элементов антенны $N = 10, 100, 1000, 3500$ для указанных расстояний соответственно; скорость движения антенны $V = 10, 20$ м/с. Антенна движется на и от приемника; угол компенсации $\theta_0 = 90°, 85°$.

В таблицах 1 – 3 представлены результаты расчетов для первых девяти мод при излучении на частотах 100 и 10 000 Гц. Анализ показывает, что при движении антенны происходит возмущение собственных частот ω_n и изменение характеристических углов θ_n. Движению антенны соответствует приращение частоты для каждой моды, при этом при движении на приемник $\omega_n > \omega_0$, от приемника $\omega_n < \omega_0$.

В случае компенсированной антенны ($\theta_0 = 85°$) при ее движении происходит возмущение диаграммной функции и ее значений, причем с увеличением частоты излучения и скорости движения значения невозмущенной и возмущенной диаграммной функции могут отличаться на порядок для соответствующих мод.

Интерес представляют результаты анализа расчетов, полученные при движении некомпенсированной антенны ($\theta_0 = 90°$). В этом случае скорость движения не оказывает влияния на значения диаграммной функции, соответствующие угловому спектру мод, вследствие независимости этих значений от частоты.

Действительно, для рассматриваемого волновода

$$\theta = \arccos\left[\frac{\alpha_n}{k(\omega)}\right] = \arccos\left[\frac{(2n-1)}{2H} \cdot \frac{\pi}{k(\omega)}\right] \tag{11}$$

(α_n – вертикальная составляющая волнового числа), и после подстановки в (10) значения диаграммной функции будут определяться только параметрами волновода и антенны. Этот эффект практически сохраняется и для волновода Пекериса, так как вертикальные составляющие волновых чисел мод в этом случае слабо зависят от частоты [1, с. 225].

Как показано в работе [4], вертикальная линейная антенна хорошо описывает поле произвольной антенны при достаточно больших дистанциях при условии соответствующего подбора распределения $f(z)$. Это позволяет экстраполировать полученные здесь результаты на общий случай протяженной антенны, движущейся аналогично.

Отметим, что в случае $f(z) = \delta(z - z_0)$ выражение (8) сводится к соответствующему выражению для точечного источника, полученному в [2].

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. *Бреховских Л.М.* Волны в слоистых средах. М.: Наука, 1973. С. 344.
2. *Guthrie A.N., Fitzgerald R.M., Nutile D.A., Shaffer J.D.* Long-ronge low-frequency CW propagation in the deep ocean Antigua-Newfoundland // J. Acoust. Soc. Amer. 1974. V. 56. № 1. P. 58–69.
3. *Шарфарец Б.П.* Поле протяженного направленного излучателя в регулярном океаническом волноводе // Акуст. журн. 1989. Т. 35. № 1. С. 132–137.
4. *Willioms A.O., Novak B.M.* Normal-mode analysis of underwater-sound propagation with direktional sources and receivers // J. Acoust. Soc. Amer. 1974. V. 55. № 1. P. 80–83.

Поступило в редакцию
30.11.90

УДК 534.231

© 1992 г. Л.А. Решетов

ОРТОГОНАЛИЗАЦИЯ НАБЛЮДАЕМЫХ НОРМАЛЬНЫХ ВОЛН ДВУХСЛОЙНОГО ВОЛНОВОДА

Оценки параметров акустического поля в мелком море обычно синтезируют на основании модели волновода Пекериса [1, 2]. Причем наиболее оправдано применение двухслойной модели для ровного дна, покрытого слоем крупнозернистого песка, в то время как заиленные грунты ближе к трехслойной модели [3]. Прежде чем приступить к формированию оценок параметров акустических полей, необходимо провести разделение нормальных волн, распространяющихся в волноводе. Мы предполагаем, что излучение осуществляется стационарным гармоническим источником и поэтому для разделения нормальных волн будем использовать линейную вертикальную антенну, перекрывающую волновод от поверхности до дна. Число приемников антенны считаем достаточным для замены ее на антенну с непрерывным раскрывом с единичной чувствительностью вдоль апертуры.

Известно, что нормальные волны двухслойного волновода ортогональны на полубесконечном интервале только в частном случае отсутствия разрыва плотности на границе вода – грунт. Тем более будут неортогональными нормальные волны, ограниченные водным слоем. Их в дальнейшем

Таблица 1

A \ m	2	3	4	5
1,2	0,1	−0,0411	0,0221	−0,0139
1,6	0,188	−0,080	0,0436	−0,0277
2	0,295	−0,127	0,0707	−0,0447
I	0,00701	−0,0103	0,0132	−0,0156
II	0,0513	−0,0699	0,0707	−0,0447

будем называть наблюдаемые нормальные волны. Для ортогонализации системы функции можно использовать различные процедуры преобразования, но мы остановимся на стандартном алгоритме Грама – Шмидта.

Предметом исследования настоящей работы является устойчивость коэффициентов взаимодействия системы ортогонализованных функций к отклонению импедансных свойств дна от предлагаемых значений. Кроме того, рассматривается приближенный метод вычисления возмущений коэффициента взаимодействия и дана оценка его точности.

Коэффициент взаимодействия функций $\varphi_n(z)$ и $\varphi_m(z)$, заданных на интервале $[0, H]$, равен

$$K(n, m) = \frac{\langle \varphi_n(z), \varphi_m(z) \rangle}{\| \varphi_n(z) \| \| \varphi_m(z) \|}, \tag{1}$$

где угловые скобки означают операцию вычисления скалярного произведения

$$\langle \varphi_n(z), \varphi_m(z) \rangle = \int_0^H \varphi_n(z) \varphi_m(z) dz ,$$

а $\| \varphi_m(z) \|$ – норма функции $\varphi_m(z)$. В основном мы будем интересоваться значениями $K(1, m)$. Это связано с тем, что наибольшая информация о координатах источника излучения заключена в амплитудах мод с большими номерами. Но моды с большими номерами затухают быстрее, и поэтому первая нормальная волна превалирует над остальными. В результате проникновения первой нормальной волны в каналы фильтрации других нормальных волн возникают ошибки при измерениях, а также ложные срабатывания при определении числа нормальных волн в решающих устройствах.

Вначале вычислим предельно допустимое значение высоты волновода. В водном слое незатухающие нормальные волны как функции вертикальной координаты z описываются следующим выражением:

$$\varphi_m(z) = \sin \gamma_m z, \quad 0 \leqslant z \leqslant H , \tag{2}$$

где γ_m – решение характеристического уравнения. Далее аргумент z опускается. Если ограничиться первым приближением [4], то решение γ_m будет иметь вид $\gamma_m = m\pi/H_э$, $H_э = H(1 + \Delta)$ – эффективная высота волновода,

$$\Delta = \frac{AC}{2\pi B} (C^2 - 1)^{-1/2}, \tag{3}$$

$A = \rho_2/\rho_1$, $C = c_2/c_1$, где ρ_1, ρ_2 – плотность и c_1, c_2 – скорость звука соответственно в водном слое и грунте, $B = H/\lambda_1$, где λ_1 – длина волны звука в воде.

Сопоставляя выражение (3) с формулой для критической частоты нормальных волн [5], получим предельное значение приращения эффективной высоты волновода

$$\Delta \leqslant \Delta_m^{пр} = \frac{A}{\pi(m - 1/2)} . \tag{4}$$

Формула (4) показывает, что $\Delta_m^{пр}$ зависит только от перепада плотности A и номера старшей моды m.

Выражение для $\Delta_m^{пр}$ было использовано при расчете коэффициента взаимодействия наблюдаемых нормальных волн. В табл. 1 приведены результаты расчета $K(1, m)$ для m, изменяющегося от двух до пяти. Первые три строки таблицы соответствуют излучению на критической частоте волновода, т.е. $\Delta = \Delta_m^{пр}$, для трех значений перепада плотности A. В четвертой строке помещены значения $K(1, m)$, вычисленные по данным морского эксперимента, опубликованным в работе [2], при $A = 1{,}8$; $B = 7{,}73$; $C = 1{,}1$, что соответствует докритическому режиму излучения для всех нормальных волн $m \leqslant 5$ и $\Delta = 0{,}089$. В последней строке табл. 1 данные соответствуют набору параметров $A = 2$, $B = 3$, $C = 1{,}2$ [4] при $\Delta = 0{,}192$. Первый и второй акустические эксперименты соответственно обозначим I и II.

Можно заметить, что работа в критическом режиме приводит к уменьшению коэффициента

Таблица 2

Δ \ m	2	3	4	5
0,05	307,1	110,1	54,94	31,31
I	60,52	19,76	8,339	3,433
0,1	43,89	13,79	6,375	1,756
0,15	14,38	3,568	0,5197	−0,8119
II	7,365	1,292	−0,4374	−1,22
0,2	6,597	1,055	−0,5277	−1,25

взаимодействия при увеличении числа мод m. Напротив, в докритическом режиме $K(1, m)$ увеличивается пропорционально m. В промежуточном случае (II) кривая $K(1, m)$ может иметь экстремальную точку.

Допустим, что для ортогонализации системы функций φ_m использована процедура Грама–Шмидта, т.е. новая система функций имеет вид

$$u_m = \varphi_m - \sum_{k=1}^{m-1} \frac{\langle u_k, \varphi_m \rangle u_k}{\|u_k\|^2} \tag{5}$$

при $u_1 = \varphi_1$. Коэффициент взаимодействия ортогонализованной системы функций $K_0(n, m)$ для любых n и m равен нулю. Но в реальных условиях нормальные волны водного слоя $\tilde{\varphi}_n$ могут отличаться от предполагаемых φ_n, и, следовательно, $\tilde{u}_n \neq u_n$. В результате

$$\tilde{K}_0(n, m) = \frac{\langle \tilde{u}_n, u_m \rangle}{\|\tilde{u}_n\| \, \|u_m\|} \neq 0 . \tag{6}$$

Непосредственный расчет $\tilde{K}_0(n, m)$ по формуле (6) достаточно затруднителен, так как возмущения функции u_n требуют учета возмущений всего набора функций $\varphi_1, \ldots, \varphi_n$. Благодаря тому, что наблюдаемые нормальные волны почти ортогональны (табл. 1) и полагая малыми возмущения импедансных свойств грунта $\tilde{Q} = Q + \kappa$, позволительно сделать следующее допущение:

$$\tilde{K}_0(n, m) = \frac{\partial K(n, m)}{\partial Q} \kappa . \tag{7}$$

Так как параметр Q функционально связан с γ_n, то

$$\frac{\partial K(n, m)}{\partial Q} = \frac{\partial K(n, m)}{\partial \gamma_n} \frac{\partial \gamma_n}{\partial Q} \tag{8}$$

и, следовательно, возмущения ρ_2 и c_2 можно учесть с помощью производных $\partial\gamma_n/\partial\rho_2$ и $\partial\gamma_n/\partial c_2$. Заметим, что производная $\partial K(n, m)/\partial\gamma_n$ зависит только от распределения нормальной волны в пределах слоя и не зависит от конкретного параметра Q.

В табл. 2 приведены результаты расчета нормированной величины производной $[\partial K(1, m)/\partial\gamma_1] \times [HK(1, m)]^{-1}$ для значений Δ в интервале от 0,05 до 0,2. Данные таблицы показывают, что более высокой чувствительности коэффициента взаимодействия к возмущениям ρ_2, c_2 следует ожидать в акустических экспериментах с малым значением Δ.

Для получения численных результатов были выполнены расчеты $\tilde{K}_0(1,3)/K(1,3)$. Скорость звука и плотность воды в слое соответственно приняты c_1 = 1500 м/с и ρ_1 = 1 г/см^3. Результаты расчетов приведены в табл. 3. Наибольшее отклонение δc равно 45 м/с и $\delta\rho$ – 0,3 г/см^3. Для каждого акустического эксперимента I и II приведены результаты точных (верхняя строка) и приближенных (нижняя строка) расчетов. Приближенные расчеты выполнены в соответствии с формулой (7), причем значение $\partial K(n, m)/\partial\gamma_n$ было взято из табл. 2 для m = 3. Для применения формулы (8) необходимо задать вид параметра Q. Если $Q = \rho_2$, то

$$\frac{\partial\gamma_1}{\partial\rho_2} = -C(C^2 - 1)^{-1/2}(2\rho_1 BH)^{-1}(1 + \Delta)^{-2}$$

и

$$\frac{\partial\gamma_1}{\partial c_2} = \pi\Delta[c_2 H(C^2 - 1)]^{-1}(1 + \Delta)^{-2},$$

при $Q = c_2$.

Основной вывод, который следует из анализа данных табл. 3, состоит в том, что при акустических экспериментах в докритическом режиме применение процедуры ортогонализации наблюдае-

Таблица 3

δc, м/с	−45	−15	−5	5	15	45
I	−0,785	−0,219	−0,0695	0,0662	0,190	0,503
	−0,605	−0,202	−0,0672	0,0672	0,202	0,605
II	−0,0394	−0,0118	−0,00382	0,0373	0,0109	0,0306
	−0,0312	−0,0104	−0,00312	0,00312	0,0104	0,0312
$\delta\rho$, г/см^3	−0,3	−0,1	−0,03	0,03	0,1	0,3
I	0,802	0,263	0,0785	−0,0781	−0,259	−0,765
	0,776	0,259	0,0776	−0,0776	−0,259	−0,776
II	0,0929	0,0303	0,00901	−0,00895	−0,0296	−0,0867
	0,0823	0,0274	0,00823	−0,00823	−0,0274	−0,0823

мых нормальных волн не оправдано из-за слабой устойчивости $\widetilde{K}_0(m, n)$ к возмущениям. Граничным значением Δ, разделяющим режимы излучения, можно считать $\Delta = 0{,}1$.

Сопоставляя табл. 1 и 3, отметим, что взаимное влияние нормальных волн в тракте решающего устройства можно не учитывать только в том случае, если отношение амплитуд колебаний не более пяти – восьми. Применение адаптивных систем, естественно, повысит динамический диапазон решающего устройства.

Погрешность приближенного метода расчета коэффициента взаимодействия для большинства δc и $\delta\rho$ не превышает 15%, что позволяет рекомендовать его применение при проведении оценочных расчетов.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. *Fouillade C., Kinney W.A., DelBalzo D.R.* Shallow water matched-field localization off Panama City, Florida // J. Acoust. Soc. Amer. 1990. V. 88. № 1. P. 423–433.
2. *Lo E.C., Zhou J.X., Shang E.C.* Normal mode filtering in shallow water // J. Acoust. Soc. Amer. 1983. V. 74. № 6. P. 1833–1836.
3. *Кряжев Ф.И., Петров Н.А.* Нормальные волны в трехслойной среде // Акуст. журн. 1960. Т. 6. № 2. С. 229–236.
4. *Виноградов М.С., Гаврилов А.Н.* Взаимная корреляция нормальных волн в мелком море // Акуст. журн. 1987. Т. 33. № 3. С. 412–415.
5. *Бреховских Л.М., Лысанов Ю.П.* Теоретические основы акустики океана. Л.: Гидрометеоиздат, 1982. С. 110.

Санкт-Петербургский институт
авиационного приборостроения

Поступило в редакцию
01.07.91

УДК 534.221.1

© 1992 г.

М.Н. Рычагов

РАЗДЕЛЕНИЕ ВКЛАДОВ ρ- И c- КОМПОНЕНТ НЕОДНОРОДНОСТЕЙ В АКУСТИЧЕСКИХ ОБРАТНЫХ ЗАДАЧАХ ЗОНДИРОВАНИЕМ В ДВУХ СРЕДАХ

В большинстве работ, посвященных решению акустических обратных задач рассеяния (ОЗР), делается предположение о постоянстве плотности среды ρ в каждой точке исследуемого пространства. При этом полагают, что рассеяние лоцирующих волн происходит лишь на неоднородностях фазовой скорости звука c, обусловленных вариациями показателя преломления внутри реконструируемого объекта. Однако во многих практически значимых задачах (особенно в медицинских приложениях дифракционной томографии) необходимо рассматривать полную ρc-задачу. При этом алгоритм восстановления должен обеспечивать раздельную реконструкцию каждой из компонент рассеивателя. В [1] была предложена методика выделения вкладов ρ- и c-неоднородностей, основанная на факте их различного частотного поведения. Решение аналогичной задачи для случая, когда в качестве неизвестных переменных были выбраны плотность и коэффициент сжимаемости χ, получено в [2]. В этом случае выделение ρ- и χ-вкладов обеспечивалось специальной методи-