Бреховских. М., «Наука», 1974, гл. 1.
8. *Кляцкин В. И.* О дисперсии угла прихода плоской световой волны, распространяющейся в среде со слабыми случайными неоднородностями. Изв. вузов. Радиофизика, 1969, *12*, 5, 723–726.

Акустический институт
им. академика Н. Н. Андреева
Академии наук СССР

Поступила
26 июля 1978 г.
После переработки
11 января 1979 г.

УДК 534.26

ОБ ИМПУЛЬСНОМ ВОЗБУЖДЕНИИ ИЗГИБНЫХ ВОЛН В БЕСКОНЕЧНЫХ ПЛАСТИНАХ

С. И. Ковинская

Инженерные конструкции, встречающиеся на практике, часто подвергаются нестационарным воздействиям. В результате этих воздействий в конструкциях возникают нестационарные колебания, поведение которых изучено недостаточно.

Рассмотрим простейший элемент таких конструкций – пластину, точное описание колебаний которой дают уравнения теории упругости для слоя [1, 2]. Ниже рассматриваются нестационарные изгибные колебания тонкой пластины, что представляет собой упрощенную модель явления, в которой, во-первых, пренебрегают другими модами колебаний и, во-вторых, скорость распространения изгибной волны с увеличением частоты неограниченно возрастает (как это следует из уравнения Бернулли – Эйлера). Эти упрощения допустимы в тех случаях, когда основной интерес представляют колебания не в области фронта, а в более позднее время, или колебания с ограниченным по высоким частотам спектром.

Получим решение уравнения Бернулли – Эйлера в замкнутой форме в виде интеграла так, как это сделано в работе [3] для волнового уравнения. Для этого рассматривается неоднородная задача о колебаниях бесконечной пластины под действием силы $q(r, t)$; уравнение, описывающее колебания, имеет вид

$$\Delta^2 w(r, t) + \frac{1}{c^2}\frac{\partial^2 w(r, t)}{\partial t^2} = q(r, t), \tag{1}$$

где Δ – оператор Лапласа, $w(r, t)$ – смещение пластины. Граничные условия должны включать необходимое число производных от искомой функции, а условия по временнóй координате должны быть условиями Коши: $(w(r, t)|_{t=0} = w_0(r)$; $\frac{\partial w}{\partial t}(r, t)|_{t=0}=v_0(r))$. Функция Грина поставленной задачи должна удовлетворять уравнению

$$\Delta^2 G(r, t/r_0, t_0) + \frac{1}{c^2}\frac{\partial^2 G}{\partial t^2}(r, t/r_0, t_0) = \delta(r-r_0)\delta(t-t_0). \tag{2}$$