

УДК 534.222

**ХАРАКТЕРИСТИКИ ПАРАМЕТРИЧЕСКОГО ИЗЛУЧАТЕЛЯ
ЗВУКА С ПУЗЫРЬКОВЫМ СЛОЕМ В ДАЛЬНОЙ ЗОНЕ**

Назаров В. Е., Сутин А. М.

Получены характеристики параметрического излучателя с тонким пузырьковым слоем, расположенным в дальней зоне излучателя первичного пучка. Проведено сравнение с экспериментальными данными и рассмотрены способы оптимизации такого излучателя.

Возможность использования газовых пузырьков для повышения эффективности параметрического излучателя звука обсуждается уже довольно давно [1-3]. Теоретические расчеты работы параметрического излучателя в сплошной пузырьковой среде показали, что увеличение уровня поля на оси излучателя должно сопровождаться значительным расширением диаграммы направленности. Кроме того, необходимо создавать протяженную пузырьковую среду. Значительно легче создать тонкий пузырьковый слой («завесу»), который к тому же позволяет получить заметный выигрыш в амплитуде поля без значительного расширения диаграммы направленности. Проведенные эксперименты [4] показали значительную эффективность такой «завесы». В работе [5] теоретически рассматривались характеристики такого излучателя в случае малых и больших расстояний от источника волн накачки до слоя пузырьков. В настоящей работе получены соотношения, определяющие характеристики параметрического излучателя с пузырьковым слоем при любых расстояниях до слоя пузырьков, найдены его оптимальные режимы работы и проведено сравнение с экспериментальными данными.

Рассмотрим процесс генерации волны разностной частоты на пузырьковом слое толщины l , расположенном на расстоянии d от излучателя бигармонической волны, который создает две высокочастотные волны накачки с частотами ω_1 и ω_2 . Амплитуды давления $P_{1,2}$ на первичном излучателе распределены по Гауссову закону, т. е.

$$P_{1,2}(r, z=0) = A_{1,2} \exp(-r^2/a^2), \quad ak_{1,2} \gg 1, \quad (1)$$

где r — радиальная координата, c — скорость звука в среде, $k_{1,2} = \omega_{1,2}/c$.

Рассмотрим случай, когда генерация волны разностной частоты и затухание первичных волн происходит в основном в пузырьковом слое, расположенном в дальней зоне излучателя ($d \gg k_{1,2}a^2$). Пренебрежем также изменением скорости звука в пузырьковом слое по сравнению со случаем чистой жидкости. Это можно сделать, если дисперсия звука в пузырьковой среде не вносит заметную фазовую расстройку между взаимодействующими волнами на толщине слоя, т. е. выполняется условие

$$(K - k_1 + k_2)l \ll \pi, \quad (2)$$

где $K = \Omega/c$ — волновое число волны разностной частоты $\Omega = \omega_1 - \omega_2$. Для тонких слоев с монорадисными пузырьками это условие выполняется при существенно больших концентрациях, чем для сплошной пузырьковой среды [1, 3]. Для слоев с широким распределением пузырьков по радиусам дисперсия практически не сказывается [2]. В этом случае пространственное распределение полей накачки в пузырьковом слое описывается выражением [6]

$$P_{1,2}(r, z) = A_{1,2} \frac{a^2 k_{1,2}}{2z} \exp \left[-\frac{r^2 a^2 k_{1,2}^2}{4z^2} - jk_{1,2}z - j \frac{r^2 k_{1,2}}{2z} \right] e^{-\alpha_{1,2}(z-d)}. \quad (3)$$

Это поле создает вторичные источники разностной частоты, интеграл по которым и определяет поле параметрического излучателя:

$$P_{\Omega}(R_0, \theta) = \frac{1}{4\pi} \int_V \frac{e^{-iKR-\Phi}}{R} Q(r, z) dV, \quad (4)$$

где R — расстояние от элемента пузырькового объема dV до точки наблюдения, Φ — функция затухания вторичной волны на пузырьковом слое $\Phi = \alpha_s(z-d-l)$, α_s — коэффициент затухания волны на частоте Ω ,

$$Q(r, z) = A_1 A_2 \frac{\epsilon_s \Omega^2}{\rho c^4} \frac{a^4 k_1^2}{4z^2} \exp \left[-\frac{r^2 a^2 k_1^2}{2z^2} - jKz - j\frac{r^2 K}{2z} - 2\alpha z \right], \quad (5)$$

ϵ_s — параметр нелинейности газожидкостной среды, $\alpha \approx \alpha_1 \approx \alpha_2$, ρ — плотность жидкости. В обычных условиях объемное содержание пузырьков мало и плотность пузырьковой среды близка к плотности жидкости.

Рассмотрим слой достаточно тонкий для того, чтобы направленность параметрического излучателя определялась в основном шириной области излучения, а не ее длиной, т. е.

$$\Lambda/D \ll \sqrt{\Lambda/l}, \quad (6)$$

где $\Lambda = 2\pi/K$ — длина волны разностной частоты, $D = 2z/k_{1,2}a$ — характерная ширина пучка в области пузырькового слоя. При выполнении этого условия пузырьковый слой работает как плоский излучатель с неоднородным распределением амплитуды и фазы. Интегрируя выражение (4) с учетом соотношения (5) по координате z , получим

$$P_{\Omega}(R_0, \theta) = \frac{A_1 A_2}{8R_0} \frac{\Omega^2 a^4 k_1^2 \epsilon_s}{c^4 \rho d^2 (2\alpha - \alpha_s)} \{1 - \exp[-(2\alpha - \alpha_s)l]\} \times \\ \times \exp(-\alpha_s l) \int_0^{\infty} \exp \left[-\frac{r^2 a^2 k_1^2}{2d^2} - j\frac{r^2 K}{2d} + jKr \sin \theta \right] r dr. \quad (7)$$

Интеграл здесь описывает поле плоского излучателя с распределением амплитуды давления на его поверхности, имеющим вид

$$P(r, z=0) \sim \exp \left[-\frac{r^2 a^2 k_1^2}{2d^2} - j\frac{r^2 K}{2d} \right]. \quad (8)$$

Поскольку поле такого излучателя известно [6], то легко находится и поле в дальней зоне параметрического излучателя с пузырьковым слоем. Амплитуда давления на оси $P_0(R_0)$ и диаграмма направленности $D(\theta)$ такого излучателя определяются выражениями

$$P_0(R_0) = \frac{P_w}{\sqrt{1 + \left(\frac{Kd}{k_1^2 a^2}\right)^2}}, \quad (9)$$

$$D(\theta) = \exp \left[-\frac{k_1^2 a^2}{2} \frac{\theta}{1 + \left(\frac{k_1^2 a^2}{Kd}\right)^2} \right], \quad (10)$$

где

$$P_w = 2A_1 A_2 \frac{\epsilon_s}{2\alpha - \alpha_s} \frac{\Omega^2 a^2}{c^4 \rho R_0} \{1 - \exp[-(2\alpha - \alpha_s)l]\} \exp(-\alpha_s l) \quad (11)$$

— поле на оси, определяемое моделью Вестервельта для ограниченного слоя.

Из анализа формул (9), (10) видно, что режимы работы параметрического излучателя зависят от значения параметра $\mu = d\eta/R_0$, где $R_0 = k_1 a^2$ —

расстояние Фраунгофера для первичного пучка, $\eta = \Omega/\omega_{1,2}$ — коэффициент преобразования частоты. На фиг. 1 приведены зависимости ширины диаграммы направленности и уровня поля на оси от параметра μ . Анализируя приведенные зависимости, можно показать, что при $\mu \ll 1$ ширина диаграммы направленности уменьшается с увеличением расстояния до пузырькового слоя, что обусловлено увеличением ширины «засвеченной» области слоя. Это уменьшение ограничивается расфазировкой вторичных источников, которая связана со сферичностью первичной волны. При $\mu \gg 1$ диаграмма становится в $\sqrt{2}$ раз уже диаграммы первичной волны.

Оптимальной с точки зрения сохранения уровня поля на оси при узкой диаграмме направленности следует считать область значений параметра μ вблизи единицы, т. е. $d \lesssim R_\phi/\eta$.

Рассмотрим оптимизацию параметрического излучателя по толщине слоя, концентрации пузырьков и для монорадиусных пузырьков по их радиусу. Как уже установлено, слой должен находиться на расстоянии $d \lesssim R_\phi/\eta$ от излучателя волн накачки, так что поле на оси определяется выражением (11). Рассмотрим сначала выбор оптимальной концентрации. От концентрации пузырьков зависят параметры ϵ_s , α и α_s в соотношении (11), но отношение $\epsilon_s/(2\alpha - \alpha_s)$ от концентрации не зависит. Таким образом, для нахождения оптимальной концентрации надо искать максимум выражения

$$X = \{1 - \exp[-(2\alpha - \alpha_s)l]\} \exp(-\alpha_s l). \quad (12)$$

Это выражение максимально при выполнении условия

$$\alpha_s l = \ln \beta / (1 - \beta^{-1}), \quad (13)$$

где $\beta = \alpha_s / 2\alpha$.

Для пузырьков, имеющих непрерывное распределение по размерам, затухание по низкой частоте много меньше затухания по высокой ($\alpha_s \ll \alpha$), а параметр нелинейности связан с коэффициентом затухания α следующим соотношением [7]:

$$\epsilon_s / \alpha = 5,3 \cdot 10^3 \lambda Q_0, \quad (14)$$

где λ — длина волны накачки, Q_0 — добротность отдельного пузырька. Коэффициент затухания на частоте ω для таких сред определяется выражением [8]

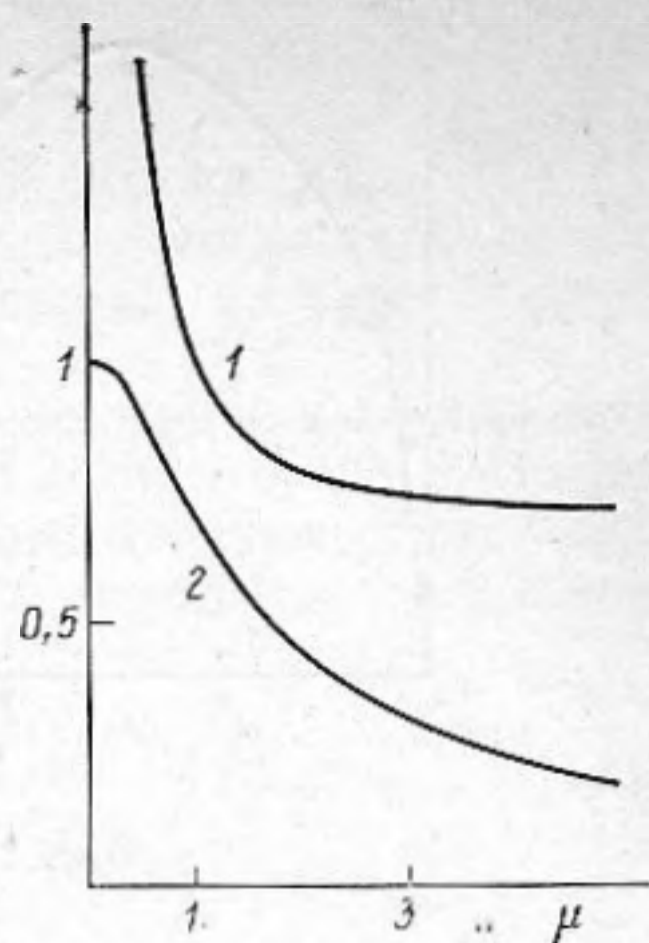
$$\alpha = 725n(R_\omega)R_\omega^3, \quad (15)$$

где R_ω — радиус пузырьков, резонансных на частоте ω , $n(R_\omega)$ — функция распределения пузырьков по радиусам.

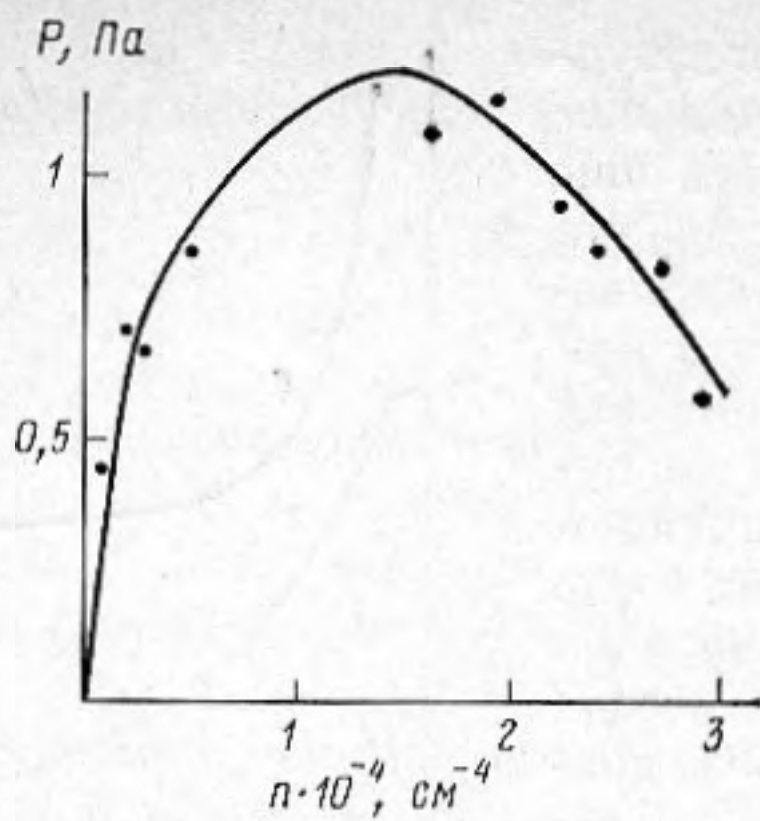
Во многих случаях пузырьки распределены по радиусам по закону $n(R_\omega) = B \cdot R_\omega^{-3,5}$ [8, 9], где B — постоянная величина. Подставляя это соотношение в выражения (15) и (13), получим оптимальное соотношение между концентрацией пузырьков и толщиной слоя в виде

$$n(R_\omega)l = 1,38 \cdot 10^{-3} \frac{\ln(2/\eta)}{R_\omega^3(2 - \sqrt{\eta})}. \quad (16)$$

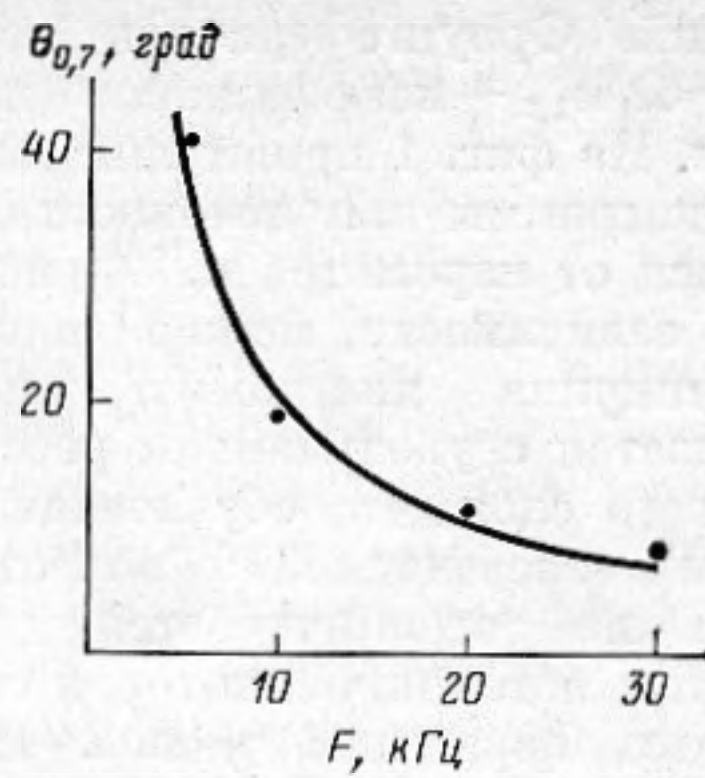
Рассмотрим коэффициент эффективности пузырькового слоя, равный отношению уровня поля на оси параметрического излучателя с пузырьковым слоем к уровню поля излучателя, работающего в среде без пузырьков. В оптимальном режиме выражение для поля параметрического излучателя с пузырьковым слоем совпадает с выражением для поля парамет-



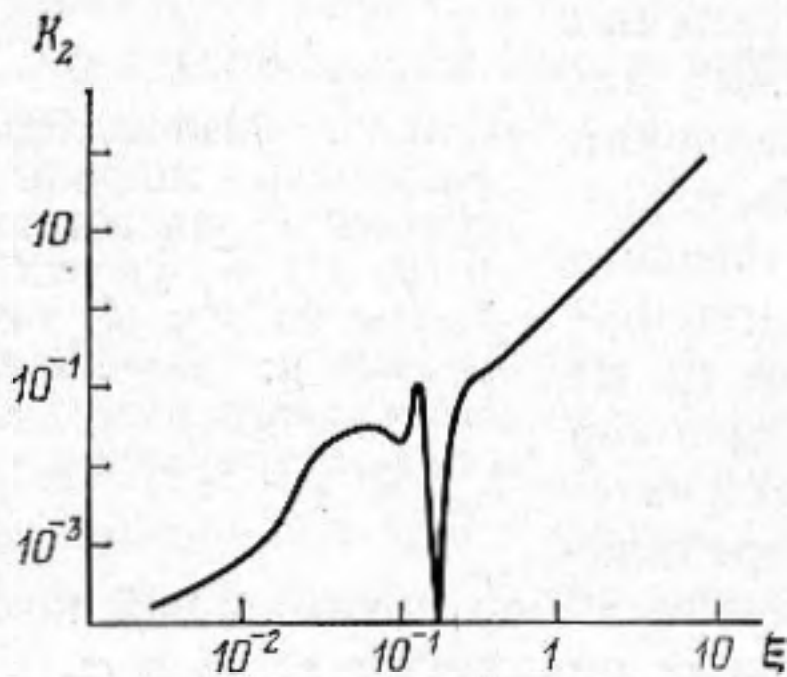
Фиг. 1. Зависимость безразмерной ширины диаграммы направленности θ_1/θ_0 (1) и уровня поля P_0/P_w на оси (2) от параметра μ ; $\theta_0 = 2/k_1 a$ — ширина диаграммы направленности первичного пучка



Фиг. 2



Фиг. 3



Фиг. 4

Фиг. 2. Зависимость уровня поля на оси излучателя от концентрации пузырьков, резонансных с частотой накачки

Фиг. 3. Зависимость ширины диаграммы направленности от разностной частоты при $d=2$ м

Фиг. 4. Зависимость коэффициента K_2 от ξ при $\eta=0,1$

рического излучателя в пузырьковой среде, поэтому для определения этого коэффициента воспользуемся выражением, полученным в работе [2]:

$$K_1 = \frac{2,65 \cdot 10^4 \lambda \eta}{\epsilon_0 R_\Phi \ln(3,56 \alpha_0 R_\Phi / \eta)}, \quad (17)$$

где ϵ_0 , α_0 — параметр нелинейности и коэффициент затухания в чистой жидкости.

В работе [4] приведены данные эксперимента по параметрическому излучению с использованием пузырькового слоя. Эксперимент проводился в бассейне размером $4 \times 5 \times 5$ м³. Излучатель накачки диаметром 10 см создавал бигармоническую волну, в которой одна частота составляла 130 кГц, а другая менялась от 135 до 160 кГц. Расстояние до сетки, создающей слой пузырьков шириной 14 см, составляло 2 м. Распределение пузырьков по размерам определялось по затуханию, вносимому пузырьками. На фиг. 2 показана зависимость уровня поля на оси излучателя от концентрации пузырьков, резонансных с исходной волной при разностной частоте 20 кГц и $A_1 = A_2 = 2 \cdot 10^3$ Па. Видно, что экспериментальные точки лежат близко к теоретической кривой. По формуле (16) находим, что оптимальная концентрация для данного случая составляет $n(R_\Phi = 20 \text{ мкм}) = 1,3 \cdot 10^4 \text{ см}^{-4}$, что хорошо согласуется с экспериментом.

На фиг. 3 приведена зависимость ширины диаграммы направленности от разностной частоты при $d=2$ м, которая также хорошо согласуется с экспериментом.

Рассмотрим теперь, какие по радиусу пузырьки приводят к наибольшей эффективности такого излучателя. Для пузырьков одинакового радиуса R_Φ имеем [2, 7]

$$\alpha = \frac{\lambda n(R_\Phi) R_\Phi}{[(\xi^2 - 1)^2 + Q_0^{-2}] Q_0}, \quad (18)$$

$$\varepsilon / \alpha = \frac{1}{8R_0^2} \left(\frac{\lambda}{\pi} \right)^3 \frac{3(\gamma+1)\xi^2 - 1}{\sqrt{(\xi^2 - \eta^2)^2 + \eta^4 Q_0^{-2}}} \quad (19)$$

где $\xi = \omega_0 / \omega$, ω_0 — резонансная частота пузырька радиуса R_0 .

Будем считать, что выполнены другие условия оптимизации, т. е. слой находится на расстоянии порядка R_0 / η и его толщина связана с коэффициентом затухания соотношением (13).

Найдем отношение K_2 амплитуд давлений параметрического излучателя, работающего в среде с пузырьками радиуса R_0 и в среде с пузырьками, резонансная частота которых равна частоте накачки. Подставляя равенства (18), (19) в выражение (11), а также используя соотношение (13), получим

$$K_2 = \frac{1}{3\gamma + 2} \frac{\xi^2}{\eta^2} \frac{3(\gamma + 1)\xi^2 - 1}{\sqrt{(\xi^2/\eta^2 - 1)^2 + Q_0^{-2}}} \beta^{\frac{\beta}{1-\beta}} \quad (20)$$

Зависимость $K_2(\xi)$ изображена на фиг. 4. Анализируя приведенную зависимость можно видеть, что наиболее выгодно использовать слой с пузырьками, резонансная частота которых много больше частоты накачки. Для таких пузырьков выражения (13) и (20) принимают вид

$$n(R_0)l = \frac{\xi^4 Q_0}{2\lambda R_0} \ln(\eta^4/2), \quad (21)$$

$$K_2 \approx \xi^2. \quad (22)$$

Поскольку слой с резонансными пузырьками создает такое же поле на оси, что и слой с пузырьками, распределенными по размерам, то общий выигрыш параметрического излучателя с пузырьковым слоем по сравнению с чистой водой будет равен произведению $K_1 \cdot K_2$.

Например, если для излучателя TOPS [10] размером $2 \cdot 0,5 \text{ м}^2$, имеющего первичную частоту 24 и вторичную 2 кГц, на расстоянии 80 м поместить слой из пузырьков радиусом 30 мкм, толщиной 1 м и концентрацией $2,4 \cdot 10^4 \text{ см}^{-3}$ (объемная концентрация $2,7 \cdot 10^{-3}$), то поле на оси излучателя возрастет на 50 дБ по сравнению с беспузырьковой средой. Для таких пузырьков фазовая расстройка на π возникает на толщине 6 м, следовательно, условие (2) выполняется.

Авторы благодарны Л. А. Островскому за интерес к работе и ценные замечания.

ЛИТЕРАТУРА

1. Козяев Е. Ф., Наугольных К. А. О параметрическом излучении звука в двухфазной среде. — Акуст. журн., 1980, т. 26, № 1, с. 91–98.
2. Кобелев Ю. А., Сутин А. М. Генерация звука разностной частоты в жидкости с пузырьками различных размеров. — Акуст. журн., 1980, т. 24, № 6, с. 860–865.
3. Полякова А. Л., Сильвестрова О. Б. О параметрическом излучателе звука, работающем в среде с пузырьками газа. — Акуст. журн., 1980, т. 26, № 5, с. 783–787.
4. Kustov L. M., Nasarov V. E., Ostrovsky L. A., Sutin A. M. and Zamolin S. V. Parametrik Acoustic Radiator with a Bubble Layer. — Acoust. Letters, 1982, v. 6, № 2, p. 15–17.
5. Назаров В. Е., Островский Л. А., Сутин А. М. Теория параметрического излучателя звука на пузырьковом слое: Докл. Всесоюз. акуст. конф. Секция Б. М.: АКИН, 1983, с. 61–64.
6. Новиков Б. К., Руденко О. В., Тимошенко В. И. Нелинейная гидроакустика. Л.: Судостроение, 1981.
7. Кобелев Ю. А., Островский Л. А. Модели газожидкостной смеси как нелинейной диспергирующей среды. Нелинейная акустика. Горький: ИПФ АН СССР, 1980.
8. Гаврилов Л. Г. Содержание свободного газа в жидкостях и методы его измерения. — В кн.: Физические основы ультразвуковой технологии. М.: Наука, 1970.
9. Medvin H. In situ acoustic measurement of microbubbles at sea. — J. Geophys. Res., 1977, v. 82, № 6, p. 971–976.
10. Konrad W. K. Application of the parametrik surge to bottom and sub-bottom profiling. Finite-amplitude wave effects in fluids / Ed. Bjorno L. Proc. Symp. Copenhagen, 1973, p. 180–183.

Институт прикладной физики
Академии наук СССР

Поступила в редакцию
3.V.1983