

УДК 621.319; 621.391

© 1993 г. С. П. Антонюк, Л. Г. Красный

РАЗРЕШЕНИЕ ИСТОЧНИКОВ АКУСТИЧЕСКИХ СИГНАЛОВ В ВОЛНОВОДЕ

Синтезирован алгоритм разрешения нескольких источников шумовых сигналов, расположенных в волноводе. Алгоритм обобщает известный алгоритм MUSIC и позволяет независимо от пространственной ориентации антенной решетки получать асимптотически несмещенные оценки пространственных координат источников.

В последнее время большое внимание уделяется вопросам пространственно-временной обработки сигналов, распространяющихся в океанических волноводах [1—4]. Полученные в этой области результаты показали, что в детерминированном волноводе оптимальное обнаружение и измерение координат источника шумового сигнала обеспечивает согласованный со средой алгоритм обработки [1, 5]:

$$F(\omega, \mathbf{R}) = \frac{\frac{1}{L} \sum_{l=1}^L \left| \sum_{i=1}^N L^*(\omega; \mathbf{r}_i | \mathbf{R}) U_i(\omega; \mathbf{r}_i) \right|^2}{\left| \sum_{i=1}^N L^*(\omega; \mathbf{r}_i | \mathbf{R}) G(\omega; \mathbf{r}_i | \mathbf{R}) \right|}, \quad (1)$$

где

$$U_i(\omega, \mathbf{r}_i) = \int_{(l-1)T}^{\pi} u(t, \mathbf{r}_i) \exp(-j\omega t) dt \quad (2)$$

— преобразование Фурье на временном интервале $[(l-1)T, lT]$ поля $u(t, \mathbf{r}_i)$, принятого на i -м элементе ($i = 1, \dots, N$) антенной решетки (АР) с координатами элементов \mathbf{r}_i ; $G(\omega; \mathbf{r}_i | \mathbf{R})$ — функция Грина, соответствующая источнику с координатами $\mathbf{R}: (X, Y, Z)$; $L(\omega; \mathbf{r}_i | \mathbf{R})$ — оптимальное амплитудно-фазовое распределение на апертуре АР, удовлетворяющее системе уравнений $\sum_{k=1}^N K_N(\omega; \mathbf{r}_i, \mathbf{r}_k) L_k(\omega; \mathbf{r}_k | \mathbf{R}) = G(\omega; \mathbf{r}_i | \mathbf{R})$, в которой $K_N(\omega; \mathbf{r}_i, \mathbf{r}_k)$ — пространственная функция корреляции поля помехи на частоте ω .

Разрешающая способность алгоритма (1) определяется, как известно [6, 7], формой нормированной функции неопределенности (ФН) $\Phi(\omega; \mathbf{R}) = \langle F(\omega; \mathbf{R}) \rangle / \max \langle F(\omega; \mathbf{R}) \rangle$, где $\langle \cdot \rangle$ — символ статистического усреднения.

Нетрудно показать, что если истинные координаты источника равны \mathbf{R}_0 , то ФН $\Phi(\omega; \mathbf{R})$ имеет один глобальный максимум при $\mathbf{R} = \mathbf{R}_0$, указывая тем самым местоположение источника.

Однако, являясь оптимальным при наличии одного источника, алгоритм (1) существенно теряет свою эффективность в случае нескольких источников. Так, например, при наличии двух источников с координатами \mathbf{R}_1 и \mathbf{R}_2 существует минимальное расстояние $|\mathbf{R}_1 - \mathbf{R}_2|$, называемое рэлеевским порогом разрешения [6, 7], при котором ФН будет иметь два максимума, координаты которых можно принять в качестве оценок координат источников. При уменьшении $|\mathbf{R}_1 - \mathbf{R}_2|$ эти максимумы сливаются и источники не разрешаются.

Вопросу повышения разрешающей способности алгоритмов пространственной

обработки посвящено много работ. В частности, в [8, 9] были предложены так называемые алгоритмы сверхразрешения, позволяющие превзойти рэлеевский порог разрешения. При этом основное внимание уделялось угловому разрешению источников, расположенных в однородной безграничной среде. В настоящей статье, в отличие от известных работ, синтезируется алгоритм сверхразрешения и измерения декартовых координат нескольких расположенных в волноводе источников шумовых сигналов.

Рассмотрим детерминированную среду, в которой расположены M источников шумовых сигналов с координатами \mathbf{R}_m ($m = 1, \dots, M$). При воздействии на АР смеси этих сигналов и помехи преобразование Фурье (2) поля $u(t, r)$ на апертуре АР можно записать следующим образом:

$$U_l(\omega; \mathbf{r}_l) = S_l(\omega; \mathbf{r}_l) + N_l(\omega; \mathbf{r}_l) \equiv \sum_{m=1}^N A_l(\omega | \mathbf{R}_m) G(\omega; \mathbf{r}_l | \mathbf{R}_m) + N_l(\omega; \mathbf{r}_l),$$

где $A_l(\omega | \mathbf{R}_m)$ и $N_l(\omega; \mathbf{r}_l)$ — соответственно спектральные амплитуды шумоизлучения источников и поля помехи, вычисленные на l -м временном интервале.

Найдем оценки максимального правдоподобия (ОМП) $\hat{\mathbf{R}}_m$ координат \mathbf{R}_m источников. Для этого, полагая шумы статистически независимыми на разных временных интервалах и распределенными по нормальному закону, запишем функцию правдоподобия

$$\lambda = \{\pi \det [K_N(\omega)]\}^{-LN} \exp \left\{ - \sum_{l=1}^L \sum_{i=1}^N \sum_{k=1}^N [U_l(\omega; \mathbf{r}_l) - S_l(\omega; \mathbf{r}_l)] K_N^{-1}(\omega; \mathbf{r}_l, \mathbf{r}_k) [U_l(\omega; \mathbf{r}_k) - S_l(\omega; \mathbf{r}_k)] \right\}, \quad (3)$$

где $K_N^{-1}(\omega; \mathbf{r}_l, \mathbf{r}_k)$ — элементы матрицы $K_N^{-1}(\omega)$, обратной матрице $K_N(\omega)$ с элементами $K_N(\omega; \mathbf{r}_l, \mathbf{r}_k)$.

Приняв нулю градиент функции правдоподобия по $A_l(\omega | \mathbf{R}_m)$ и решив соответствующую систему уравнений, получим ОМП спектральных амплитуд

$$\hat{A}_l(\omega | \mathbf{R}_m) = \sum_{n=1}^M \Psi^{-1}(\omega; \mathbf{R}_m, \mathbf{R}_n) \sum_{i=1}^N L^*(\omega; \mathbf{r}_i | \mathbf{R}_n) U_l(\omega; \mathbf{r}_i), \quad (4)$$

где $\Psi^{-1}(\omega; \mathbf{R}_m, \mathbf{R}_n)$ — элементы матрицы $\Psi^{-1}(\omega)$, обратной матрице $\Psi(\omega)$ с элементами

$$\Psi(\omega; \mathbf{R}_m, \mathbf{R}_n) = \sum_{l=1}^N L^*(\omega; \mathbf{r}_l | \mathbf{R}_m) G(\omega; \mathbf{r}_l | \mathbf{R}_n).$$

Заметим, что существование матрицы $\Psi^{-1}(\omega)$ накладывает ряд ограничений на свойства функции Грина, число источников ($M < N$), геометрию АР. В дальнейшем будем полагать, что матрица $\Psi^{-1}(\omega)$ существует.

Подставив (4) в (3), после ряда преобразований находим, что алгоритм оптимального (по методу максимального правдоподобия) измерения координат источников сводится к поиску глобального максимума функции

$$F_0(\omega; \mathbf{R}_1, \dots, \mathbf{R}_M) = \sum_{l=1}^N \sum_{k=1}^N \sum_{n=1}^N \Pi(\omega; \mathbf{r}_l, \mathbf{r}_k) \hat{K}_{SN}(\omega; \mathbf{r}_k, \mathbf{r}_n) K_N^{-1}(\omega; \mathbf{r}_n, \mathbf{r}_l), \quad (5)$$

где $\Pi(\omega; \mathbf{r}_l, \mathbf{r}_k) = \sum_{m=1}^M \sum_{n=1}^M L^*(\omega; \mathbf{r}_k | \mathbf{R}_m) \Psi^{-1}(\omega; \mathbf{R}_n, \mathbf{R}_m) G(\omega; \mathbf{r}_l | \mathbf{R}_n)$ — элементы

проекционной матрицы $\Pi(\omega)$;

$$\hat{K}_{SN}(\omega; \mathbf{r}_k, \mathbf{r}_n) = L^{-1} \sum_{l=1}^L U_l(\omega; \mathbf{r}_k) U_l^*(\omega; \mathbf{r}_n) \quad (7)$$

— оценка пространственной корреляционной функции поля на апертуре АР.

Глобальная максимизация функции (5), зависящей от $3 \times M$ переменных (R_1, \dots, R_M) , представляет собой сложную вычислительную задачу [7]. Однако если объем выборки L достаточно велик, а матрица $P(\omega)$ взаимных спектральных плотностей $p_{mn}(\omega) = A_l(\omega | R_m) A_l^*(\omega | R_n)$ невырождена (некоррелированные или частично коррелированные между собой сигналы источников), то функцию (5) можно значительно упростить.

Для этого разложим матрицы $\hat{K}_{SN}(\omega)$ и $K_N^{-1}(\omega)$ по базисам $\hat{\eta}_v(\omega)$, $\hat{\varphi}_v(\omega)$ ($v = 1, \dots, N$), таким, что

$$\hat{K}_{SN}(\omega; r_i, r_k) = \sum_{v=1}^N \hat{\lambda}_v(\omega) \hat{\eta}_v(\omega; r_i) \hat{\eta}_v^*(\omega; r_k), \quad (8)$$

$$K_N^{-1}(\omega; r_i, r_k) = \sum_{v=1}^N \hat{\varphi}_v(\omega; r_i) \hat{\varphi}_v^*(\omega; r_k), \quad (9)$$

где $\hat{\lambda}_1(\omega) \geq \hat{\lambda}_2(\omega) \geq \dots \geq \hat{\lambda}_N(\omega)$ и $\hat{\varphi}_v(\omega)$

— собственные числа (СЧ) и собственные векторы (СВ) системы уравнений

$$\sum_{k=1}^N \hat{K}_{SN}(\omega; r_i, r_k) \hat{\varphi}_v(\omega; r_k) = \hat{\lambda}_v(\omega) \sum_{k=1}^N K_N(\omega; r_i, r_k) \hat{\varphi}_v(\omega; r_k), \quad (10)$$

$\hat{\eta}_v(\omega; r_i)$ — базисные векторы, ортогональные $\hat{\varphi}_v(\omega; r_i)$ и связанные с ними соотношением $\hat{\eta}_v(\omega; r_i) = \sum_{k=1}^N K_N(\omega; r_i, r_k) \hat{\varphi}_v(\omega; r_k)$.

Подставив (6), (8) и (9) в (5), получим

$$F_0(\omega; R_1, \dots, R_M) = \sum_{v=1}^N \hat{\lambda}_v(\omega) \sum_{n=1}^M \sum_{m=1}^M D_v^*(\omega; R_n) \Psi^{-1}(\omega; R_m, R_n) \times D_v^*(\omega; R_m), \quad (11)$$

где $D_v(\omega; R_m) = \sum_{i=1}^N \varphi_v^*(\omega; r_i) G(\omega; r_i | R_m)$

Представим элементы матрицы $\Psi^{-1}(\omega)$ в виде

$$\Psi^{-1}(\omega; R_m, R_n) = \sum_{v=1}^M \sum_{\mu=1}^M D_v^{-1}(\omega; R_m) [I + E(\omega)]_{v\mu}^{-1} [D_\mu^{-1}(\omega; R_n)]^*,$$

где $[I + E(\omega)]_{v\mu}^{-1}$ — элементы матрицы $[I + E(\omega)]^{-1}$, I — единичная матрица ($M \times M$), $E(\omega)$ — матрица с элементами

$$E_{v\mu}(\omega) = \sum_{n=1}^M \sum_{m=1}^M [D_v^{-1}(\omega; R_m)]^* \left\{ \sum_{k=M+1}^N D_k^*(\omega; R_m) D_k(\omega; R_n) \right\} D_\mu^{-1}(\omega; R_n). \quad (12)$$

Учтем также, что при $L \gg 1$ СЧ $\hat{\lambda}_v(\omega)$ обладают следующими асимптотическими свойствами [10]:

$\hat{\lambda}_v(\omega) = \lambda_v(\omega) + O(L^{-1/2})$, где $\lambda_1(\omega) \geq \lambda_2(\omega) \geq \dots \geq \lambda_{M+1}(\omega) = \dots = \lambda_N(\omega) = 1$ — СЧ уравнения (10), вычисленные при точно известной матрице $K_{SN}(\omega)$ с элементами

$$K_{SN}(\omega; r_i, r_k) = \sum_{m=1}^M \sum_{n=1}^M G(\omega; r_i | R_m) p_{mn}(\omega) G^*(\omega; r_k | R_n) + K_N(\omega; r_i, r_k). \quad (13)$$

В силу этих соотношений с точностью до величин порядка $O(L^{-1/2}E(\omega))$ получим

$$F_0(\omega; \mathbf{R}_1, \dots, \mathbf{R}_M) = \sum_{\nu=1}^M \sum_{\mu=1}^M [I + E(\omega)]_{\nu\mu}^{-1} [\hat{\lambda}_\nu(\omega) \delta_{\mu\nu} + E_{\mu\nu}(\omega)]. \quad (14)$$

Воспользуемся асимптотическими свойствами СВ [10]:

$\hat{\varphi}_\nu(\omega; \mathbf{r}_k) = \varphi_\nu(\omega; \mathbf{r}_k) + O(L^{-1/2})$, где $\varphi_\nu(\omega; \mathbf{r}_k)$ — СВ уравнения (10), вычисленные при точно известной матрице $K_{SN}(\omega)$. С учетом этих свойств можно показать, что в окрестности глобального максимума функции $F_0(\omega; \mathbf{R}_1, \dots, \mathbf{R}_M)$ матрица $E(\omega)$ имеет порядок $O(L^{-1/2})$ и поэтому $[I + E(\omega)]^{-1} = I - E(\omega) + O(L^{-1})$.

Подстановка этого выражения в (14) дает

$$F_0(\omega; \mathbf{R}_1, \dots, \mathbf{R}_M) = \sum_{\nu=1}^M \hat{\lambda}_\nu(\omega) - \sum_{\nu=1}^M E_{\nu\nu}(\omega) [\hat{\lambda}_\nu(\omega) - 1] + O(L^{-3/2}). \quad (15)$$

Сомножитель $\hat{\lambda}_\nu(\omega) - 1$ несложно вычислить из соотношения $\hat{K}_{SN}(\omega) = K_{SN}(\omega) + O(L^{-1/2})$. Для этого воспользуемся свойством ортогональности векторов $\hat{\eta}_\nu(\omega; \mathbf{r}_j)$ и $\hat{\varphi}_\nu(\omega; \mathbf{r}_j)$, а также выражениями (8), (13). В результате имеем

$$\hat{\lambda}_\nu(\omega) - 1 = \sum_{m=1}^M \sum_{n=1}^M D_\nu^*(\omega; \mathbf{R}_n) p_{mn}(\omega) D_\nu(\omega; \mathbf{R}_m) + O(L^{-1}).$$

Подставив это выражение и формулу (12) в (15), получим

$$F_0(\omega; \mathbf{R}_1, \dots, \mathbf{R}_M) = \sum_{\nu=1}^M \hat{\lambda}_\nu(\omega) - \sum_{\nu=M+1}^N \sum_{m=1}^M \sum_{n=1}^M D_\nu^*(\omega; \mathbf{R}_n) p_{mn}(\omega) D_\nu(\omega; \mathbf{R}_m) + O(L^{-3/2}).$$

От оцениваемых параметров здесь зависит только второе слагаемое. Следовательно, с точностью до величин порядка $O(L^{-3/2})$ задача нахождения ОМП координат источников сводится к задаче поиска глобального минимума функции

$$F_0(\omega; \mathbf{R}_1, \dots, \mathbf{R}_M) = \sum_{\nu=M+1}^N \sum_{m=1}^M \sum_{n=1}^M D_\nu^*(\omega; \mathbf{R}_n) p_{mn}(\omega) D_\nu(\omega; \mathbf{R}_m), \quad (16)$$

которая в вычислительном плане проще, чем задача глобальной максимизации функции (5).

Дальнейшие упрощения структуры функции $F_0(\omega; \mathbf{R}_1, \dots, \mathbf{R}_M)$ связаны с естественным предположением о некоррелированности сигналов от отдельных источников. В этом случае $p_{mn}(\omega) = p_{mn}(\omega) \delta_{mn}$ и (16) принимает вид

$$F_0(\omega; \mathbf{R}_1, \dots, \mathbf{R}_M) = \sum_{m=1}^M p_{mm}(\omega) \sum_{\nu=M+1}^N \left| \sum_{i=1}^N \hat{\varphi}_\nu^*(\omega; \mathbf{r}_i) G(\omega; \mathbf{r}_i | \mathbf{R}) \right|^2.$$

Анализ показывает, что задача минимизации этой функции в $3 \times M$ -мерном пространстве может быть сведена к значительно более простой задаче: поиску M наибольших максимумов функции трех пространственных координат

$$F_0(\omega; \mathbf{R}) = \left\{ \sum_{\nu=M+1}^N \left| \sum_{i=1}^N \hat{\varphi}_\nu^*(\omega; \mathbf{r}_i) G(\omega; \mathbf{r}_i | \mathbf{R}) \right|^2 \right\}^{-1}. \quad (17)$$

В соответствии с (17) основными процедурами измерения координат источников являются: оценка пространственной корреляционной функции (7) поля на апертуре АР, вычисление собственных векторов $\hat{\varphi}_\nu(\omega; \mathbf{r}_i)$, определение координат \mathbf{R} источников, максимизирующих функцию (17).

Следует заметить, что синтезированный квазиоптимальный алгоритм (17) совпадает с оптимальным алгоритмом (16) в случае отсутствия корреляции

сигналов от источников и обобщает известный алгоритм MUSIC [9]. В самом деле, когда речь идет о свободном пространстве и источниках, расположенных в зоне Фраунгофера, алгоритм (17) принимает вид

$$F_0(\omega; \mathbf{R}) = \left\{ \sum_{v=M+1}^N \left| \sum_{i=1}^N \varphi_v^*(\omega; \mathbf{r}_i) \exp\left(-j \frac{\omega}{c} \alpha \mathbf{r}_i\right) \right|^2 \right\}^{-1},$$

где $\alpha: \{\cos \psi \sin \theta, \sin \psi \sin \theta, \cos \theta\}$; ψ и θ — углы прихода сигналов в горизонтальной и вертикальной плоскостях; c — скорость распространения сигнала, и совпадает с одной из форм записи алгоритма MUSIC.

Предположим теперь, что источники расположены в плоскопараллельном волноводе с функцией Грина [11]

$$G(\omega; \mathbf{r}_i | \mathbf{R}) = \sum_{p=0}^{\tilde{M}-1} \xi_p(\omega; z) \xi_p(\omega; z_i) H_0^{(1)}\left(\frac{\omega}{c_p} |\rho_i - \rho|\right), \quad (18)$$

где $\xi_p(\cdot)$ — собственные функции волновода; $\{\rho, z\}$ и $\{\rho_i, z_i\}$ — соответственно цилиндрические координаты источника и i -го элемента АР; $H_0^{(1)}(\cdot)$ — функция Ганкеля первого рода нулевого порядка; $c_p \equiv c_p(\omega)$ — фазовая скорость p -й моды; \tilde{M} — число распространяющихся мод.

Подставив (18) в (17), получим квазиоптимальный алгоритм сверхразрешения по пространственным координатам источников сигналов, находящихся в плоскопараллельном волноводе:

$$F_0(\omega; \rho, z) = \left\{ \sum_{v=M+1}^N \left| \sum_{i=1}^N \varphi_v^*(\omega; \rho_i, z_i) \sum_{p=0}^{\tilde{M}} \xi_p(\omega; z) \xi_p(\omega; z_i) H_0^{(1)}\left(\frac{\omega}{c_p} |\rho_i - \rho|\right) \right|^2 \right\}^{-1}. \quad (19)$$

Для сравнения разрешающей способности алгоритма согласованной обработки (1) и квазиоптимального алгоритма (19) были выполнены расчеты нормированных ФН этих алгоритмов. Рассматривался плоскопараллельный волновод с мягкой верхней и жесткой нижней границами. Эквидистантная АР, состоящая из $N=8$ гидрофонов, располагалась симметрично относительно границ волновода (рис. 1). В одной плоскости с АР помещались два точечных некоррелированных источника, излучающие на частоте $f_0=75$ Гц ($\lambda=20$ м) тональные сигналы равной мощности ($p_{11}(\omega) = p_{22}(\omega)$). Координаты источников принимались равными $\{x_1, z_1\} = \{5000, 50\}$ м, $\{x_2, z_2\} = \{5000, 60\}$ м (вертикальное расположение источников) и $\{x_1, z_1\} = \{5000, 50\}$ м, $\{x_2, z_2\} = \{5010, 50\}$ м (горизонтальное расположение источников). Помеха полагалась дельта-коррелированной по пространству.

В силу некоррелированности помехи ФН алгоритма (1) вычислялась при $L(\omega; \mathbf{r}_i | \mathbf{R}) = G(\omega; \mathbf{r}_i | \mathbf{R}) / g_n(\omega)$, где $g_n(\omega)$ — спектральная плотность мощности шумов в волноводе. Для расчетов ФН квазиоптимального алгоритма использовалась формула (19), в которой СВ $\hat{\varphi}_v(\omega; \rho_i, z_i)$ заменены их математическими ожиданиями $\varphi_v(\omega; \rho_i, z_i)$, а в знаменатель добавлена малая константа $\epsilon = 10^{-16}$.

Результаты расчетов нормированных ФН представлены на рис. 2—4. ФН, изображенные на рис. 2, соответствуют вертикальной АР и вертикальному расположению источников сигналов. Значение ФН вычислены в диапазоне дистанций $[225\lambda, 275\lambda]$ с шагом $0,5\lambda$ и в диапазоне глубин $[0,25\lambda, 4,75\lambda]$ с шагом $0,25\lambda$. Анализ показывает, что средний уровень боковых лепестков ФН согласованного алгоритма (рис. 2, а) лишь на $\delta = -6,5$ дБ ниже уровня сигнального максимума. Кроме того, эта ФН имеет много ложных максимумов, равных по величине сигнальному. Очевидно, при такой ФН невозможно разрешить источники и определить их координаты. Напротив, ФН квазиоптимального алгоритма (рис. 2, б) имеет два четко выраженных сигнальных максимума, координаты которых

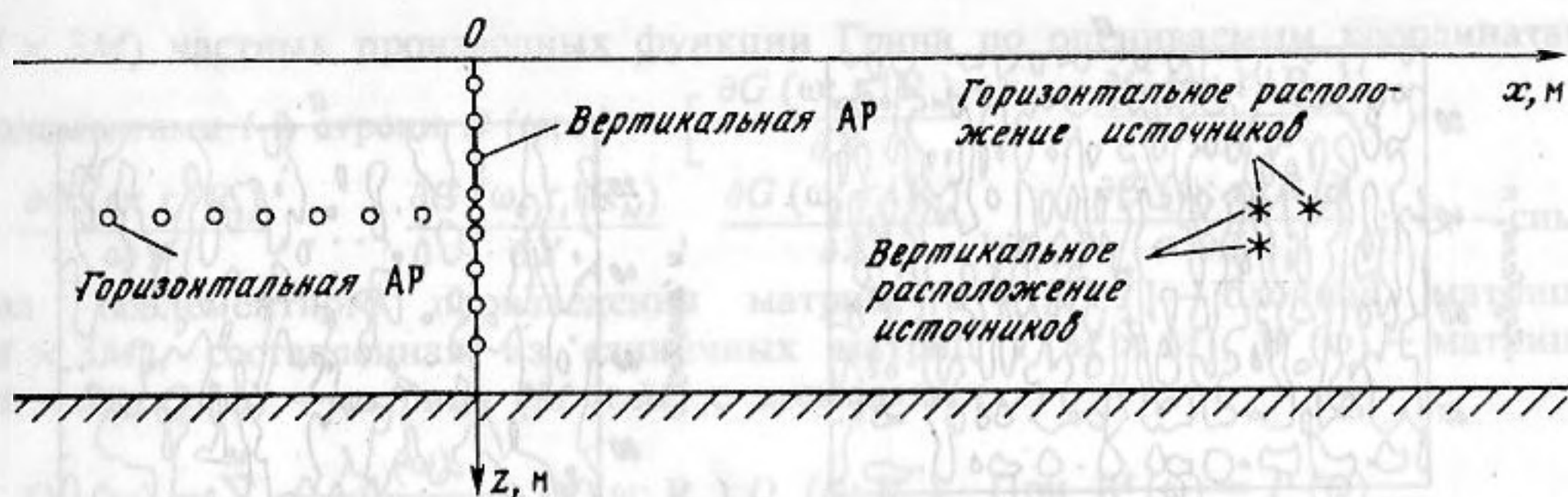


Рис. 1. Схема расположения антенной решетки и источников в волноводе

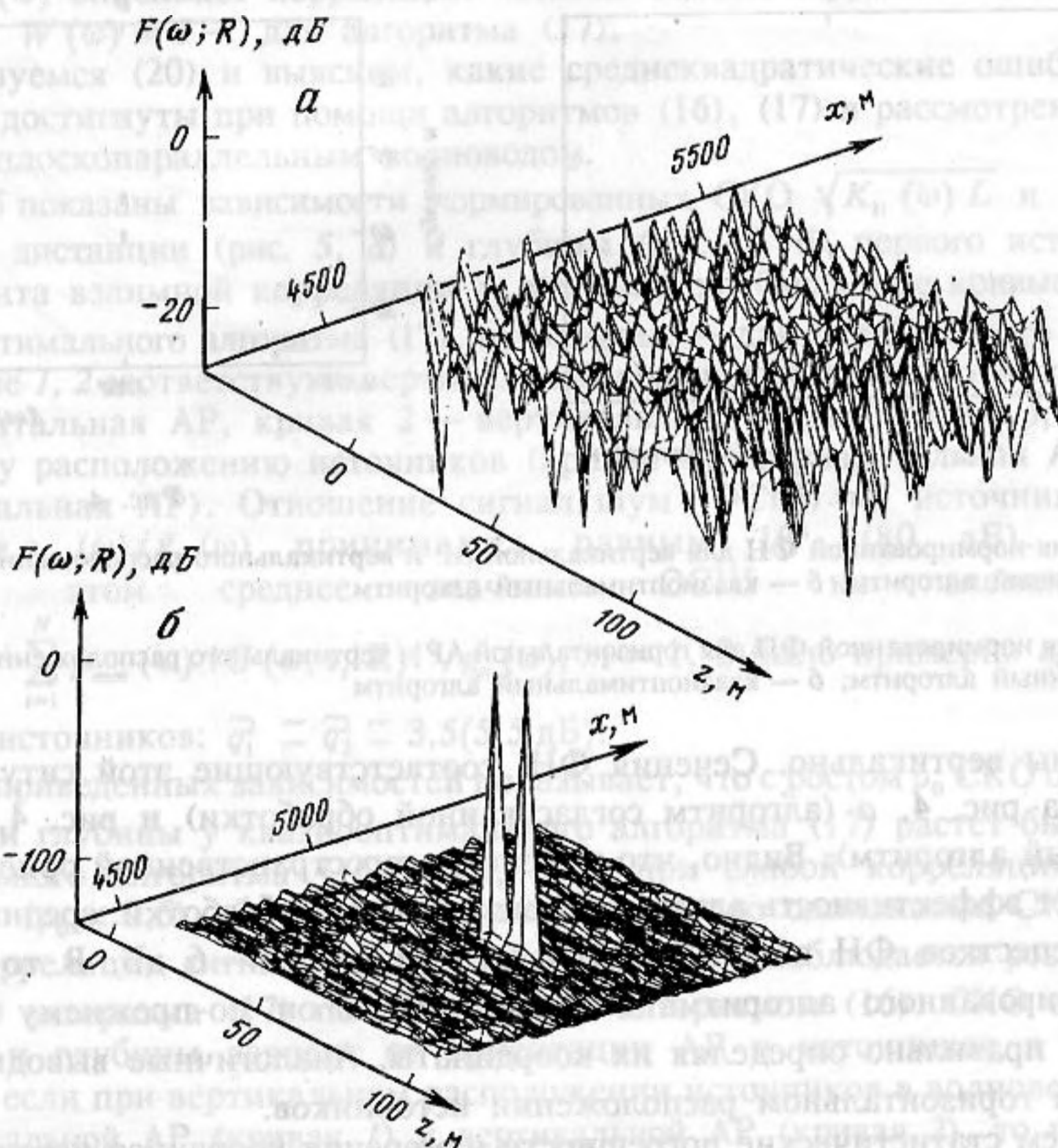


Рис. 2. Нормированные ФН для вертикальной АР и вертикального расположения источников: а — согласованный алгоритм; б — квазиоптимальный алгоритм

совпадают с координатами источников. При этом средний уровень боковых лепестков ФП $\delta = -122$ дБ.

На рис. 3 показаны сечения ФН, изображенных на рис. 2, горизонтальной плоскостью, проведенной на уровне, равном среднему значению ФН. Так же, как и выше, рис. 3, а соответствует согласованному алгоритму, рис. 3, б — квазиоптимальному алгоритму. Крестиками на рис. 3, а отмечены истинные координаты источников. Структура сечения ФН наглядно иллюстрирует преимущества синтезированного алгоритма по сравнению с алгоритмом согласованной обработки.

Рассмотрим теперь горизонтальную АР, полагая, как и выше, что источники

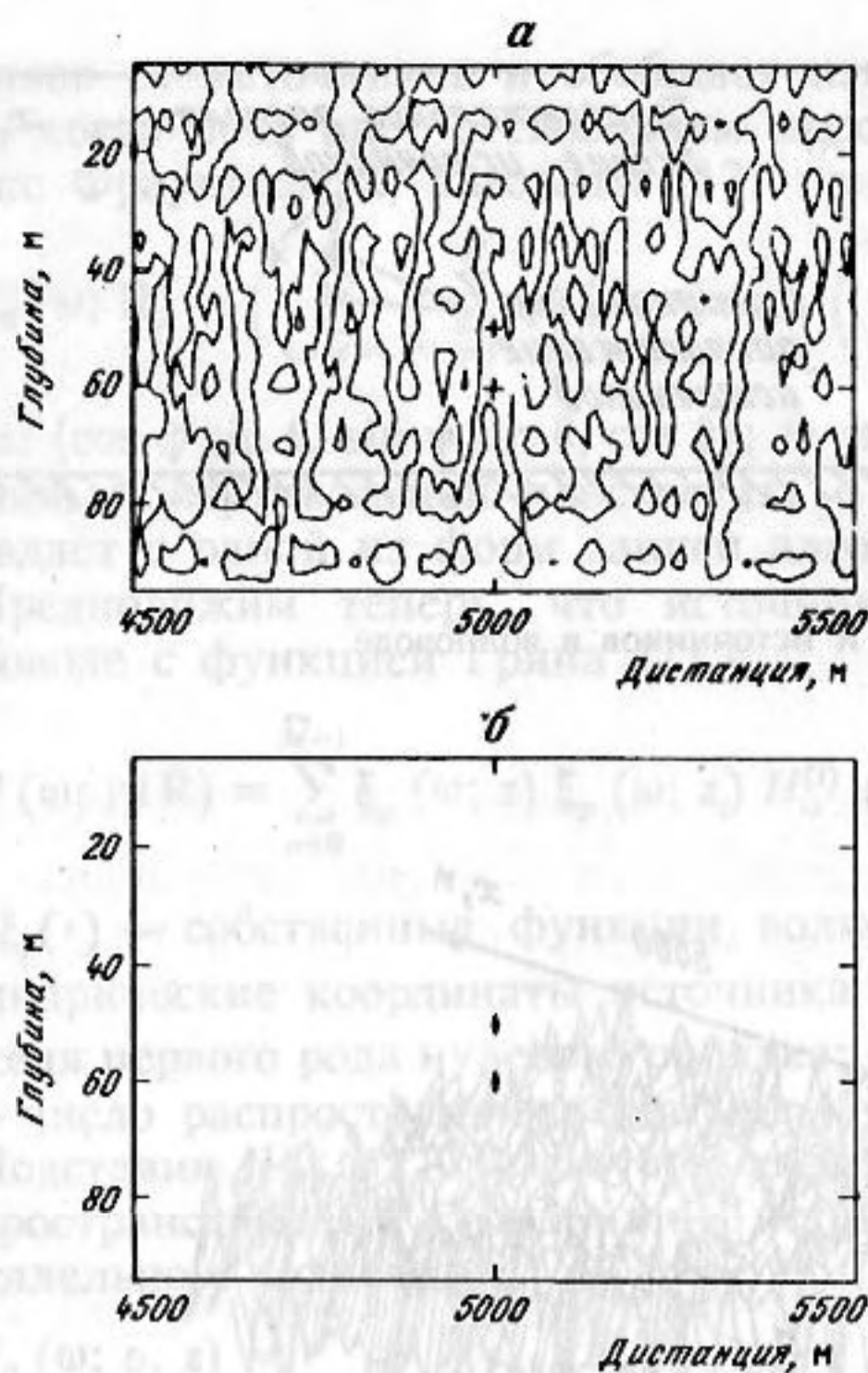


Рис. 3

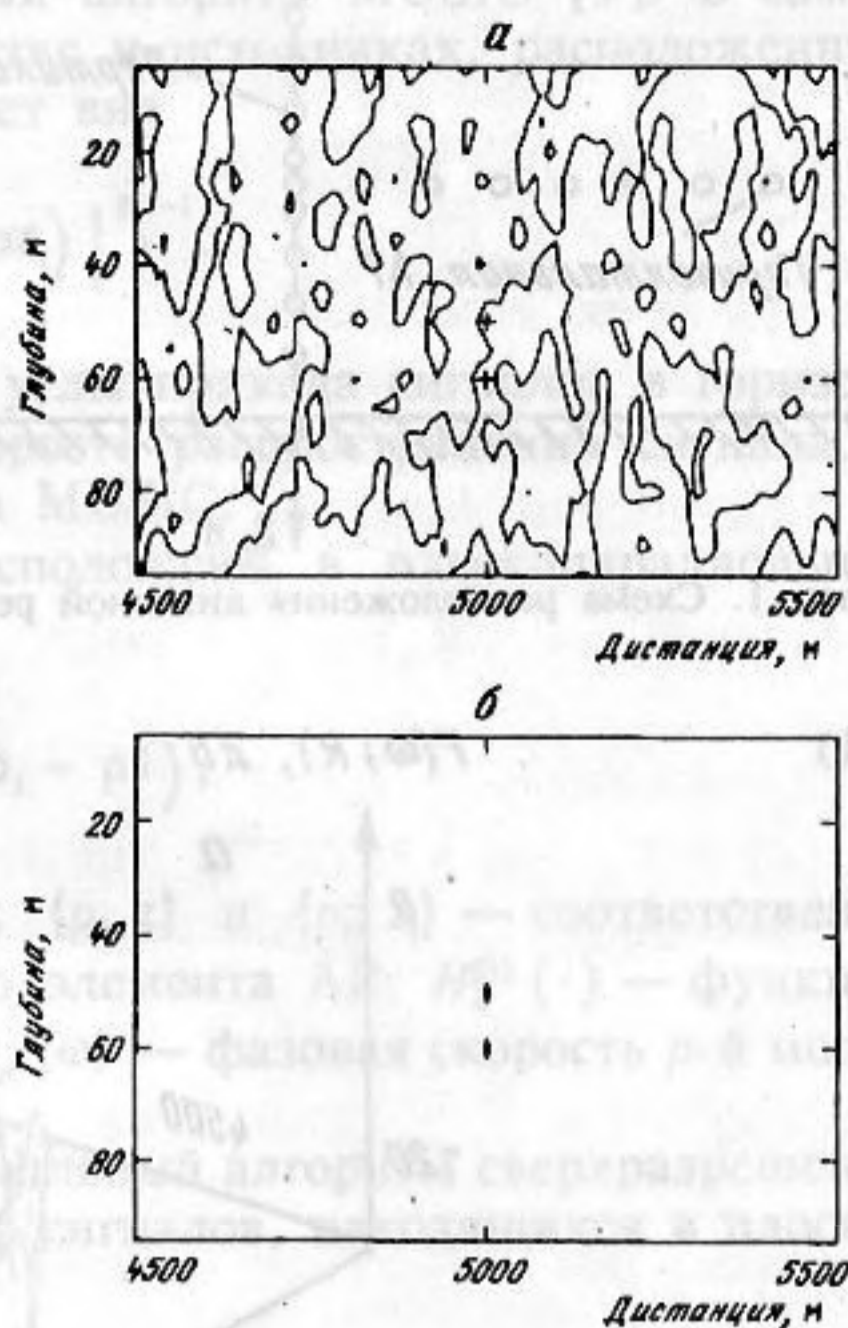


Рис. 4

Рис. 3. Сечения нормированной ФН для вертикальной АР и вертикального расположения источников: а — согласованный алгоритм; б — квазиоптимальный алгоритм

Рис. 4. Сечения нормированной ФН для горизонтальной АР и вертикального расположения источников: а — согласованный алгоритм; б — квазиоптимальный алгоритм

расположены вертикально. Сечения ФН, соответствующие этой ситуации, изображены на рис. 4, а (алгоритм согласованной обработки) и рис. 4, б (квазиоптимальный алгоритм). Видно, что изменение пространственной ориентации АР не улучшает эффективность алгоритма согласованной обработки: средний уровень боковых лепестков ФН очень высок и составляет $\delta = -6$ дБ. В то же время для синтезированного алгоритма $\delta = -108$ дБ и он по-прежнему разрешает источники, правильно определяя их координаты. Аналогичные выводы сохраняются и при горизонтальном расположении источников.

Исследуем статистические погрешности измерения координат источников сигналов, которые, как известно [6, 7, 10, 12], принято характеризовать корреляционной матрицей $K(\omega)$ ошибок оценок координат. Для удобства вычисления элементов этой матрицы упорядочим координаты источников следующим образом $\gamma = [X_1, \dots, X_M, Y_1, \dots, Y_M, Z_1, \dots, Z_M]^T$ (T — символ транспонирования) и обозначим через $\tilde{\gamma}$ оценку вектора γ . Тогда, следуя работам [10, 12], для корреляционной матрицы $K(\omega) = \langle (\tilde{\gamma} - \gamma)(\tilde{\gamma} - \gamma)^T \rangle$ получим следующую формулу:

$$K(\omega) = (2L)^{-1} [\text{Re}(H(\omega) \odot [J^T W(\omega) J]^T)]^{-1} \times \\ \times \text{Re}[H(\omega) \odot [J^T W(\omega) Q W(\omega) J]^T] [\text{Re}(H(\omega) \odot [J^T W(\omega) J]^T)]^{-1}, \quad (20)$$

где $H(\omega) = B^*(\omega) K_N^{-1}(\omega)(I - \Pi(\omega)) B(\omega)$ — матрица $(3M \times 3M)$; $B(\omega)$ — матрица

$(N \times 3M)$ частных производных функции Грина по оцениваемым координатам с элементами i -й строки $B(\omega; \mathbf{r}_i) = \left[\frac{\partial G(\omega; \mathbf{r}_i | \mathbf{R}_1)}{\partial X}, \dots, \frac{\partial G(\omega; \mathbf{r}_i | \mathbf{R}_M)}{\partial X}, \frac{\partial G(\omega; \mathbf{r}_i | \mathbf{R}_1)}{\partial Y}, \dots, \frac{\partial G(\omega; \mathbf{r}_i | \mathbf{R}_M)}{\partial Y}, \frac{\partial G(\omega; \mathbf{r}_i | \mathbf{R}_1)}{\partial Z}, \dots, \frac{\partial G(\omega; \mathbf{r}_i | \mathbf{R}_M)}{\partial Z} \right]$; \odot — символ поэлементного произведения матриц; $J = [I I I]$ — блочная матрица $(M \times 3M)$, составленная из единичных матриц $I (M \times M)$; $W(\omega)$ — матрица $(M \times M)$; $Q(\omega)$ — матрица $(M \times M)$ с элементами

$$Q_{\nu\mu}(\omega) = \sum_{m=1}^M \frac{\lambda_m(\omega)}{(\lambda_m(\omega) - 1)^2} D_{\nu}^*(\omega; \mathbf{R}_m) D_{\mu}(\omega; \mathbf{R}_m). \text{ При } W(\omega) = P(\omega)$$

матрица $K(\omega)$ описывает корреляцию ошибок оценок координат для алгоритма (16), а при $W(\omega) = I$ — для алгоритма (17).

Воспользуемся (20) и выясним, какие среднеквадратические ошибки (СКО) могут быть достигнуты при помощи алгоритмов (16), (17) в рассмотренном выше примере с плоскопараллельным волноводом.

На рис. 5 показаны зависимости нормированных СКО $\sqrt{K_{11}(\omega)} L$ и $\sqrt{K_{33}(\omega)} L$ оценивания дистанции (рис. 5, а) и глубины (рис. 5, б) первого источника от коэффициента взаимной корреляции ρ_0 источников. Сплошные кривые получены для квазиоптимального алгоритма (17), пунктирные — для оптимального алгоритма (16). Кривые 1, 2 соответствуют вертикальному расположению источников (кривая 1 — горизонтальная АР, кривая 2 — вертикальная АР), а кривые 3, 4 — горизонтальному расположению источников (кривая 3 — горизонтальная АР, кривая 4 — вертикальная АР). Отношение сигнал/шум (ОСШ) на источниках $q^2 = p_{11}(\omega)/g_n(\omega) = p_{22}(\omega)/g_n(\omega)$ принималось равным 10^8 (80 дБ). Заметим, что при этом среднее значение ОСШ на элементах АР

$\bar{q}_m^2(\omega) = N^{-1} \sum_{i=1}^N p_{mm}(\omega) |G(\omega; \mathbf{r}_i | \mathbf{R})|^2 / g_n(\omega)$, $m = 1, 2$ было примерно одинаковым для обоих источников: $\bar{q}_1^2 \approx \bar{q}_2^2 \approx 3,5$ (5,5 дБ).

Анализ приведенных зависимостей показывает, что с ростом ρ_0 СКО оценивания дистанции и глубины у квазиоптимального алгоритма (17) растет быстрее, чем у оптимального алгоритма (16). Так, если при слабой корреляции сигналов источников ($\rho_0 < 0,5$) оба алгоритма дают примерно одинаковые СКО, то при сильной корреляции сигналов источников ($\rho_0 > 0,8$) наблюдается резкое увеличение СКО алгоритма (17) по сравнению с алгоритмом (16). СКО оценивания дистанции и глубины зависит от ориентации АР и источников в волноводе. Например, если при вертикальном расположении источников в волноводе перейти от горизонтальной АР (кривая 1) к вертикальной АР (кривая 2), то при $\rho_0 = 0,8$ СКО оценивания дистанции уменьшится в 1,5 раза, а глубины — в 1,2 раза. При горизонтальном расположении источников замена горизонтальной АР (кривая 3) вертикальной АР (кривая 4) увеличивает в 1,2 раза СКО оценивания дистанции, но уменьшает в 1,4 раза СКО оценивания глубины. Аналогичные закономерности наблюдаются и для второго источника.

Рис. 6 иллюстрирует зависимость нормированных СКО от ОСШ q^2 при сильнокоррелированных источниках ($\rho_0 = 0,95$). Расчеты выполнены для вертикальной АР и вертикального расположения источников. Из рис. 6 видно, что при ОСШ $q^2 = 75-85$ дБ, ($\bar{q}_1^2 \approx \bar{q}_2^2 \approx 0-10$ дБ) алгоритм (17) дает в 2,5—3 раза большие СКО оценивания дистанции и глубины, чем алгоритм (16). При других вариантах ориентации АР и источников этот проигрыш снижается. Заметим, что различие между алгоритмами уменьшается также с ростом ОСШ ($q^2 > 90$ дБ).

Таким образом, синтезированный квазиоптимальный алгоритм (17) позволяет получить асимптотически несмещенные оценки координат источников сигналов,

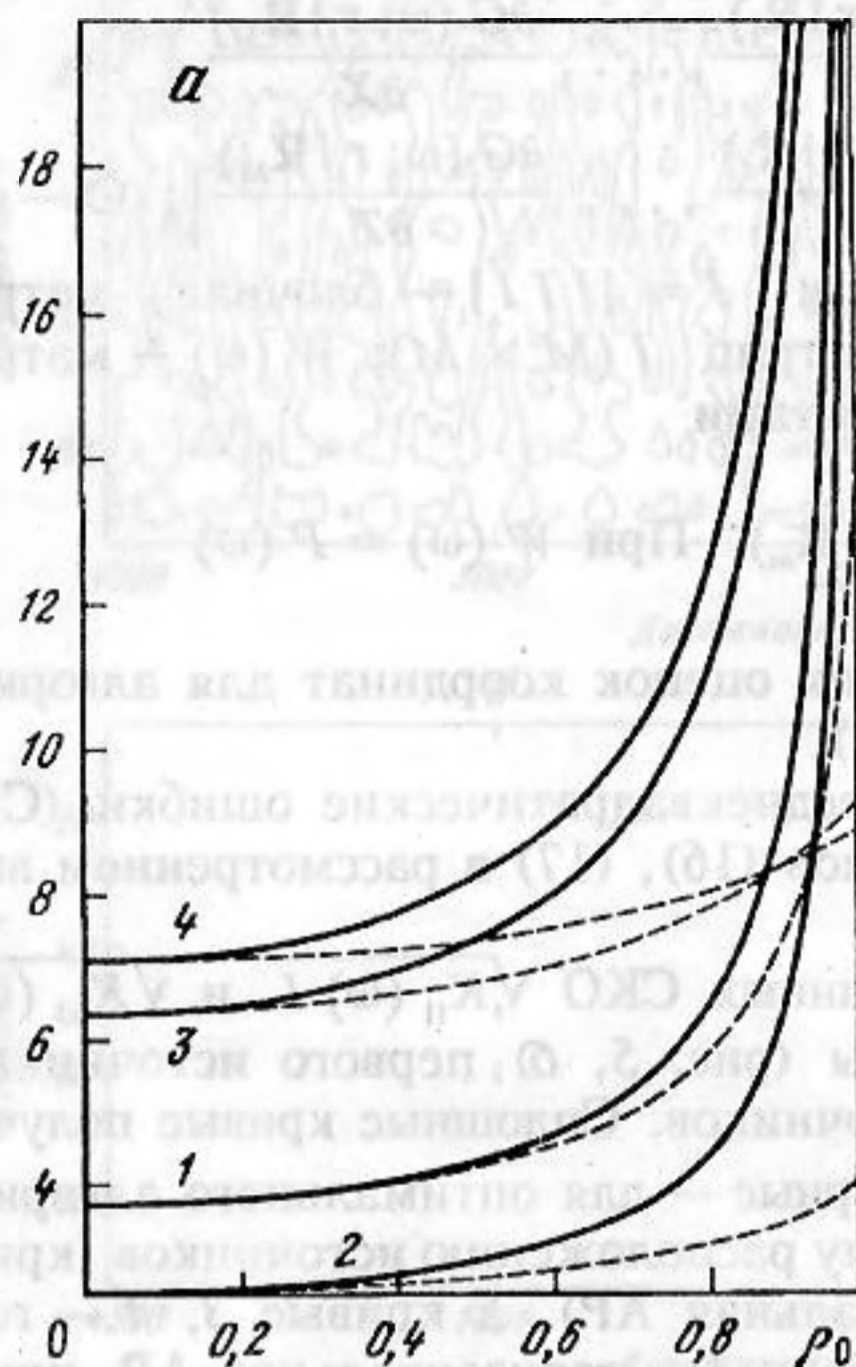
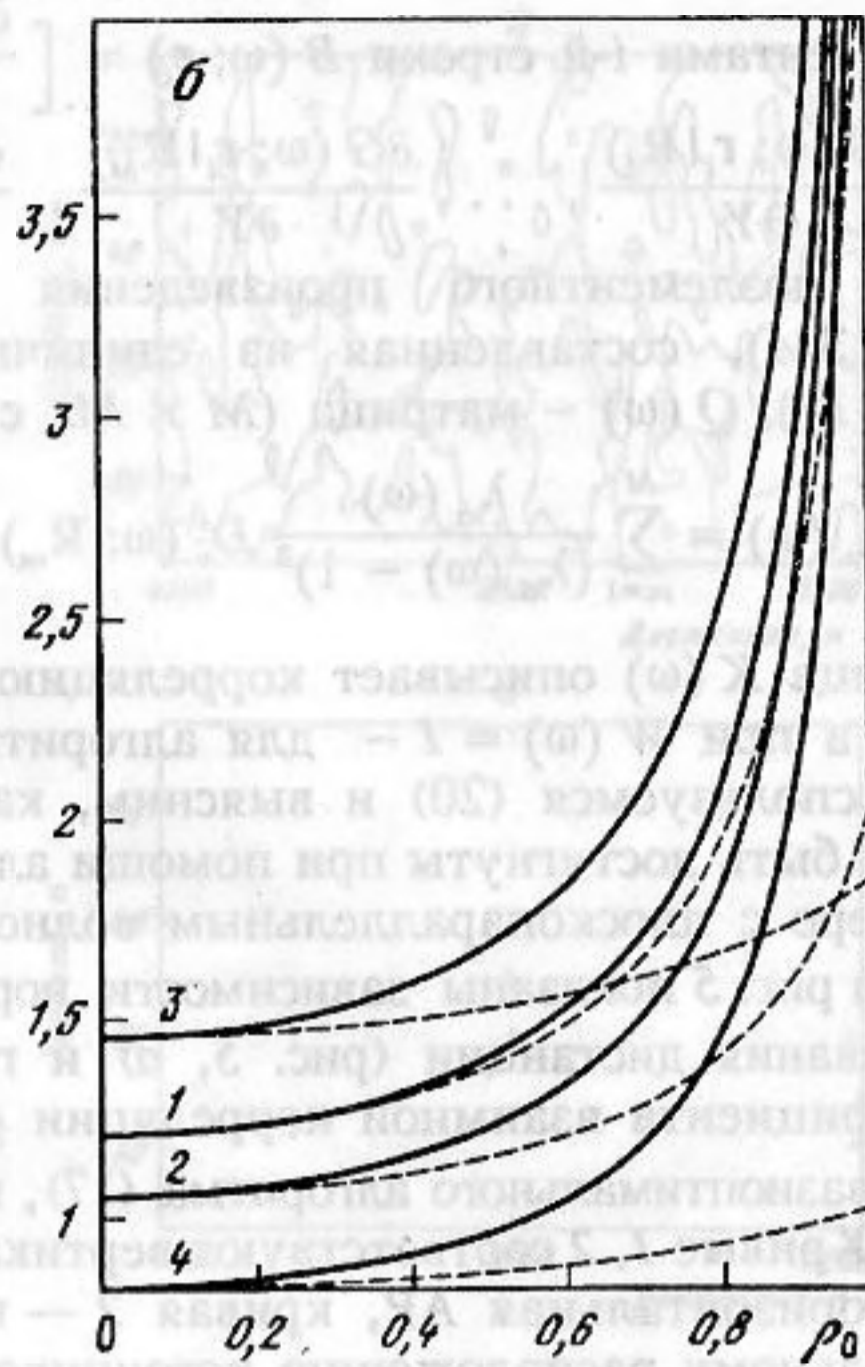
$\sqrt{K_{11}(\omega)L}, \text{ м}$  $\sqrt{K_{33}(\omega)L}, \text{ м}$ 

Рис. 5. Зависимость нормированных СКО оценивания дистанции (а) и глубины (б) источника от коэффициента взаимной корреляции сигналов источников для оптимального (пунктирная кривая) и квазиоптимального (сплошная кривая) алгоритмов: 1, 2 — вертикальные источники горизонтальная и вертикальная АР; 3, 4 — горизонтальные источники, горизонтальная и вертикальная АР

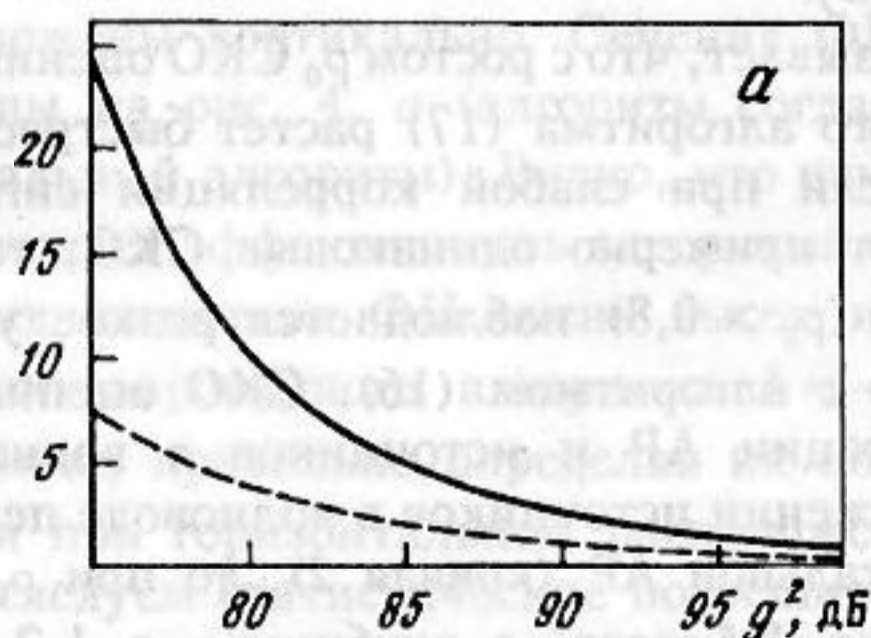
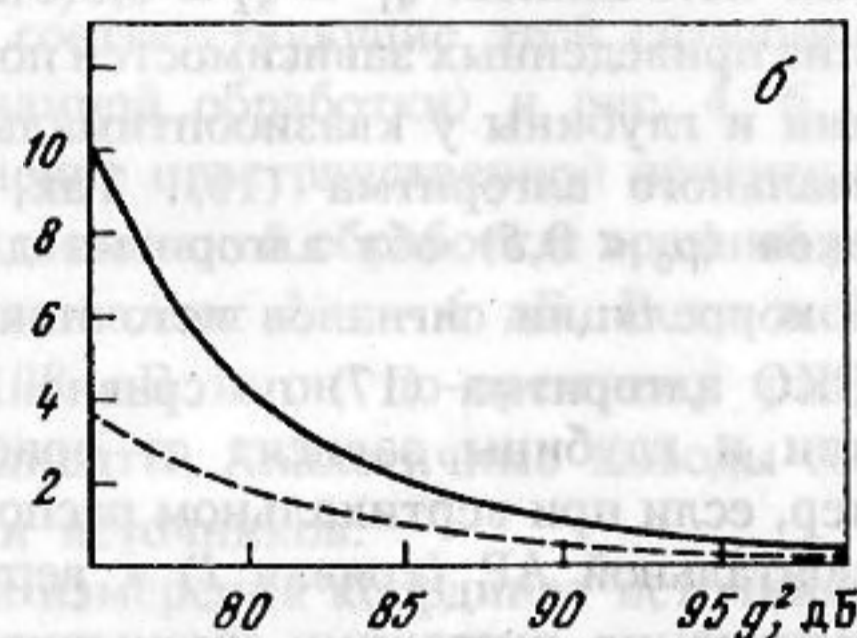
 $\sqrt{K_{11}(\omega)L}, \text{ м}$  $\sqrt{K_{33}(\omega)L}, \text{ м}$ 

Рис. 6. Зависимость нормированных СКО оценивания дистанции (а) и глубины (б) источника от ОСШ на источниках для вертикальной АР и вертикального расположения источников в волноводе

обладает свойством сверхразрешения источников и при слабой их коррелированности или больших ОСШ практически не уступает оптимальному алгоритму в точности оценок координат.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Бородин В. В. Потенциальная точность определения положения источников звука в волноводе // Вопр. кораблестроения. Сер. акустика. 1983. Вып. 8. С. 88—103.
2. Baggeroer A. B., Kuperman W. A., Schmidt H. Matched field processing: source localization in correlated noise as optimum parameter estimation problem // J. Acoust. Soc. Amer. 1988. V. 83. № 2. P. 571—587.

3. Candy J. V., Sullivan E. J. Model based passive ranging//J. Acoust. Soc. Amer. 1989. V. 85. № 6. P. 2472—2480.
4. Hinich M. J., Sullivan E. J. Maximum-likelihood passive localizing mode filtering//J. Acoust. Soc. Amer. 1989. V. 85. № 1. P. 214—219.
5. Калюжный А. Я., Красный Л. Г., Крыжановский В. В. Пространственная обработка акустических сигналов в плоскопараллельном волноводе//Акуст. журн. 1984. Т. 30. № 4. С. 495—501.
6. Фалькович С. Е., Хомяков Э. Н. Статистическая теория измерительных радиосистем. М.: Радио и связь, 1981. 288 с.
7. Караваев В. В., Сазонов В. В. Статистическая теория пассивной локации. М.: Радио и связь, 1987. 240 с.
8. Wax M., Kailath T. Optimal localization of multipal sources by passive array//IEEE Trans. 1983. V. ASSP-30. № 5. P. 1210—1217.
9. Jonson D. H., DeGraff S. R. Improving the resolution of bearing in passive array//IEEE Trans. V. ASSP-30. № 4. P. 638—647.
10. Viberg M., Ottersten B., Kailath T. Detection and estimation in sensor arrays using weighted subspace fitting//IEEE Trans. 1991. V. SP-39. № 11. P. 2436.
11. Бреховских Л. М. Волны в слоистых средах. М.: Наука, 1973. 344 с.
12. Stoica P., Sharman K. C. Maximum likelihood methods for direction of arrival estimation//IEEE Trans. 1990. V. ASSP-38. № 7. P. 1132—1143.

Институт гидромеханики
Академии наук Украины

Поступила в редакцию

06.07.92

После исправления

05.11.92

S. P. Antonyuk, L. G. Krasnyi

RESOLUTION OF ACOUSTIC SIGNAL SOURCES IN A WAVEGUIDE

An algorithm for resolution of sources positioned in a waveguide and radiated noise signals have been synthesized. This algorithm generalizes a well known algorithm MUSIC and allows to obtain asymptotically unbiased estimates of the sources spatial coordinates independently from the spatial orientation of a receiving array.