

УДК 534.222.1

## О КОМПЕНСАЦИИ ФАЗОВЫХ ИСКАЖЕНИЙ ПРИ ОБРАЩЕНИИ ВОЛНОВОГО ФРОНТА В СЛУЧАЙНЫХ ОДНО- И МНОГОМОДОВЫХ АКУСТИЧЕСКИХ ВОЛНОВОДАХ

*Гельфгат В. И.*

Показана возможность полной компенсации фазовых искажений в волне, отраженной от неоднородного участка волновода, на конце которого расположено обращающее волновой фронт препятствие. Одним из основных условий полной компенсации является отсутствие потерь энергии как при распространении, так и при отражении с обращением фронта. Для одномодового волновода со случайными неоднородностями рассчитано среднее отраженное поле и средняя интенсивность отраженного поля при неполном обращении фронта на конце волновода. Показано существенное различие результатов данной задачи и задачи с обычным отражением на конце волновода.

В работе [1] было установлено, что при падении параксиального пучка света на нелинейную среду отраженный назад вследствие вынужденного рассеяния Мандельштама — Бриллюэна пучок имеет обращенный фронт. Специфика такого нелинейного отражения сразу же нашла применение для компенсации фазовых искажений, возникающих в падающей волне при ее прохождении по неоднородной трассе на пути от источника до нелинейного отражателя [2]. Краткое доказательство возможности такой компенсации основано на уравнениях для амплитуд падающей  $A_+$  и отраженной  $A_-$  волн в параболическом приближении:

$$(1) \quad \pm 2ik \frac{\partial A_{\pm}}{\partial x} + \Delta_{\perp} A_{\pm} + k^2 \varepsilon(x, r_{\perp}) A_{\pm} = 0, \quad 0 < x < L$$

с условием обращения фронта на границе с нелинейной средой

$$(2) \quad A_-(L, r_{\perp}) = W \bar{A}_+(L, r_{\perp}),$$

где комплексный коэффициент  $W$  является аналогом обычного коэффициента отражения и может быть назван коэффициентом обращения.

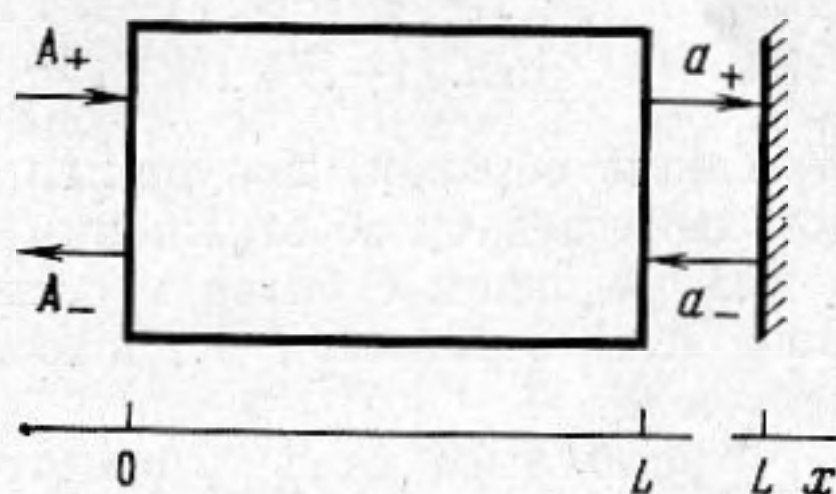
Если среда непоглощающая, то  $k = \bar{k}$ ,  $\varepsilon = \bar{\varepsilon}$ , и из равенств (1), (2) следует, что уравнения и граничные условия для величин  $W \bar{A}_+$  и  $A_-$  совпадают, следовательно, сами эти величины совпадают везде  $A_-(x, r_{\perp}) = W \bar{A}_+(x, r_{\perp})$  и, в частности, на входе в неоднородную среду при  $x=0$ , что и является математической формулировкой эффекта компенсации фазовых искажений. Приведенное доказательство переносится и на случай распространения волн в неоднородном волноводе, если можно пренебречь эффектами рассеяния назад и закрытыми модами. Для этого достаточно заменить уравнения (1) на соответственно усеченную систему уравнений связанных мод распространения [3].

Ниже изучается возможность компенсации фазовых искажений в неоднородном волноводе в случае, когда нельзя пренебречь указанными выше эффектами. Рассмотрение ведется только для акустических волноводов, для которых, во-первых, используемое ниже допущение о консер-

вативности зачастую оправдано практически и, во-вторых, в отличие от электромагнитных волноводов отсутствует эффект деполаризации излучения.

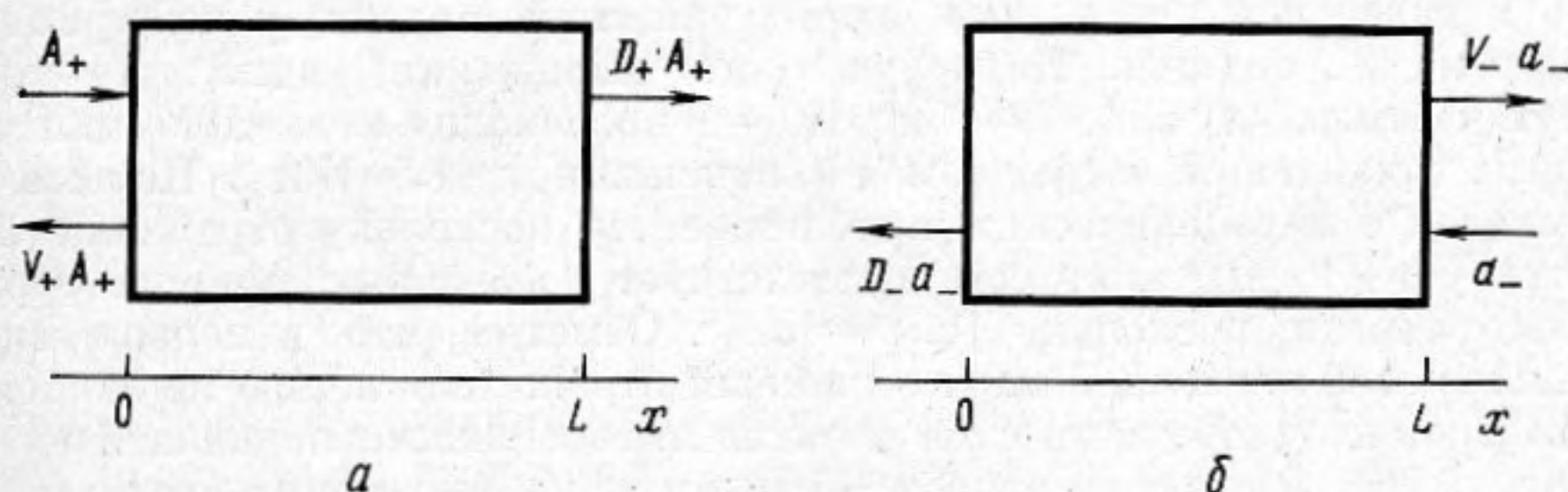
Сначала рассматривается одномодовый волновод, где важен лишь эффект рассеяния назад, а во второй части работы исследуется многомодовый двумерный или трехмерный цилиндрический волновод, в котором вступает в действие явление взаимного преобразования распространяющихся мод в нераспространяющиеся.

Для устранения неоднозначности разбиения полного поля на поля падающих и отраженных волн мы принимаем, что неоднородный участок волновода конечен, на входе сопряжен с полубесконечным однородным участком, а на выходе, т. е. там, где ставится условие нелинейного отражения с обращением фронта падающей волны, он имеет конечный однородный участок. Графическая схема задачи представлена на фиг. 1, при этом падающие и отраженные волны изображены стрелками соответственных направлений, около которых проставлены обозначения амплитуд этих волн.



Фиг. 1. Графическая схема задачи

Для рассмотрения эффекта компенсации фазовых искажений в одномодовом волноводе воспользуемся линейностью задачи распространения волн в нем, позволяющей отказаться от детального описания процесса



Фиг. 2. Определения и обозначения коэффициентов отражения и прохождения при падении волны слева (а) и справа (б)

перетрансформации волн внутри неоднородного участка на основе уравнения Гельмгольца и заменить его описанием итогов этой трансформации с помощью коэффициентов отражения и прохождения. Графические определения и обозначения этих коэффициентов даны на фиг. 2.

Согласно принципу суперпозиции, отраженное поле на входе в слой может быть представлено в виде суммы полей, обусловленных падением на слой волн слева  $A_+$  и справа  $a_-$ :

$$(3) \quad A_- = V_+ A_+ + D_- a_-.$$

Аналогичное соотношение для уходящей от слоя волны на выходе имеет вид

$$(4) \quad a_+ = D_+ A_+ + V_- a_-.$$

Условие обращения волнового фронта на выходе слоя

$$(5) \quad a_- = W \bar{a}_+$$

совместно с уравнением (4) и парой комплексно-сопряженных им равенств позволяет найти поля падающих и отраженных волн на выходе

слоя:

$$(6) \quad \begin{aligned} a_+ &= (1 - V_- W \bar{V}_- \bar{W})^{-1} (D_+ A_+ + V_- W \bar{D}_+ \bar{A}_+), \\ a_- &= (1 - W \bar{V}_- \bar{W} V_-)^{-1} W (\bar{D}_+ \bar{A}_+ + \bar{V}_- \bar{W} D_+ A_+), \end{aligned}$$

а после подстановки найденного выражения для  $a_-$  в равенство (3) и искомое отраженное поле на входе в неоднородный слой:

$$(7) \quad \begin{aligned} A_- &= [V_+ + D_- (1 - W \bar{V}_- \bar{W} V_-)^{-1} W \bar{V}_- \bar{W} D_+] A_+ + \\ &+ D_- (1 - W \bar{V}_- \bar{W} V_-)^{-1} W \bar{D}_+ \bar{A}_+. \end{aligned}$$

Таким образом, получены динамические соотношения, связывающие исходную задачу об отражении от неоднородного слоя с нелинейным конечным условием с более простыми известными задачами расчета коэффициентов отражения и прохождения слоя в отсутствие нелинейного отражателя.

Ограничимся далее рассмотрением взаимной непоглощающей среды, для которой коэффициенты отражения и прохождения не независимы, а связаны соотношениями [4]:

$$(8) \quad D_+ = D_-, \quad \bar{V}_+ D_- + \bar{D}_+ V_- = 0, \quad \bar{D}_+ D_+ + \bar{V}_+ V_+ = 1, \quad \bar{D}_- D_- + \bar{V}_- V_- = 1.$$

В этом случае выражение для отраженного от слоя поля упрощается и принимает вид

$$(9) \quad A_- = W \frac{1 - |V|^2}{1 - |V|^2 |W|^2} \bar{A}_+ + V \frac{1 - |W|^2}{1 - |W|^2 |V|^2} A_+,$$

здесь и далее для упрощения записи нижний индекс у коэффициента отражения  $V_-$  опущен. Из полученного выражения видно, что только в двух частных случаях  $V=0$  и  $|W|=1$  происходит полная компенсация фазовых искажений, выражаемая соотношением  $A_- = W \bar{A}_+$ . Первый случай сходен с параболическим приближением, поскольку отражение назад отсутствует ( $V=0$ ), а второй соответствует требованию полного обращения по энергии, поскольку  $|a_-|^2 = |a_+|^2$ . Отметим, что в первом случае интенсивность падающей на нелинейный отражатель волны не зависит от параметров неоднородного слоя и равна интенсивности падающей на слой волны  $|a_+|^2 = |A_+|^2$ , а во втором — существенно зависит от них:

$$(10) \quad |a_+|^2 = \frac{|1 - |V| e^{i\varphi}|^2}{1 - |V|^2} |A_+|^2,$$

здесь  $\varphi = \arg W - 2 \arg A_+ - \arg V$ , следовательно, имеет смысл изучать статистическое распределение этой интенсивности, если параметры слоя, а с ними и коэффициент отражения случайны. Так, для модели Газаряна случайно неоднородного слоя [5] фаза коэффициента отражения независима и равномерна, а характеристическая функция модуля коэффициента отражения дается выражением

$$(11) \quad \langle P_t(\operatorname{ch} \tau) \rangle = [P_t(\operatorname{ch} \tau_0)]^N,$$

где  $P_t(u)$  — функция Лежандра,  $t$  — произвольный комплексный параметр,  $\tau = 2 \operatorname{arth} |V|$ ,  $N$  — число рассеивателей в слое,  $|V_0| = \operatorname{th} \tau_0 / 2$  — модуль коэффициента отражения одного рассеивателя. Рассчитанная для этой модели характеристическая функция уровня падающего на нелинейное препятствие поля имеет вид

$$\langle \exp(it \ln |a_+|^2) \rangle = [P_{it}(\operatorname{ch} \tau_0)]^N,$$

а в пределе  $\tau_0 \rightarrow 0$ ,  $N \rightarrow \infty$ ,  $\tau_0 N = \alpha L$ , эквивалентном диффузионному приближению для слабонеоднородной среды [4]–[7], она переходит в характеристическую функцию нормального распределения:

$$\langle \exp(it \ln |a_+|^2) \rangle = \exp[it(it+1)\alpha L].$$

Полученный результат говорит о том, что к задачам, где нелинейное отражение носит пороговый характер, настоящий подход неприменим и, по-видимому, необходимо исследовать динамику установления стационарного режима.

Переходя далее к исследованию статистических свойств поля, отраженного от случайно неоднородного слоя в случае неполного обращения  $|W| < 1$ , перепишем выражение (9) в удобных для последующего усреднения параметрах  $\varphi_V = \arg V$ ,  $\tau_V = 2 \operatorname{arth} |V|$ ,  $\varphi_W = \arg W$ ,  $\tau_W = 2 \operatorname{arth} |W|$ :

$$(12) \quad A_- = \frac{\operatorname{sh} \tau_W}{\operatorname{ch} \tau_W + \operatorname{ch} \tau_V} e^{i\varphi_W} \bar{A}_+ + \frac{\operatorname{sh} \tau_V}{\operatorname{ch} \tau_W + \operatorname{ch} \tau_V} e^{i\varphi_V} A_+.$$

При расчете среднего поля второе слагаемое обратится в нуль вследствие независимого и равномерного распределения фазы  $\varphi_V$ , а усреднение первого слагаемого в формуле (12) легко проводится после представления его в виде интегрального разложения по функциям Лежандра согласно равенству [4]:

$$\frac{1}{\operatorname{ch} \tau_W + \operatorname{ch} \tau_V} = \frac{1}{2} \int_{-\infty}^{\infty} dt \frac{\pi t \operatorname{sh} \pi t}{\operatorname{ch}^2 \pi t} P_{-\frac{1}{2} + it}(\operatorname{ch} \tau_W) P_{-\frac{1}{2} + it}(\operatorname{ch} \tau_V)$$

с использованием предельной формы характеристической функции модуля коэффициента отражения от слоя (11) при  $\tau_0 \rightarrow 0$ ,  $N \rightarrow \infty$ ,  $\tau_0 N = \alpha L$ . Окончательное выражение для среднего поля, отраженного от слоя, имеет вид

$$(13) \quad \langle A_- \rangle = \bar{A}_+ \frac{W}{1 - |W|^2} \int_{-\infty}^{\infty} dt \frac{\pi t \operatorname{sh} \pi t}{\operatorname{ch}^2 \pi t} P_{-\frac{1}{2} + it}(\operatorname{ch} \tau_W) \times \\ \times \exp \left[ - \left( t^2 + \frac{1}{4} \right) \alpha L \right].$$

Несложный, но громоздкий и потому опущенный здесь асимптотический анализ полученного выражения в предельных случаях  $W \rightarrow 0$ ,  $|W| \rightarrow 1$  и  $\alpha L \rightarrow \infty$  позволяет сделать вывод, что во всех перечисленных случаях среднее поле в рассматриваемой задаче с обращением фронта коренным образом отличается от среднего поля в сходной задаче с обычным отражением на конце слоя. Так, например, для сильно рассеивающего слоя, т. е. при  $\alpha L \rightarrow \infty$ , асимптотическое поведение среднего поля дается выражением

$$\langle A_- \rangle \sim \bar{A}_+ \frac{W}{1 - |W|^2} P_{-\frac{1}{2}}(\operatorname{ch} \tau_W) \frac{\pi^2 \sqrt{\pi}}{(\alpha L)^{3/2}} \exp(-\alpha L/4),$$

в то время как в задаче с обычным отражением от конечного препятствия с коэффициентом отражения  $W$  среднее отраженное поле имеет вид

$$\langle A_- \rangle = A_+ W \exp(-\alpha_1 L),$$

где  $\alpha_1$  — комплексная величина,  $\operatorname{Re} \alpha_1 \neq \alpha/4$  [8].

Для расчета средней интенсивности отраженного поля умножим почленно равенство (12) на комплексно-сопряженное и усредним по фазе коэффициента отражения от слоя. Полученное выражение после элементарных преобразований может быть представлено в виде

$$\langle |A_-|^2 \rangle_{\varphi_V} = |A_+|^2 \left( 1 - 2 \frac{\partial}{\partial \tau_W} \frac{\operatorname{sh} \tau_W}{\operatorname{ch} \tau_W + \operatorname{ch} \tau_V} \right).$$

Сопоставление этого равенства с равенством (12) после усреднения их обоих приводит к интересному соотношению

$$(14) \quad \left\langle \left| \frac{A_-}{A_+} \right|^2 \right\rangle = 1 - 2 \frac{\partial}{\partial \tau_w} \left| \left\langle \frac{A_-}{A_+} \right\rangle \right|,$$

описывающему линейную связь средней интенсивности отраженного поля с производной среднего отраженного поля по параметру — модулю коэффициента обращения. Не приводя ввиду громоздкости явного аналитического выражения для средней интенсивности отраженного поля, получаемого подстановкой равенства (13) в соотношение (14), напишем лишь результат его асимптотического анализа в предельном случае почти полного обращения  $|W| \rightarrow 1$ :

$$\langle |A_-|^2 \rangle \simeq |A_+|^2 [1 - (1 - |W|^2) \exp(2\alpha L)].$$

Для сопоставления приведем результат аналогичного асимптотического анализа в задаче с обычным отражением на конце случайно неоднородного слоя [8]:

$$\langle |A_-|^2 \rangle \simeq |A_+|^2 [1 - (1 - |W|^2)].$$

Совпадая в главных членах асимптотических разложений, сравниваемые выражения существенно различаются в последующих членах. Такой же вывод может быть сделан после соответственного анализа и в других предельных случаях слабого обращения  $W \rightarrow 0$  и сильно рассеивающего слоя  $\alpha L \rightarrow \infty$ .

Переходя к изучению возможности полной компенсации фазовых искажений в многомодовом волноводе, рассмотрим сначала два элементарных примера падения волн на волновод с невзаимодействующими модами, на которых выясним особенности постановки задачи в общем случае. В первом примере зададим падающее поле в виде суммы двух распространяющихся мод. Согласно вышеизложенным результатам для полной компенсации фазовых искажений в каждой моде их коэффициенты обращения на выходе волновода должны быть равны единице по модулю. Но для того чтобы и фазовые соотношения между модами не изменились, т. е. форма отраженной волны повторяла форму падающей волны, очевидно, необходимо дополнительное требование — равенство фаз коэффициентов обращения  $\arg W_1 = \arg W_2$ . Во втором примере зададим падающее поле в виде суммы двух мод — распространяющейся (докритической) и нераспространяющейся (закритической). Очевидно, что вторая волна на пути распространения от входа в неоднородный участок до его выхода и обратно экспоненциально спадет по амплитуде, следовательно, даже при условии ее полного обращения на выходе соотношение между амплитудами распространяющейся и нераспространяющейся волн в отраженной волне существенно изменится по сравнению с падающей волной. Отмеченный эффект родствен широко известному эффекту потери мелкомасштабной части изображения при распространении. Из-за этого эффекта полного обращения волнового фронта на входе в неоднородный слой, вообще говоря, быть не может и возникает задача об обращении крупномасштабной части падающего фронта, задаваемой полем только распространяющихся волн.

В связи с рассмотренными примерами примем следующую постановку задачи: на входе в неоднородный волновод задано поле падающей волны в виде совокупности полей только распространяющихся мод, на выходе из неоднородного волновода распространяющиеся моды полностью обращаются с одинаковыми коэффициентами обращения, а нераспространяющиеся моды не обращаются. Ниже дается доказательство, что при этих условиях во взаимном волноводе без потерь энергии отраженное поле на входе после исключения из него поля закритических мод пропорционально комплексно-сопряженному полю падающих волн, т. е. имеет место пол-

ная компенсация фазовых искажений в крупномасштабной части фронта. Центральную роль в доказательстве играют соотношения типа (8) для многомодового волновода.

Представим поля на входе и выходе неоднородного участка волновода в виде разложения по модам:

$$\begin{Bmatrix} p_{\text{вх}} \\ p_{\text{вых}} \end{Bmatrix} = \sum_{n=1}^{\infty} \lambda_n^{-1/2} \left( \begin{Bmatrix} A_{+n} \\ a_{+n} \end{Bmatrix} + \begin{Bmatrix} A_{-n} \\ a_{-n} \end{Bmatrix} \right) f_n,$$

$$\begin{Bmatrix} \frac{\partial p_{\text{вх}}}{\partial x} \\ \frac{\partial p_{\text{вых}}}{\partial x} \end{Bmatrix} = \sum_{n=1}^{\infty} i\lambda_n^{1/2} \left( \begin{Bmatrix} A_{+n} \\ a_{+n} \end{Bmatrix} - \begin{Bmatrix} A_{-n} \\ a_{-n} \end{Bmatrix} \right) f_n,$$

где  $\lambda_n^2$  — собственные значения поперечной спектральной задачи,  $f_n \equiv f_n(r_{\perp})$  — отвечающие им ортонормированные собственные функции, и ради простоты записи параметры однородных участков волновода на входе и выходе приняты одними и теми же. Волны с  $\lambda_n^2 > 0$  суть распространяющиеся, а с  $\lambda_n^2 < 0$  — нераспространяющиеся. Для разделения этих групп волн вектор амплитуд распространяющихся волн снабдим индексом «р», а нераспространяющихся — индексом «н». В этих обозначениях поставленная выше и обрисованная на фиг. 1 задача формулируется следующим образом: на входе в неоднородный волновод задано падающее поле, состоящее только из распространяющихся волн  $A_+ = \begin{pmatrix} A_{+p} \\ 0 \end{pmatrix}$  на выходе из неоднородного участка происходит обращение только распространяющихся волн  $a_- = \begin{pmatrix} \bar{a}_{+p} \\ 0 \end{pmatrix} e^{i\varphi}$ , требуется найти вектор амплитуд распространяющихся отраженных волн на входе в волновод  $A_{-p}$ .

Так же как и в первой части работы, введем коэффициенты отражения и прохождения неоднородного участка волновода (они в этом случае будут бесконечными матрицами) согласно фиг. 2 и представим их в блочном виде, соответствующем разбиению волн на распространяющиеся и нераспространяющиеся:  $V_+ = \begin{pmatrix} V_{+pp} & V_{+pn} \\ V_{+nr} & V_{+nn} \end{pmatrix}$  и т. п.

Дословно повторяя рассуждения и выкладки для одномодового волновода (3) — (6) с учетом матричного характера используемых равенств, получим выражение для вектора амплитуд распространяющихся отраженных волн на входе в волновод в виде, сходном с формулой (7):

$$(15) \quad A_{-p} = [V_{+pp} + D_{-pp} (I - \bar{V}_{-pp} V_{-pp})^{-1} \bar{V}_{-pp} D_{+pp}] A_{+p} + D_{-pp} (I - \bar{V}_{-pp} V_{-pp})^{-1} \bar{D}_{+pp} e^{i\varphi} \bar{A}_{+p},$$

где  $I$  — единичная матрица соответствующего размера.

Дальнейшее упрощение полученного выражения (15) связано с предположением о взаимности и консервативности волновода. В этом случае матрицы коэффициентов отражения и прохождения не независимы, а связаны определенными соотношениями типа (8), к выводу которых мы переходим.

Пусть на неоднородный участок волновода падают слева и справа только распространяющиеся волны, заданные своими амплитудами  $A_{+p}$  и  $a_{-p}$ . В силу линейности задачи поля отраженных распространяющихся волн могут быть выражены через поля падающих волн и коэффициенты отра-

жения и прохождения следующим образом:

$$(16) \quad A_{-p} = V_{+pp} A_{+p} + D_{-pp} a_{-p}, \quad a_{+p} = D_{+pp} A_{+p} + V_{-pp} a_{-p}.$$

В консервативном волноводе потоки энергии на входе и выходе равны, нераспространяющиеся волны одного направления не дают вклада в поток энергии, следовательно, имеет место тождество

$$A_{+p}^* A_{+p} - A_{-p}^* A_{-p} = a_{+p}^* a_{+p} - a_{-p}^* a_{-p},$$

где знак «\*» означает эрмитово сопряжение. После подстановки выражений (16) в закон сохранения потока энергии и элементарных преобразований получаем тождество

$$\begin{aligned} A_{+p}^* [I - V_{+pp}^* V_{+pp} - D_{+pp}^* D_{+pp}] A_{+p} + a_{-p}^* [I - V_{-pp}^* V_{-pp} - D_{-pp}^* D_{-pp}] a_{-p} = \\ = 2 \operatorname{Re} \{ A_{+p}^* [V_{+pp}^* D_{+pp} + D_{+pp}^* V_{-pp}] a_{-p} \}, \end{aligned}$$

из которого ввиду произвольности комплексных амплитуд  $A_{+p}$  и  $a_{-p}$  следуют искомые матричные равенства:

$$(17) \quad \begin{aligned} V_{+pp}^* V_{+pp} + D_{+pp}^* D_{+pp} = I, \quad V_{-pp}^* V_{-pp} + D_{-pp}^* D_{-pp} = I, \\ V_{+pp}^* D_{-pp} + D_{+pp}^* V_{-pp} = 0. \end{aligned}$$

Опущенный ради краткости аналогичный вывод соотношений между коэффициентами отражения и прохождения, связанных с принципом взаимности, приводит к физически очевидным соотношениям симметрии:

$$(18) \quad V_{+pp} = \tilde{V}_{+pp}, \quad V_{-pp} = \tilde{V}_{-pp}, \quad D_{+pp} = \tilde{D}_{-pp},$$

здесь « $\sim$ » означает транспонирование.

Отметим, что как эти, так и более сложные соотношения между полными матрицами коэффициентов отражения и прохождения могут быть строго выведены из уравнения Гельмгольца для поля в волноводе с помощью формулы Грина.

Так же как и для одномодового волновода, полученные соотношения (17), (18) позволяют существенно упростить выражение (15). Так, матричный коэффициент при  $\bar{A}_{+p}$  обращается в единичную матрицу согласно нижеприведенной цепочке равенств, на каждом шаге которой ради ясности сделано по одному преобразованию в соответствии с соотношениями (17), (18):

$$\begin{aligned} D_{-pp} (I - \bar{V}_{-pp} V_{-pp})^{-1} \bar{D}_{+pp} = D_{-pp} (I - \bar{V}_{-pp} V_{-pp})^{-1} D_{-pp}^* = \\ = D_{-pp} (I - V_{-pp}^* V_{-pp})^{-1} D_{-pp}^* = D_{-pp} (D_{-pp}^* D_{-pp})^{-1} D_{-pp}^* = I. \end{aligned}$$

Отметим, что в этой цепочке равенств использовано дополнительное соотношение  $(I - V_{-pp}^* V_{-pp})^{-1} = D_{-pp}^{-1} D_{-pp}^{*-1}$ , справедливое, вообще говоря, только для квадратных невырожденных матриц  $D_{-pp}$ , т. е. для того случая, когда число распространяющихся волн во входном и выходном сечениях волновода одинаково и нет полного отражения по энергии в отсутствие обращаемого фронт препятствия.

Сходные преобразования для матричного коэффициента при  $A_{+p}$  в выражении (15) приводят к обращению его в тождественный нуль. Таким образом, на входе в неоднородный волновод поле отраженных распространяющихся волн пропорционально комплексно-сопряженному полю падающих распространяющихся волн  $A_{-p} = e^{i\varphi} A_{+p}$ , что и доказывает полную компенсацию фазовых искажений в крупномасштабной части фронта.

В заключение приношу искреннюю благодарность М. А. Исаковичу за полезное обсуждение роли нераспространяющихся волн, сводящейся к

дополнительной реактивной нагрузке, в связи с чем учет этих волн хотя и меняет численные значения коэффициентов отражения и прохождения распространяющихся волн, но сохраняет вид соотношений между ними (17) и (18).

#### ЛИТЕРАТУРА

1. Зельдович Б. Я., Поповичев В. И., Рагульский В. В., Файзуллов Ф. С. О связи между волновыми фронтами отраженного и возбуждающего света при вынужденном рассеянии Мандельштама – Бриллюэна. – Письма в Ж. эксп. и теор. физики, 1972, т. 15, № 3, с. 160–164.
2. Носач О. Ю., Поповичев В. И., Рагульский В. В., Файзуллов Ф. С. Компенсация фазовых искажений в усиливающей среде с помощью «бриллюэновского зеркала». – Письма в Ж. эксп. и теор. физики, 1972, т. 16, № 11, с. 617–621.
3. Каценеленбаум Б. З. Теория нерегулярных волноводов с медленно меняющимися параметрами. М.: Изд-во АН СССР, 1961.
4. Гельфгат В. И. Поле точечного источника в случайно-неоднородной среде. Одномерная задача. – Акуст. ж., 1972, т. 18, № 1, с. 31–41.
5. Газарян Б. Л. Об одномерной задаче о распространении волны в среде со случайными неоднородностями. – Ж. эксп. и теор. физики, 1969, т. 56, № 6, с. 1856–1871.
6. Гельфгат В. И. Диффузионное приближение в задаче о многократном рассеянии волны в одномерной случайно-неоднородной среде. – Акуст. ж., 1975, т. 21, № 3, с. 391–395.
7. Рыжов Ю. А. К теории распространения волн в одномерной случайно-неоднородной среде. – Препринт № 25. Горький: НИРФИ, 1972.
8. Гельфгат В. И. Отражение от препятствия в одномерной среде со случайными неоднородностями. – Акуст. ж., 1979, т. 25, № 5, с. 686–693.

Акустический институт  
им. Н. Н. Андреева  
Академии наук СССР

Поступила в редакцию  
27.V.1980