

УДК 584.2

СТРУКТУРА ВОЛНЫ СТОУНЛИ НА ГРАНИЦЕ ВЯЗКОЙ ЖИДКОСТИ И ТВЕРДОГО ТЕЛА

Волькенштейн М. М., Левин В. М.

Показано, что скорость распространения и структура поверхностной волны на границе жидкости и твердого тела существенно зависят от соотношения между скоростью звука c в жидкости и скоростью c_R рэлеевской волны на поверхности твердого тела. При $c_R < c$ волна Стоунли по своим характеристикам близка к рэлеевской, при $c_R > c$ — к неоднородной волне в жидкости на границе с абсолютно жестким телом.

Невытекающие поверхностные волны на границе жидкости и твердого тела — волны Стоунли или Шолте первоначально исследовались применительно к задачам геофизики и акустики океана [1–4]. В последние годы возник интерес к волнам этого типа на высоких частотах (десятки мегагерц и выше). Экспериментально была показана возможность эффективной генерации волн Стоунли на границе раздела жидкости и твердого тела [5, 6], было обнаружено [6] и объяснено [7, 8] аномально большое поглощение волн Стоунли. Наконец, исследовалась конверсия объемных волн в волны Стоунли на периодически неоднородных границах раздела [9, 10]. Эффекты, связанные с волнами Стоунли, критически зависят от соотношения между упругими свойствами и плотностями граничащих сред [6–8]. Цель данной работы — изучение структуры волны Стоунли в зависимости от соотношения между акустическими параметрами жидкости и твердого тела.

На границе жидкости и изотропного твердого тела волна Стоунли представляет собой суперпозицию четырех неоднородных волн: продольной L и поперечной T в твердом теле, продольной l и вязкой сдвиговой t в жидкости. Для волны с частотой ω и волновым вектором k тангенциальные и нормальные компоненты колебательной скорости в системе координат с осью x вдоль границы раздела и осью z , перпендикулярной к границе, имеют вид

$$\begin{aligned} v_x^r(x, z, t) &= \{V_L e^{-q_L z} + V_T e^{-q_T z}\} e^{ihx - i\omega t} + \text{к.с.}, \\ v_z^r(x, z, t) &= i \left\{ \frac{q}{k} V_L e^{-q_L z} + \frac{k}{q_T} V_T e^{-q_T z} \right\} e^{ihx - i\omega t} + \text{к.с.} \end{aligned} \quad (1)$$

в твердом теле при $z > 0$ и

$$\begin{aligned} v_x^m(x, z, t) &= \{V_l e^{qz} + V_t e^{xz}\} e^{ihx - i\omega t} + \text{к.с.}, \\ v_z^m(x, z, t) &= -i \left\{ \frac{q}{k} V_l e^{qz} + \frac{k}{x} V_t e^{xz} \right\} e^{ihx - i\omega t} + \text{к.с.} \end{aligned} \quad (2)$$

в жидкости при $z < 0$. Здесь V_α — амплитуды тангенциальных колебательных скоростей для парциальных волн $\alpha = L, T, l, t$. Парциальные волны затухают вглубь соответствующей среды; их затухание характеризуется соответствующими коэффициентами проникновения: $q_{L,T}$ — для твердого тела и q, κ — для продольной и вязкой волн в жидкости. Величины, обратные коэффициентам проникновения, определяют глубины проникновения парциальных волн в среду. Коэффициенты проникновения и соотношения между амплитудами V_α задают структуру волны Стоунли, а также траектории движения частиц жидкости и твердого тела и потоки энергии, переносимые волной вдоль границы раздела.

Коэффициенты проникновения парциальных волн определяются соответствующими дисперсионными уравнениями для объемных волн:

$$q_{L,T}^2 = k^2 - \omega^2/c_{L,T}^2 \quad (3)$$

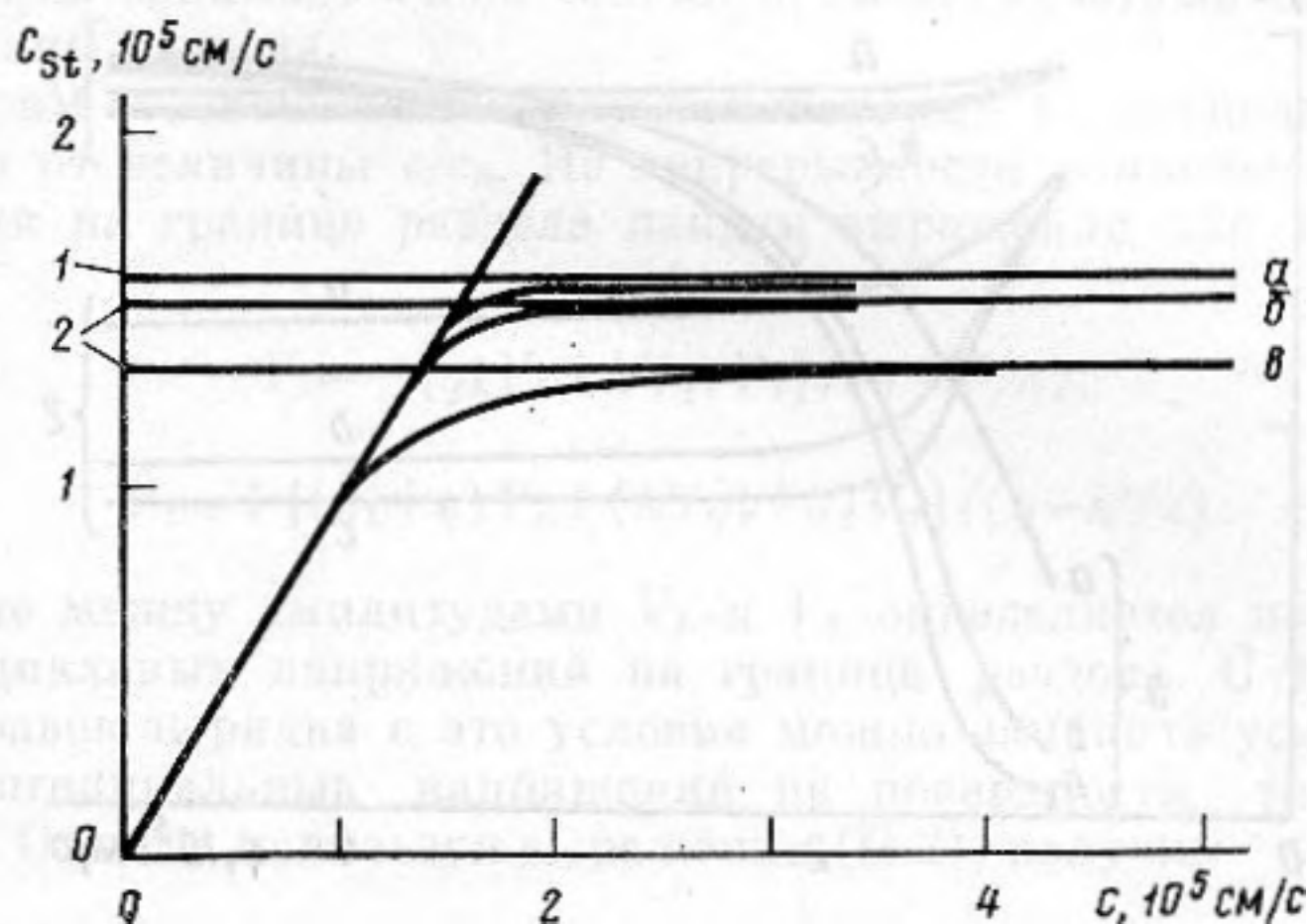
— для продольных и поперечных волн в твердом теле,

$$q^2 = k^2 - \omega^2/c^2(1 + i\omega\eta_{\parallel}/\rho_{ж}c^2) \quad (4)$$

— для продольной волны в жидкости,

$$\kappa^2 = -i\omega\rho_{ж}/\eta + k^2 \quad (5)$$

— для вязкой сдвиговой волны. Здесь $c_{L,T}$ — скорости продольного и поперечного звука в твердом теле, c — скорость звука в жидкости, η и ξ — сдвиговая и объемная вязкости жидкости, $\eta_{\parallel} = \xi + 4/3\eta$ — эффективная вяз-



Фиг. 1. Зависимость фазовой скорости волны Стоунли c_{st} от скорости звука c в жидкости при различных отношениях $\rho_{ж}/\rho_{т}$: $a - 1/10$, $b - 1/4$, $v - 1$; $1 - c_R$, $2 - c_{st}^0$. При расчете предполагалось, что $c_T = 1,7 \cdot 10^5$ см/с, $c_L = 2c_T$

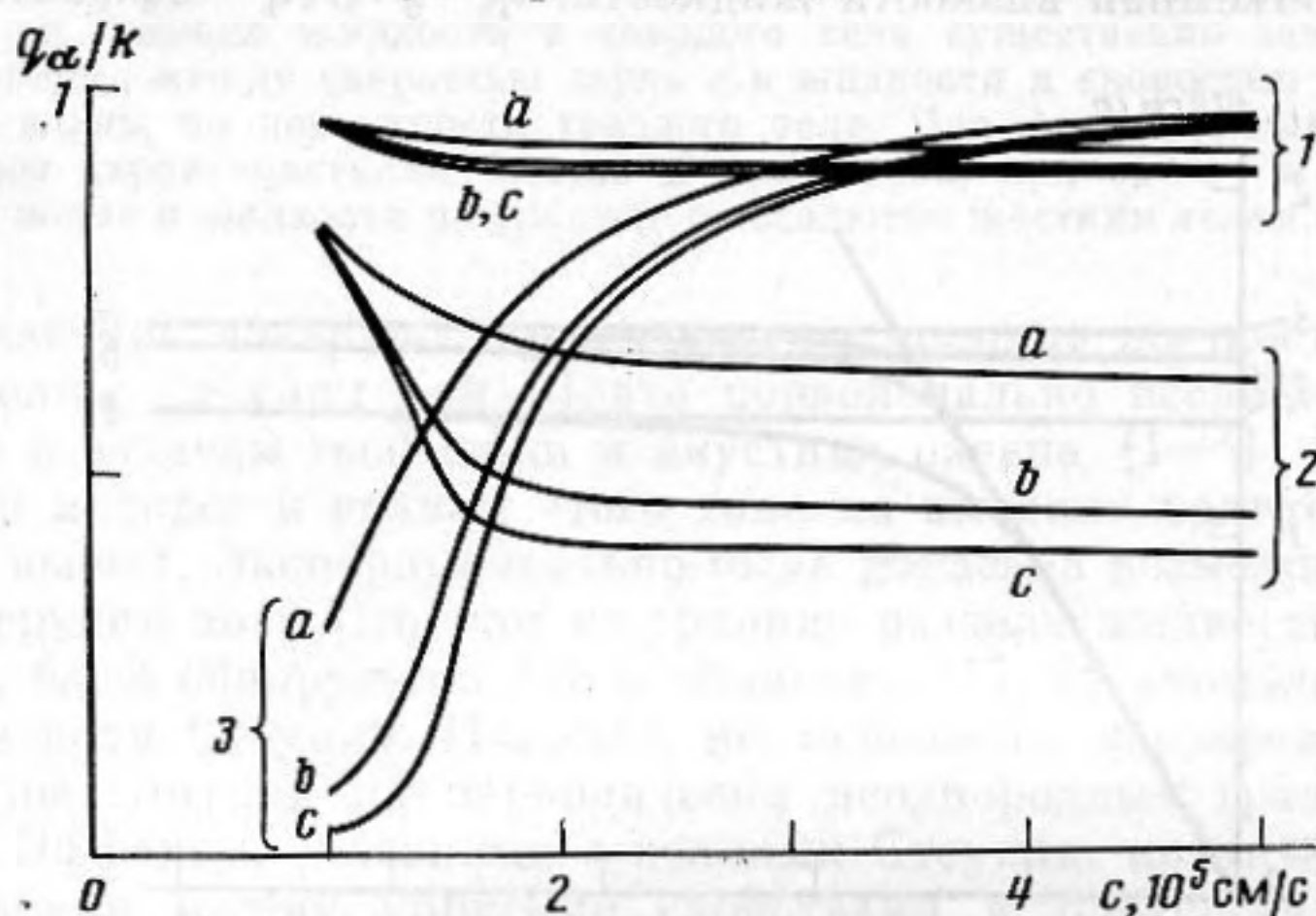
кость, $\rho_{ж}$ — плотность жидкости. Поглощение звука в твердом теле не учитываем, считая его пренебрежимо малым.

Значение фазовой скорости $c_{st} = \omega/k$ находится из решения дисперсионного уравнения, представляющего собой условие разрешимости системы однородных уравнений для амплитуд парциальных волн V_{α} . Последние следуют из непрерывности нормальных и тангенциальных скоростей v_x и v_z и напряжений σ_{zz} и σ_{xz} на границе раздела при $z=0$. Выражения для механических напряжений через V_{α} и дисперсионное уравнение приводятся в Приложении. Скорость волны Стоунли на границе идеальной жидкости и твердого тела исследовалась ранее в [2]. Учет вязкости приводит к появлению в дисперсионном уравнении членов, пропорциональных различным степеням вязких параметров $\varepsilon = \sqrt{\eta\omega/\rho_{ж}c^2}$ и $\varepsilon_{\parallel} = \sqrt{\eta_{\parallel}\omega/c^2\rho_{ж}}$. Анализ показывает, что для слабвязких жидкостей ($\varepsilon_{\parallel} \sim \varepsilon \ll 1$) эти члены определяют лишь малые поправки порядка ε к значению фазовой скорости волны на границе раздела твердого тела с идеальной жидкостью. Исследованию поглощения волн Стоунли посвящена отдельная работа [9].

На фиг. 1 приведена зависимость фазовой скорости волны Стоунли от значения скорости c звука в жидкости, полученная в результате численного решения точного дисперсионного уравнения (П.3) при различных отношениях плотностей жидкости и твердого тела. Скорости c_T и c_L при этих расчетах, как и повсюду в дальнейшем, предполагались фиксированными ($c_T = 1,7 \cdot 10^5$ см/с, $c_L = 2c_T = 3,4 \cdot 10^5$ см/с). При малых c , когда $c < c_T$, фазовая скорость практически совпадает со скоростью звука в жидкости: $(c - c_{st})/c \sim 10^{-3} - 10^{-4}$. В области $c \sim c_T$ зависимость $c_{st}(c)$ отклоняется от линейной и при больших c , когда $c > c_T$, скорость волны Стоунли пере-

стает зависеть от c , стремясь к постоянному значению c_{st}^0 . И само значение c_{st}^0 , и ширина области перехода от линейной зависимости к константе определяются величиной плотностей $\rho_{ж}/\rho_{т}$. Для малых $\rho_{ж}/\rho_{т} \ll 1$ эта константа равна скорости c_R рэлеевской волны на свободной поверхности твердого тела. При этом ширина области перехода от $c_{st}=c$ к $c_{st}=c_R$ мала. С увеличением $\rho_{ж}/\rho_{т}$ область перехода расширяется, а предельное значение фазовой скорости падает по сравнению с c_R .

Основным параметром, определяющим фазовую скорость и структуру волны Стоунли по крайней мере для малых $\rho_{ж}/\rho_{т}$, является отношение c/c_R . В пренебрежении вязкими эффектами при неизменном c_T/c_L ход кривой $c_{st}/c_R=f(c/c_R)$ практически не зависит от того, меняем мы скорость звука в жидкости либо величину рэлеевской скорости c_R . Поэтому область малых $c: c < c_R$ соответствует границе жидкости с жесткими твердыми те-



Фиг. 2. Относительные коэффициенты проникновения q_α/k для парциальных волн в волне Стоунли при различных отношениях $\rho_{ж}/\rho_{т}$: $a - \rho_{ж}/\rho_{т}=1/10$, $b - \rho_{ж}/\rho_{т}=1/4$, $c - \rho_{ж}/\rho_{т}=1$; 1 — продольная волна в твердом теле (L), 2 — поперечная волна в твердом теле (T), 3 — продольная волна в жидкости (l); $\omega=1,5 \cdot 10^7 \text{ с}^{-1}$, $\eta=0,01$

лами. Область больших $c: c > c_R$ отвечает границе с мягкими материалами.

Известная зависимость фазовой скорости c_{st} от c позволяет рассчитать коэффициенты проникновения парциальных волн. В твердом теле они всегда сравнимы по величине с волновым числом: $q_{L,T}=k\sqrt{1-c_{st}^2/c_{L,T}^2} \sim k$, поскольку $c_{st} < c_L$ и c_T . С ростом c отношения $q_{L,T}/k$ уменьшаются, стремясь при больших c к постоянным значениям, зависящим лишь от отношения плотностей $\rho_{ж}/\rho_{т}$. При $\rho_{ж}/\rho_{т} \ll 1$ эти значения совпадают с соответствующими величинами в рэлеевской волне; с увеличением $\rho_{ж}/\rho_{т}$ они увеличиваются, и волна Стоунли проникает в твердое тело на все меньшую глубину. Для малых c характерна параболическая зависимость $q_{L,T}/k$ от $c: q_{L,T}/k \approx 1 - (1/2)c^2/c_{L,T}^2$, причем для совсем маленьких c глубины проникновения парциальных волн в твердое тело минимальны и не зависят от соотношения между акустическими параметрами соприкасающихся сред.

Глубина проникновения волны Стоунли в жидкость при больших c от c не зависит: $q/k \approx 1$. С уменьшением c отношение q/k быстро падает и глубина проникновения растет. При $\rho_{ж}/\rho_{т} \ll 1$ величина q находится

методом теории возмущений по малым параметрам $\rho_{ж}/\rho_{т}$ и $\epsilon = \sqrt{\eta\omega/\rho_{ж}c^2}$ (см. П.5). В области $c \leq c_R$

$$q/k = 1/2 (\rho_{ж}/\rho_{т}) (c^2/c_T^2) \sqrt{1 - c^2/c_L^2} + (1+i) \sqrt{\eta\omega/\rho_{ж}c^2}. \quad (6)$$

Глубина проникновения (измеренная в длинах волн) становится очень

большой уже при небольших отклонениях c/c_R от единицы. Так, при $\rho_{ж}/\rho_T=1/4$ отношение $q/k=3 \cdot 10^{-2}$ уже для $c=0,5c_R$. Глубина проникновения волны Стоунли в жидкость в этом случае составляет около пяти длин волн. Дальнейшее уменьшение c еще больше увеличивает глубину проникновения, однако при $c/c_R \ll 1$ эффекты вязкости ограничивают этот рост. При $(\rho_{ж}c^2/\rho_Tc_T^2) \ll \varepsilon$ (граница вязкой жидкости с очень твердым телом) уже доминирует второй член в выражении (6) и глубина проникновения начинает возрастать при уменьшении c . Влияние вязких эффектов на глубину проникновения в жидкость становится существенным лишь на высоких частотах. Так, на границе воды ($\rho_{ж}=1$ г/см³; $c=1,5$ км/с, $\eta=10^{-2}$ дин·с/см²) с ниобатом лития ($\rho_T=4,7$ г/см³, $c_T=4$ км/с) это влияние начинает сказываться на частотах, больших 100 МГц.

Коэффициент проникновения вязкой сдвиговой волны является комплексным: $\kappa = \sqrt{\omega\rho_{ж}/2\eta}(1-i)$. В слабвязких жидкостях $|\kappa/k| \sim 1/\varepsilon \gg 1$, и вязкая волна занимает очень тонкий приповерхностный слой жидкости вблизи границы раздела.

Рассмотрим соотношения между амплитудами V_α парциальных волн в зависимости от величины c/c_R . Из непрерывности компонент колебательной скорости на границе раздела найдем выражения для V_i и V_t через V_L и V_T :

$$V_i = -\{q_L V_L + k^2/q_T V_T\}/(q - k^2/\kappa), \quad (7)$$

$$V_t = +\{(q_L + q)V_L + (k^2/q_T + q)V_T\}/(q - k^2/\kappa).$$

Соотношение между амплитудами V_L и V_T определяется из непрерывности тангенциальных напряжений на границе раздела. С точностью до малых поправок порядка ε это условие можно заменить условием исчезновения тангенциальных напряжений на поверхности твердого тела: $\sigma_{xz}^T/z=0=0$. Отсюда, используя выражение (П.2), получим

$$V_T/V_L = -\sqrt{1 - c_{si}^2/c_T^2} \sqrt{1 - c_{si}^2/c_L^2} / [1 - (1/2)c_{si}^2/c_T^2]. \quad (8)$$

Для больших c отношение V_T/V_L от c не зависит, определяясь только значением $\rho_{ж}/\rho_T$. При $\rho_{ж}/\rho_T \ll 1$ оно не отличается от соответствующего отношения в рэлеевской волне: $V_T/V_L \simeq -[1 - (1/2)c_R^2/c_T^2]$. При уменьшении c в области $c \simeq c_R$ происходит переход от константы к параболической зависимости от c :

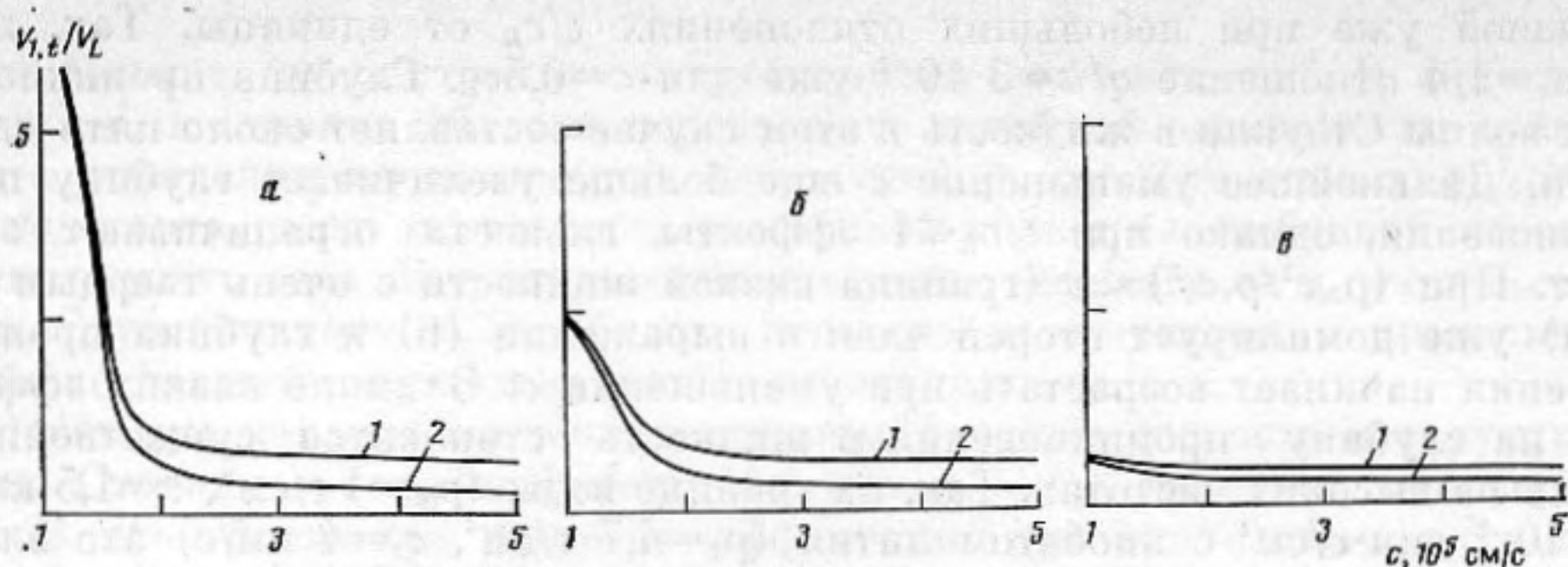
$$V_T/V_L \simeq -[1 - (1/2)c^2/c_L^2], \quad (9)$$

характерной для $c \ll c_R$. Отметим, что колебания в продольной и поперечной волнах в твердом теле происходят в противофазе и в значительной степени компенсируют друг друга. Степень компенсации резко увеличивается для малых c , где амплитуды реальных колебательных скоростей на поверхности твердого тела значительно меньше амплитуд V_T и V_L парциальных волн:

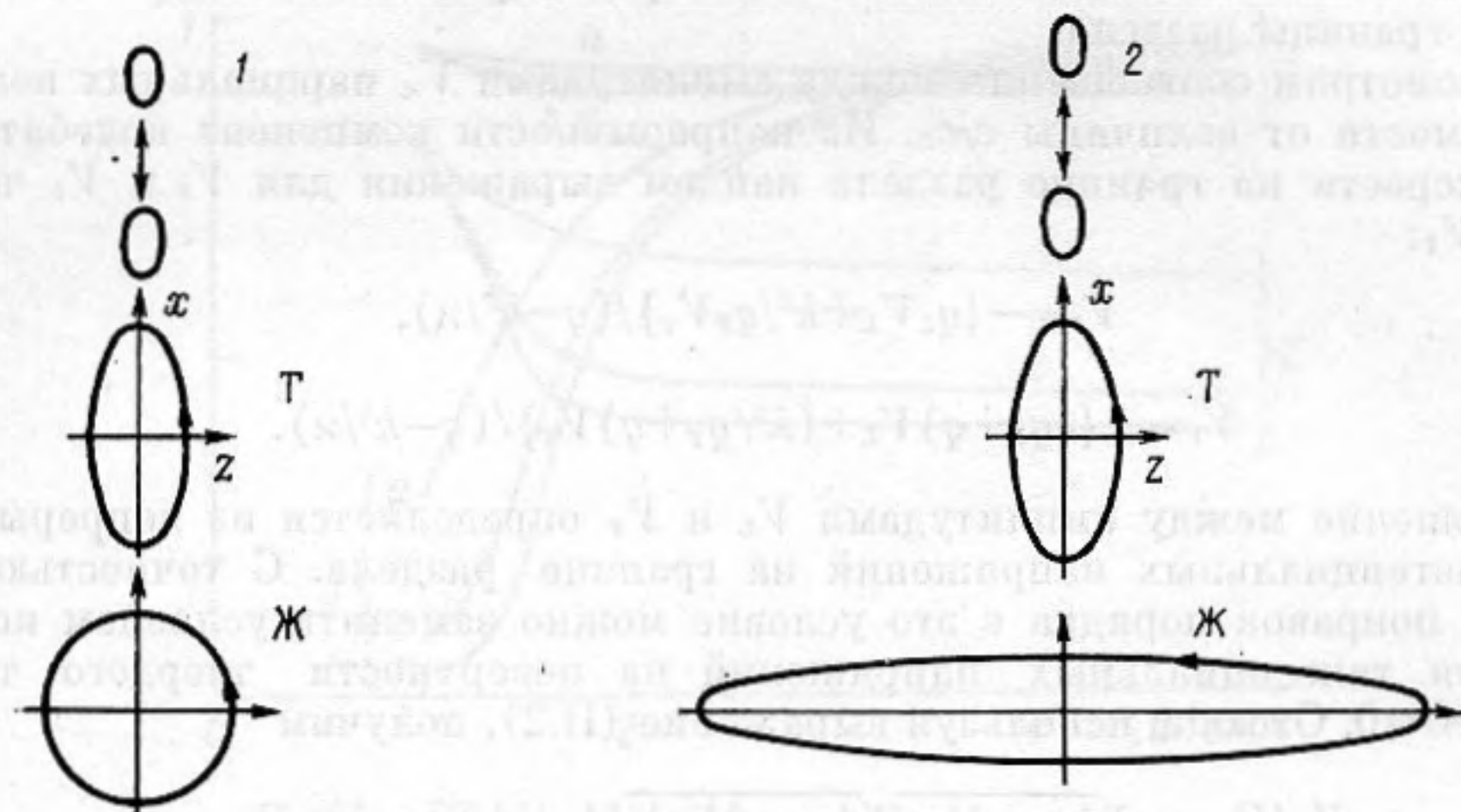
$$\begin{aligned} v_x|_{z=0} &= (1/2)(c^2/c_L^2)\cos\varphi V_L, \quad v_z|_{z=0} = \\ &= (1/2)(c^2/c_T^2)V_L \sin\varphi, \quad \varphi = kx - \omega t. \end{aligned} \quad (10)$$

В волне Стоунли траектории частиц представляют собой эллипсы в плоскости xz , ориентация и форма которых на различной глубине определяются соотношениями между амплитудами парциальных волн и их глубинами проникновения. В твердом теле, согласно (1) и (8), эллипсы, описываемые частицами, ориентированы так, что их большая полуось всегда перпендикулярна границе раздела. По мере смещения вглубь твердого тела меняется эксцентриситет эллипсов и, естественно, уменьшаются их размеры.

В отличие от твердого тела отношение амплитуд парциальных волн в жидкости сильно зависит от c , в особенности при $\rho_{ж}/\rho_T \ll 1$ (фиг. 3). Будем относить амплитуды V_i и V_t к амплитуде V_L продольной волны в твердом теле. Эти отношения получим, подставляя выражение (8) для



Фиг. 3. Зависимость отношений парциальных амплитуд $V_{l,t}/V_L$ в волне Стоунли от скорости звука c в жидкости, $\rho_{ж}/\rho_{т}$: а — 1/10, б — 1/4, в — 1; 1 — V_l/V_L , 2 — V_t/V_L



Фиг. 4. Траектории движения частиц среды в волне Стоунли на различных глубинах: Т — твердое тело, Ж — жидкость; 1 — случай границы с мягким материалом $c > c_R$, 2 — случай границы жидкости с твердым материалом $c < c_R$

V_T/V_L в (7):

$$V_l/V_t \approx [q_L(1/2)(c_{st}^{02}/c_T^2)] / (q - k^2/\kappa) [1 - (1/2)(c_{st}^{02}/c_T^2)], \quad V_t/V_L = 1 + V_T/V_L - V_l/V_t. \quad (11)$$

Начнем со случая, когда $\rho_{ж}/\rho_{т} \ll 1$. Для $c > c_R$ отношения V_l/V_L и V_t/V_L определяются зависимостью от c коэффициента проникновения q продольной волны в жидкость:

$$V_l/V_L \approx b/\sqrt{1 - c_{st}^{02}/c^2}, \quad V_t/V_L \approx -b/\sqrt{1 - c_{st}^{02}/c^2 + a}, \quad (12)$$

где $a = (1/2)c_{st}^{02}/c_T^2 \sim 0,5$, $b = (a/(1-a))\sqrt{1 - c_{st}^{02}/c_L^2}$ — числовые множители. Для больших c ($c \gg c_R$) отношения практически не зависят от c , однако по мере уменьшения c начинает играть роль корневая особенность в (12) и при $c \rightarrow c_R$ происходит быстрый рост отношений амплитуд. Этот рост продолжается и в области $c < c_R$, причем вблизи $c = c_R$ происходит переход от корневой зависимости (12) к параболической зависимости при $c \ll c_R$:

$$V_l/V_L \approx \rho_{т}/\rho_{ж} [(1 - c_T^2/c_L^2 - (1/4)c^2/c_T^2)], \quad (13)$$

$$V_t/V_L \approx -V_l/V_L + (1/2)c^2/c_L^2.$$

Выражения (13) получаются из (11), если положить $c_{st} \approx c$, а для коэффициента проникновения q использовать значение (6). Сравнение (12) и (13) показывает, что отношение предельных значений амплитуд V_l/V_L при $c \rightarrow 0$ и при $c \rightarrow \infty$ определяется (при фиксированном V_L) величиной,

обратной малому параметру $\rho_{ж}/\rho_{т}$:

$$V_{l_0}/V_{l_\infty} \sim \rho_{т}/\rho_{ж} \gg 1.$$

Характерная зависимость V_l/V_L и V_t/V_L от c для случая $\rho_{ж}/\rho_{т} \ll 1$ представлена на фиг. 3, а: при изменении c в достаточно узком интервале значений отношения амплитуд меняются на порядок. По мере уменьшения различий в плотностях твердого тела и жидкости зависимости от c сглаживаются (фиг. 3, б) и при $\rho_{ж}/\rho_{т} \sim 1$ значения $V_{l,t}/V_L$ для $c \rightarrow 0$ и $c \rightarrow \infty$ сравнимы по величине (фиг. 3, в).

Разница в глубинах проникновения парциальных волн в жидкость создает своеобразное распределение колебательных скоростей v_x и v_z по глубине. Интерференция l - и t -волн имеет место лишь в тонком пограничном слое толщиной $\varepsilon\lambda$, много меньшей длины волны λ . Колебания в продольной и вязкой сдвиговой волнах внутри пограничного слоя происходят в противофазе, частично компенсируя друг друга. Для больших c компенсация невелика: $|v_x| \sim |v_z| \sim V_l$, однако при уменьшении c она возрастает и для $c < c_R$ амплитуды реальных скоростей значительно меньше амплитуд парциальных волн $V_{l,t}$: $|v_x| \sim |v_z| \sim (\rho_{ж}/\rho_{т} c^2/c_L^2) V_l \ll V_l$. Внутри вязкого пограничного слоя эллипсы, по которым движутся частицы жидкости (фиг. 4), близки к траекториям движения частиц твердого тела непосредственно на границе раздела. Вне вязкого слоя форма траекторий определяется структурой неоднородной продольной волны. При $c \gg c_R$ продольная волна сильно неоднородна: $|q| \sim k$, а амплитуды колебательных скоростей v_x и v_z одного порядка: $v_x = b V_L e^{qz} \cos \varphi / \sqrt{1 - c_R^2/c^2}$, $v_z = b V_L e^{qz} \times \sin \varphi$, $\varphi = kx - \omega t$, $z < 0$. Движение частиц в этом случае происходит по эллипсам, близким к круговым. По мере уменьшения c эксцентриситет эллипсов возрастает.

В области $c \ll c_R$ (жидкость граничит с жестким телом) продольная волна в жидкости слабонеоднородна $|q| \ll k$; движение частиц в ней происходит в основном в направлении вдоль границы раздела:

$$\begin{aligned} v_x &= (\rho_{т}/\rho_{ж}) (1 - c_T^2/c_L^2) V_L e^{qz} \cos \varphi, \\ v_z &= (q/z) V_l e^{qz} \sin \varphi = (1/2) (c^2/c_T^2) V_L e^{qz} \sin \varphi, \quad z < 0. \end{aligned}$$

Траектории представляют собой очень вытянутые вдоль границы раздела эллипсы, отношения полуосей которых $a_z/a_x = (1/2) (\rho_{ж}/\rho_{т}) (c^2/c_T^2) / (1 - c_T^2/c_L^2)$ значительно меньше 1. При $\rho_{ж}/\rho_{т} \ll 1$ размеры этих эллипсов внутри слоя жидкости толщиной $h \sim 1/|q| \gg \lambda$ много больше размеров эллипсов, по которым движутся частицы в пограничном слое. По мере увеличения отношения плотностей $\rho_{ж}/\rho_{т}$ уменьшаются размеры эллипсов, степень их вытянутости, а также глубина слоя h , внутри которого колебательное движение существенно.

Основной энергетической характеристикой бегущей поверхностной волны является поток энергии I , приходящейся на единицу длины волнового фронта. Для волны Стоунли эта величина получается интегрированием тангенциальных компонент векторов средней плотности потока энергии в жидкости $\overline{p'v_x^{ж}}$ и в твердом теле $-v_j^т \sigma_{xj}^т$ по всей глубине проникновения волны Стоунли в эти среды:

$$I = I^ж + I^т = \int_{-\infty}^0 p' v_x^{ж} dz - \int_0^{\infty} v_j^т \sigma_{xj}^т dz, \quad (14)$$

$p'(x, z, t)$ — переменное давление в жидкости (см. (П.1)). Отдельные слагаемые в правой части (14) представляют потоки энергии в жидкости $I^ж$ и в твердом теле $I^т$. При вычислении $I^ж$ будем считать, что колебательная скорость в жидкости определяется ее значениями в парциальной продольной волне. Это предположение справедливо всюду, за исключением поверхностного слоя, определяемого глубиной проникновения вязкой волны. Но этот слой тонкий и его вклад в интегральный поток мал: ошибка, вносимая этим допущением, порядка $|q/k| \ll \varepsilon \ll 1$.

Используя выражения для колебательных скоростей (1), (2), переменного давления в жидкости (П.1) и для напряжений в твердом теле (П.2), а также соотношение (8), связывающее амплитуды V_T и V_L , получим выражения для потоков энергии в жидкости и в твердом теле:

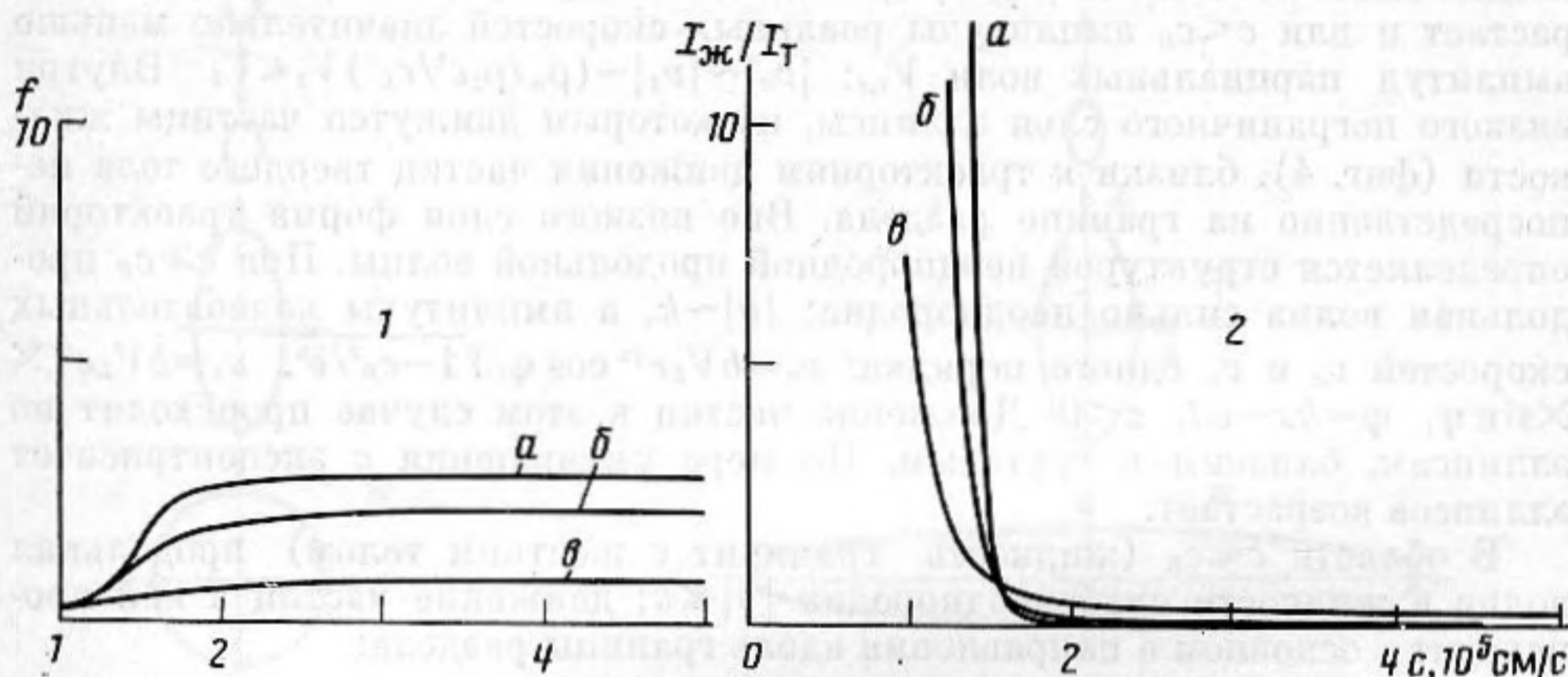
$$I^* = \rho_{ж} c_{st} |V_L|^2 / q', \quad I^r = \rho_T c_{st} f(c_{st}) |V_L|^2 / k. \quad (15)$$

Здесь $q' = \text{Re } q$. Функция $f(c_{st})$ характеризует акустическую энергию в твердом теле:

$$f(c_{st}) = (1 + 4s y_L^2) / y_L + M^2 s (3y_T + 1) / y_T^2 - \\ - 2M [1 + 2s(1 + y_L^2) + s(3 + y_T^2) y_L / y_T] (y_L + y_T),$$

$$M = 2y_T y_L s / (2s - 1), \quad s = c_T^2 / c_{st}^2, \quad y_{L,T} = \sqrt{1 - c_{st}^2 / c_{L,T}^2}.$$

На фиг. 5 приведены кривые $f = f(c)$ для различных значений $\rho_{ж}/\rho_T$. Как и другие величины, связанные с волной Стоунли, $f(c)$ при больших c от c не зависят, а при малых c зависят от c квадратично: $f \approx 1/2(1 -$



Фиг. 5. Распределение потока энергии в волне Стоунли между граничащими средами: 1 — график функции $f(c)$ для различных значений отношения $\rho_{ж}/\rho_T$, 2 — зависимость отношения потоков энергии в жидкости I^* и в твердом теле I^r от скорости звука в жидкости для различных значений $\rho_{ж}/\rho_T$: а — 1/10, б — 1/4, в — 1

$-c_T^2/c_L^2)c^2/c_T^2$. С увеличением отношения $\rho_{ж}/\rho_T$ величина f в области больших значений c падает; на характере же параболической зависимости изменения $\rho_{ж}/\rho_T$ не сказываются.

В случае границы жидкости с жестким материалом ($c \ll c_R$) амплитуда продольной волны в жидкости значительно превосходит амплитуды парциальных волн в твердом теле ($V_L/V_T \gg 1$), f мала, а глубина проникновения волны в жидкость значительно больше глубины проникновения в твердое тело ($q' \ll k$). В соответствии с этим вклад твердого тела в общий поток ничтожен: $I^r/I^* \approx (1/2)(\rho_{ж}/\rho_T)(c^2/c_T^2)(q'/k) \ll q'/k \ll 1$ и поток энергии в волне Стоунли определяется ее переносом в жидкости: $I \approx I^*$ (фиг. 5, г).

В случае границы жидкости с мягким материалом ($c > c_R$) значительная часть потока энергии сосредоточена в твердом теле:

$$I^*/I^r \approx (\rho_{ж}/\rho_T) g(c_{st}^0) / (1 - c_{st}^{02}/c^2)^{1/2},$$

где $g(c_{st}^0) = b(c_{st}^0) / f(c_{st}^0)$. Для $\rho_{ж}/\rho_T \ll 1$, когда скорость волны близка рэлеевской ($c_{st}^0 \approx c_R$), в твердом теле сосредоточивается основная часть потока энергии: $g \sim 10^{-1}$ и $I^*/I^r \sim (\rho_{ж}/\rho_T) g \sim 10^{-2} \ll 1$. С увеличением $\rho_{ж}/\rho_T$ волна Стоунли даже при $\rho_{ж}/\rho_T \sim 1$ все в большей степени теряет свою квазирэлеевскую структуру. В результате при $\rho_{ж}/\rho_T \sim 1$ энергетические потоки в жидкости и в твердом теле сравнимы между собой: $I^*/I^r \sim 1$. Однако при любом $\rho_{ж}/\rho_T$ в достаточно узкой области значений $c \sim c_R$ с уменьшением c происходит перемещение потока энергии из твердого тела в жидкость.

Используя стандартные выражения для механических напряжений в изотропном твердом теле и в вязкой жидкости, а также разложения (1) и (2), запишем нормальные σ_{zz} и тангенциальные σ_{xz} напряжения через амплитуды парциальных волн. В жидкости $\sigma_{zz}^ж$ и $\sigma_{xz}^ж$ выражаются через $V_{i,t}$ следующим образом:

$$\sigma_{zz}^ж = i \left\{ \left(\eta_{||} \frac{k^2 - q^2}{k} - 2\eta k \right) V_L e^{qz} - 2\eta k V_T e^{xz} \right\} e^{ihx - i\omega t} + \text{к. с.},$$

$$\sigma_{xz}^ж = \eta \left(2q V_L e^{qz} + \frac{k^2 + \kappa^2}{\kappa} V_T e^{xz} \right) e^{ihx - i\omega t} + \text{к. с.} \quad (\text{П.1})$$

Для твердого тела напряжения как функции V_L и V_T имеют вид

$$\sigma_{zz}^т = -2\rho_T c_T^2 (k/\omega) [(\omega^2/2k^2 c_T^2 - 1) V_L e^{-qz} - V_T e^{qz}] e^{ihx - i\omega t} + \text{к. с.} \quad (\text{П.2})$$

$$\sigma_{xz}^т = -i\rho_T c_T^2 (k/\omega) \{ 2(q_L/k) V_L e^{-qz} + [(k^2 + q_T^2)/kq_T] V_T e^{qz} \} e^{ihx - i\omega t} + \text{к. с.}$$

Дисперсионное уравнение для волн Стоунли

$$\begin{vmatrix} 1 & 1 & -k/\omega & -i\kappa/\omega \\ iq_L/k & ik/q_T & iq/\omega & -k/\omega \\ -2\rho_T c_T^2 q_L & \rho_T (\omega^2 - 2k^2 c_T^2)/q & 2i\eta k q & i\omega\rho_ж - 2\eta k^2 \\ i\rho_T (\omega^2 - 2k^2 c_T^2)/k & -2i\rho_T c_T^2 k & -(i\omega\rho_ж - 2\eta k^2) & 2\eta k \kappa \end{vmatrix} = 0 \quad (\text{П.3})$$

следует из равенства нулю определителя системы алгебраических уравнений для парциальных амплитуд, задаваемых условиями на границе раздела. Уравнение (П.3) определяет фазовую скорость $c_{st} = \omega/\text{Re } k$ и поглощение $\alpha = \text{Im } k$ волн Стоунли. Для слабвязких жидкостей можно воспользоваться теорией возмущений по малым параметрам $\varepsilon^2 = \eta\omega/\rho_ж c^2$ и $\varepsilon_{||}^2 = \eta_{||}\omega/\rho_ж c^2$. С точностью до членов порядка ε^2 и $\varepsilon_{||}^2$ дисперсионное уравнение имеет вид

$$\begin{aligned} & \{ (q/q)_L \hat{R}(\omega/k) - \hat{\alpha} \} + \{ (k^2/\kappa q_L) [1 - (1/2) (\omega^2/k^2 c_T^2) (1 - \rho_ж/\rho_T)]^2 - \\ & - (q_T/\kappa) (1 + (1/2) (\rho_ж/\rho_T) (\omega^2/k^2 c_T^2) - (qq_T/q_L \kappa) \hat{\alpha} \} - \\ & - \{ 2\hat{\alpha} k^2 (c^2/\omega^2) [i\varepsilon_{||}^2 \omega^2/2k^2 c_T^2 - i\varepsilon^2 (qq_T/k^2 - \\ & - (q/q_L) (1 - \omega^2/2k^2 c_T^2))] - \varepsilon^2 [qq_T/k^2 - (q/q_L) (1 - \omega^2/2k^2 c_T^2) + \omega^2/2k^2 c_T^2] \} = 0. \end{aligned} \quad (\text{П.4})$$

Здесь $\hat{R}(\omega/k) = \{ q_T q_L/k^2 - (1 - \omega^2/2k^2 c_T^2)^2 \}$ — дисперсионный оператор для рэлеевской волны, $\hat{\alpha} = (1/4) (\rho_ж/\rho_T) (\omega^4/k^4 c_T^4)$. Первый член в (П.4) соответствует известному уравнению Стоунли для волн на границе идеальной жидкости и изотропного твердого тела. Два других члена, пропорциональные ε и ε^2 , описывают поглощение волн Стоунли и влияние вязких эффектов на скорость их распространения.

Считая, что $\rho_ж/\rho_T \ll 1$ и $\varepsilon \ll 1$, можно получить приближенное простое дисперсионное уравнение для волн Стоунли на границе слабвязкой жидкости и твердого тела:

$$q\hat{R} = \hat{\alpha} q_L + k^2/\kappa \hat{R}. \quad (\text{П.5})$$

ЛИТЕРАТУРА

1. *Sholte J. G.* On the large displacements commonly regarded as caused by Love-waves and similar dispersive surface waves // Proc. K. Ned. Akad. Wet. 1948. V. 51. P. 533-976.
2. *Strick E., Ginsbark A. S.* «Stoneley wave velocity for a fluid-solid interface» // Bull. Seism. Soc. Amer. 1956. V. 46. № 1. P. 956-962.
3. *Phinney E.* Propagation of leaking interface waves // Bull. of the Seism. Soc. of Amer. 1961. V. 51. № 4. P. 527-555.
4. *Ansell J. H.* The roots of Stoneley waves equation for solid-liquid interface // Pure and Appl. Geophys. 1972. V. 94. № 2. P. 172-188.
5. *Billy M., Quentin J.* Experimental study of Sholte wave propagation on a plane surface partially immersed in a liquid // JAP. 1983. V. 54. № 8. P. 4314-4322.
6. *Гужев С. Н., Левин В. М., Маев Р. Г., Котелянский И. М.* О возбуждении поверхностной акустической волны типа Стоунли на границе твердого и жидкого полупространства с помощью встречно-штыревого преобразователя // ЖТФ. 1984. Т. 54. В. 7. С. 1402-1404.
7. *Guzhev S. N., Volkenshtein M. M., Levin V. M., Mayev R. G.* On the possible use of Stoneley waves to realize surface waves acoustic microscopy // Proceedings of the first Joint Soviet-West Germany international symposium on microscope photometry and acoustic microscopy in science in Moscow 1985. P. 84-87.
8. *Волькенштейн М. М., Левин В. М.* Аномальное поглощение поверхностных акустических волн на границе раздела жидкость — твердое тело // Письма в ЖТФ. 1986. Т. 12. Вып. 24. С. 1498-1503.
9. *Ungman A. J., Quentin J.* Lateral displacement of ultrasonic beams at liquid-solid periodic interface // Ultrasonic international 1985. London.: Springer, P. 644-648.
10. *Tolstoy I.* Acoustic scatter from a slightly rough boundary between a fluid and elastic colid // J. Acoust. Soc. Amer. 1985. V. 78. № 5. P. 1727-1734.