АКУСТИЧЕСКИЙ ЖУРНАЛ

Том XXXI 1985 Вып. 2

УДК 551.46.086

ОБ ИЗЛУЧЕНИИ АНТЕННЫ В МНОГОМОДОВОМ ВОЛНОВОДЕ С ПЛАВНО МЕНЯЮЩИМИСЯ ПАРАМЕТРАМИ

Кравцов Ю. А., Кузькин В. М.

На основе теории нормальных волн в приближении ВКБ рассмотрена задача об излучении антенны в многомодовом рефракционном волноводе. Сформулированы условия, при которых коэффициенты возбуждения нормальных волн могут быть выражены через диаграмму направленности антенны в однородной среде.

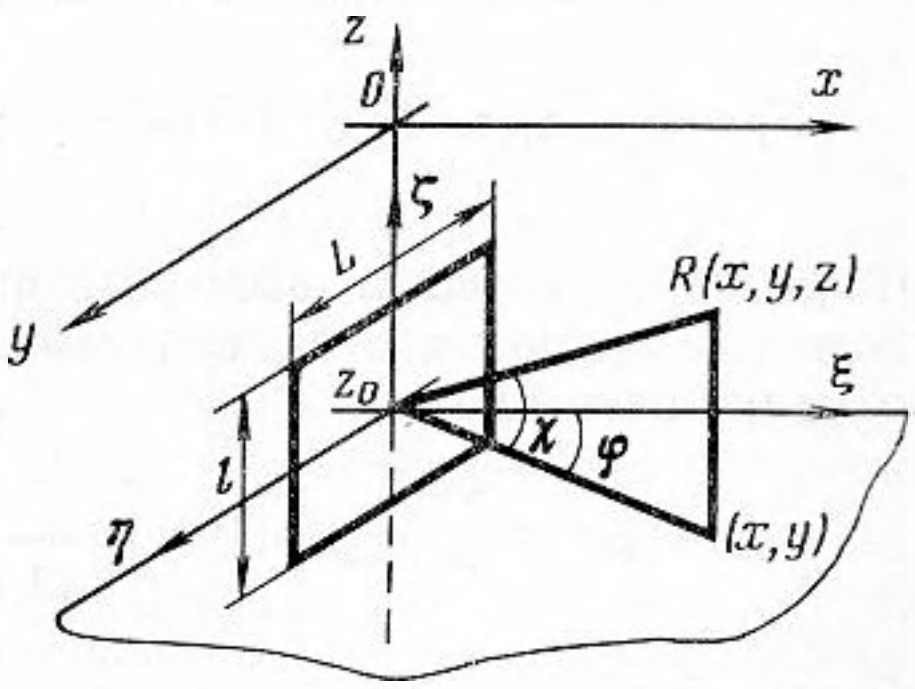
Исследование структуры поля, создаваемого или воспринимаемого антенной в волноведущей системе, представляет интерес для различных акустических приложений и является предметом анализа многих работ. В частности, отклик линейных антенн, расположенных в волноводе с однородным заполнением, изучался в работах [1—4]. В этом случае коэффициенты возбуждения нормальных волн описываются диаграммой направленности, вычисленной для однородного пространства. В волноводе со слоистой структурой, где существенную роль играет рефракция волн, диаграмма направленности уже не в состоянии полностью характеризовать излучение. Для расчета поля антенны в этом случае необходимо учитывать дополнительные, нелинейные по глубине, амплитудные и фазовые искажения, обусловленные рефракцией.

В данной работе делается попытка построить в рамках приближения ВКБ упрощенные выражения для коэффициентов возбуждения в слоистом волноводе и определить условия, при которых эти коэффициенты выражаются через диаграмму излучения.

Рассмотрим задачу об излучении антенны, помещенной в волноводную систему с плавным профилем показателя преломления $n(z)$. Для определенности верхняя граница системы $z=0$ предполагается абсолютно мягкой, а нижняя ($z=-H$) — абсолютно жесткой. Звуковое давление u, создаваемое антенной в произвольной точке $R=(x, y, z)$, представим в виде интеграла Кирхгофа

$$u(\mathbf{R})=\int\limits_{-L/2}^{L/2}\int\limits_{-l/2}^{l/2} E(\mathbf{R}_0)\,G(\mathbf{R}_0,\mathbf{R})\,d\eta\,d\zeta, \tag{1}$$

где $E(\mathbf{R}_0)\equiv E(\eta, \zeta)$ — исходное распределение поля колебательной скорости на апертуре плоской антенны. Здесь радиус-вектор $\mathbf{R}_0(0, \eta, \zeta)$ отсчитывается от геометрического центра антенны $(0, 0, z_0)$. Относительно центра антенны отсчитывается и радиус-вектор $\mathbf{R}$ точки наблюдения. Интегрирование в (1) проводится по плоскому раскрыву антенны размером $L\times l$ ($|\eta|\leqslant L/2$, $|\zeta|\leqslant l/2$, L — горизонтальный, а l — вертикальный размеры антенны), которая для определенности предполагается расположенной вертикально в плоскости $x=\text{const}=0$ (фигура).



Функцию Грина $G(\mathbf{R}_0, \mathbf{R})$ разложим по ортонормированным собственным функциям волновода $\psi_\mu(z)$ [5, 6]

$$G(\mathbf{R}_0, \mathbf{R}) = \sum_{\mu} g_\mu(\mathbf{R}_0, \mathbf{R}), \qquad g_\mu(\mathbf{R}_0, \mathbf{R}) = B\,\frac{\exp(ika_\mu|\mathbf{r}-\boldsymbol{\eta}|)}{\sqrt{ka_\mu|\mathbf{r}-\boldsymbol{\eta}|}}\,\psi_\mu(\zeta)\,\psi_\mu(z). \tag{2}$$

В приближении ВКБ собственные функции равны [5, 6]:

$$\psi_\mu(z) = [s_\mu(z) N_\mu]^{-1/2} \sin\theta_\mu(z), \qquad \theta_\mu(z) = k\int_z^{\bar{z}_\mu} s_\mu(z')\,dz' + \delta_\mu/2,$$

$$N_\mu = \int_{-H}^{0} s_\mu^{-1}(z)\sin^2\theta_\mu(z)\,dz, \qquad s_\mu(z) = [n^2(z) - a_\mu^2]^{1/2}, \tag{3}$$

где $B=\sqrt{i/8\pi}$; a_μ — собственные значения; $\bar{z}_\mu$ — верхняя точка поворота μ-й моды или поверхность волновода $z=0$; δ_μ — каустический сдвиг фазы; $\mathbf{r}=(x, y)$ — горизонтальная составляющая радиуса-вектора точки наблюдения $\mathbf{R}=(\mathbf{r}, z)$.

При достаточно большом горизонтальном удалении от антенны ($r \gg L^2/\lambda$) поле, возбуждаемое антенной, можно записать в виде

$$u(\mathbf{R}) = \sum_{\mu} b_\mu(\mathbf{r})\,\psi_\mu(z), \qquad b_\mu(\mathbf{r}) = B\exp(ika_\mu r)\,(ka_\mu r)^{-1/2} F_\mu, \tag{4}$$

где

$$F_\mu = \int_{-L/2}^{L/2}\int_{-l/2}^{l/2} [s_\mu(\zeta) N_\mu]^{-1/2}\,\frac{1}{2i}\,[e^{i\theta_\mu(\zeta)} - e^{-i\theta_\mu(\zeta)}]\,e^{-ika_\mu\eta\sin\varphi} E(\eta, \zeta)\,d\eta\,d\zeta \tag{5}$$

— амплитуда моды индекса μ; λ — длина волны; φ — азимутальный угол точки наблюдения (фигура). Функции θ_μ и $s_\mu = -\frac{1}{k}\,d\theta_\mu/dz$, характеризующие изменения фазы и амплитуды μ-й нормальной волны вдоль оси z, разложим в ряды Тейлора по степеням расстояния $\zeta = z - z_0$ от центра антенны:

$$\theta_\mu(z) = \theta_\mu(z_0+\zeta) = \theta_\mu(z_0) - ks_\mu(z_0)\,\zeta - k\frac{ds_\mu(z_0)\,\zeta^2}{dz^2} - 0(\zeta^3), \tag{6а}$$

$$s_\mu(z) = s_\mu(z_0+\zeta) = s_\mu(z_0) + \frac{ds_\mu(z_0)}{dz}\,\zeta + 0(\zeta^2). \tag{6б}$$

Слагаемыми порядка $0(\zeta^3)$ и $0(\zeta^2)$ в разложениях (6а) и (6б) можно пренебречь, если выполнены неравенства

$$k\,|d^2s_\mu/dz^2|\,l^3/48 \ll 1 \quad \text{и} \quad \left|\frac{d^2s_\mu}{dz^2}\Big/\frac{ds_\mu}{dz}\right| l/4 \ll 1.$$

Подставляя выражения (6) в (5) и ограничиваясь в (6а) членами второго, а в (6б) членами первого порядков малости относительно ζ, найдем выражение для амплитуды μ-й моды F_μ:

$$F_\mu = \frac{1}{2i}\,[s_\mu(z_0) N_\mu]^{-1/2}[D(\mathbf{k}_\mu^+, -q_\mu, m_\mu)\,e^{i\theta_\mu(z_0)} - D(\mathbf{k}_\mu^-, +q_\mu, m_\mu)\,e^{-i\theta_\mu(z_0)}]. \tag{7}$$

Формально это выражение выглядит так же, как и в однородном волноводе [1—4], но вместо диаграммы направленности в формулу (7) входит отклик антенны D

$$D = (\mathbf{k}_\mu^\pm, \mp q_\mu, m_\mu) = \int_{-L/2}^{L/2}\int_{-l/2}^{l/2} \frac{e^{\mp iq_\mu\zeta^2}}{(1+m_\mu\zeta)^{1/2}}\,E(\eta, \zeta)\,e^{-i(ka_\mu\eta\sin\varphi \pm ks_\mu\zeta)}\,d\eta\,d\zeta. \tag{8}$$

Здесь $\mathbf{k}_\mu^\pm = [k(\mathbf{a}_\mu \mp \mathbf{s}_\mu)]$ — локальные волновые векторы бриллюэновских лучей, отвечающих μ-й нормальной волне (ka_μ — горизонтальная, а ks_μ —

вертикальная компоненты); $m_\mu = \frac{1}{2}\left(\frac{ds_\mu}{dz} \Big/ s_\mu\right)\Big|_{z=z_0}$ и $q_\mu = (k/2)\,(ds_\mu/dz)|_{z=z_0}$ — коэффициенты, описывающие рефракцию бриллюэновских лучей.

Отклик антенны определяется произведением $E(\eta, \zeta)\exp(iq\zeta^2)(1+m\zeta)^{-1/2}$, которое вследствие рефракции волн отличается от исходного распределения $E(\eta, \zeta)$ амплитудно-фазовым множителем $(1+m\zeta)^{-1/2}\times\exp(iq\zeta^2)$, изменяющимся по высоте раскрыва.

В частном случае однородной среды ($n(z)=\text{const}$), когда нормальная волна является суммой двух плоских бриллюэновских волн, направленных под углом друг к другу ($m_\mu=q_\mu=0$), выражение (8) превращается в диаграмму направленности, вычисленную для свободного пространства. При этом соотношение (4) переходит в известные выражения для коэффициентов возбуждения, полученные в работах [1—4] применительно к линейным антеннам с равномерным амплитудным возбуждением.

Согласно формуле (8), интенсивность возбуждения моды номера μ зависит от значения отклика под углом $\chi_\mu=\operatorname{arctg}(s_\mu/a_\mu)$. Число N эффективно возбуждаемых мод определяется угловой шириной $\Delta\chi$ отклика антенны в вертикальной плоскости и оценивается как $N\approx\Delta\chi/\delta\chi$, где $\delta\chi=\chi_\mu-\chi_{\mu-1}$ — угловое расстояние между модами. Такого рода оценки используются при анализе СВЧ-волноводов. Пренебрегая амплитудными искажениями отклика линейной вертикальной антенны длины l, получим

$$D=\int_{-l/2}^{l/2} E(\zeta)\exp[-i(ks_\mu|\zeta|\pm q\zeta^2)]\,d\zeta.$$

В простейшем случае равномерного амплитудного распределения ($E(\zeta)\equiv 1$) этот отклик принимает вид

$$D(\chi_\mu)=e^{\pm i(ks_\mu)^2/q_\mu}\sqrt{\frac{\pi}{4q_\mu}}\,e^{\mp i\pi/4}\left\{\Phi\left[e^{\pm i\pi/4}\left(\sqrt{q_\mu}\left(\frac{ks_\mu}{2q_\mu}+l/2\right)\right)^{1/2}\right.-\right.$$
$$\left.\left.-\Phi\left[e^{\pm i\pi/4}\left(\sqrt{q_\mu}\left(\frac{ks_\mu}{2q_\mu}-\frac{l}{2}\right)\right)^{1/2}\right]\right\}, \qquad (9)$$

где верхний знак относится к значениям углов $-\pi/2\leqslant\chi_x\leqslant 0$, а нижний — к значениям углов $0\leqslant\chi\leqslant\pi/2$, $\Phi(x)=(2/\sqrt{\pi})\int_0^x\exp(-t^2)\,dt$ — интеграл ошибок. Полезно отметить, что в рамках используемого ВКБ-приближения размеры антенны не должны превышать расстояние от центра антенны для точки поворота нормальных волн: $|\bar{z}_\mu-z_0|\geqslant l/2$, $\mu=1, 2, \ldots$

Малые квадратичные фазовые набеги ($ql^2/4\ll 1$) приводят к уширению основного лепестка и к росту уровня боковых лепестков, а также к замыванию нулей отклика антенны. Эти искажения отклика антенны по сравнению с ее диаграммой направленности в однородном пространстве тем больше, чем больше кривизна фазового фронта нормальных волн, причем искажения наиболее существенны в направлениях, которым отвечают лучи низших мод. (Кривизна фазового фронта μ-й моды оценивается как $K_\mu=\cos\chi_\mu/L_n$, где $L_n=n/|\nabla n|$ — характерный масштаб изменения неоднородности среды [6].) При дальнейшем возрастании кривизны K, когда квадратичные по ζ члены становятся сравнимыми с единицей ($ql^2/4\geqslant 1$), избирательность возбуждения отдельных мод начинает резко уменьшаться.

В случае больших фазовых искажений ($ql^2/4\gg 1$) для оценки значения отклика антенны можно воспользоваться асимптотикой интеграла ошибок $\Phi(x)=1-\exp(-x^2)/\sqrt{\pi}\,x[1-0(1/x^2)]$. Полагая $l|\nabla s_\mu|/2s_\mu\gg 1$ и $\pi l^2|\nabla s_\mu|/4\lambda\gg 1$, для модуля отклика получим оценку $|D(\chi_\mu)|=2/|q_\mu|l=2\lambda L_n|\sin\chi_\mu|/\pi ln$, согласно которой отклик антенны в направлении главного максимума ее диаграммы направленности уменьшается в $|q|l^2/2$ раз. (В волноводе с однородным заполнением $|D|_{max}=l$.)

Для увеличения отклика антенны и повышения селективности возбуждения мод необходимо компенсировать квадратичные по глубине фазовые набеги, а при приближении к точкам поворота — также и нелинейные амплитудные изменения, обусловленные неоднородностью среды.

Поле, излучаемое антенной, в плоскослоистой среде можно рассматривать как искаженную рефракцией сферическую направленную волну с диаграммой направленности, отвечающей однородной среде, лишь при выполнении неравенств вида

$$l^2 \ll (4/\pi)(\lambda/n) L_n \sin \chi_\mu, \qquad l \ll 4 L_n \sin^2 \chi_\mu. \tag{10}$$

Первое неравенство соответствует условию малости фазовых изменений по глубине, а второе — малости амплитудных искажений. В зависимости от характера неоднородности среды и от длины волны неравенства (10) налагают определенные ограничения на вертикальные размеры антенны l, для которых амплитуды нормальных волн могут быть выражены через диаграмму направленности антенны. Неравенства (10) эквивалентны требованию, чтобы в пределах вертикального размера антенны l нормальные волны могли считаться плоскими. В качестве примера отметим, что в условиях придонного распространения звука с длиной волны $\lambda \approx 10-20$ м в мелком море, в котором масштаб изменения параметра среды L_n составляет около 10^4 м, первое неравенство (10) нарушается уже при $l \sim 10-15$ м.

Полученные результаты могут быть обобщены на среды, свойства которых меняются по горизонтали достаточно медленно, чтобы можно было пренебречь взаимодействием между модами. Отличие от горизонтально однородной задачи состоит в том, что в выражении (4) вместо $\exp(ika_\mu r)$ войдут интегральные функции $\exp[ik \int a_\mu(\mathbf{r})\, d\sigma]$, в которых интегрирование ведется вдоль горизонтальных лучей, а амплитудный фактор $(a_\mu r)^{-1/2}$ заменится более сложным выражением [6]. Амплитуда μ-й моды F_μ попрежнему будет определяться выражением (7).

В полученном решении можно учесть также и ослабление волн, считая постоянные распространения a_μ комплексными величинами: $a_\mu \to a_\mu + i\varkappa_\mu$. В этом случае в выражении (4) для коэффициентов возбуждения b_μ появятся факторы ослабления $\exp(-\varkappa_\mu r)$.

ЛИТЕРАТУРА

1. *Елисеевнин В. А.* О работе горизонтальной линейной антенны в водном слое.— Акуст. журн., 1979, т. 25, № 2, с. 227–233.
2. *Елисеевнин В. А.* О работе вертикальной линейной антенны в водном слое.— Акуст. журн., 1981, т. 27, № 2, с. 228–233.
3. *Елисеевнин В. А.* О работе горизонтальной линейной антенны в мелком море.— Акуст. журн., 1983, т. 29, № 1, с. 44–49.
4. *Агафонова З. М., Шарфарец Б. П.* Поле вертикальной линейной антенны в идеальном волноводе.— Тез. докл. IV Всесоюз. конф. «Проблемы научных исследований в области изучения и освоения Мирового океана». (Владивосток. Изд-во ДВПИ, 1983), секция 2, с. 99–101.
5. *Алувэлья Д. С., Келлер Дж. Б.* Точные и асимптотические методы представления звукового поля в стратифицированном океане.— В кн.: Распространение волн и подводная акустика. М.: Мир, 1980, с. 20.
6. *Бреховских Л. М., Лысанов Ю. П.* Теоретические основы акустики океана. Л.: Гидрометеоиздат, 1982.

Институт общей физики
Академии наук СССР

Поступила в редакцию
30.III.1984