

УДК 534+534.231.2

О РАБОТЕ ВЕРТИКАЛЬНОЙ ЛИНЕЙНОЙ АНТЕННЫ  
В ВОДНОМ СЛОЕ

*Елисеевни В. А.*

Рассмотрена направленность вертикальной линейной акустической антенны в однородном водном слое с абсолютно отражающими границами при апертуре антенны, меньшей или равной толщине водного слоя. Звуковое поле в слое создается точечным ненаправленным монохроматическим источником и представляется в виде суммы нормальных волн. Предложен метод выделения нормальных волн с помощью такой антенны, основывающийся на отображении звукового поля относительно границ слоя, и проведено его сравнение с методом пространственной фильтрации нормальных волн.

В работе [1] исследовалась направленность протяженной горизонтальной линейной антенны, помещенной в однородный водный слой с абсолютно отражающими границами. Звуковое поле в слое определялось методом нормальных волн, и размеры антенны предполагались сравнимыми или большими толщины водного слоя. При определенных условиях на кривой отклика антенны могли наблюдаться максимумы, соответствующие отдельным нормальным волнам, распространяющимся в слое.

Ниже аналогичная задача решается для случая вертикальной линейной акустической антенны, помещенной в водный слой, при ее длине, меньшей или равной толщине слоя. Слой предполагается однородным, плоскопараллельным, с абсолютно отражающими границами (поверхность абсолютно мягкая: дно абсолютно жесткое). Начало системы координат  $(r, z)$  располагается на дне, ось  $z$  направлена вертикально вверх, толщина слоя равна  $h$ .

Звуковое поле в слое создается точечным ненаправленным источником, расположенным на горизонте  $Z_0$  и излучающим тональный сигнал. Прием осуществляется на линейную антенну с постоянной по ее длине  $L$  чувствительностью (принимаемой в расчетах за единицу), расположенную в слое вертикально. Поворот фазового фронта антенны на заданный угол  $\beta$  может осуществляться с помощью компенсатора. Очевидно, что функции последнего может также выполнять ЭВМ.

Звуковое поле в слое будем рассматривать в виде суммы незатухающих нормальных волн [2, 3]

$$(1) \quad u(r, z) = j \frac{2\pi}{h} \sum_{l=1}^k \cos(b_l Z_0) \cos(b_l z) H_0^{(1)}(\xi_l r),$$

где  $l$  — номер нормальной волны,  $k$  — число незатухающих нормальных волн, распространяющихся в слое,  $H_0^{(1)}(\xi_l r)$  — функция Ханкеля первого рода нулевого порядка,  $r$  — расстояние по горизонтали от излучателя до антенны,  $\xi_l$  и  $b_l$  — горизонтальная и вертикальная компоненты волнового вектора  $k$   $l$ -й нормальной волны  $\xi_l = \sqrt{k^2 - b_l^2} = \sqrt{k^2 - [(l-0,5)\pi/h]^2}$ .

Каждая нормальная волна может быть представлена в виде суперпозиции двух плоских волн, распространяющихся вдоль слоя наклонно под углами скольжения  $\pm\theta_l$ , причем  $\theta_l = \arcsin(b_l/k)$ . По аналогии с откликом антенны в свободном пространстве отклик антенны на плоскую волну, падающую под углом  $\theta_l$  и соответствующую нормальной волне номера  $l$ , будет пропорционален величине

$$(2) \quad \frac{\sin \left[ \frac{L}{2} k (\sin \theta_l - \sin \beta) \right]}{\frac{L}{2} k (\sin \theta_l - \sin \beta)} = \frac{\sin \left[ \frac{L}{2} (b_l - k \sin \beta) \right]}{\frac{L}{2} (b_l - k \sin \beta)}.$$

Отклик антенны на все  $k$  пар плоских волн, составляющих  $k$  нормальных волн, будет представлять собой суперпозицию откликов вида (2).

Подобно тому как на кривой отклика горизонтальной линейной антенны в слое при определенной ее длине и направлении на источник могут иметь место максимумы, соответствующие различным нормальным волнам [1], встает вопрос о возможности выделения аналогичных максимумов на кривой отклика вертикальной антенны, расположенной в слое. Иными словами, можно ли, сканируя поле антенной в вертикальной плоскости с помощью компенсатора, выделять отдельные нормальные волны.

Из выражения (2) следует, что две не сильно различающиеся по амплитуде плоские волны, соответствующие двум соседним нормальным волнам и приходящие на антенну под углами  $\theta_l$  и  $\theta_{l+1}$  могут быть разрешены антенной с апертурой  $L$  при выполнении условия

$$(3) \quad \frac{L}{2} (b_{l+1} - b_l) \geq \pi \text{ или } L \geq 2h.$$

Максимальная апертура вертикальной антенны в водном слое  $L_{\max}$  равна толщине слоя  $h$ . Следовательно, сканируя поле антенной с помощью компенсатора в принципе нельзя разрешить отдельные нормальные волны, распространяющиеся в слое — согласно условию (3) размеры антенны оказываются недостаточными для этого. Для разрешения нормальных волн необходима специальная обработка сигнала на выходе вертикальной антенны. Один из способов такой обработки излагается ниже. Для упрощения расчетов в дальнейшем будем считать, что апертура антенны  $L$  равна толщине волнового слоя  $h$ .

Известно [2], что звуковое поле выше абсолютно жесткой границы (коэффициент отражения равен  $+1$ ), может быть отображено симметрично вниз относительно этой границы. Отображая вслед за полем вниз вертикальную антенну, получаем распределение звукового поля на антенне удвоенных размеров. Сигнал  $u$  на выходе такой удлиненной антенны, скомпенсированной на угол  $\beta$ , будет пропорционален величине

$$(4) \quad u = \int_{-h}^{+h} u_z(r, z) \exp(-jkz \sin \beta) dz,$$

где  $k$  — волновое число, а  $u_z(r, z)$  — поле на антенне, описываемое выражением (1). Ниже, под антенной в слое мы будем понимать такую удлиненную антенну. Временной множитель  $\exp(-j\omega t)$  здесь и далее в расчетах опускается. Подставляя выражения (1) в формулу (4), заменяя функцию Ханкеля ее асимптотическим выражением при больших значениях аргумента и полагая, что излучатель находится в дальней зоне антенны,

получаем следующее выражение для сигнала на выходе антенны

$$(5) \quad u = j \frac{2\sqrt{2\pi}}{h\sqrt{r}} \exp\left(-j\frac{\pi}{4}\right) \sum_{l=1}^{\kappa} \frac{\cos(b_l Z_0)}{\sqrt{\xi_l}} \exp(j\xi_l r) \cdot \int_{-h}^{+h} \cos(b_l z) \exp(-jkz \sin \beta) dz.$$

Определим отклик вертикальной линейной антенны в слое как нормированную по максимуму интенсивность сигнала на выходе антенны в зависимости от угла компенсации

$$(6) \quad B(\beta) = uu^* / \max\{uu^*\}.$$

Беря интеграл в формуле (5), можно окончательно написать отклик антенны в виде

$$(7) \quad B(\beta) = \sum_{l=1}^{\kappa} D_l^2(\beta) + 2 \sum_{l=1}^{\kappa-1} \sum_{q=l+1}^{\kappa} D_l(\beta) D_q(\beta) \cos[(\xi_l - \xi_q)r],$$

где

$$(8) \quad D_l(\beta) = \frac{\cos(b_l Z_0)}{\sqrt{\xi_l}} \left\{ \frac{\sin[h(b_l - k \sin \beta)]}{h(b_l - k \sin \beta)} + \frac{\sin[h(b_l + k \sin \beta)]}{h(b_l + k \sin \beta)} \right\}.$$

Величина  $D_l(\beta)$  есть ненормированный фактор направленности (или отклик) вертикальной линейной антенны в слое при приеме  $l$ -й нормальной волны, а величина  $D_l^2(\beta)$  — соответствующая направленность по энергии. Как и в случае горизонтальной антенны в слое [1], отклик вертикальной антенны  $B(\beta)$  состоит из двух частей — суммы квадратов факторов направленности, соответствующей энергетическому сложению нормальных волн (энергетическая часть отклика), и суммы попарных произведений факторов направленности всех распространяющихся в слое нормальных волн, определяющий интерференцию между нормальными волнами различных номеров (интерференционная часть отклика). Параметры задачи входят в выражение для отклика антенны  $B(\beta)$  в виде относительных величин  $h/\lambda$ ,  $r/\lambda$ ,  $Z_0/\lambda$  ( $\lambda = 2\pi/k$ ).

В выражении для фактора направленности  $D_l(\beta)$  множитель перед фигурной скобкой  $\cos(b_l Z_0)/\sqrt{\xi_l}$  характеризует степень возбуждения  $l$ -й нормальной волны, распространяющейся в слое. Выражение в фигурных скобках представляет собой сумму откликов антенны на две плоские волны, составляющие нормальную волну номера  $l$  и распространяющиеся вдоль слоя наклонно под углами скольжения  $\pm\theta_l$ . Эти отклики имеют максимумы при углах компенсации  $\beta$ , в точности равных углам скольжения  $\pm\theta_l$ .

Сравнение членов в фигурной скобке выражения (8) с выражением (2) показывает, что операция отображения поля относительно донной поверхности, позволяющая увеличивать толщину звукового поля и соответственно апертуру антенны в 2 раза, приводит к увеличению разрешающей способности антенны также в 2 раза.

Обратимся к выражению (5). Сигнал на выходе антенны получается при сканировании ею поля с помощью компенсатора, причем апертура антенны берется в пределах  $(-h, h)$ . Обработка сигнала может быть интерпретирована также следующим образом. Интеграл в правой части выражения (5) разбивается на два с пределами интегрирования  $(-h, 0)$  и  $(0, +h)$ . Производя в первом интеграле замену переменных  $z' = -z$  и

учитывая четность косинусной функции, получаем

$$(9) \quad \int_{-h}^{+h} \cos(b_1 z) \exp(-jkz \sin \beta) dz = \int_0^h \cos(b_1 z) [\exp(jkz \sin \beta) + \exp(-jkz \sin \beta)] dz = 2 \int_0^h \cos(b_1 z) \cos(kz \sin \beta) dz.$$

Таким образом, обработка звукового поля на слое удвоенной толщины  $(-h, h)$  с помощью одного антенного компенсатора равносильна обработке звукового поля в слое толщиной  $(0, h)$  с помощью двух антенных компенсаторов, сфазированных один к нижнему, другой к верхнему концам антенны и поворачивающих фазовые фронты одновременно в противоположные стороны<sup>1)</sup>.

Изменяя угол компенсации  $\beta$ , можно достичь значения  $\beta = \theta_1$ , тогда  $k \sin \theta_1 = b_1$  и интеграл в выражении (9) окажется равным  $\int_0^h \cos(b_1 z) \cos(b_1 z) dz$ .

Фазовые фронты компенсаторов совпали с фронтами плоских волн, составляющих  $l$ -ю нормальную волну. Антенна оказалась «настроенной» на эту нормальную волну. Изменяя угол компенсации  $\beta$  далее, можно последовательно «настроиться» на все нормальные волны, распространяющиеся в слое.

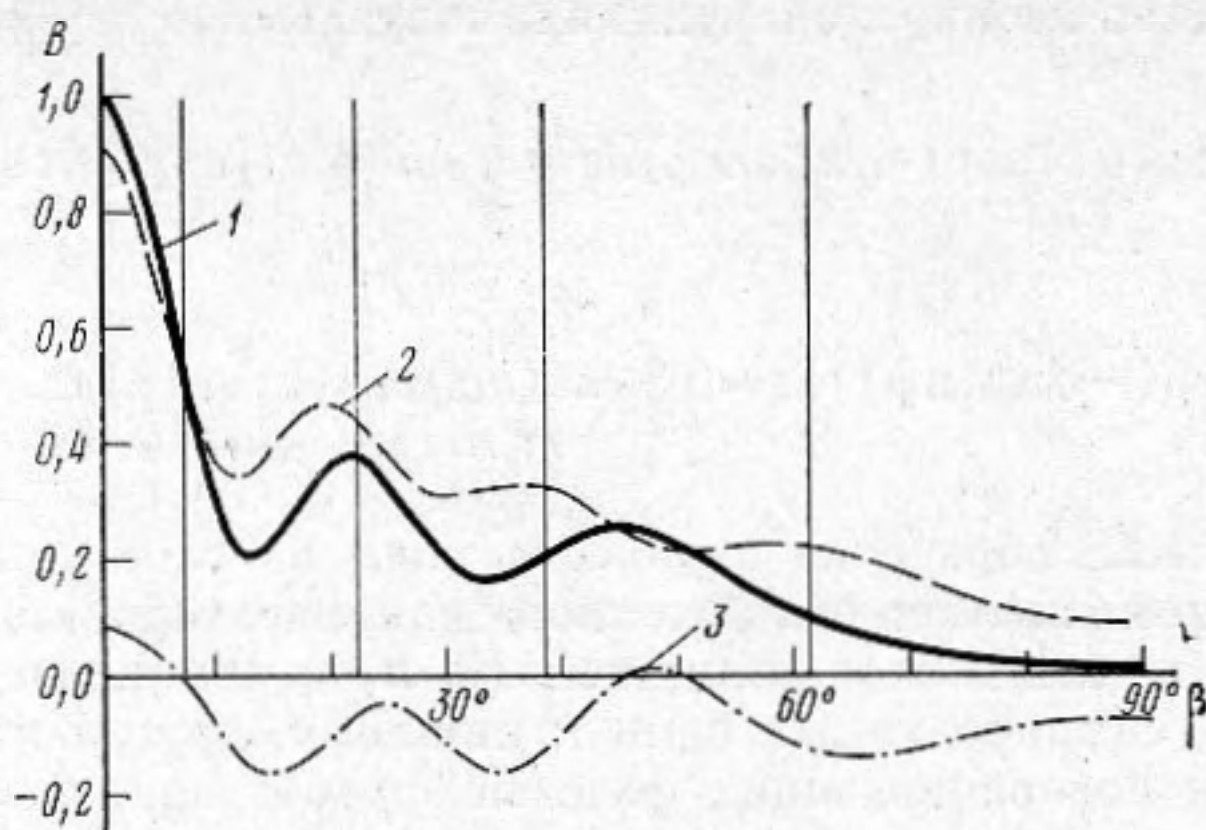
Изложенное выше проиллюстрируем результатами расчетов для одного конкретного случая. Возьмем однородный водный слой толщиной  $h = 2\lambda$ . В таком слое без затухания могут распространяться четыре нормальные волны. Расстояние по горизонтали между излучателем и антенной было равно  $r = 2 \cdot 10^4 \lambda$ , а сам излучатель помещался на глубине  $Z_0 = 0,1h$ , что соответствовало приблизительно одинаковой степени возбуждения всех четырех нормальных волн.

На фиг. 1 представлен отклик антенны (кривая 1), его энергетическая (кривая 2) и интерференционная (кривая 3) части для значений угла компенсации  $\beta$  от  $0^\circ$  до  $+90^\circ$ . Картина, симметричная относительно оси ординат, будем иметь место для значений угла компенсации  $\beta$  от  $0^\circ$  до  $-90^\circ$ . На фиг. 1 (и других фигурах) она опущена. Кривые фиг. 1 (и других фигур) нормировались по максимальному значению отклика антенны. Вертикальными прямыми отмечены значения углов скольжения, под которыми распространяются нормальные волны в слое.

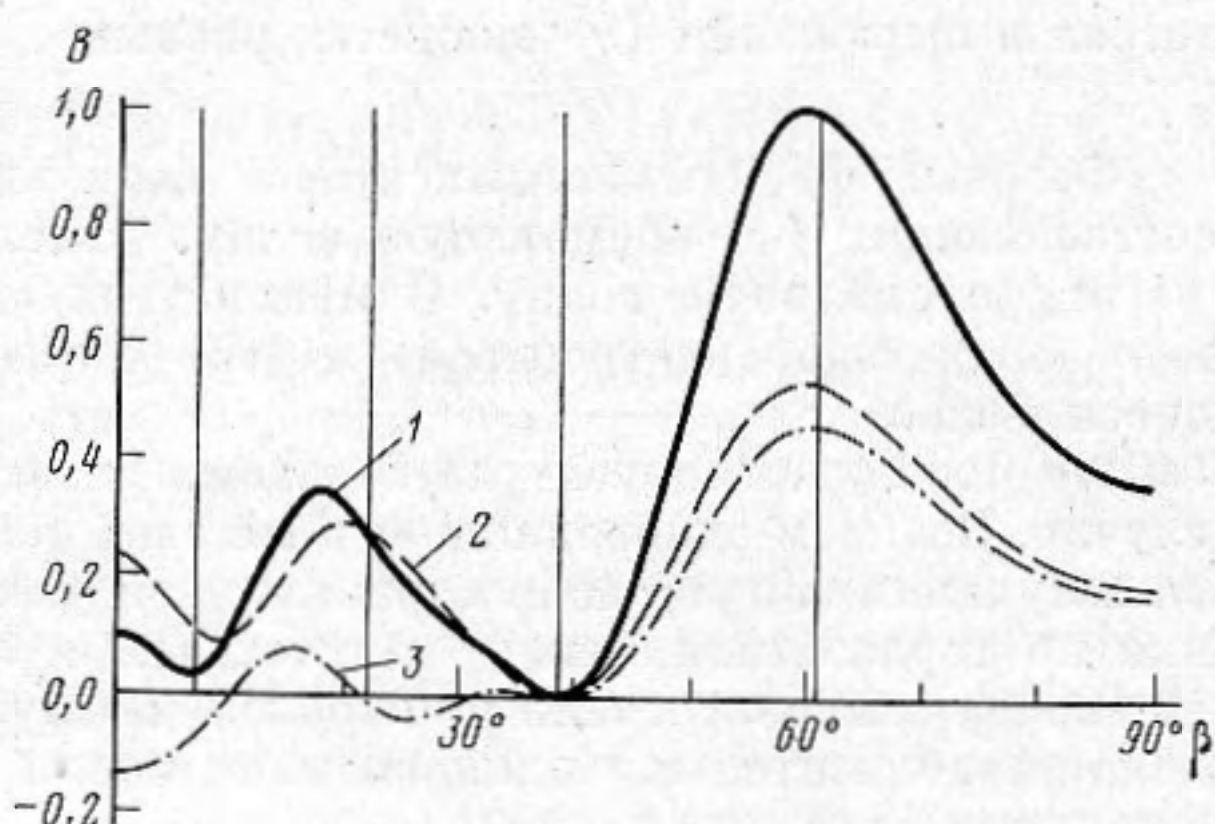
Вид отклика на фиг. 1 показывает, что, несмотря на выполнение равенства в условии (3) ( $L = 2h$ ), разрешение нормальных волн оказывается очень слабым (первая нормальная волна совсем не разрешается). Несколько лучшее разрешение имеет место на кривой энергетической части отклика. Следует ожидать, что присутствие помимо полезного сигнала помех может исключить возможность выделения нормальных волн.

Разрешающую способность можно улучшить, изменяя глубину погружения излучателя. При определенной глубине некоторые из нормальных волн возбуждаются слабо или совсем не возбуждаются, что улучшает разрешающую способность для остальных нормальных волн. На фиг. 2 представлен отклик антенны, а также его энергетическая и интерференционная части при глубине погружения излучателя  $Z_0 = 0,6h$ . Третья нормальная волна практически не возбуждается, зато достаточно хорошо выделяются вторая и четвертая нормальные волны. (Первая нормальная волна по-прежнему не выделяется совсем.) Однако очень часто этот способ улучшения разрешающей способности бывает неосуществим — нельзя

<sup>1)</sup> Сфазировать компенсатор антенны к заданной точке означает обеспечить вращение вокруг этой точки фазового фронта при работе компенсатора.



Фиг. 1. 1 — отклик антенны в слое  $B(\beta)$ , 2 — его энергетическая и 3 — интерференционная части при  $Z_0=0,1h$



Фиг. 2. 1 — отклик антенны в слое  $B(\beta)$ , 2 — его энергетическая и 3 — интерференционная части при  $Z_0=0,6h$

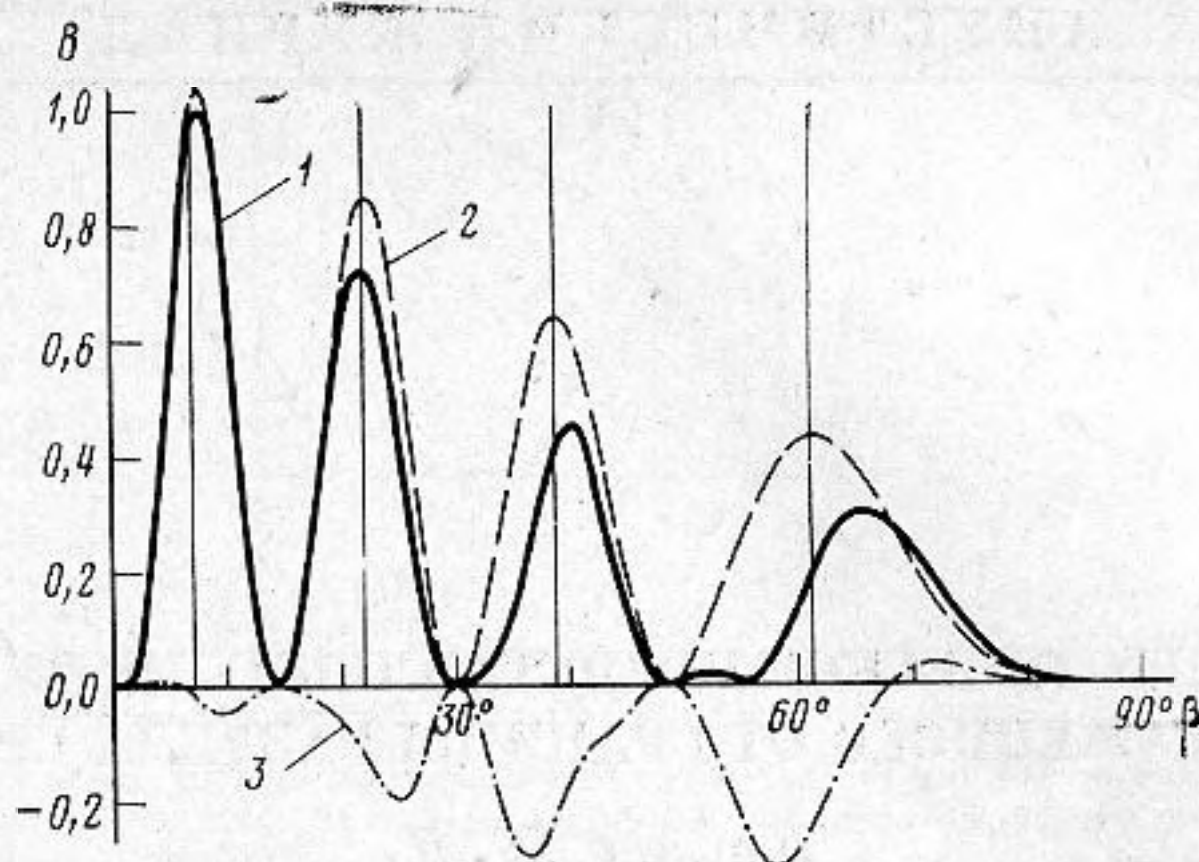
изменить глубину погружения излучателя или требуется одновременное хорошее разрешение для всех нормальных волн.

Из рассмотрения фиг. 1 и 2 следует, что «увеличения» апертуры антенны до величины, равной удвоенной толщине слоя, недостаточно для уверенного разрешения нормальных волн в слое. Разрешение может быть улучшено путем отображения относительно абсолютно мягкой верхней границы вода — воздух звукового поля удвоенной толщины, т. е. уже отображенного относительно твердого дна. В этом случае отображение будет «антисимметричным», поскольку коэффициент отражения равен  $-1$ . Интегрирование в выражении (5) может быть распространено на пределы  $(-h, 3h)$  и в выражении для фактора направленности  $D_i(\beta)$  вместо величины  $h$  будет стоять величина  $2h$ . Разрешающая способность в этом случае увеличивается в 4 раза.

На фиг. 3 представлены кривые отклика, его энергетической и интерференционной частей для вертикальной антенны в рассмотренном выше слое при обработке с отображением как от дна, так и от поверхности вода — воздух. В результате такой обработки уверенно выделяются все четыре нормальные волны, включая и первую.

Очевидно, что принцип отображения может быть продолжен и далее, что приведет к еще большему сужению максимумов на кривой отклика антенны, соответствующих различным нормальным волнам, и тем самым улучшению разрешающей способности метода.

Наиболее распространенным в морском эксперименте методом выделения нормальных волн является метод пространственной фильтрации



Фиг. 3. 1 — отклик антенны в слое  $B(\beta)$ , 2 — его энергетическая и 3 — интерференционная части при  $Z_0=0,1h$ . Случай двукратного отображения

[4, 5], основанный на свойстве ортогональности частных решений волнового уравнения. Согласно этому свойству, интеграл по вертикальной координате от произведения двух нормальных волн, являющихся частными решениями волнового уравнения, равен нулю, если эти нормальные волны различные, и конечной величине, если они одинаковые. Если распределение чувствительности (по амплитуде и фазе) вертикальной антенны пропорционально распределению по вертикали одной из нормальных волн, то сигнал на выходе антенны будет соответствовать приему именно этой нормальной волны.

Вертикальное распределение чувствительности антенны, пропорциональное вертикальному распределению по толщине слоя поля одной из нормальных волн, равносильно повороту фазовых фронтов антенны параллельно фронтам плоских волн, составляющих данную нормальную волну. В приводимых выше терминах это равносильно «настройке» антенны на заданную нормальную волну. В методе пространственной фильтрации фазовые фронты антенны устанавливаются последовательно на углы прихода плоских волн  $\pm\theta$ , в отличие от излагаемого выше метода, в котором фазовые фронты плавно поворачиваются (изменяется угол компенсации  $\beta$ ) и настройка на нормальную волну определяется по максимуму на кривой отклика антенны.

Все недостатки случая однократного отображения звукового поля, отмеченные выше, в равной степени присущи методу пространственной фильтрации нормальных волн.

#### ЛИТЕРАТУРА

1. Елисеев В. А. О работе горизонтальной линейной антенны в водном слое.— Акуст. ж., 1979, т. 25, № 2, с. 227–233.
2. Бреховских Л. М. Волны в слоистых средах. М.: Наука, 1973.
3. Акустика океана. / Под ред. Л. М. Бреховских. М.: Наука, 1974.
4. Gazanhes C., Sessarego J. P., Garnier J. L. Identification of modes in some conditions of sound propagation in shallow water.— J. Sound and vibrat., 1978, v. 56, № 2, p. 251–259.
5. Gazanhes C., Garnier J. L., Sessarego J. P. Beam forming and frequency dependence of mode identification in shallow water propagation.— J. Sound and Vibrat., 1979, v. 65, № 2, p. 165–176.

Акустический институт  
им. Н. Н. Андреева  
Академии наук СССР

Поступила в редакцию  
27.V.1980