

УДК 534.26

ЧИСЛЕННАЯ ОЦЕНКА ЭФФЕКТИВНОСТИ ПРИБЛИЖЕННЫХ ФОРМУЛ ДЛЯ АКУСТИЧЕСКОГО ПОЛЯ ВБЛИЗИ ПОВЕРХНОСТИ ГЛУБОКОГО МОРЯ

Перель М. В.

Проведены численные расчеты звукового поля в океаническом волноводе, иллюстрирующие эффективность упрощенных формул В. С. Буслаева, согласно которым сглаженная интенсивность формируется в основном за счет интерференции вкладов четверок близких лучей.

Акустическое поле u в морском акустическом волноводе, создаваемое точечным источником, в рамках лучевого приближения $u_{\text{луч}}$ дается суммой вкладов отдельных лучей, соединяющих точки источника и наблюдения. Обозначим через α один из таких лучей, а через u_α — отвечающий ему вклад; тогда $u \approx u_{\text{луч}}$, $u_{\text{луч}} = \sum_{\alpha} u_\alpha$. Во многих случаях интересуются

лишь интенсивностью A^2 поля u : $A = |u|$, $A \approx A_{\text{луч}}$, $A_{\text{луч}} = |u_{\text{луч}}|$. Зависимость функций A и $A_{\text{луч}}$ от координат сложна, и в ней представлен широкий спектр гармоник. Часто бывает достаточно знать лишь сглаженную зависимость A и $A_{\text{луч}}$ от координат, не учитывающую быстрых осцилляций этих функций. В ряде работ (см. [1, 2]) для описания сглаженной зависимости предлагается рассматривать функцию $A_{\text{эн}} = \left(\sum_{\alpha} |A_\alpha|^2 \right)^{1/2}$,

$A_\alpha = |u_\alpha|$, в которой игнорируется интерференция вкладов отдельных лучей. В работах [3–5] показано, что в том случае, когда точки источника и наблюдателя не слишком далеки от поверхности моря, лучи естественно группируются в четверки близких лучей. Разность фаз лучей внутри каждой четверки невелика, и для получения сглаженной зависимости поля от координат нужно учитывать интерференцию вкладов лучей в пределах четверки. Если профиль скорости звука имеет один минимум, то четверка образуется лучами, имеющими одинаковое число l ($l=1, 2, \dots$) точек наибольшей глубины. Внутри четверки лучи можно нумеровать парой σ, σ_0 индексов σ , $\sigma_0 = \pm 1$, которые указывают на то, что рассматриваемый луч входит в точку источника (индекс σ_0) и в точку наблюдения (индекс σ) сверху (индекс $+1$) или снизу (индекс -1). Заменяя индекс луча α системой индексов $l\sigma\sigma_0$, обозначим отвечающий ему вклад u_α в поле через $u_{l\sigma\sigma_0}$. В этих обозначениях вклад четверки дается суммой $u_l = \sum_{\sigma, \sigma_0 = \pm 1} u_{l\sigma\sigma_0}$.

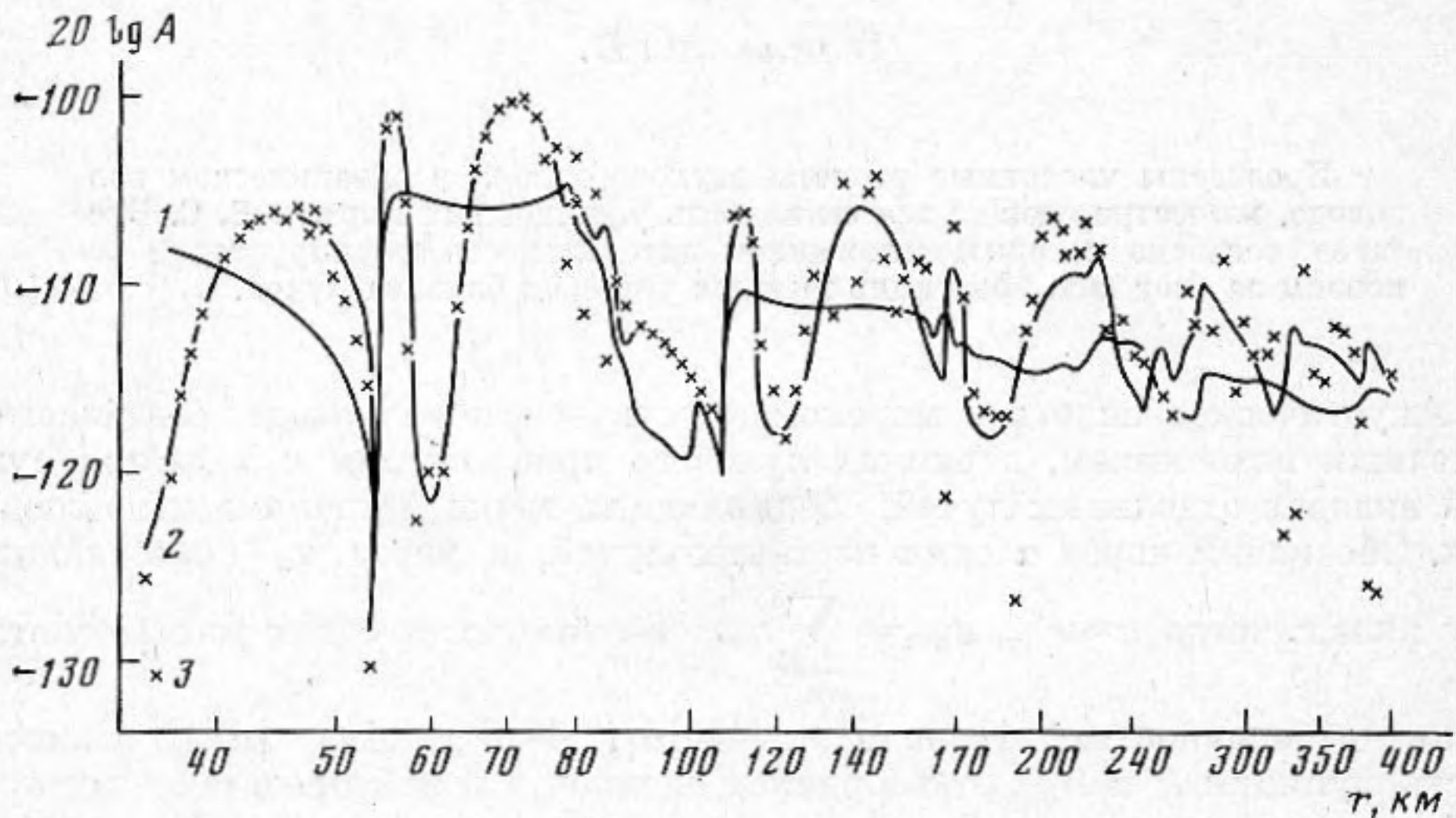
Сглаженную зависимость в работах [3–5] предлагается характеризовать функцией $A_{\text{сгл}} = \left(\sum_l |u_l|^2 \right)^{1/2}$. Цель настоящей работы — сопоставление

функций $A_{\text{луч}}$, $A_{\text{эн}}$ и $A_{\text{сгл}}$. Модель моря, для которой проводились вычисления, была выбрана следующим образом. Предполагалось, что слой жидкости толщины h располагается под однородным жидким полупространством большей плотности. Среда считалась слоистой, профиль скорости звука c в слое выбирался параболическим: $c(z) = c_* [1 - (z - z_*/2d)^2]^{-1/2}$, z — глубина, отсчитываемая от поверхности. Параметры профиля полагались равными: $c_* = 1490,8$ м/с, $z_* = 1600$ м, $d = 6778,3$ м, $h = 5000$ м. Парамет-

ры подстилающего грунта: скорость звука $c_b=1570$ м/с, отношение плотности грунта к плотности воды на дне $\kappa=1,65$.

Поле u определяется уравнением $\Delta u + p^2 n^2 u = -\delta(\rho - \rho_0)$ с обычными условиями на границах сред и на бесконечности, где $p = \omega/c_s$, ω — частота, $\rho = (x, y, z)$ и $\rho_0 = (x_0, y_0, z_0)$ — радиус-векторы точек наблюдения и источника. Координатная плоскость (x, y) помещена на поверхности моря.

На фиг. 1 представлены результаты расчета функций $A_{\text{луч}}$, $A_{\text{эп}}$ и $A_{\text{сгл}}$ в зависимости от горизонтальной дальности $r = [(x-x_0)^2 + (y-y_0)^2]^{1/2}$. Частота источника принята равной 100 Гц, глубины z и z_0 положены равными 50 м. Следует иметь в виду, что функция $A_{\text{луч}}$ в отличие от $A_{\text{эп}}$ и $A_{\text{сгл}}$



Фиг. 1. Результаты расчета функций $A_{\text{эп}} - 1$, $A_{\text{сгл}} - 2$, $A_{\text{луч}} - 3$

быстро осциллирует. На фиг. 1 шаг по дальности больше периода осцилляций, так что расчетные точки соответствуют случайным фазам осцилляций и не передают истинных осцилляций функции $A_{\text{луч}}$. Сопоставление кривых показывает, что функция $A_{\text{сгл}}$ гораздо точнее передает ход среднего уровня функции $A_{\text{луч}}$, чем функция $A_{\text{эп}}$. В работах [3—5] для функции u_i при не слишком глубоко расположенных корреспондентах было предложено упрощенное выражение, которое в чисто лучевом приближении имеет вид $u_i \approx w_i$, $w_i(r, z, z_0) = B_i(z, z_0, r) \exp[iplH(r/l)]$, $B_i(z, z_0, r) = [R'(\mu_i)/l[(l/r)\mu_i H''(r/l)]^{1/2}/\pi g(z, \mu_i)g(z_0, \mu_i)$, $g(z, \mu_i) = (n^2(z) - \mu_i^2)^{-1/4} \times \sin \int_{z_A}^{z_B} [(n^2(z') - \mu_i^2)^{1/2}] dz'$, где R — коэффициент отражения, p — величина волнового вектора на оси волновода, μ_i (горизонтальная составляющая волнового вектора в единицах p) определяется из уравнения:

$$r/l = 2 \int_{z_A}^{z_B} \mu_i [n^2(z) - \mu_i^2]^{-1/2} dz,$$

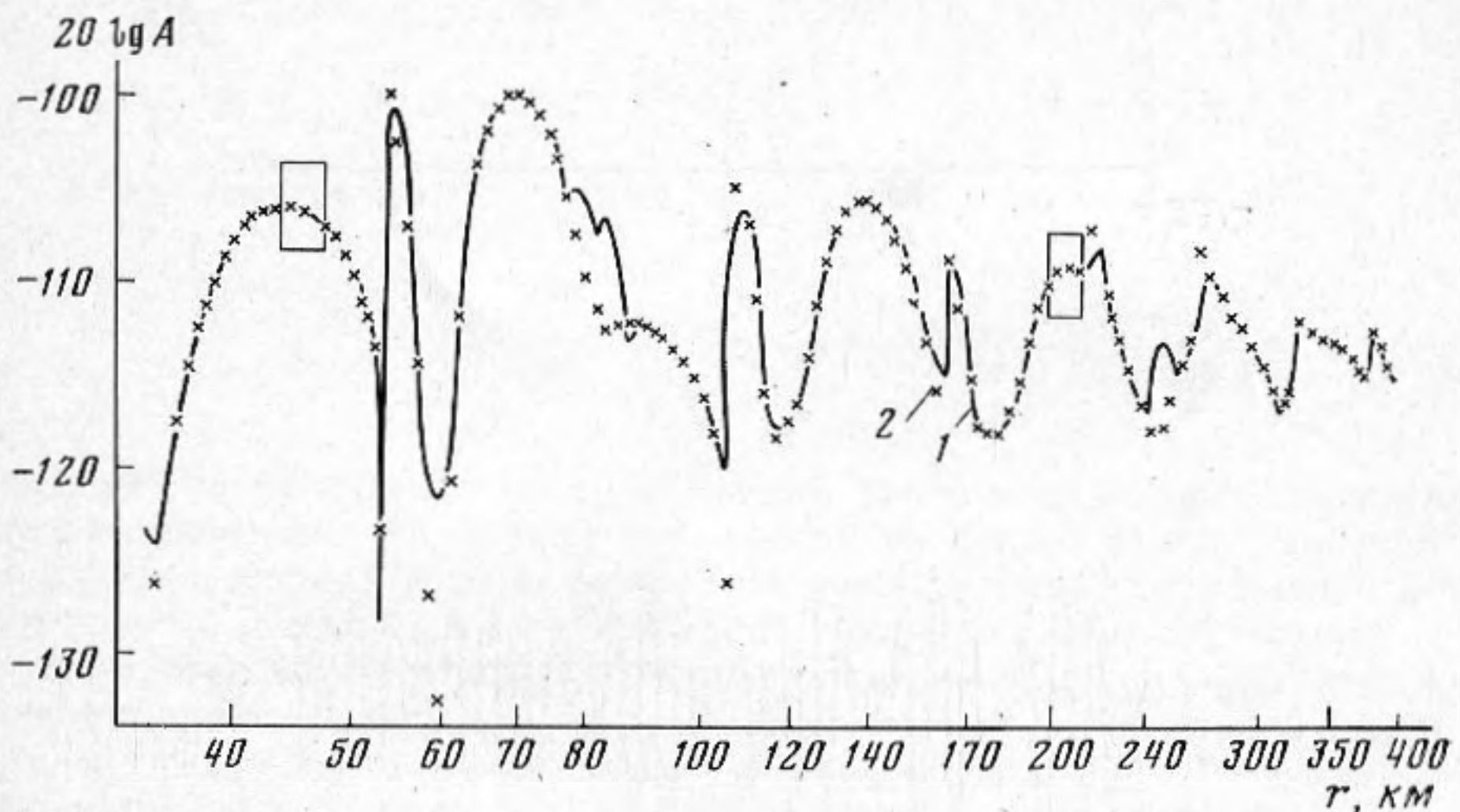
где z_A и z_B — точки наибольшей и наименьшей ординаты траектории луча. Отсюда видно, что μ_i зависит только от отношения r/l . Функция $H(r/l)$ — акустическая длина луча γ , имеющего одну точку наибольшей глубины и соединяющего две точки, лежащие на поверхности на расстоянии r/l

друг от друга: $H(r/l) = \int_{\gamma} n(z) ds = \mu_i r/l + 2 \int_{z_A}^{z_B} dz [n^2(z) - \mu_i^2]^{1/2}$. Согласно

работе [4], возможность замены лучевого поля u_i упрощенным выражением w_i связана с тем, что фазы лучевых вкладов в пределах фиксированной четверки в некотором смысле достаточно близки. Выделение явной зависимости w_i от l позволяет, как показано в [4], сопоставить вклады различных четверок и эффективно проанализировать качественную структу-

ру поля. При этом существенно используется то, что функция μ_l оказывается заметно отличной от нуля лишь в интервале $lr_b \leq r \leq lr_s$. Здесь r_b — расстояние между двумя точками на поверхности, которые соединяются лучом, падающим на дно под углом полного внутреннего отражения и имеющим один минимум по глубине, а r_s — расстояние между двумя точками на поверхности, которые можно соединить лучом, имеющим единственный максимум по глубине и касающимся поверхности в интервале $lr_b \leq r \leq lr_s$, $|R(r/l)|=1$, так что функции $|B_l|$ при разных l отличаются лишь изменением масштаба по r и множителем $1/l$.

Переход к приближенным формулам существенно упрощает вычисление

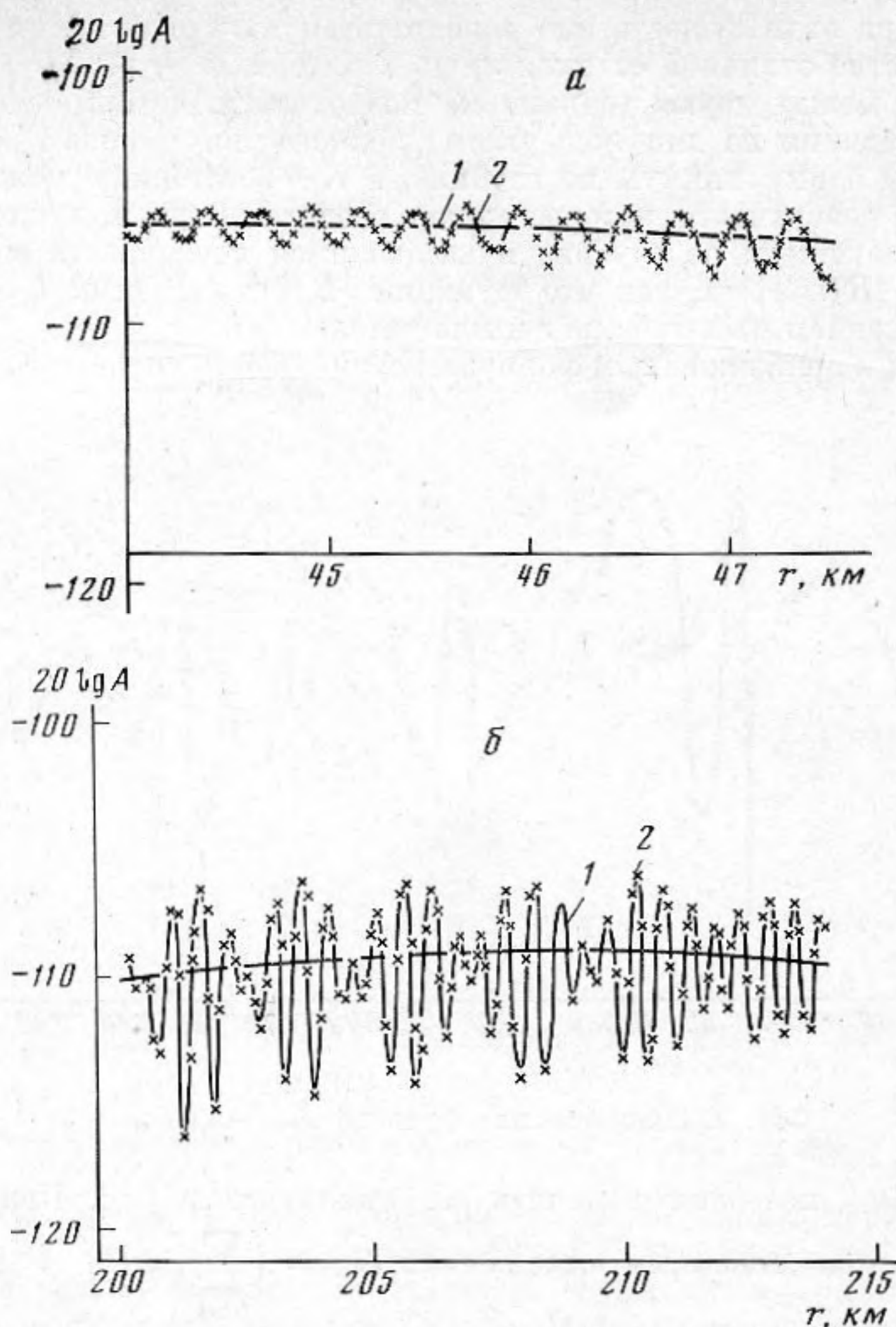


Фиг. 2. Сопоставление функций $A_{сгд} - 1$ и $B_{сгд} - 2$

амплитуд $|u_l|$, позволяя заменить их амплитудами $|w_l|$. При этом $A_{сгд}$ заменяется приближенным выражением $B_{сгд} = \left(\sum_{l \geq 1} |w_l|^2 \right)^{1/2}$. Для оценки

эффективности приближенных формул в рамках модели, описанной выше, было проведено сопоставление функций $A_{сгд}$ и $B_{сгд}$. Результаты вычислений представлены на фиг. 2. Расхождения между $A_{сгд}$ и $B_{сгд}$ могут ожидать на расстояниях: $lr_s, r_s \approx 85$ км; $lr_d, r_d \approx 53$ км; $lr_0, r_0 \approx 3; 8; 13; 20; 33; 60$ км, $l=1, 2, \dots$. Расстояние r_d — расстояние между двумя точками на поверхности, которые соединяются лучом, имеющим один максимум и касающимся дна. Для лучей, касающихся поверхности или дна, и точные и упрощенные лучевые формулы неприменимы. Необходимые видоизменения упрощенных формул, данные в работах [4, 5], здесь не использовались.

Дальность r_0 характеризуется тем, что при фиксированных z и z_0 выполняются соотношения $g(z, \mu_l(z_0))=0$ или $g(z_0, \mu_l(r_0))=0$. В точках lr_0 , следовательно, $B_l=0$. Полное поле четверки u_l при этом, вообще говоря, не аннулируется, однако его амплитуда A_l имеет выраженный минимум. Уточненные формулы для w_l , устраняющие указанную погрешность, приведены в работе [3]. Однако ими не пользовались. Проявится или нет на дальностях lr_0 эта погрешность, зависит от величины полной суммы $B_{сгд}$ в этих точках. Напомним, что B_l заметно отлично от нуля лишь при $lr_b \leq r \leq lr_s$. В нашем случае $r_b \approx 33$ км, $r_s \approx 85$ км. Внутри этого интервала при $l=1$ попадает лишь одно значение $r_0 \approx 60$ км. Так как на дальности $r=60$ км поведение поля в основном определяется лишь одной четверкой $l=1$, а упрощенное выражение w_1 для нее является недостаточно точным, то на этой дальности упрощенные формулы приводят к ощутимой погрешности. На дальностях $r=l \times 60$ км в поле дают вклад, кроме l -й четверки, и другие четверки, поэтому рассматриваемая погрешность не проявляет себя заметно, она лишь слегка намечается при $r=2 \times 60=120$ км.



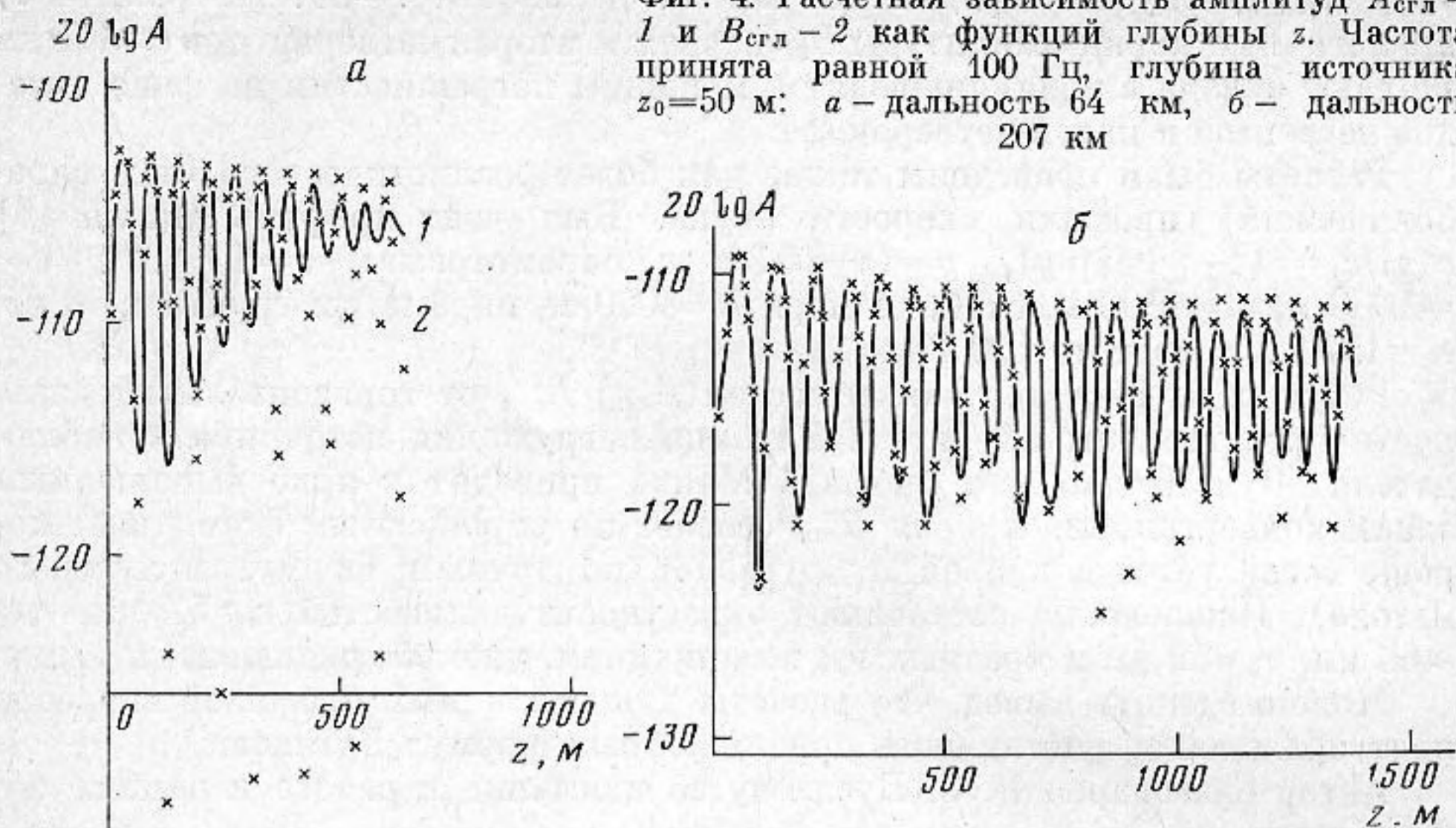
Фиг. 3. Расчетная зависимость от дальности $A_{\text{луч}}$ — 1 и $B_{\text{луч}}$ — 2

Упрощенные формулы позволяют определить не только $B_{\text{сгл}}$, но и полное лучевое поле: $u_{\text{луч}} \approx w_{\text{луч}}$, $w_{\text{луч}} = \sum_{l \geq 1} w_l$. Амплитуда $B_{\text{луч}} = |w_{\text{луч}}|$ при не-

глубоко расположенных точках источника и наблюдателя правильно описывает не только сглаженную зависимость $A_{\text{луч}}$ от координат, но и осцилляции $A_{\text{луч}}$ на фоне сглаженной зависимости. Эти осцилляции возникают из-за интерференции вкладов различных четверок. В работах [4, 5] найден характерный спектр осцилляций поля в зависимости от дальности и указаны амплитуды осцилляций. Эти осцилляции возникают из-за интерференции вкладов различных четверок. Вблизи дальности r амплитуда $B_{\text{луч}}$ содержит осцилляции с периодами $2\pi\Omega_{lm}^{-1}(r)$, где $\Omega_{lm}(r) = p[H'(r/l) - H'(r/m)]$. На данной дальности r существенно проявляются лишь частоты, отвечающие номерам l, m , которые удовлетворяют неравенствам $lr_b, mr_b \leq r \leq lr_s, mr_s$.

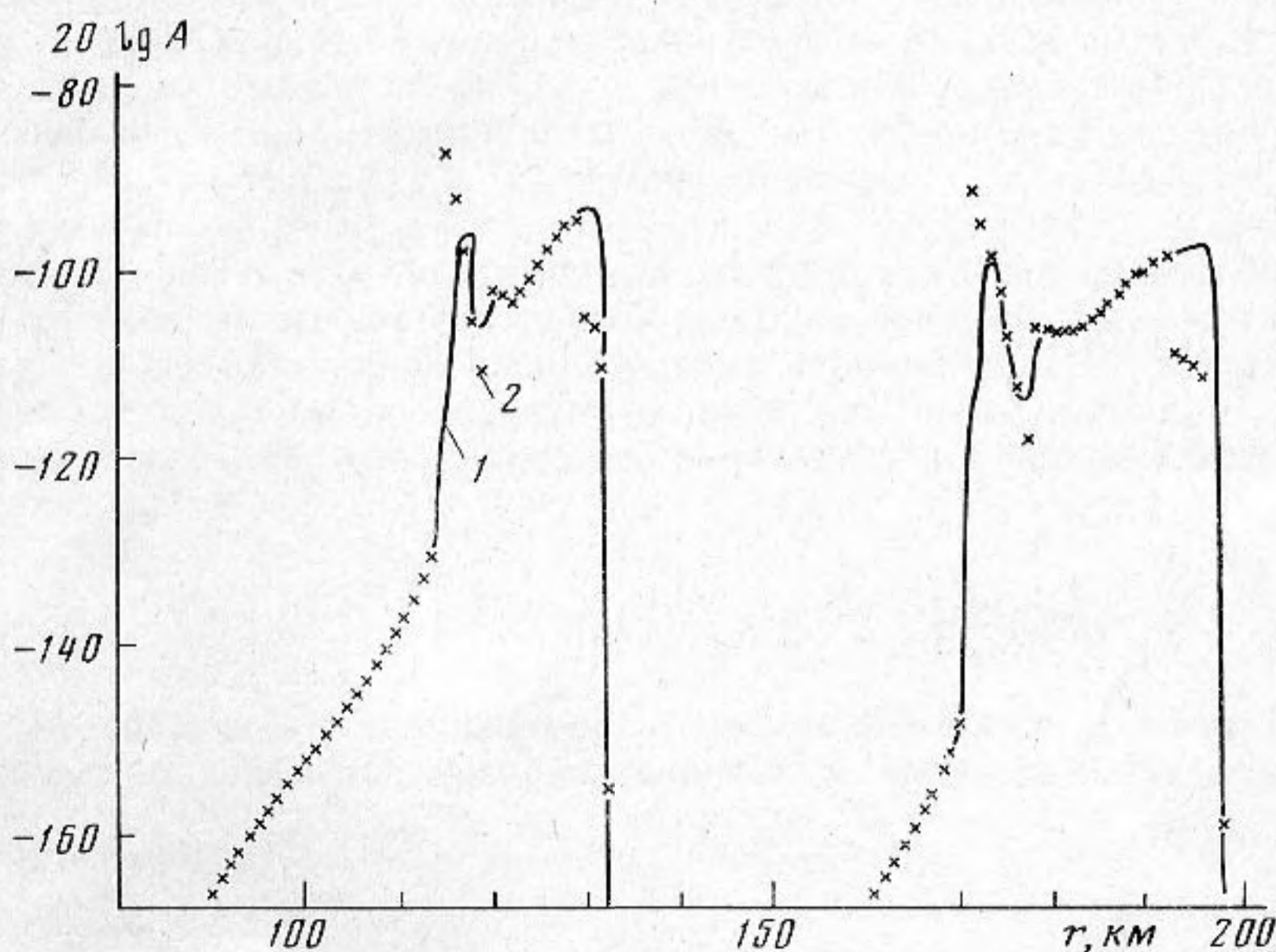
Результаты вычисления амплитуд $A_{\text{луч}}$ и $B_{\text{луч}}$ с малым шагом представлены на фиг. 3, а, б. Участки графиков, приведенные на этих фигурах, на фиг. 2 заключены в прямоугольники. Фиг. 3 демонстрирует детальное совпадение амплитуд $A_{\text{луч}}$ и $B_{\text{луч}}$. Период $2\pi\Omega_{12}^{-1}$ вблизи дальности $r=46$ км равен $2\pi\Omega_{12}^{-1} = 240$ м. Можно также показать, что в результате интерференции трех гармоник на дальности 205 км (с учетом их амплитуд) формируются биения с периодами 600 м и 3 км. Фиг. 3, а, б показы-

Фиг. 4. Расчетная зависимость амплитуд $A_{сгл}$ — 1 и $B_{сгл}$ — 2 как функций глубины z . Частота принята равной 100 Гц, глубина источника $z_0=50$ м: a — дальность 64 км, b — дальность 207 км



вают, что теоретические периоды биений хорошо согласуются с результатами вычислений. Амплитуда осцилляций на фиг. 3, a мала, так как эти осцилляции формируются в результате интерференции полей u_1 и u_2 , причем поле u_2 на дальности $r=46$ км мало, так как $46 \text{ км} < 2r_b=66 \text{ км}$.

В работах [4, 5] приведены ориентировочные условия применимости приближения w_1 для функции u_1 вдали от особых дальностей lr_s , lr_a и lr_0 : $z, z_0 \ll (2\pi hl/p)^{1/2}$. Для вышеупомянутого параболического профиля скорости минимальное l имеет порядок r/r_s , и условие применимости можно записать в виде $z, z_0 \ll (h\lambda r/r_s)^{1/2}$. При частоте 100 Гц на дальности $r=60$ км имеем $z, z_0 \ll 250$ м, при $r=200$ км получаем $z, z_0 \ll 400$ м. В действительности условия применимости упрощенных формул гораздо свободнее, в особенности для сглаженной амплитуды $B_{сгл}$. Ориентировочные условия применимости $B_{сгл}$ имеют вид $z, z_0 \ll h\lambda r/r_s$. Из них следует, что $z \ll r/50$. На фиг. 4, a, b изображены амплитуды $A_{сгл}$ и $B_{сгл}$ как функции глубины. На дальности $r=64$ км (фиг. 4, a) основной вклад в поле определяется первой четверкой $l=1$, поэтому упрощенные формулы, как уже упоминалось, дают неправильные результаты вблизи значений корней амплитуды B_1 . Вне этих значений «упрощенная» амплитуда $B_{сгл}$ хорошо передает ампли-



Фиг. 5. Сопоставление функций $A_{сгл}$ — 1 и $B_{сгл}$ — 2 для профиля Манка

туду $A_{\text{сгл}}$ до глубин порядка 400 м. На дальности $r=207$ км (фиг. 4, б) аналогичные корни амплитуды B_3 (первая и вторая четверки при $r>170$ км не дают вклада в поле) приводят к меньшим погрешностям на фоне вкладов четвертой и пятой четверок.

Расчеты были проведены также для более реалистического (чем параболический) профиля скорости звука. Был взят профиль Манка [6] $c(z)/c_* = \varepsilon(1 - y + \exp y)$, $y = (z - z_*)^2/d$ с параметрами: $\varepsilon = 5,7 \cdot 10^{-3}$, $d = 1000$ м, $z_* = 1000$ м, глубина моря $h = 6000$ м, параметры грунта $\kappa = 1,65$, $c_b = 1570$ м/с; частота 100 Гц.

Результаты расчетов зависимостей $A_{\text{сгл}}$, $B_{\text{сгл}}$ от горизонтальной дальности представлены на фиг. 5. Глубина погружения источника и наблюдателя 50 м. Видно, что профиль Манка приводит к ярко выраженным зонам конвергенции. Кривая $B_{\text{сгл}}$ (расчет по упрощенным формулам) хорошо согласуется с кривой $A_{\text{сгл}}$ (расчет по точным формулам лучевого метода). Исключения составляют окрестности дальностей $r_s \approx 57$ км, $r_d \approx 66$ км, $r_0 \approx 59$ км и кратных им по причинам, уже обсуждавшимся выше.

Можно сделать вывод, что расчеты для различных профилей скорости подтверждают эффективность приближенных формул Буслаева.

Автор благодарен В. С. Буслаеву за внимание к работе и ценные обсуждения.

ЛИТЕРАТУРА

1. Акустика океана./Под ред. Бреховских Л. М. М.: Наука, 1974.
2. Бреховских Л. М. Усредненное поле в подводном звуковом канале.— Акуст. журн., 1965, т. 11, № 2, с. 148–159.
3. Буслаев В. С. Структура акустического поля вблизи поверхности глубокого моря.— Тр. VIII Всесоюз. симпоз. по дифр. и распр. волн. Т. III. М.: Изд-во ИРЭ АН СССР, 1981, с. 174–177.
4. Буслаев В. С. Структура акустического поля вблизи поверхности глубокого моря. I.— Зап. науч. сем. ЛОМИ, 1981, т. 117, с. 98–111.
5. Буслаев В. С. Волновое поле вблизи границы широкого рефракционного волновода.— Докл. АН СССР, 1982, т. 262, № 1, с. 75–78.
6. Бреховских Л. М., Лысанов Ю. П. Теоретические основы акустики океана. Л.: Гидрометеиздат, 1982.

Ленинградский государственный университет им. А. А. Жданова

Поступила в редакцию
15.VII.1982
после исправления
16.V.1983