

УДК 551.463

**ВЗАИМОДЕЙСТВИЕ ЗВУКОВЫХ ВОЛН С ТОНКОЙ
ТЕРМОХАЛИННОЙ СТРУКТУРОЙ ОКЕАНА**

Артельный В. В., Раевский М. А.

В приближении многократного рассеяния исследовано взаимодействие акустических волн с тонкой термохалинной структурой океана. Рассмотрено изменение модового и углового спектров волн, определены потери энергии в волноводе, обусловленные трансформацией мод, а также затухание когерентной компоненты волнового поля.

Хорошо известно, что для профилей вертикального распределения температуры и солености (а значит, и скорости звука) в океане характерно наличие тонкой структуры, т. е. большого числа существенно анизотропных случайных неоднородностей. Вместе с тем при изучении распространения звуковых волн в океанических волноводах обычно рассматривают «сглаженный по тонкой структуре», плавный профиль скорости звука. В данной работе будет учтено, что в волноводе с невозмущенным профилем $C_0(z)$ имеются случайные неоднородности скорости звука $\Delta C(z, r)$, обусловленные тонкой структурой, и будет рассмотрено их влияние на распространение акустических волн по протяженным трассам. Характерной особенностью этих неоднородностей является малость вертикального масштаба корреляции l_z который меняется в океане от 10^{-1} до 10 м, при сравнительно большом горизонтальном масштабе корреляции l_r (как правило, l_r на 2–3 порядка больше, чем l_z), а также их высокая временная стабильность [1]. Ниже будет показано, что, несмотря на малую величину тонкоструктурных флуктуаций $\Delta C(z, r)$ (типичные значения среднеквадратичных флуктуаций меняются в океане в пределах $10^{-1} \div 1$ мс⁻¹), взаимодействие звуковых волн с тонкой структурой существенно влияет на их характеристики. В работе для широкого класса волноводов рассматривается ряд эффектов, обусловленных наличием тонкой структуры: затухание когерентной компоненты звуковой волны, изменение ее углового спектра, трансформация энергии нормальных мод, а также потери, обусловленные перекачкой энергии из мод, локализованных в волноводе, в моды, затухающие в грунте.

Поскольку тонкая структура стабильна в пределах нескольких десятков часов, будем пренебрегать зависимостью флуктуаций ΔC от времени и рассмотрим распространение гармонической волны с частотой ω . Тогда для звукового потенциала имеем краевую задачу

$$\begin{cases} \Delta\varphi + (\omega^2/c_0^2)\varphi = 2\omega^2(\Delta C/C_0^3)\varphi, \\ \varphi = 0 \text{ при } z=0, \varphi = 0 \text{ при } z=\infty, \end{cases} \quad (1)$$

где $z=0$ — координата свободной поверхности и ось z направлена вниз. Разложим $\varphi(z, r)$ по ортонормированным собственным функциям $\varphi_p(z)$ невозмущенной краевой задачи

$$\begin{cases} d^2\varphi_p/dz^2 + (\omega^2/c_0^2 - k_p^2)\varphi_p = 0. \\ \varphi_p = 0 \text{ при } z=0, \varphi_p = 0 \text{ при } z=\infty. \end{cases} \quad (2)$$

Домножая уравнение (1) на $\varphi_{p_2}(z)$ и интегрируя его с учетом (2), полу-

чим для коэффициентов разложения $a_p(r)$ уравнение

$$\Delta_{\perp} a_p + k_p^2 a_p = 2\omega^2 \sum_{p_1} \int (\Delta C / C_0^3) \varphi_p \varphi_{p_1} dz a_{p_1}, \quad (3)$$

где $\Delta_{\perp} = \partial^2 / \partial x^2 + \partial^2 / \partial y^2$.

В широком диапазоне частот ω горизонтальный масштаб корреляции l_r тонкоструктурных неоднородностей скорости звука ΔC превышает длину звуковой волны ($\omega l_r / C \gg 1$), в этом случае естественно пренебречь взаимодействием встречных звуковых волн (приближение, аналогичное хорошо известному «рассеянию вперед»). Рассмотрим волну, распространяющуюся вдоль оси x и статистически однородную по y . Поскольку флуктуации ΔC малы, удобно перейти к медленно меняющейся амплитуде b_{kp} согласно выражению

$$a_p(x, y) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \int (h_{kp})^{-1/2} b_{kp} \exp[i(h_{kp}x + \kappa y)] d\kappa, \quad (4)$$

где $h_{kp} = (k_p^2 - \kappa^2)^{1/2}$. Пренебрегая в уравнении для b_{kp} второй производной по x , а также взаимодействием встречных волн, имеющих h_{kp} разного знака, получим

$$\frac{\partial b_{kp}}{\partial x} = -\frac{i}{\sqrt{2\pi}} \sum_{p_2} \int \frac{\omega^2 C_0^{-3}}{\sqrt{h_{kp} h_{\kappa_2 p_2}}} \Delta C_{\kappa_1} \varphi_p \varphi_{p_2} b_{\kappa_2 p_2} \cdot \exp[i(h_{\kappa_2 p_2} - h_{kp})x] \delta(\kappa - \kappa_1 - \kappa_2) dz d\kappa_1 d\kappa_2, \quad (5)$$

где ΔC_{κ_1} — фурье-преобразование $\Delta C(x, y, z)$ по y -координате.

Это уравнение совместно с граничным условием, задаваемым при $x=0$, образует причинную задачу, что позволяет в случае достаточно малых флуктуаций ΔC корректно получить замкнутые уравнения для произвольных моментов амплитуд нормальных мод [2, 3]. Ограничимся рассмотрением первых двух моментов: $\langle b_{kp} \rangle$ и $\langle b_{kp} b_{\kappa_1 p}^* \rangle = n_{kp} \delta(\kappa - \kappa_1)$ (символ $\langle \dots \rangle$ означает усреднение по ансамблю реализаций ΔC). Будем считать, что характерный масштаб изменения по x моментов амплитуды b_{kp} (масштаб рассеяния) превышает масштаб корреляции l_r , а также масштаб интерференции мод $L_{\text{инт}} = \{\min(k_p - k_{p_2})\}^{-1}$; при этом когерентная компонента $\langle a_p(x) \rangle$ меняется по закону $\langle a_p(x) \rangle = a_p(0) \exp(-\gamma_{kp} x)$, где

$$\gamma_{kp} = \frac{1}{4\pi} \sum_{p_2} \int \frac{\omega^4}{h_{kp} h_{\kappa_2 p_2} C_0^3(z) C_0^3(z_1)} \varphi_p(z) \varphi_{p_2}(z) \cdot \varphi_p(z_1) \varphi_{p_2}(z_1) B_{\mathbf{k}_1} \delta(h_{kp} - h_{\kappa_2 p_2} - h_1) \delta(\kappa - \kappa_1 - \kappa_2) dz dz_1 dh_1 d\kappa_1 d\kappa_2, \quad (6)$$

где $\mathbf{k} = \{h, \kappa\}$, $B_{\mathbf{k}_1}(z, z_1)$ — спектр флуктуаций ΔC . При этом предполагается горизонтальная однородность флуктуаций, т. е.:

$$\langle \Delta G_{\mathbf{k}}(z) \Delta G_{\mathbf{k}_1}(z_1) \rangle = B_{\mathbf{k}}(z, z_1) \delta(\mathbf{k} + \mathbf{k}_1). \quad (7)$$

В том же приближении уравнение для парного коррелятора n_{kp} с учетом слабого затухания волны имеет вид

$$\partial n_{kp} / \partial x + 2\nu_{kp} n_{kp} = \sum_{p_2} \int W_{\kappa\kappa_2}^{pp_2} (n_{\kappa_2 p_2} - n_{kp}) d\kappa_2, \quad (8)$$

где ν_{kp} — коэффициент затухания моды p . Функция $W_{\kappa\kappa_2}^{pp_2}$, определяемая выражением

$$W_{\kappa\kappa_2}^{pp_2} = \frac{1}{2\pi} \int \frac{\omega^4}{h_{kp} h_{\kappa_2 p_2} C_0^3(z) C_0^3(z_1)} \varphi_p(z) \varphi_{p_2}(z) \cdot \varphi_p(z_1) \varphi_{p_2}(z_1) B_{\mathbf{k}_1}(z, z_1) \delta(h_{kp} - h_{\kappa_2 p_2} - h_1) \delta(\kappa - \kappa_1 - \kappa_2) dz dz_1 dh_1 d\kappa_1, \quad (9)$$

имеет смысл вероятности перехода из состояния (κ, p) в состояние (κ_2, p_2) .

Наибольший интерес представляет распространение звуковой волны относительно низкой частоты ($f \ll 10^2$ Гц), для которой потери, обуслов-

ленные объемной вязкостью, малы и основными становятся потери в дне океана. Учитывая, что эти потери пренебрежимо малы для мод, локализованных волноводом (мод, которые не касаются дна), и наоборот, велики для нелокализованных мод, можно получить [3] для локализованных мод

$$\frac{\partial n_{xp}}{\partial x} = \sum_{p_2=1}^{p_{cr}} \int W_{\kappa\kappa_2}^{pp_2} (n_{\kappa_2 p_2} - n_{xp}) d\kappa_2 - \Gamma_{xp} n_{xp}, \quad (10)$$

где p_{cr} — число локализованных мод. При этом функция

$$\Gamma_{xp} = \sum_{p_2} \int W_{\kappa\kappa_2}^{pp_2} d\kappa_2, \quad (11)$$

где сумма берется по нелокализованным модам, описывает потери, обусловленные перекачкой энергии из локализованных мод в моды, затухающие в грунте. Заметим, что при наличии у оператора (2) сплошного спектра в коэффициенте потерь (11) следует добавить слагаемое, соответствующее переходам из локализованных мод в моды непрерывного спектра [4]. Уравнение (10) может быть упрощено в предположении, что число мод, локализованных в волноводе, достаточно велико и выполняется условие $(\omega/C)l_r \theta_{cr}^2 \gg 1$, где θ_{cr} — критический угол волновода. В этом случае имеем для интенсивности уравнение диффузионного типа [3]

$$\begin{aligned} \frac{\partial n_{xp}}{\partial x} + \Gamma_{xp} n_{xp} = & \frac{\partial}{\partial p} \left(D_{pp} \frac{\partial n_{xp}}{\partial p} \right) + \frac{\partial}{\partial \kappa} \left(D_{\kappa\kappa} \frac{\partial n_{xp}}{\partial \kappa} \right) + \\ & + \frac{\partial}{\partial \kappa} \left(D_{xp} \frac{\partial n_{xp}}{\partial p} \right) + \frac{\partial}{\partial p} \left(D_{xp} \frac{\partial n_{xp}}{\partial \kappa} \right) \end{aligned} \quad (12)$$

с коэффициентами диффузии

$$D_{pp} = 1/2 \sum_{\Delta p} \int (\Delta p)^2 W_{\kappa_2 \kappa}^{p+\Delta p, p} d\kappa_2, \quad (13)$$

$$D_{xp} = 1/2 \sum_{\Delta p} \int \Delta \kappa \Delta p W_{\kappa_2 \kappa}^{p+\Delta p, p} d\kappa_2, \quad (14)$$

$$D_{\kappa\kappa} = 1/2 \sum_{\Delta p} \int (\Delta \kappa)^2 W_{\kappa_2 \kappa}^{p+\Delta p, p} d\kappa_2, \quad (15)$$

где $\Delta \kappa \equiv \kappa_2 - \kappa$, $\Delta p \equiv p_2 - p$.

Вычисление в явном виде вероятности перехода $W_{\kappa\kappa_2}^{pp_2}$, декремента γ_{xp} и коэффициентов диффузии представляет собой весьма сложную задачу. Ее можно частично упростить, используя тот факт, что, как правило, масштаб корреляции l_z мал по сравнению с вертикальным масштабом нормальных мод звукового канала, в этом случае функцию $B_{\kappa}(z, z_1)$ можно заменить на эффективную функцию

$$B_{\kappa}(z, z_1) = B_{\kappa}^{\text{эф}}(z) \delta(z - z_1). \quad (16)$$

Отметим, что, как это следует из условия резонанса ($h_{xp} = h_{\kappa_2 p_2} + h_1$, $\kappa = \kappa_2 + \kappa_1$), аппроксимацию (16) можно использовать даже в том случае, когда l_z сравним с масштабом изменения по z собственных функций $\varphi_p(z)$, если при этом выполняется условие $((\sigma^2 + 2\omega/C l_r)^{1/2} - \sigma) l_z \ll 1$ (где σ — характерное вертикальное волновое число взаимодействующих мод).

Рассмотрим более подробно распространение звуковой волны в приповерхностном канале с произвольным степенным профилем

$$1/C_0^2(z) = 1/C_*^2 - \alpha^2 z^s, \quad (17)$$

где s — любое положительное число.

При вычислении собственных функций краевой задачи (2) воспользуемся приближением ВКБ. В этом случае для мод с номерами $p \gg 1$ имеем:

$$\varphi_p = A_p (1 - \alpha^2 \omega^2 z^s / \sigma_p^2)^{-1/4} \sin \theta_p(z), \quad (18)$$

$A_p = \left(2s/B \left(\frac{1}{2}; \frac{1}{s} \right) \right)^{1/2} (\alpha\omega/\sigma_p)^{1/s}$, $\theta_p(z) = \sigma_p z [1 - (\alpha\omega/\sigma_p)^2 z^s]^{1/2} {}_2F_1(1, -1/2; 1+1/s; -z^s/[(\sigma_p/\alpha\omega)^2 - z^s])$, где $B(\beta; \gamma)$ — бета-функция, ${}_2F_1(\beta, \gamma; \delta; x)$ — гипергеометрическая функция Гаусса, а значение вертикального волнового числа при $z=0$ — σ_p удовлетворяет дисперсионному уравнению

$$\sigma_p = [\pi(s+2)(\alpha\omega)^{2/s}(p+1/4)/B(1/2; 1/s)]^{s/(s+2)}. \quad (19)$$

К сожалению, не имеется сколь-нибудь надежных данных о виде горизонтальной функции корреляции тонкой структуры. Рассмотрим гауссову функцию корреляции, изотропную в горизонтальной плоскости. Будем также полагать, что интенсивность флуктуаций не меняется на толщине канала, тогда $B_k(z, z_1)$ имеет вид

$$B_k(z, z_1) = 8\pi l_r^2 l_z \langle (\Delta C)^2 \rangle \exp(-k^2 l_r^2) \delta(z - z_1). \quad (20)$$

Предполагая выполненным условие диффузионного приближения, вычислим интегральную вероятность перехода между модами $W_{\kappa}^{pp_1} = \int W_{\kappa\kappa_2}^{pp_1} d\kappa_2$. Используя выражения (18) — (20), после громоздких выкладок получим

$$W_{\kappa}^{pp_1} = \frac{4\sqrt{\pi} \langle (\Delta C)^2 \rangle s \alpha^{2/s} \omega^{2+2/s} l_r l_z \left(\frac{\sigma_p}{2\Delta\sigma_p} \right)^{1/2}}{C_*^4 \sigma_p^{2/s} B(1/2; 1/s)} \quad (21)$$

$$\cdot \exp(-l_r^2 \sigma_p^2 C_*^2 \Delta\sigma_p^2 / \omega^2) {}_2F_1(1/2, 1/2; 1/2+1/s; -\sigma_p/2\Delta\sigma_p).$$

При вычислении этого выражения пренебрегается малым вкладом в интегралах по z экспоненциальных хвостов нормальных мод ниже точки отражения $z_{отр} = (\sigma_p/\alpha\omega)^{2/s}$. Вклад особенностей функций $\theta_p(z)$ при $z = z_{отр}$ при этом тоже оказывается малым. В формуле (21) $\Delta\sigma_p = \sigma_p - \sigma_{p_1}$; при этом учитывается, что $\theta_{cr} \ll 1$, $\Delta\sigma_p \ll \sigma_p$, $\kappa \ll k_p$. Тогда можно получить следующие выражения для функций $\gamma_{\kappa p}$ и D_{pp} :

$$\gamma_{\kappa p} = \frac{2 \langle (\Delta C)^2 \rangle \omega^3 l_z}{B(1/2; 1/s) C_*^5 \sigma_p} \left[\ln \left(\frac{2\sigma_p^2 l_r C_*}{\omega} \right) - \frac{1}{2} \psi(1/2) - \psi(1/s) + \psi(1) \right] \quad (22)$$

$$D_{pp} = \frac{\omega^5 \langle (\Delta C)^2 \rangle l_z \sigma_p^{3/s-3} B(1/2; 1/s)}{\pi^2 C_*^7 s^2 (\alpha\omega)^{4/s} l_r^2} \left[\ln \left(\frac{2\sigma_p^2 l_r C_*}{\omega} \right) - \psi(1/s) + \psi(1) \right], \quad (23)$$

где $\psi(x)$ — пси-функция Эйлера.

Аналогичное выражение для коэффициента диффузии $D_{\kappa\kappa}$ имеет вид

$$D_{\kappa\kappa} = \frac{\omega^3 l_z \langle (\Delta C)^2 \rangle}{C_*^5 \sigma_p l_r^2 B(1/2; 1/s)} \left[\ln(2\sigma_p^2 l_r C_* / \omega) - \frac{1}{2} \psi(1/2) - \psi(1/s) + \psi(1) \right]. \quad (24)$$

Коэффициент $D_{\kappa p} = 0$ в силу предположения об изотропности поля флуктуаций ΔC в горизонтальной плоскости. Выражения (22) — (24) справедливы для произвольных степенных профилей $C_0(z)$ и номеров мод, удовлетворяющих условию $\sigma_p \gg (\omega/C_* s l_r)^{1/2}$ (нетрудно видеть, что при этом $\gamma_{\kappa p} > 0$, $D_{pp} > 0$, $D_{\kappa\kappa} > 0$). Полученные выражения позволяют проанализировать зависимость от частоты ω , номера моды p и типа канала эффектов затухания когерентной составляющей и перераспределения энергии волны по модам и углу. Например, из выражения (22) видно, что декремент

$\gamma_{\kappa p}$ убывает с ростом номера p как $p^{-s/(s+2)} [\ln(p^{2s/(s+2)}) + c]$ и при фиксированном p растет с увеличением частоты волны как $\omega^{2s/(s+2)} [\ln \omega^{(2-s)/(2+s)} + c]$.

Поскольку в силу горизонтальной изотропности тонкой структуры функции D_{pp} и $D_{\kappa\kappa}$, а также $\Gamma_{\kappa p}$ зависят только от p (при заданной частоте

те ω), из диффузионного уравнения

$$\frac{\partial n_{xp}}{\partial x} + \Gamma_{xp} n_{xp} = \frac{\partial}{\partial p} \left(D_{pp} \frac{\partial n_{xp}}{\partial p} \right) + \frac{\partial}{\partial x} \left(D_{xx} \frac{\partial n_{xp}}{\partial x} \right) \quad (25)$$

можно получить уравнение для интенсивности p моды $n_p = \int n_{xp} dx$, которое имеет вид

$$\frac{\partial n_p}{\partial x} + \Gamma_p n_p = \frac{\partial}{\partial p} \left(D_{pp} \frac{\partial n_p}{\partial p} \right), \quad (26)$$

где $\Gamma_p = \Gamma_{xp}$. В диффузионном приближении коэффициент потерь Γ_p отличен от нуля лишь для мод, близких к p_{cr} , поэтому потери естественно учесть в виде диссипативного граничного условия при $p = p_{cr}$.

Таким образом, динамика локализованных мод в волноводе описывается (подробнее см. [3]) краевой задачей:

$$\begin{cases} \frac{\partial n_p}{\partial x} = \frac{\partial}{\partial p} \left(D_{pp} \frac{\partial n_p}{\partial p} \right) \\ D_{pp} \frac{\partial n_p}{\partial p} = 0 \text{ при } p=1, \quad n_p = 0 \text{ при } p=p_{cr}, \\ n_p = n_0(p) \text{ при } x=0, \end{cases} \quad (27)$$

где $p_{cr} = [B(1/2; 1/s)/\pi(s+2)] (\theta_{cr}/\alpha C_*)^{(s+2)/s} \alpha \omega$ — критическое число мод (критический угол волновода θ_{cr} определяется перепадом скорости звука δC в канале по формуле $\theta_{cr} = \sqrt{2\delta C/C_*}$).

Чтобы рассмотреть частотную зависимость эффектов трансформации локализованных мод и потери энергии звука в волноводе, обусловленные ее перекачкой в затухающие моды, удобно сформулировать краевую задачу (27) в переменных x и $m = p/p_{cr}$. Отметим, что m однозначно связана с величиной $\sigma_p(0)/\omega$, т. е. углом наклона волны Бриллюэна, соответствующей p -моду. В этих переменных имеем:

$$\begin{cases} \frac{\partial n_m}{\partial x} = \frac{\partial}{\partial m} \left(D_m \frac{\partial n_m}{\partial m} \right), \\ D_m \frac{\partial n_m}{\partial m} = 0 \text{ при } m=0, \quad n_m = 0 \text{ при } m=1, \quad n_m = n_0(m) \text{ при } x=0, \end{cases} \quad (28)$$

$$D_m = \frac{(1 + 2/s)^2 \langle (\Delta C)^2 \rangle l_z m^{\frac{4-3s}{s+2}}}{B(1/2; 1/s) C_*^2 l_r^2 \theta_{cr}^5} \left[\ln \left(\frac{2\theta_{cr}^2 l_r \omega}{C_*} m^{\frac{2s}{s+2}} \right) - \psi(1/s) + \psi(1) \right]. \quad (29)$$

Заметим, что D_m не зависит от α , т. е. от эффективной ширины волновода и сильно зависит от θ_{cr} .

Поскольку D_m лишь логарифмически, т. е. слабо зависит от частоты ω , можно утверждать, что если начальное угловое (в вертикальной плоскости) распределение интенсивности не зависит от частоты ω , то и потери энергии звука в волноводе, обусловленные трансформацией мод на тонкой структуре, практически не зависят от частоты звуковой волны.

Отметим, что если рассматривать не однородную по y , а цилиндрически расходящуюся в горизонтальной плоскости волну, то после исключения геометрического фактора убывания амплитуд $1/\sqrt{r}$ выражение (6) для декремента γ_p и краевая задача (28) для интенсивности n_p (где следует заменить x на r) останутся без изменения.

Приведем результаты численного решения задачи (27) для волновода с линейным профилем ($s=1$). Будем рассматривать эволюцию начального возмущения $n_0(p)$, соответствующего излучению точечного источника, расположенного на глубине $z=H$. На фигуре изображены зависимости нормированной интенсивности локализованных мод n_p от номера моды p для начальной точки $x=0$ и точки $x=1,25 \cdot 10^6$ м при следующих значе-

ниях параметров: $f = \omega/2\pi = 250$ Гц, $H = 70$ м, $\alpha = 2,6 \cdot 10^{-6}$ м^{-1/2} с, $p_{cr} = 103$, $\theta_{cr} = 0,18$, $l_r = 220$ м, $l_z = 1$ м, $\sqrt{\langle (\Delta C)^2 \rangle} = 0,5$ мс⁻¹. Из фигуры видно, что произошло существенное перераспределение интенсивности по модам. При этом, как показывает счет, ослабление полной энергии звука в канале весьма

мало: коэффициент затухания энергии мод $\Gamma(x) = \sum_{p=1}^{p_{cr}} n_p(x) / \sum_{p=1}^{p_{cr}} n_p(0)$

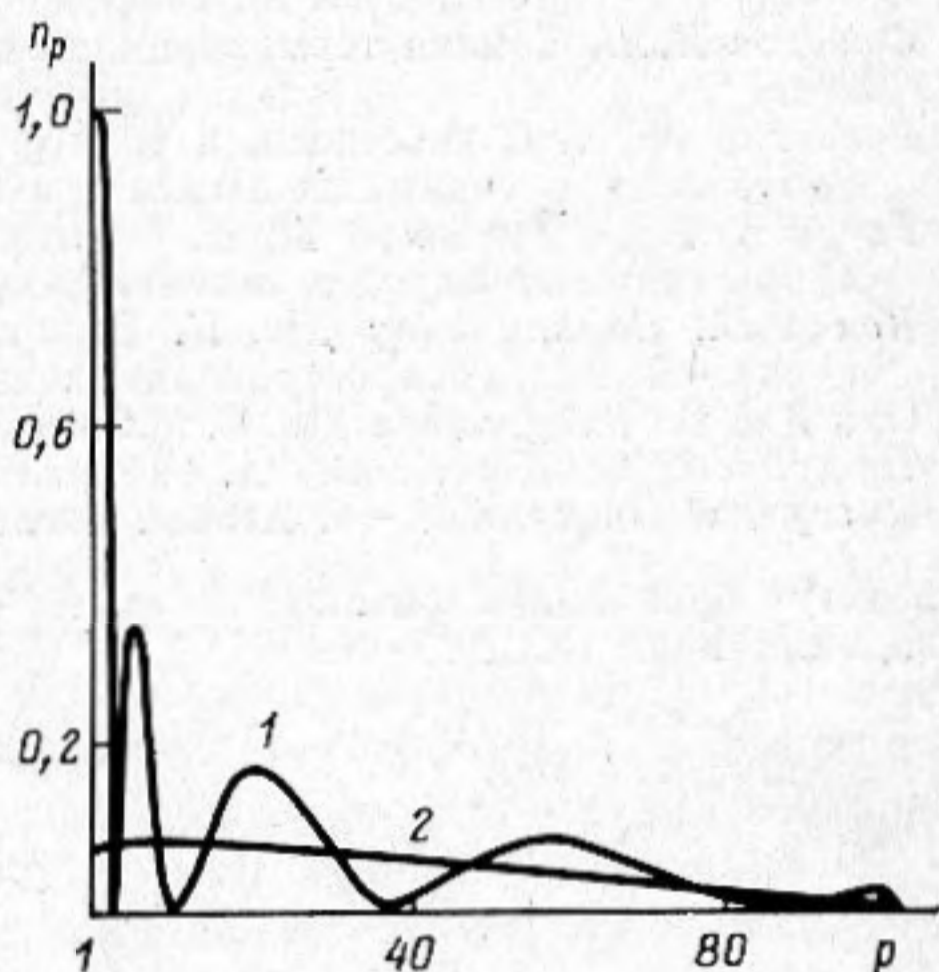
при $x = 1,25 \cdot 10^6$ м равен 0,85, т. е. близок к 1.

Вместе с тем изменение энергии звука на конкретной глубине z_0 (речь идет о значении, усредненном по интерференционной структуре) может быть весьма значительным. Это изменение характеризуется величиной

$\sum_{p=1}^{p_{cr}} n_p(x) \varphi_p^2(z_0) / \sum_{p=1}^{p_{cr}} n_p(0) \varphi_p^2(z_0) = \Gamma(z_0, x)$. Счет показывает, что, напри-

мер, при $z_0 = 70$ м и $x = 1,25 \cdot 10^6$ м $\Gamma(z_0, x) = 0,2$. Таким образом, из-за трансформации мод происходит эффективное заглубление поля волны, что приводит к существенному уменьшению энергии звука вблизи поверхности при малом изменении полной акустической энергии в канале. В условиях экспериментов по измерению потерь низкочастотных акустических волн в океане прием сигнала, как правило, производится на одиночный гидрофон, расположенный на фиксированной, относительно небольшой глубине. При этом потери полной энергии звуковой волны неотличимы от ослабления сигнала, обусловленного перераспределением ее энергии по модам. Поэтому не исключено, что именно трансформация мод должна учитываться в первую очередь при интерпретации экспериментов по измерению потерь в области малых частот. Отметим, что типичные экспериментальные значения потерь составляют $5 \cdot 10^{-3} \div 7 \cdot 10^{-3}$ дБ/км [5], что соответствует полученному нами значению $\Gamma(z_0, x)$. Заглубление звукового поля, обусловленное трансформацией мод, может быть эффективно и в случае других типов океанических неоднородностей, например случайных внутренних волн [3].

Наряду с трансформацией модового состава звуковой волны представляет интерес изменение ее углового спектра. Поскольку коэффициент диффузии $D_{\text{жк}}$ зависит от номера моды p , этот эффект должен, вообще говоря, рассматриваться совместно с трансформацией мод на основании уравнения (25). Однако в ряде случаев можно получить для уширения углового спектра $\delta\varphi$ простые оценки. Например, в случае линейного профиля скорости звука коэффициент $D_{\text{жк}}$ слабо зависит от номера моды ($D_{\text{жк}} \sim p^{-1/2}$), поэтому для уширения углового спектра $\delta\varphi$ при прохождении волной расстояния x из формул (24, 25) следует оценка $\delta\varphi \sim [(C^2 / \omega^2) D_{\text{жк}} x]^{1/2} \sim (\langle (\Delta C)^2 \rangle \omega l_z x / C^3 \sigma_p l_r^2)^{1/2}$, где p — характерный номер моды. Отсюда при приведенных выше значениях параметров и $p \sim 10$, $x \sim 10^6$ м получаем $\delta\varphi \sim 10^{-2}$. При тех же значениях параметров задачи для масштаба $L_{\text{ког}}$, на котором затухает в e раз когерентная составляющая волны, из формулы (22) в случае волновода с линейным профилем следует оценка $L_{\text{ког}} \sim \gamma_{\text{кр}}^{-1} \sim 10^6$ м. Поскольку затухание когерентной составляющей обусловлено в основном случайными набегами фаз нормальных мод, это означает, что на расстоянии $L_{\text{ког}}$ случайные фазовые набеги, обусловленные



Зависимость нормированной интенсивности локализованных мод от номера p : 1 — соответствует $x=0$, 2 — $x=1250$ км

тонкой структурой, становятся порядка λ . Таким образом, тонкая термохалинная структура существенно влияет как на энергетические, так и на фазовые характеристики акустических волн.

В заключение отметим, что полученные результаты путем предельного перехода $s \rightarrow \infty$ в формулах (21)–(24) обобщаются на случай канала со скачком скорости звука (модель Пекериса). Кроме того, можно обобщить основные результаты работы на случай подводного канала с симметричным профилем $1/C_0^2(z) = 1/C_*^2 - \alpha^2|x-d|^s$, где s – любое положительное число, d – глубина оси канала. В этом случае дисперсионное уравнение принимает вид $\sigma_p = [\pi(s+2)(\alpha\omega)^{2/s}(p+1/2)/2B(1/2; 1/s)^{s/(s+2)}]$. Выражения для γ_{xp} и D_{xx} остаются без изменений, выражение (23) для D_{pp} следует умножить на 4, а выражение (21) для $W_{\kappa}^{pp_2}$ – поделить на 2.

Авторы благодарят Л. А. Островского за обсуждение результатов работы, а также И. М. Старобинца за проведение численного решения диффузионного уравнения.

ЛИТЕРАТУРА

1. Федоров К. Н. Тонкая термохалинная структура вод океана. Л.: Гидрометеиздат, 1976.
2. Раевский М. А. О рассеянии и трансформации волн в средах с пространственно-временными случайными параметрами. – Препринт ИПФ АН СССР, 1983.
3. Горская Н. С., Раевский М. А. О влиянии случайного поля внутренних волн на распространение звука в океане. – Акуст. журн., 1984, т. 30, № 2, с. 183–191.
4. Колер В., Папаниколау Дж. К. Распространение волн в случайно-неоднородном океане. – В кн.: Распространение волн и подводная акустика / Под ред. Келлера Дж. Б., Пападакиса Дж. С. М.: Мир, 1980, с. 126–179.
5. Hampton L. D., Kibblewhite A. C. A review of deep ocean sound attenuation data at very low frequencies. – J. Acoust. Soc. Amer., 1980, v. 67, № 1, p. 147–158.

Институт прикладной физики
Академии наук СССР

Поступила в редакцию
30.V.1983