

УДК 543

© 1993 г. А.В. Белоконь, А.В. Наседкин

**ЭНЕРГЕТИКА ВОЛН, ГЕНЕРИРУЕМЫХ ПОДВИЖНЫМИ ИСТОЧНИКАМИ**

Получены энергетические характеристики, измеряемые подвижным и неподвижным наблюдателями, для основных типов волн, генерируемых движущимся пульсирующим источником в континуальных лагранжевых системах. Сформулированы и проанализированы энергетические принципы излучения в подвижной системе координат.

Пусть некоторая физическая среда в неподвижной системе координат  $\xi_1, \xi_2, \xi_3$  является бесконечно протяженной вдоль оси  $\xi_1$  и заполняет либо все пространство, либо волновод  $(\xi_2, \xi_3) \in S$ , либо слой  $0 \leq \xi_3 \leq S; -\infty < \xi_2 < +\infty$ . (Для дальнейшего удобно использовать одну и ту же букву  $S$  как для поперечного сечения волновода, так и для толщины слоя.) Время в этой системе координат будем обозначать через  $\tau$ . В среде имеется источник возмущений, движущийся вправо с постоянной скоростью  $w$  вдоль оси  $\xi_1$  и одновременно пульсирующий с частотой  $\omega$ . Задачи с такого рода источниками назовем задачами  $B$ . При неподвижном источнике ( $w = 0$ ) частоту пульсации будем обозначать через  $\Omega$ , а соответствующие задачи будем называть задачами  $A$ .

Ограничимся рассмотрением установившихся процессов. Ввиду наличия эффекта Доплера в задаче  $B$  перейдем к подвижной системе координат:

$$x_1 = \xi_1 - w\tau; \quad x_2 = \xi_2; \quad x_3 = \xi_3; \quad t = \tau, \tag{1}$$

в которой существует периодический режим с единым периодом  $T = 2\pi/\omega$  для всех волн. Для задачи  $A$  подвижную и неподвижную системы координат будем отождествлять.

В областях среды вне источника генерируемые волны являются однородными, т.е. они удовлетворяют однородным уравнениям движения, а для сред с границами — еще и однородным краевым условиям. Центральной проблемой в задачах  $A$  и  $B$  является формулировка принципов излучения, которые должны обеспечивать физически осмысленный отбор распространяющихся без экспоненциального затухания по  $x_1$  ( $\xi_1$ ) однородных волн. Для задач  $A$  принципы излучения достаточно хорошо изучены [1, 2], и известно, что наиболее эффективным является принцип предельного поглощения. Этот принцип для нерезонансных ситуаций полностью согласуется с энергетическим принципом, обеспечивая отбор волн, переносящих энергию от источника. Задачи  $B$  исследованы в меньшей мере. Но ниже будет показано, что аналогичная согласованность имеет место и в задачах  $B$  для широкого класса континуальных систем. При этом для задач  $B$  можно сформулировать несколько энергетических принципов, базирующихся на различных энергетических характеристиках волн в подвижной системе координат.

Для установления свойств однородных волн достаточно рассматривать однородные задачи. Конкретизируем их постановки.

Примем, что физическая среда в неподвижной системе координат характеризуется лагранжевой плотностью  $L^\xi$ , зависящей только от параметров-функций  $u_i^\xi; i = 1, 2, \dots, n$

и их частных производных:  $u_{i,\tau}^\xi = \partial u_i^\xi / \partial \tau$ ;  $u_{i,j}^\xi = \partial u_i^\xi / \partial \xi_j$ . Таким образом,

$$L^\xi = L^\xi(u_{i,\tau}^\xi; u_{i,j}^\xi; u_i^\xi).$$

По принципу Гамильтона данная континуальная система подчиняется уравнениям Эйлера-Лагранжа

$$L_{i\tau,\tau}^\xi + L_{ij,j}^\xi - L_i^\xi = 0; \quad i = 1, 2, \dots, n, \quad (2)$$

где введены обозначения

$$\begin{aligned} L_{i\tau,\tau}^\xi &= \partial L_{i\tau}^\xi / \partial \tau; & L_{ij,j}^\xi &= \partial L_{ij}^\xi / \partial \xi_j, \\ L_{i\tau}^\xi &= \partial L^\xi / \partial u_{i,\tau}^\xi; & L_{ij}^\xi &= \partial L^\xi / \partial u_{i,j}^\xi \end{aligned} \quad (3)$$

и подразумевается суммирование по повторяющемуся индексу  $j$ .

Из (2) следует уравнение неразрывности для плотности энергии  $E^\xi$

$$\frac{\partial E^\xi}{\partial \tau} + \nabla^\xi \cdot \mathbf{J}^\xi = 0; \quad \nabla^\xi = \left\{ \frac{\partial}{\partial \xi_1}; \frac{\partial}{\partial \xi_2}; \frac{\partial}{\partial \xi_3} \right\}, \quad (4)$$

в котором плотность энергии  $E^\xi$  и вектор плотности потока энергии  $\mathbf{J}^\xi$  определяются формулами

$$E^\xi = u_{i,\tau}^\xi L_{i\tau}^\xi - L^\xi, \quad (5)$$

$$\mathbf{J}_j^\xi = u_{i,\tau}^\xi L_{i,j}^\xi.$$

(Слово "плотность" в дальнейшем будем опускать).

В подвижной системе координат (1) параметры-функции  $u_i^\xi$  обозначим через  $u_i^x$ , а их частные производные — через  $u_{i,t}^x$  и  $u_{i,j}^x = \partial u_i^x / \partial x_j$ . Очевидно, имеют место соотношения

$$u_i^\xi = u_i^x; \quad u_{i,j}^\xi = u_{i,j}^x; \quad u_{i,\tau}^\xi = u_{i,t}^x - w u_{i,1}^x,$$

$$\frac{\partial(\dots)^\xi}{\partial u_{i,1}^\xi} = \frac{\partial(\dots)^x}{\partial u_{i,1}^x} + w \frac{\partial(\dots)^x}{\partial u_{i,t}^x}, \quad (6)$$

$$\frac{\partial(\dots)^\xi}{\partial u_{i,k}^\xi} = \frac{\partial(\dots)^x}{\partial u_{i,k}^x}; \quad k = 2, 3; \quad \frac{\partial(\dots)^\xi}{\partial u_{i,\tau}^\xi} = \frac{\partial(\dots)^x}{\partial u_{i,t}^x}.$$

Согласно соотношениям (6), лагранжиан  $L^x$  и энергия  $E^{\xi x}$  в подвижной системе координат (1) выражаются через  $L^\xi$  и  $E^\xi$  по формулам

$$L^x(u_{i,t}^x; u_{i,j}^x; u_i^x) = L^\xi(u_{i,t}^x - w u_{i,1}^x; u_{i,j}^x; u_i^x), \quad (7)$$

$$E^{\xi x} = E^\xi = (u_{i,t}^x - w u_{i,1}^x) L_{i,t}^x - L^x. \quad (8)$$

Уравнение (4), записанное в подвижной системе координат, можно представить в форме уравнения неразрывности для энергии  $E^{\xi x}$ :

$$\frac{\partial E^{\xi x}}{\partial t} + \nabla^x \cdot \mathbf{J}^{\xi x} = 0; \quad \nabla^x = \left\{ \frac{\partial}{\partial x_1}; \frac{\partial}{\partial x_2}; \frac{\partial}{\partial x_3} \right\}, \quad (9)$$

где

$$\mathbf{J}_j^{\xi x} = (u_{i,t}^x - w u_{i,1}^x) L_{i,j}^x - w L^x \delta_{j1}. \quad (10)$$

Здесь  $\delta_{j1}$  — символ Кронекера, а  $L_{i,t}^x$  и  $L_{i,j}^x$  в (8) и (10) определяются из (7) аналогично (3).

$E^{\xi x}$  есть полная энергия, записанная в подвижной системе координат. Далее  $E^{\xi x}$  будем условно называть энергией, измеряемой неподвижным наблюдателем. Вектор  $\mathbf{J}^{\xi x}$  является вектором потока энергии  $E^{\xi x}$  в подвижной системе координат. Подчеркнем, что  $\mathbf{J}^{\xi x}$  отличается от  $\mathbf{J}^\xi$ .

Иные энергетические величины можно определить из уравнений движения (2), если записать эти уравнения в подвижной системе координат. Используя (6), получим

$$L_{u,t}^x + L_{ij,j}^x - L_i^x = 0. \quad (11)$$

В силу идентичности структур уравнений (2) и (11), очевидно, что имеют место формулы, аналогичные (4) и (5):

$$\frac{\partial E^x}{\partial t} + \nabla^x \cdot \mathbf{J}^x = 0, \quad (12)$$

$$E^x = u_{i,t}^x L_{it}^x - L^x; \quad J_j^x = u_{i,t}^x L_{ij}^x. \quad (13)$$

Для подвижного наблюдателя, исходящего из уравнений движения (11),  $E^x$  представляется как бы энергией в подвижной системе координат. В связи с этим величину  $E^x$  можно условно назвать энергией, измеряемой подвижным наблюдателем. Тогда по (12)  $\mathbf{J}^x$  будет являться вектором потока энергии  $E^x$  в подвижной системе координат.

Дополнительный аргумент в пользу принятой терминологии для  $E^{\xi x}$  и  $E^x$  можно получить, рассматривая неоднородные задачи. Добавим, например, к лагранжиану  $L^{\xi}$  слагаемые  $u_i^{\xi} Q_i$ , где  $Q_i = Q_i(\xi, \tau)$  есть компоненты вектора, характеризующего действие источника. В этом случае локальные уравнения неразрывности для энергий (9) и (12) будут иметь в правых частях выражения  $P^{\xi x} = P^{\xi} = (u_{i,t}^{\xi} - w u_{i,1}^{\xi}) Q_i$  и  $P^x = u_{i,t}^x Q_i$  соответственно. Величину  $P^{\xi x}$  можно назвать мощностью источника для неподвижного наблюдателя, а  $P^x$  — для подвижного, что согласуется с наименованиями  $E^{\xi x}$  и  $E^x$ .

Энергии  $E^{\xi x}$  и  $E^x$  вообще говоря различны. Установим связь между ними, а также между потоками энергий  $\mathbf{J}^{\xi x}$  и  $\mathbf{J}^x$  для основных видов волн в задачах  $B$ .

Рассмотрим следующие типы однородных волн:

- 1) плоские волны  $u_i^x = f_i(\eta)$ ;  $\eta = \omega t - \alpha_j x_j$ ;
- 2) цилиндрические волны в дальней зоне  $r \gg 1$

$$u_i^x = f_i(r; \omega; \alpha_m; \eta); \quad f_i = r^{-1/2} \psi_i(\omega; \alpha_m; \eta)$$

$$\eta = \omega t - r(\alpha_1 \cos \theta + \alpha_2 \sin \theta),$$

$$x_1 = r \cos \theta; \quad x_2 = r \sin \theta;$$

- 3) сферические волны в дальней зоне  $R \gg 1$

$$u_i^x = f_i(R; \omega; \alpha_j; \eta); \quad f_i = R^{-1} \psi_i(\omega; \alpha_j; \eta),$$

$$\eta = \omega t - R(\alpha_1 \cos \theta \sin \varphi + \alpha_2 \sin \theta \sin \varphi + \alpha_3 \cos \varphi),$$

$$x_1 = R \cos \theta \sin \varphi; \quad x_2 = R \sin \theta \sin \varphi; \quad x_3 = R \cos \varphi;$$

- 4) плоские волны в волноводе с поперечным сечением  $S$

$$u_i^x = f_i(\omega; \alpha_m; x_3; \eta); \quad \eta = \omega t - \alpha_1 x_1; \quad (x_2, x_3) \in S;$$

- 5) плоские волны в слое толщины  $S$  по  $x_3$

$$u_i^x = f_i(\omega; \alpha_m; x_3; \eta); \quad \eta = \omega t - \alpha_m x_m; \quad 0 \leq x_3 \leq S;$$

- 6) цилиндрические волны в слое в дальней зоне  $r \gg 1$

$$u_i^x = f_i(r; \omega; \alpha_m; x_3; \eta); \quad f_i = r^{-1/2} \psi_i(\omega; \alpha_m; x_3; \eta),$$

$$\eta = \omega t - r(\alpha_1 \cos \theta + \alpha_2 \sin \theta); \quad 0 \leq x_3 \leq S$$

(Здесь и далее индекс  $m$  пробегает значения 1,2; а индекс  $j$  — 1,2,3.)

Предполагается, что все перечисленные волны удовлетворяют однородным уравнениям движения (11). Волновые числа  $\alpha_j$  или  $\alpha_m$  и частоты колебаний  $\omega$  считаются вещественными и связаны дисперсионным соотношением

$$D_B(\alpha_j; \omega) = 0. \quad (14)$$

Это уравнение позволяет ввести важную кинематическую характеристику волн в задачах  $B$  — вектор групповой скорости  $c_{gB}$ :

$$c_{gBj} = -D_{B,\alpha_j} / D_{B,\omega}, \quad (15)$$

Для цилиндрических и сферических волн все формулы носят асимптотический характер. Волновые числа  $\alpha_m$  для цилиндрических волн и  $\alpha_j$  для сферических волн являются также невырожденными стационарными точками первого порядка, т.е. удовлетворяют помимо (4) соответственно дополнительным условиям

$$c_{gB\theta} = -c_{gB1} \sin\theta + c_{gB2} \cos\theta = 0$$

и

$$c_{gB\theta} = 0,$$

$$c_{gB\varphi} = c_{gB1} \cos\theta \cos\varphi + c_{gB2} \sin\theta \cos\varphi - c_{gB3} \sin\varphi = 0.$$

Волны в волноводах и в слое подчиняются еще и однородным краевым условиям на границе  $S$ . При этом лагранжиан  $L^x$  для волноводов может явно зависеть от  $x_2, x_3$ , а для слоя — от  $x_3$ .

Для всех перечисленных типов волн функции  $f_i$ , вообще говоря, различны, но являются периодическими по  $\eta$  с периодом  $2\pi$ , и, следовательно, периодическими по  $t$  с периодом  $T$ . Как обычно, для гармонических волн перейдем к осредненным по периоду энергетическим величинам. Введем обозначения:

$$\langle (\dots)_{(S)} \rangle = \frac{1}{T} \int_0^T (\dots)_{(S)} dt,$$

$$(\dots)_S = \int_S (\dots) ds, \quad (16)$$

где запись  $(\dots)_{(S)}$  означает, что для волн в волноводе или в слое необходимо применить интегрирование по  $S$  согласно (16).

Пусть дополнительно лагранжиан  $L^\xi$  является однородной квадратичной формой от  $u_i^\xi, u_{i,j}^\xi$  и  $u_{i,\tau}^\xi$ , причем форма  $E^\xi$  положительно определена. Будем рассматривать только обычные ситуации, когда  $c_{gB} \neq 0$ , которые назовем нерезонансными. Из идентичности структур формул (11)–(13) для задач  $B$  и формул (4), (5) для задач  $A$  следует, что на характеристики  $L^x, E^x$  и  $J^x$  для задач  $B$  можно перенести все общие результаты, относящиеся к величинам  $L^\xi, E^\xi$  и  $J^\xi$  для задач  $A$ .

Известно [3–5], что для плоских волн в задачах  $A$

$$\langle L^\xi_{(S)} \rangle = 0; \quad \langle J_j^\xi_{(S)} \rangle = c_{gAj} \langle E^\xi_{(S)} \rangle,$$

где  $c_{gA}$  — вектор групповой скорости в задаче  $A$ .

Отметим, что доказательство из [5] можно видоизменить так, чтобы использовать произвольные вариации  $\delta\omega$  и  $\delta\alpha_j$ , не обязательно сохраняющие период. Необходимо только, чтобы волна с частотой  $\omega + \delta\omega$  и волновыми числами  $\alpha_j + \delta\alpha_j$  удовлетворяла бы уравнениям движения (2) с точностью до членов первого порядка малости. Кроме того, такое доказательство можно распространить и на остальные типы волн.

Поэтому для всех указанных выше видов волн в задачах  $B$  справедливы формулы

$$\langle L^x_{(S)} \rangle = 0, \quad (17)$$

$$\langle J_j^x_{(S)} \rangle = c_{gBj} \langle E^x_{(S)} \rangle. \quad (18)$$

Поскольку к тому же для всех типов волн  $u_{i,1}^x = -\alpha_1 f_{i,\eta}; u_{i,t}^x = \omega f_{i,\eta}$ , то из (8), (10), (13), (17) следуют соотношения

$$\langle E^{\xi x}_{(S)} \rangle = \frac{\Omega(\alpha_1)}{\omega} \langle E^x_{(S)} \rangle, \quad (19)$$

$$\langle J_j^{\xi x}_{(S)} \rangle = \frac{\Omega(\alpha_1)}{\omega} \langle J_j^x_{(S)} \rangle, \quad (20)$$

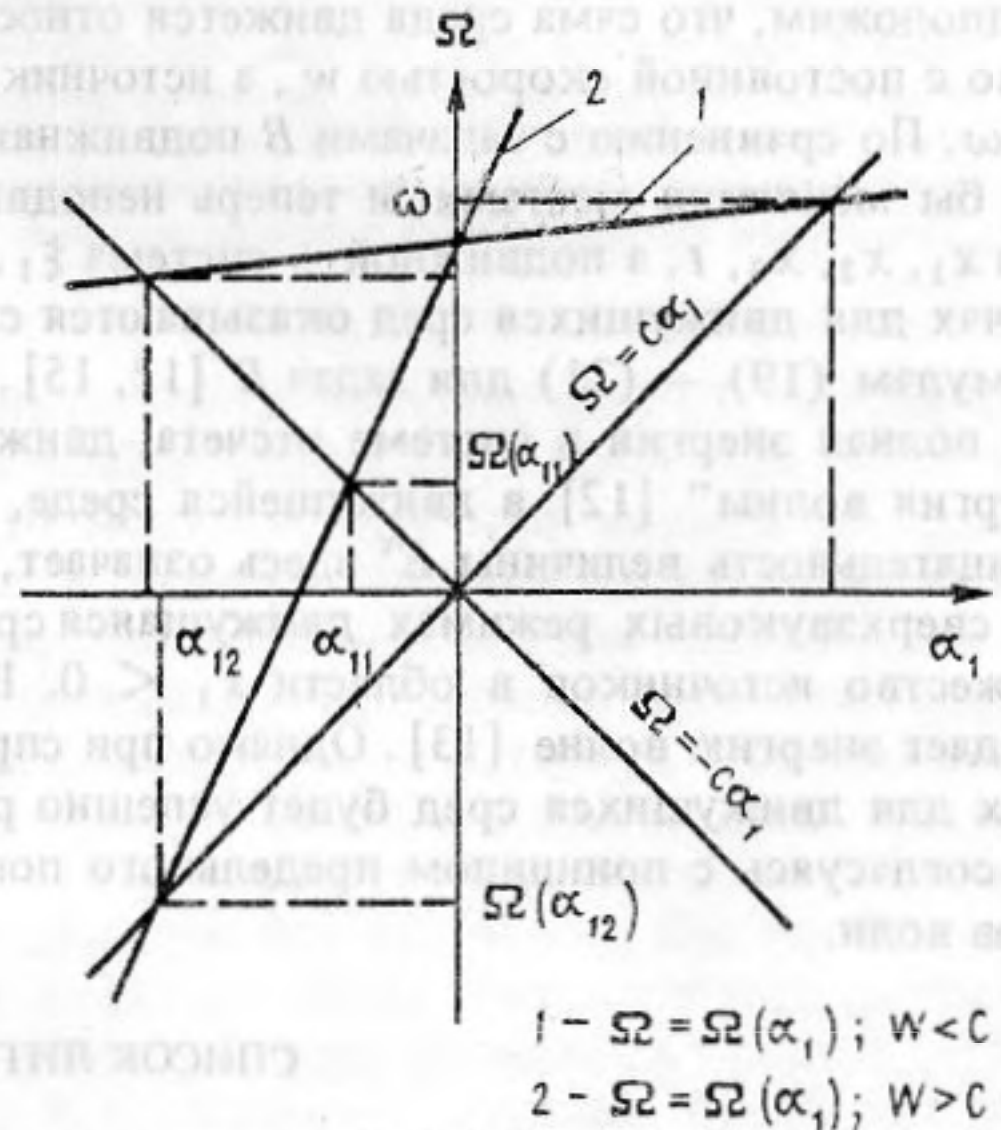
где  $\Omega(\alpha_1) = \omega + w\alpha_1$ .

Из (18) – (20); очевидно, имеем:

$$\langle J_j^x(S) \rangle = c_{gBj} \langle E^x(S) \rangle. \quad (21)$$

Известно [6–10], что по принципу предельного поглощения в задачах *B* отбираются однородные волны, у которых групповая скорость  $c_{gB}$  направлена от источника возмущений. По (18) и (21)  $c_{gB}$  в задачах *B* является и скоростью переноса средних за период энергий  $\langle E^x(S) \rangle$  и  $\langle J_j^x(S) \rangle$  в подвижной системе координат (1). Так как  $\langle E^x(S) \rangle > 0$ , то можно сформулировать энергетические принципы излучения для неподвижного наблюдателя (ЭН) в подвижной системе координат, состоящие в отборе волн, для которых векторы  $c_{gB}$  и  $\langle J_j^x(S) \rangle$  направлены от источника. Ясно, что для нерезонансных ситуаций эти принципы будут согласованы с принципом предельного поглощения.

Определение волновых чисел  $\alpha_k$  и доплеровских частот  $\Omega(\alpha_k)$  задачи *B* по дисперсионным кривым задачи *A*



Между тем, энергетический принцип излучения для подвижного наблюдателя (ЭП) должен ставить условие лишь на направление  $c_{gB}$ , но не на направление вектора  $\langle J_j^x(S) \rangle$ . В такой формулировке ЭП будет эквивалентен ЭН и, следовательно, принципу предельного поглощения. Направление же вектора потока энергии  $\langle J_j^x(S) \rangle$  будет противоположно направлению вектора групповой скорости  $c_{gB}$ , если энергия  $\langle E^x(S) \rangle$ , измеряемая подвижным наблюдателем, будет отрицательной.

Неравенство  $\langle E^x(S) \rangle < 0$  обычно для задач *B*, если скорость источника  $w$  превосходит характерную скорость  $c$  распространения волн в среде. В этом легко убедиться, если привлечь принципы соответствия между задачами *A* и *B* [7]. По этим принципам, имеющим и важное самостоятельное значение, дисперсионные уравнения между задачами *A* и *B* связаны следующим образом:

$$D_A(\alpha_j; \Omega(\alpha_1)) = D_B(\alpha_j; \omega) = 0, \quad (22)$$

где  $D_A(\alpha_j; \Omega) = 0$  есть дисперсионное уравнение задачи *A*.

Отметим, что из (22) следует практически важная формула для групповых скоростей  $c_{gB}$  и  $c_{gA}$  волн в задачах *B* и *A*:

$$c_{gBj} = c_{gAj} - w\delta_{j1}; \quad c_{gAj} = \partial\Omega / \partial\alpha_j.$$

Рассмотрим простейшую дисперсионную картинку для задачи *A*, в которой дисперсионные кривые есть просто прямые  $\Omega = \pm c\alpha_1$  (рисунок). По (22) волновые числа  $\alpha_{1k}$  однородных волн для одномерной задачи *B* могут быть найдены как точки пересечения дисперсионных кривых одномерной задачи *A* с прямой  $\Omega = \Omega(\alpha_1) = \omega + w\alpha_1$  [8]. Если  $c < w$ , то для  $k = 1, 2$   $\Omega(\alpha_{1k}) > 0$ . Однако при  $c > w$   $\Omega(\alpha_{11}) > 0$ , но

$\Omega(\alpha_{12}) < 0$ . Так как фазовая скорость  $c_{gB11} = \omega/\alpha_{11}$  волны с волновым числом  $\alpha_{11}$  по модулю больше фазовой скорости  $c_{gB12} = \omega/\alpha_{12}$  волны с волновым числом  $\alpha_{12}$ , то первую волну обычно называют быстрой, а вторую — медленной. Итак, при  $c > w$  величина  $\Omega(\alpha_{12})$  для медленной волны отрицательна. Тогда по (19) и энергия  $\langle E_{(S)}^x \rangle$  медленной волны будет отрицательной величиной. Ясно, что такая ситуация будет наблюдаться и в других задачах  $B$  при сверхзвуковых (сверхсейсмических и т.п.) режимах движения источника. При этом в волноводах и в слое будет существовать счетное число медленных волн с отрицательной энергией  $\langle E_{(S)}^x \rangle$ , измеряемой подвижным наблюдателем.

Отметим, что в задачах для движущихся сред понятие отрицательной энергии медленной волны при сверхзвуковых режимах является достаточно устойчивым [11–15]. Предположим, что сама среда движется относительно неподвижной системы координат влево с постоянной скоростью  $w$ , а источник фиксирован и лишь осциллирует с частотой  $\omega$ . По сравнению с задачами  $B$  подвижная и неподвижная системы координат здесь как бы меняются местами, и теперь неподвижной системой координат является система  $x_1, x_2, x_3, t$ , а подвижной — система  $\xi_1, \xi_2, \xi_3, \tau$ . Известно, что во многих таких задачах для движущихся сред оказываются справедливыми соотношения, аналогичные формулам (19) — (21) для задач  $B$  [12, 15]. В этих формулах теперь в роли  $E^{\xi x}$  выступает полная энергия в системе отсчета, движущейся вместе со средой, а в роли  $E^x$  — “энергия волны” [12] в движущейся среде, измеренная неподвижным наблюдателем. Отрицательность величины  $E^x$  здесь означает, что для формирования медленной волны при сверхзвуковых режимах движущаяся среда должна как бы моделировать в себе множество источников в области  $x_1 < 0$ . В этом смысле можно сказать, что среда передает энергию волне [13]. Однако при справедливости формул (19) — (21) и в задачах для движущихся сред будет успешно работать принцип ЭП и тем более принцип ЭН, согласуясь с принципом предельного поглощения для всех шести рассмотренных типов волн.

#### СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Тихонов А.Н., Самарский А.А. Уравнения математической физики. М.: Наука, 1972. 735 с.
2. Ворович И.И., Бабешко В.А. Динамические смешанные задачи теории упругости для неклассических областей. М.: Наука, 1979. 319 с.
3. Achenbach J.D. Wave propagation in elastic solid. Amsterdam: North-Holland Publ. Co., 1973. 425 p.
4. Уизем Дж. Линейные и нелинейные волны. М.: Мир, 1977. 622 с.
5. Бхатнагар П. Нелинейные волны в одномерных дисперсных системах. М.: Мир, 1983. 136 с.
6. Лайтхилл Дж. Волны в жидкости. М.: Мир, 1981. 598 с.
7. Белоконов А.В. К теории динамических задач с подвижными возмущениями для неоднородной упругой полосы // Докл. АН СССР. 1981. Т. 261. № 5. С. 1075–1082.
8. Белоконов А.В. Колебания упругой неоднородной полосы, вызванные движущимися нагрузками // ПММ. 1982. Т. 46. № 2. С. 296–302.
9. Белоконов А.В., Наседкин А.В. Волны в неоднородном по толщине слое, вызванные движущимися нагрузками // ПММ. 1987. Т. 51. № 2. С. 305–313.
10. Белоконов А.В., Ворович И.И. О некоторых закономерностях образования волновых полей в анизотропном слое при пульсирующей движущейся нагрузке // Мех. и научн.-техн. прогресс. Т. 3. М., 1988. С. 215–222.
11. Sturrock P.A. In what sence do slow waves carry negative energy? // J. Appl. Phys. 1960. V. 31. № 11. P. 2052–2056.
12. Пирс Дж. Почти все о волнах. М.: Мир, 1976. 176 с.
13. Болотовский Б.М., Столяров С.Н. Современное состояние электродинамики движущихся сред (Безграничные среды) // Эйнштейновский сборник 1974. М.: Наука, 1976. С. 179–275.
14. Незлин М.В. Волны с отрицательной энергией и аномальный эффект Допплера // УФН. 1976. Т. 120. № 3. С. 481–495.
15. Рабинович М.И., Трубецков Д.И. Введение в теорию колебаний и волн. М.: Наука, 1984. 432 с.

Ростовский государственный университет

Поступила в редакцию 12.05.92

ENERGETICS OF WAVE GENERATED BY MOVING SOURCES

The expressions for the energy and energy flux vectors for homogeneous waves generated by a moving fluctuating source in continual Lagrangian systems are obtained. Plane, spherical and cylindrical waves as well as waves in waveguides and in a layer are considered. The group velocities of these waves are shown to be the velocities of energy transfer in a moving coordinate system. Energy radiation principles are formulated and analyzed. It is pointed out that the energy of a slow wave is negative for a moving observer under supersonic regimes of sources motion.

Тогда значения  $\gamma$  и  $\gamma_0$  будут связаны следующим соотношением

Заменив  $\gamma$  на  $\gamma_0$  в формуле (1) и учитывая, что  $\gamma_0 = \gamma \cos \alpha$ , получим

Последнее равенство означает, что величина  $\gamma_0$  является инвариантом для

В данной работе для той же модели приближенной зоны для звука в упругой среде получены как закон сплывания корреляционного поля, так и его угловой спектр, а также распределение энергии в стороне открытого канала и к берегу. Основным моментом в работе является выяснение корреляционного поля в приближенной зоне канала с наклонным дном является вычисление соответствующих функций  $D_1(x, r)$  и  $D_2(x, r)$ . Если одна из функций  $D_1$  или  $D_2$  известна, то другая может быть найдена из соотношения (1). В работе [2] в работе [1] показано, что соответствующие решения получаются посредством простого модифицирования выражения (1) для  $D_1$  и  $D_2$ .

В качестве модели приближенной зоны канала в работе [1] использовался канал с профилем дна  $h(x) = \nu |x|^\alpha$ , где  $\alpha$  — величина угла раствора, а  $\nu$  — расстояние по горизонтальной отсчитываемое от вершины канала. Неправдоподобно в этом случае дна  $h(x) = \nu |x|^\alpha$ . Аналогично для  $D_2$  можно записать

$$D_2(x, r) = \pm \left( 1 - \frac{\sin \chi}{\sin(\chi \mp \alpha)} \right) \cdot \frac{\chi + \psi - \arcsin \left( \frac{r \sin \chi}{R} \right)}{2\alpha} - 1 \quad (1)$$

где знак плюс берется для звука, выходящего под углом  $\chi$  из точки  $x$  в сторону

Значение интегральной функции  $D_1(x, r)$  и  $D_2(x, r)$  будут связаны следующим соотношением

$$D_1(x, r) = D_2(x, r) \cdot \frac{\sin(\chi \mp \alpha)}{\sin \chi} \quad (2)$$

где  $D_1$  и  $D_2$  определяются формулами (1) и (2) соответственно. В работе [1] коэффициенты отражения  $V_1$  и  $V_2$  могут быть вычислены с помощью простейших методов. Так, для плоской волны  $V_1$  и  $V_2$  можно найти, используя формулы (1) и (2) для коэффициента отражения [2]. Для плоской волны коэффициенты отражения будут определяться формулами (1) и (2), коэффициент  $V_1$  может быть рассчитан отдельно по методу голоуэстических моделей дна, учитывающих также эффект отражения от дна.