АКУСТИЧЕСКИЙ ЖУРНАЛ

Том XXXIV **1988** **Вып. 4**

УДК 534

О ВЛИЯНИИ ИНЕРЦИОННОЙ НЕОДНОРОДНОСТИ НА ЗВУКОИЗЛУЧЕНИЕ ТЯЖЕЛЫХ ПЛАСТИН

Донской Д. М., Екимов А. Э., Лебедев А. В.

Теоретически исследовано влияние сосредоточенной и распределенной инерционной неоднородности на звукоизлучение бесконечной и конечной пластины, изгибно колеблющихся под действием точечной гармонической силы. Получены выражения для звукового давления от пластин с неоднородностью в виде жесткого диска.

Излучение акустических волн изгибно колеблющимися пластинами существенным образом зависит от упругоинерционных неоднородностей пластины. В работах [1–3] исследовано влияние ребер жесткости на звукоизлучение. В настоящей работе рассмотрено влияние инерционной нагрузки (массы) на излучение звука пластинами, возбуждаемыми действием точечной нормальной гармонической силы. Для вычисления эффектов влияния массы на излучение рассмотрение проведено в приближении «тяжелой» пластины, т. е. без учета влияния среды на колебания пластины, при условии [4]

$$\rho_0 c_0 \ll \omega \rho_s h, \tag{1}$$

где ρ_0, c_0 — плотность и скорость звука в среде, ρ_s, h — плотность и толщина пластины, ω — круговая частота колебаний пластины.

Рассмотрим сначала излучение в полупространство бесконечной изотропной пластины с неоднородностью в виде жесткого диска массы M_0, радиуса a, на который действует сосредоточенная сила $F=F_0\exp(j\omega t)$. В работе [4] отмечается, что излучение однородной тяжелой пластины под действием сосредоточенной силы на частотах ниже частоты совпадения (далее будет рассматриваться именно этот диапазон) эквивалентно излучению поршня радиусом $\lambda/4$, где λ — длина изгибной волны, с центром в точке приложения силы. Это связано с неоднородностью в распределении амплитуды вибрационной скорости $v(r)$ в области приложения внешней силы. Объемная скорость эквивалентного поршня:

$$Q_0=2\pi\int\limits_0^{\lambda/4} v(r)r\,dr=(2/\pi)v_0S^э, \tag{2}$$

где $S^э=\pi\lambda^2/16$ — его площадь, $v_0=F_0/z_{вх}$ — скорость в точке приложения силы, $z_{вх}=8\sqrt{\rho_s hD}$ — входной импеданс пластины, D — цилиндрическая жесткость. Соответственно для излучения однородной пластины получаем известное [4] выражение:

$$P_0=\frac{j\rho_0\omega Q_0}{2\pi R'}e^{-jk_0R'}=\frac{j\rho_0F_0}{2\pi R'\rho_s h}e^{-jk_0R'}, \tag{3}$$

где R' — расстояние от точки приложения силы до точки наблюдения, $k_0=\omega/c_0$.

Наличие неоднородности в виде жесткого диска увеличивает площадь эквивалентного поршня (его радиус в этом случае равен $a+\lambda/4$) и изменяет амплитуду колебаний. Для сосредоточенной инерционной неоднородности ($a\ll\lambda$) площадь поршня практически не изменится, а амплитуда скорости колебаний уменьшится за счет увеличения входного импеданса:

$z_{вх}=8\sqrt{\rho_s hD}+j\omega M_0$. Таким образом, для поля излучения получим

$$P_1=P_0/(1+j\omega M_0/8\sqrt{\rho_s hD}), \tag{4}$$

где P_0 — определяется выражением (3).

Для распределенной инерционной нагрузки ($a\gg\lambda$) площадь эквивалентного поршня $S^э=\pi a^2$. Виброскорость диска $v(a)$ определим из уравнения изгибных колебаний пластины:

$$D\nabla^4 w-\rho_s h\partial^2 w/\partial t^2=0. \tag{5}$$

Общее решение для смещения w имеет вид [5]

$$w=AJ_0(kr)+BI_0(kr)+CN_0(kr)+EK_0(kr), \tag{6}$$

где J_0, I_0, N_0, K_0 — цилиндрические функции, коэффициенты A, B, C, E определяются из условия излучения на бесконечности и граничного условия на периметре защемленного диска:

$$2\pi aD\partial^3 w/\partial r^3|_{r=a}=F-M_0\partial^2 w/\partial t^2|_{r=a}, \tag{7}$$

$$\partial w/\partial r|_{r=a}=0. \tag{8}$$

Из (6)–(8) при $a\gg\lambda$ получим

$$v(a)=j\omega w(a)=F_0/[j\omega M_0+\rho_s ha\lambda\omega(1+j)/2]. \tag{9}$$

Окончательно поле давления для поршня площадью $S^э=\pi a^2$ и скоростью $v(a)$ будет определяться соотношением

$$P_2=P_0\frac{ka}{1+j(1+\mu ka)}, \tag{10}$$

где $k=2\pi/\lambda=\omega^{1/2}(\rho_s h/D)^{1/4}$ — волновое число изгибных волн в пластине, $\mu=M_0/M^*$, $M^*=\pi a^2\rho_s h$ — масса пластинки, «вытесненная» диском.

Из (4) и (10) видно, что наличие инерционной нагрузки приводит к снижению излучения и изменению частотной зависимости поля излучения для сосредоточенной массы $P_1/P_0\sim 1/\omega M_0$; для распределенной неоднородности излучение уменьшается $P_2/P_0\sim 1/M_0$ для массовой нагрузки ($\mu ka\gg 1$) и увеличивается пропорционально $ka>1$ для безмассовой неоднородности ($\mu ka\ll 1$). Заметим также, что для одной и той же M_0 пластина с сосредоточенной массой излучает меньше, чем с распределенной: $P_1/P_2=8/\pi(ka)^2$ при $ka>1$.

Рассмотрим далее влияние инерционной неоднородности на излучение звука ограниченной пластиной на примере круглой пластинки радиуса R в бесконечном жестком экране с жестким диском массы M_0 радиуса a в центре, к которому приложена сосредоточенная сила $F=F_0\exp(j\omega t)$. В случае опертой или защемленной по периметру однородной пластины излучение определяется областью возмущения вибрационного поля вблизи точки приложения силы (как и для бесконечной пластины излучение поршня радиуса $\lambda/4$) и кромкой пластины (фигура). Чтобы определить размер кромочного кольца, ответственного за излучение звука, вычислим объемную скорость однородной пластинки:

$$Q_0=j2\pi\omega\int\limits_\varepsilon^R rw(r)\,dr|_{\varepsilon\to 0}. \tag{11}$$

Подставляя в (11) решение (6) и интегрируя, получим:

$$Q_0=\frac{j2\pi\omega R}{k}[AJ_1(kR)+BI_1(kR)+CN_1(kR)+EK_1(kR)]-$$

$$-\frac{1}{k}\lim_{\varepsilon\to 0}[CN_1(k\varepsilon)+EK_1(k\varepsilon)]. \tag{12}$$

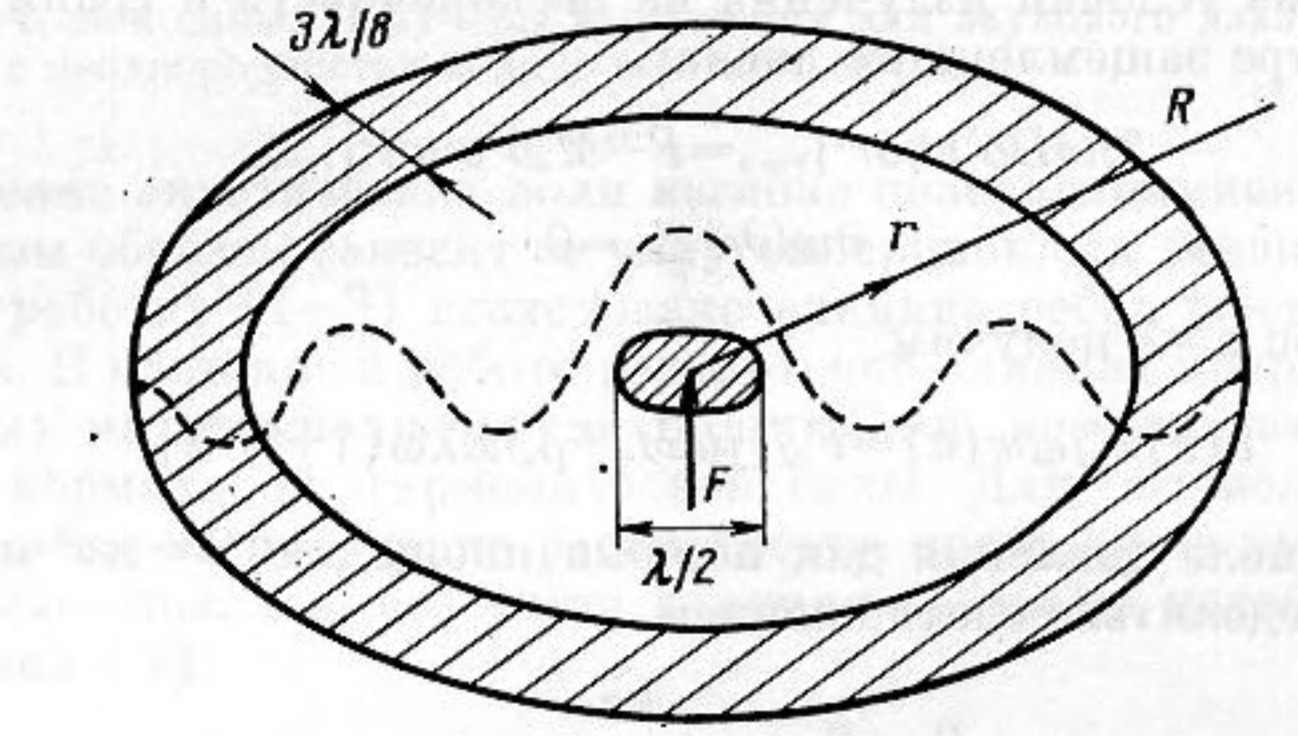
Из условия защемления при $r=R$, используя асимптотические представления цилиндрических функций при $kR>1$ (изгибно-колеблющаяся пластина), найдем $A=-\alpha \operatorname{ctg} kR$, $B=\sqrt{2}\alpha \exp(-kR)/\sin kR$, $C=-\alpha$, $E=-2\alpha/\pi$, $\alpha=F/8\omega\sqrt{\rho_s hD}$. Предел в выражении (12) равен нулю и окончательно, используя асимптотические представления функций J_1, I_1, N_1 и K_1, получим

$$Q_0=\frac{jFR\lambda}{4\sqrt{\rho_s hD}\pi kR \sin kR}. \tag{13}$$

Акустическое давление, создаваемое пластиной с объемной скоростью Q_0, равно[1]

$$P=jP_0\sqrt{\pi kR/2}\sin kR, \tag{14}$$

где P_0 — определено выражением (3), что эквивалентно поршневому излучению кромочного кольца шириной $3\lambda/8$, колебательной скоростью



Области излучения пластиной (заштрихованные)

$v(r=R-3\lambda/16)$, определяемой из решения (6). В выражении (14) множитель определяет резонансный характер колебаний пластинки (для пластинки с диссипативными потерями k — комплексная величина). Заметим, что для однородной ограниченной пластинки поршневое излучение центральной области (в окрестности точки приложения силы) с объемной скоростью $Q_к=-jFS_ц{}^э/8\sqrt{\rho_s hD}\operatorname{ctg} kR$, $S_ц{}^э=\pi\lambda^2/16$, много меньше излучения кромочного кольца $\overline{Q}_ц \ll \overline{Q}_к=\overline{v}(R-3\lambda/16)\,3\pi R\lambda/4=\overline{Q}_0$, т. е. все излучение определяется кромкой пластины.

При наличии инерционной неоднородности в виде диска в центре пластины поле давления в среде будет определяться суммой поршневого излучения от кромки шириной $3\lambda/8$ и центральной частью пластинки радиуса $a+\lambda/4$, соответственно с амплитудами $v_к(R-3\lambda/16)$ и $v_ц(a)$, которые определим из решения (6) с граничными условиями на диске (7), (8) и на периметре пластины:

$$\partial w/\partial r|_{r=R}=w|_{r=R}=0. \tag{15}$$

Для случая сосредоточенной неоднородности ($a\ll\lambda$) из условий (7), (8), (15), используя асимптотику цилиндрических функций при $ka<1$, $kR>1$, найдем

$$\begin{gathered} A=-\alpha\cos kR/(\sin kR+\delta\cos kR), \\ B=\alpha\sqrt{2}\exp(-kR)/\sin kR, \\ C=-\alpha\sin kR/(\sin kR+\delta\cos kR), \\ E=2C/\pi, \end{gathered} \tag{16}$$

где $\delta=\omega M_0/8\sqrt{\rho_s hD}$.

[1] Это выражение справедливо для пластины с радиусом, меньшим длины звуковой волны. В противном случае необходимо учитывать направленность излучения.

В этом случае, так же как и для однородной пластины, объемная скорость кромочного кольца много больше объемной скорости центрального поршня. Определив из (6), (16) объемную скорость кольца $Q_к$, для давления в звуковой волне найдем:

$$P=jP_0\sqrt{\pi kR}/2(\cos kR+\delta\sin kR), \tag{17}$$

откуда видно, что сосредоточенная масса уменьшает излучение пластины при $\delta\gg1$, т. е. когда импеданс массы $\omega M_0\gg z_c=8\sqrt{\rho_s hD}$ — характеристического импеданса пластины. При этом изменяется и частотная зависимость звукового излучения.

Более интересен эффект влияния распределенной инерционной неоднородности на излучение. В этом случае излучение от центрального поршня радиуса $a+\lambda/4$ может быть сравнимо и больше кромочного излучения за счет большей площади поршня. Определим объемные скорости центрального поршня $Q_к=v(a)\pi a^2$ и кромочного кольца $Q_к=v(R-3\lambda/16)\times$ $\times3\pi R\lambda/4$. Из граничных условий (7), (8), (15), используя асимптотику цилиндрических функций при $kR>1$, $ka>1$, найдем

$$A=-\beta\cos kR/\Gamma,\quad B=\sqrt{2}\beta\exp(-kR)/\Gamma,$$
$$C=-\beta\sin kR/\Gamma, \tag{18}$$
$$E=-\sqrt{2}\beta\exp(ka)[\cos k(R-a)+\sin k(R-a)]/\pi\Gamma,$$

где

$$\beta=F/4\omega\sqrt{\rho_s hD\pi ka},\quad \Gamma=\sin k(R-a)+$$
$$+(1+\gamma)\cos k(R-a),\quad \gamma=\omega M_0/2\pi ka\sqrt{\rho_s hD}=\mu ka/2,$$

параметр μ определен при формуле (10). Из решения (6) и (18) определим скорости центрального поршня и кольца и окончательно для давления, излучаемого периферийным кольцом, получим

$$P_к=jP_0\sqrt{R/a}/[\sin k(R-a)+(1+\gamma)\cos k(R-a)]. \tag{19}$$

Для излучения центрального поршня

$$P_ц=jP_0\frac{ka}{2\sqrt{2}}\frac{\cos[k(R-a)+\pi/4]}{\sin k(R-a)+(1+\gamma)\cos k(R-a)}. \tag{20}$$

Суммарное излучение пластины радиуса $R\ll\lambda_0$ (λ_0 — длина звуковой волны в среде), $P_\Sigma=P_к+P_ц$. Так для диска массы ($\gamma\ll1$)

$$P_\Sigma=jP_0\left[\sqrt{R/a}-\frac{ka}{2\sqrt{2}}\sin(k(R-a)-\pi/4)\right]\Big/\sqrt{2}\cos(k(R-a)-\pi/4). \tag{21}$$

Для тяжелой массы ($\gamma\gg1$)

$$P_\Sigma=\frac{2jP_0}{\mu ka}\left[\sqrt{R/a}-\frac{ka}{2\sqrt{2}}\sin(k(R-a)-\pi/4)\right]\Big/\cos k(R-a). \tag{22}$$

Из сравнения выражений (17), (21) и (22) следует, что в целом распределенная инерционная неоднородность увеличивает излучение пластинки по сравнению с сосредоточенной неоднородностью. Однако на некоторых частотах, определяемых из условия равенства нулю квадратной скобки в выражениях (21), (22), пластина с распределенной неоднородностью излучает очень плохо (монопольное излучение пластины переходит в дипольное), что связано с противофазным и равным по амплитуде излучением центральной и периферийной областей.

В заключение отметим, что полученные выше результаты дают возможность легко определить излучение и от пластинки большего по сравнению с длиной звуковой волны радиуса. Для этого, согласно развитому в работе подходу, необходимо просуммировать излучение от центрального поршня и краевого кольца с учетом соответствующего фазового сдвига.

ЛИТЕРАТУРА

1. *Плахов Д. Д.* Звуковое поле многопролетной пластины // Акуст. журн. 1967. Т. 13. № 4. С. 597–602.
2. *Романов В. Н.* Излучение звука бесконечной пластиной с конечным числом ребер, возбуждаемой сосредоточенной силой // Акуст. журн. 1977. Т. 23. № 1. С. 116–120.
3. *Белинский Б. П.* Излучение звука пластиной, подкрепленной выступающим ребром жесткости // Акуст. журн. 1978. Т. 24. № 3. С. 326–333.
4. *Ross D.* Mechanics of underwater noise. N. Y.: Pergamon Press, 1976. 375 p.
5. *Скучик Е.* Простые и сложные колебательные системы. М.: Мир, 1971. 557 с.

Институт прикладной физики
Академии наук СССР

Поступила в редакцию
26.VIII.1987