АКУСТИЧЕСКИЙ ЖУРНАЛ

Том 39 1993 Вып. 3

УДК 534,23

© 1993 г. В. Д. Двуреченский, И. В. Кулешов

МЕТОД СИНТЕЗА ПЕРИОДИЧЕСКИХ ИМПЕДАНСНЫХ СТРУКТУР

В статье рассматриваются вопросы синтеза акустических устройств, построенных на основе импедансных периодических ребристых и полупрозрачных структур. Синтез, позволяющий по заданному акустическому полю около структуры определять конструктивные параметры устройства, осуществляется с использованием импедансных граничных условий, которые должны выполняться на поверхности структуры. Разработана методика синтеза рельефных ребристых структур и получены граничные условия для полупрозрачной структуры в виде жесткой пластины с периодической системой каналов.

В зависимости от постановки задачи методы синтеза акустических антенн можно разделить на две группы. К первой относятся методы, позволяющие по заданной диаграмме направленности в точке наблюдения определить распределение акустического поля по раскрыву антенны. При этом существуют определенные соотношения, которые могут быть использованы как исходные для расчета составляющих поля в раскрыве антенны по соответствующим составляющим поля в точке наблюдения или, что тоже самое по заданной диаграмме направленности [1, 2]. При этом не ставится вопрос о возможности практического осуществления распределения поля в раскрыве. Ко второй группе можно отнести методы решения задач, позволяющие по распределению поля в раскрыве антенны произвести расчет самой антенны. Однако эти методы носят приближенный характер и приводят к значительным вычислительным и техническим трудностям.

Предлагаемый метод можно отнести ко второй группе методов синтеза. Он основан на использовании импедансных граничных условий и позволяет однозначно и непосредственно получить связь между распределением поля в раскрыве антенны (около импедансной поверхности) с ее конструктивными параметрами и величинами реактивных нагрузок. Поскольку ниже будет рассматриваться линейная обработка сигналов, то по теореме взаимности приемные и передающие антенны эквивалентны, и такие термины как «излучающая поверхность», «возбуждающее устройство» и т. п. в равной степени будут относиться как к приемным, так и передающим антеннам.

Для получения импедансных граничных условий воспользуемся понятием поверхностного импеданса. Рассмотрим двумерную ребристую структуру из акустически жесткого материала, для импедансной поверхности которой (рис. 1) при выполнении условия $T \ll \lambda$ справедливо соотношение [3]:

$$z_0 = (p/v_z)_{z=0} = j\,(T/t)\,W \operatorname{ctg} kl,$$

где t, T, L — ширина, период, глубина канавки, w — акустическое сопротивление среды, k — волновое сопротивление среды, λ — длина волны. Из этого выражения видно, что при изменении глубины канавки от 0 до $\lambda/2$ поверхностный импеданс изменяет свое значение от $+\infty$ до $-\infty$. Допустим, что по заданной диаграмме направленности определено распределение поля в раскрыве или вблизи импедансной поверхности. Это распределение можно представить в виде зависимости давления от составляющих колебательной скорости v_y и v_z (в силу двумерности рассматриваемого случая, составляющая по координате x отсутствует):

$$(0, v_y, v_z) = j\,(kW)^{-1}\cdot\operatorname{grad} p.$$

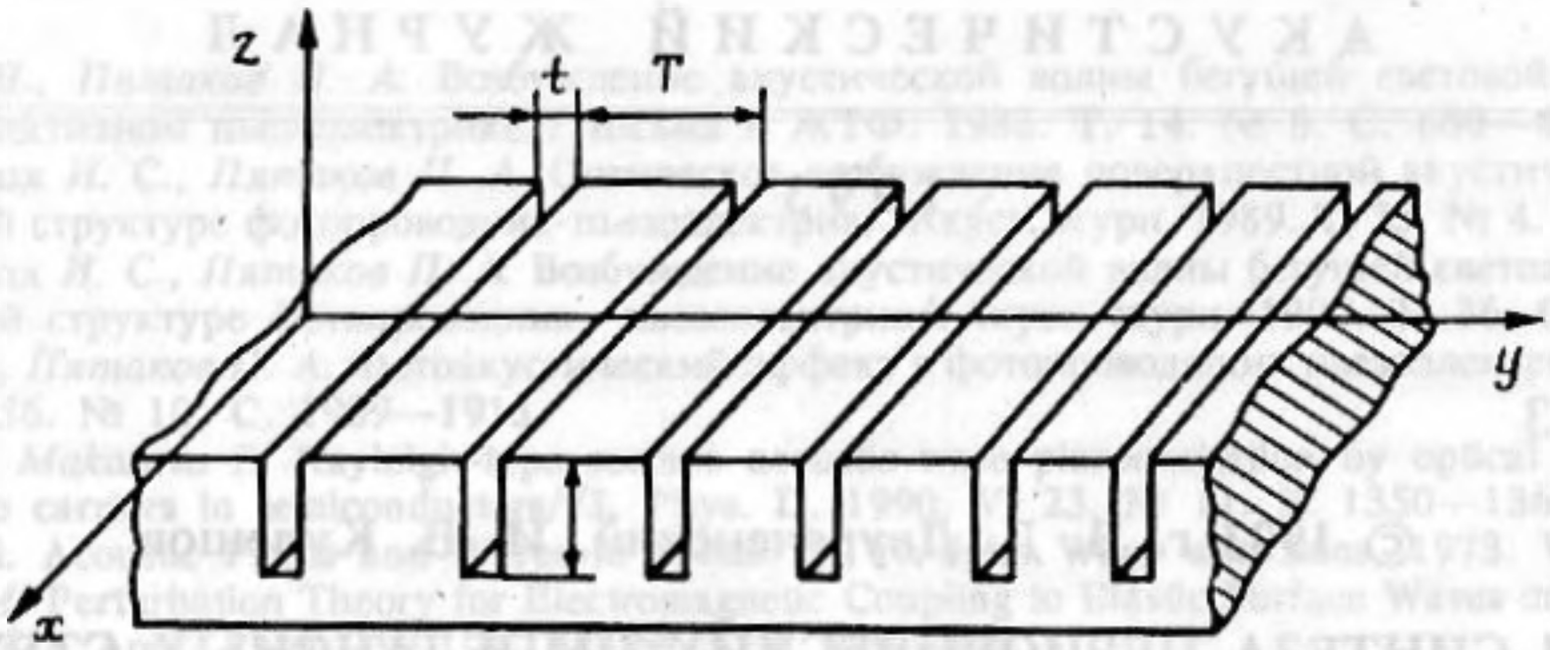

Рис. 1. Двумерная периодическая ребристая структура с постоянной функцией изменения рельефа

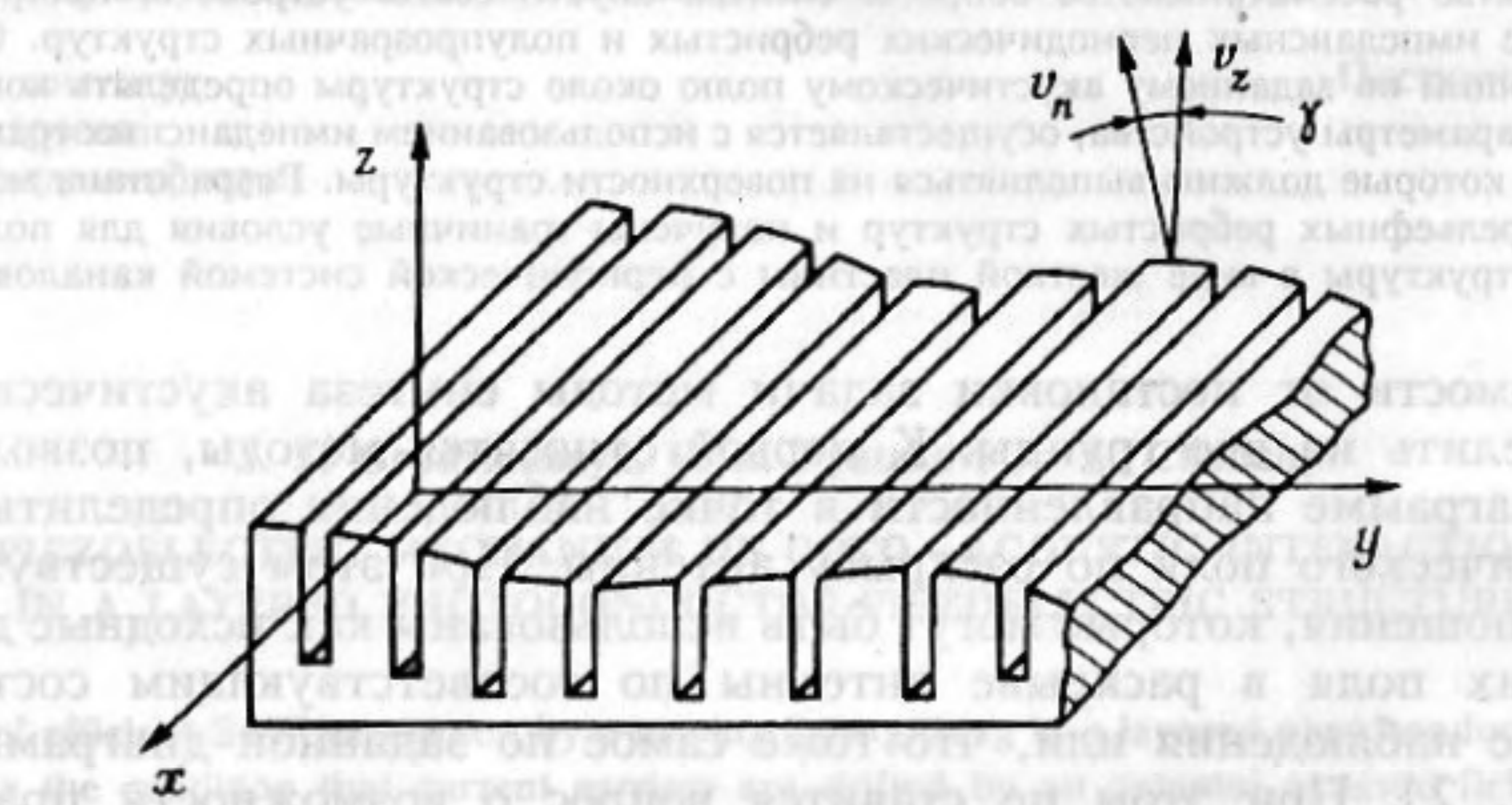

Рис. 2. Двумерная периодическая ребристая структура с переменной функцией изменения рельефа

На рис. 1 приведена структура с рельефом, функция изменения которого постоянна. Допустим, что функция изменения рельефа $z = z_0(y)$ не постоянна (рис. 2). В этом случае поверхностный импеданс можно представить в виде $z_a = p/v_n$, где v_n — нормальная к поверхности составляющая колебательной скорости. Причем $v_n = v_z \cos\gamma - v_y \sin\gamma$, где γ — угол между нормалью и осью z. С учетом соотношений $\cos\gamma = (\sqrt{(z_0')^2 + 1})^{-1}$, $\sin\gamma = z_0' (\sqrt{(z_0')^2 + 1})^{-1}$, где z_0' — производная функции $z0(y)$ и отношения, связывающее давление и составляющие колебательной скорости, выражение для поверхностного импеданса имеет вид:

$$z_a = -jkWp\,(\sqrt{(z_0')^2 + 1})\;[\partial p/\partial z - z_0'\,(\partial p/\partial y)]^{-1}.$$

Для того чтобы решение было однозначным, воспользуемся теоремой единственности, которая требует, чтобы импедансные граничные условия были либо чисто мнимыми, либо имели положительную действительную часть. Так как в нашем случае z_a — реактивный, то должно выполняться условие $\mathrm{Re} = z_a = 0$, из которого можно получить следующее равенство:

$$z_0' = \mathrm{Im}\,(p^* \partial p/\partial z)\;[\mathrm{Im}\,(p^* \partial p/\partial y)]^{-1},$$

где p^* — комплексно сопряженное к p.

При выполнении этого условия функция распределения чисто реактивного импеданса по рельефной поверхности может быть найдена из двух вышеприведенных соотношений:

$$Z_a = -jkWpp^*\,\sqrt{(z_0')^2 + 1)}\;[\mathrm{Re}\,(p^* \partial p/\partial z) - \mathrm{Re}\,(p^* \partial p/\partial y)\,z_0']^{-1}.$$

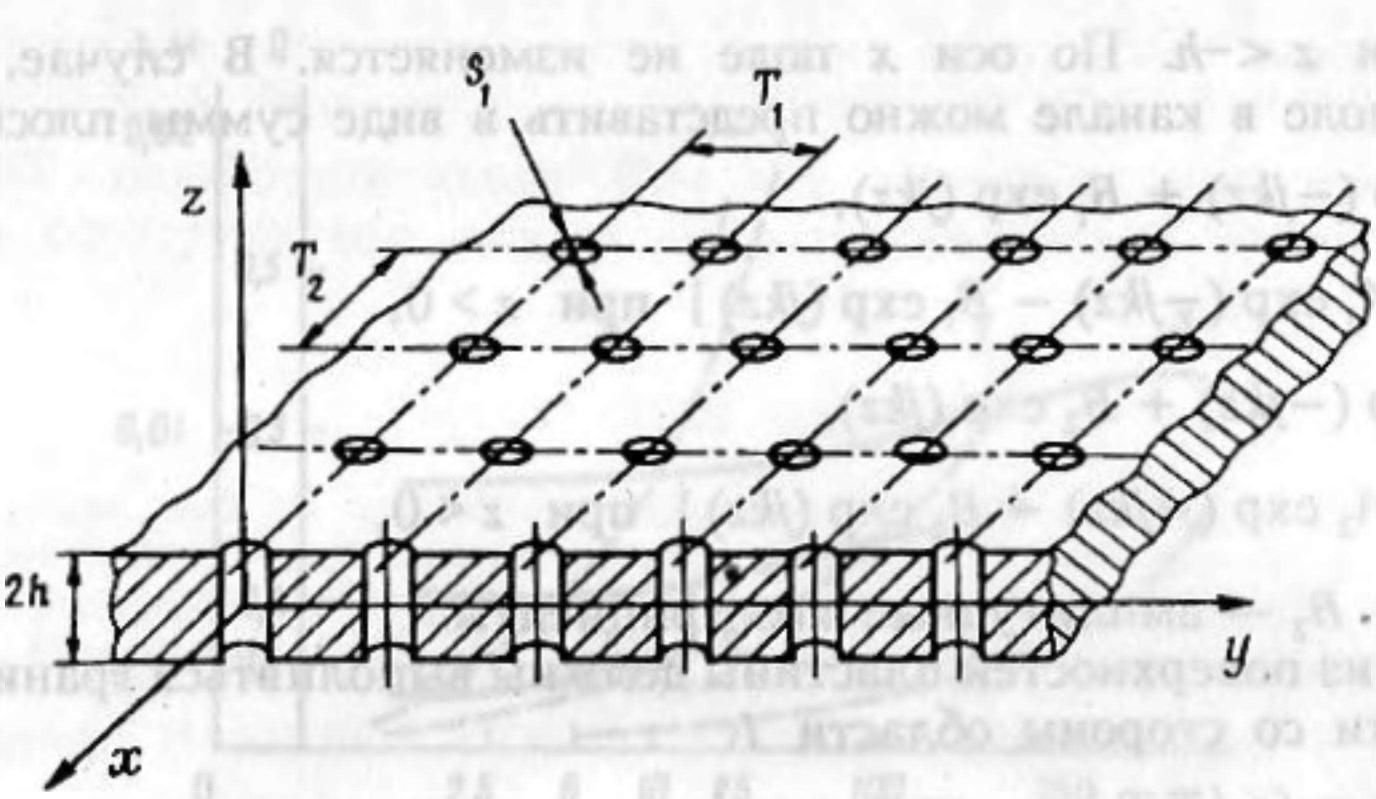

Рис. 3. Полупрозрачная периодическая структура

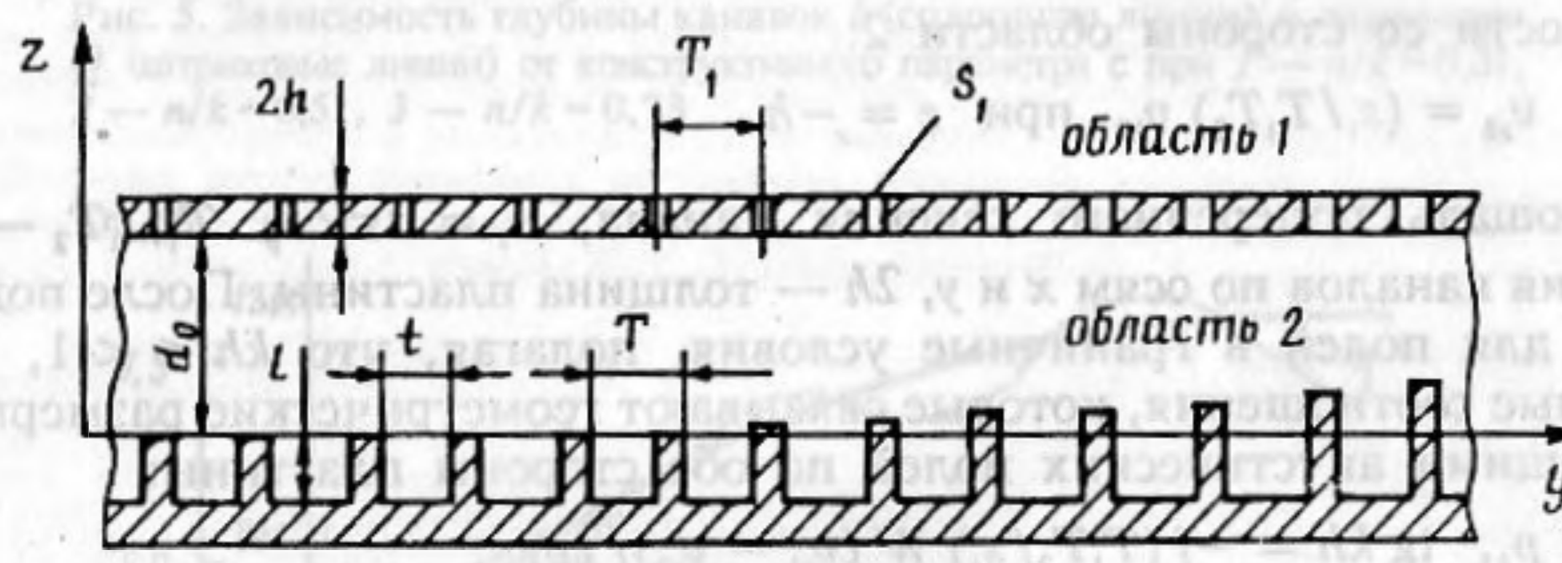

Рис. 4. Схема антенны бегущей волны

Решением последнего дифференциального уравнения при условии, что начальная точка рельефа совпадает с началом координат, в неявном виде является:

$$\int_0^y \mathrm{Im}\,(p^*\partial p/\partial z)_{z_0=0}\,dy = \int_0^{z_0} \mathrm{Im}\,(p^*\partial p/\partial y)_{y=0}\,dz.$$

Итак, получены формулы, связывающие давление и параметры импедансной поверхности — рельеф $z = z_0(y)$ и закон изменения импеданса. Выбор пределов интегрирования последнего выражения в конкретном случае определяется из баланса мощностей. Для этого перед началом расчета желательно иметь представление о форме и размерах структуры. Такое предварительное представление может основываться на том, что при выбранной начальной точке подбором амплитуд определяется конечная. Предположим, что начальная (0,0) и конечная (y_k, z_k) точки рельефа подобраны. Так как между ними должна пройти рельефная поверхность с чисто реактивным импедансом, т. е. такая поверхность, через которую поток вещественной части вектора Умова равен нулю, то необходимое условие прохождения функции изменения рельефа через эти точки для случая $z_k = 0$, $y_k = L$, где L — длина структуры, имеет следующий вид:

$$\mathrm{Im}\int_0^L (p^*\partial p/\partial z)\,dy = 0 \quad \text{при} \quad z = 0.$$

Это условие определяет баланс мощностей.

Таким образом, полученные выше выражения однозначно связывают составляющие акустического поля около импедансной поверхности с ее геометрией и распределением поверхностного импеданса.

Кроме рассмотренных структур существуют и другие структуры, характеризуемые импедансными граничными условиями.

Рассмотрим полупрозрачную акустическую структуру, показанную на рис. 3, которая представляет собой пластину из жесткого материала с периодической системой вертикальных каналов. Определим для этой структуры импедансные граничные условия. Предположим, что над структурой (область *1*) существует акустическое поле p_1, v_{y1}, v_{z1} при $z > h$, под структурой (область *2*) акустическое поле

p_2, v_{y2}, v_{z2} при $z < -h$. По оси x поле не изменяется. В случае, когда $d \ll \lambda$, акустическое поле в канале можно представить в виде суммы плоских волн:

$$p_{k1} = A_1 \exp(-jkz) + B_1 \exp(jkz),$$

$$v_{k1} = W^{-1} [A_1 \exp(-jkz) - B_1 \exp(jkz)] \text{ при } z > 0,$$

$$p_{k2} = A_2 \exp(-jkz) + B_2 \exp(jkz),$$

$$v_{k2} = W^{-1} [A_2 \exp(-jkz) - B_2 \exp(jkz)] \text{ при } z < 0,$$

где A_1, B_1, A_2, B_2 — амплитудные коэффициенты.

На каждой из поверхностей пластины должны выполняться граничные условия. На поверхности со стороны области *1*:

$$p_1 = p_{k1}, \quad v_{z1} = (s_1/T_1T_2)\, v_{k2} \text{ при } z = h.$$

На поверхности со стороны области *2*:

$$p_2 = p_{k2}, \quad v_{z2} = (s_1/T_1T_2)\, v_{k2} \text{ при } z = -h.$$

где s_1 — площадь поперечного сечения канала, $s_1 = \pi s^2/4$, T_1, T_2 — периоды расположения каналов по осям x и y, $2h$ — толщина пластины. После подстановки выражений для полей в граничные условия, полагая, что $kh < < 1$, получаем приближенные соотношения, которые связывают геометрические размеры каналов с составляющими акустических полей по обе стороны пластины:

$$p_1 = p_2 = p_k, \quad \operatorname{tg} kh = -j\,(T_1T_2/s_1)\, W (v_{z1} - v_{z2})/2p.$$

Проиллюстрируем порядок пользования полученными соотношениями на примере синтеза антенны бегущей волны, состоящей из двух рассмотренных выше импедансных структур (рис. 4). Нижняя ребристая структура поддерживает в области *1* поверхностную волну питания, которая преобразуется второй структурой в виде пластины с вертикальными каналами в бегущую волну в области *2*.

Рассмотрим двумерный случай и предположим, что в области *1* распространяется замедленная поверхностная волна, составляющие которой имеют вид:

$$p_1 = A \exp(-nz) \exp(-jmy),$$

$$v_{z1} = jnA \exp(-nz) \exp(-jmy)/kW,$$

$$v_{y1} = mA \exp(-nz) \exp(-jmy)/kW.$$

Поле в области *2* зададим следующим образом:

$$p_2 = [B_1 \exp(-nz) + B_2 \exp(nz)] \exp(-jmy),$$

$$v_{z2} = [-jn\,(B_1 \exp(-nz) - B_2 \exp(nz)) \exp(-jmy)]/kW,$$

$$v_{y2} = [m\,(B_1 \exp(-nz) + B_2 \exp(nz)) \exp(-jmy)]/kW,$$

где A, B_1, B_2 — амплитудные коэффициенты, n, m — волновые числа, характеризующие диаграмму направленности и связанные между собой равенством $n^2 - m^2 + k^2 = 0$.

С учетом полученных выше импедансных граничных условий следует, что для существования полей в областях *1* и *2* должно выполняться следующее соотношение между геометрическими размерами рассматриваемого устройства и параметрами замедленной волны:

$$\operatorname{ctg} kl = (tk/Tn)\,[c + (n/k)\,(1 + \exp(-2nd_0))]\,[c + (n/k)\,(1 - \exp(-2nd_0))]^{-1},$$

где $c = s_1(2T_1T_2 \operatorname{tg} kh)^{-1}$, s_1 — площадь поперечного сечения вертикальных каналов излучающей структуры, T_1 и T_2 — периоды расположения вертикальных каналов по осям x и y соответственно, $2h$ — толщина пластины.

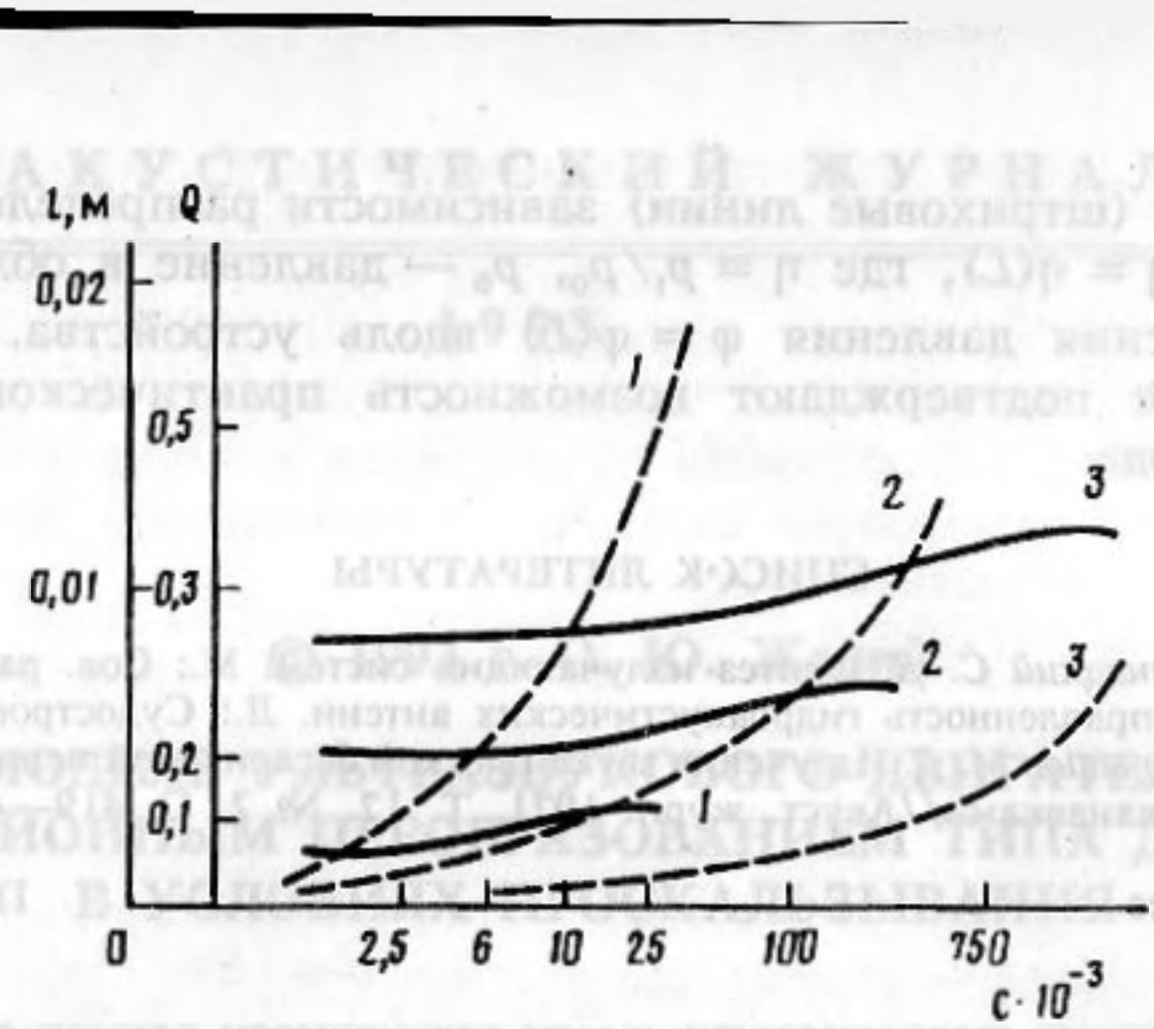

Рис. 5. Зависимость глубины канавок l (сплошные линии) и параметра Q (штриховые линии) от конструктивного параметра c при $1 - n/k = 0{,}31$, $2 - n/k = 0{,}51$, $3 - n/k = 0{,}73$

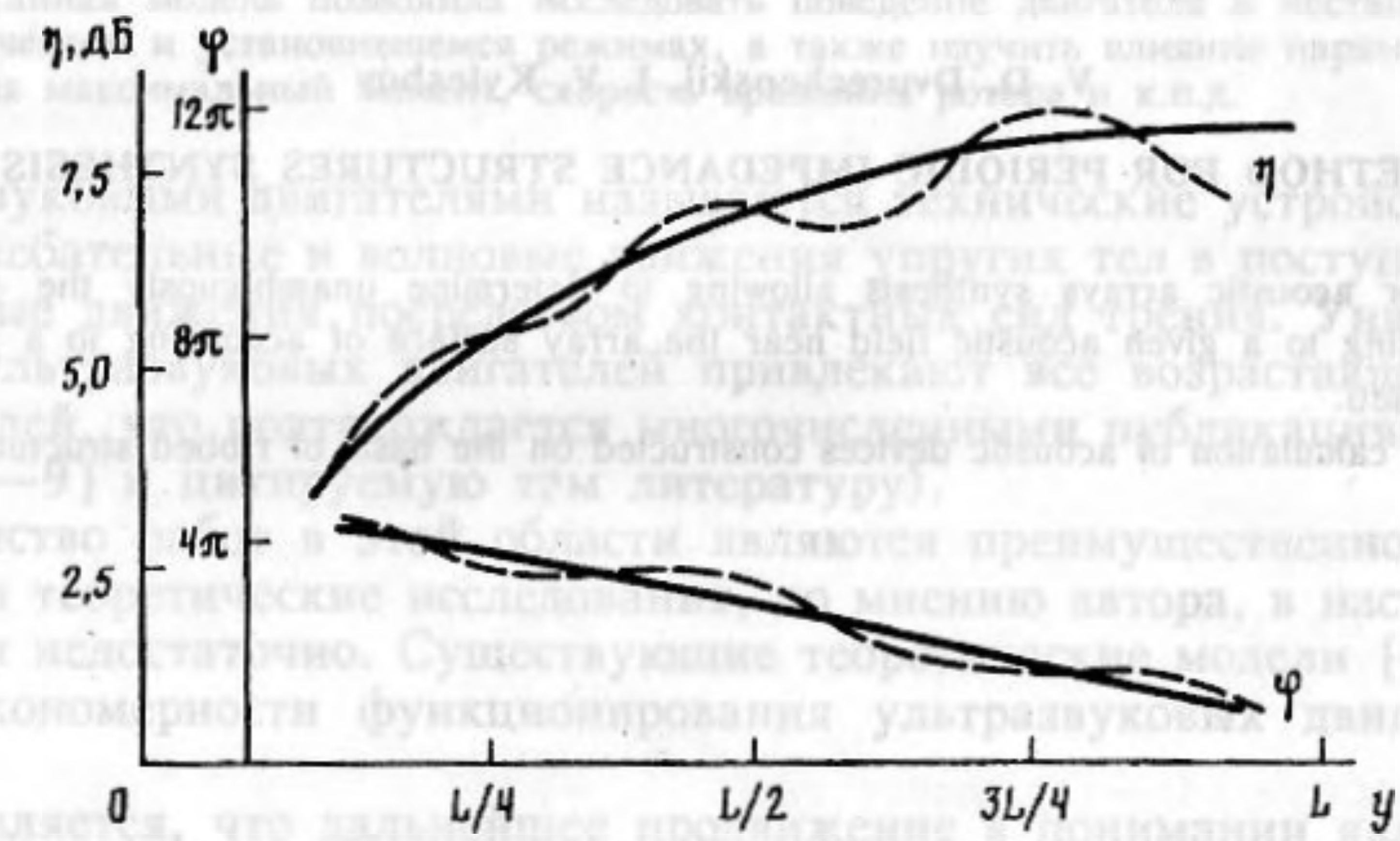

Рис. 6 Распределение амплитуды $\eta = p_1/p_0$ и фазы φ давления по длине устройства L

При этом отношение Q мощности поверхностной волны в области 1 к мощности волны, распространяющейся в области 2, имеет следующий вид:

$$Q = c\,[\exp(2nd_0) - 1) + (n/k)\,\mathrm{ch}\,(2nd_0) - 1]^{-1}.$$

На рис. 5 показаны рассчитанные по последним двум формулам зависимости глубины канавок l (сплошные линии) и параметра Q (штриховые линии) от величины с для случаев, когда $n/k = 0{,}31$; $0{,}51$; $0{,}73$, $l + d_0 = l_0$, где l_0 — удовлетворяет равенству $\mathrm{ctg}\,kl_0 = tk/Tn$, $t/T = 0{,}8$, где t — расстояние между ребрами, T — период расположения ребер структуры. Из графиков на рис. 5 следует, что путем изменения геометрического параметра с, например, меняя диаметр вертикальных каналов и соответствующим изменением глубины канавок, можно регулировать величину мощности поверхностной волны во внешнем пространстве при фиксированном значении n/k.

Экспериментальная проверка проводилась на макете, представляющем собой звуковод прямоугольного сечения (50×20) мм. Нижняя широкая стенка звуковода переходила в ребристую структуру, глубина канавок которой менялась по экспоненте от 8 до 17 мм. В верхней широкой стенке была образована периодическая система вертикальных каналов с периодом $T_1 = T_2 = 10$ мм. Диаметр каналов также менялся по экспоненте по длине устройства от 2 до 7,1 мм. Длина устройства $L = 500$ мм. На фиг. 6 показаны расчетные (сплошные линии) и экспериментальные (штриховые линии) зависимости распределения давления по длине устройства $\eta = \eta(L)$, где $\eta = p_1/p_0$, p_0 — давление в области 2 при $y = 0$ и фазы распределения давления $\varphi = \varphi(L)$ вдоль устройства. Таким образом, полученные данные подтверждают возможность практического использования предлагаемого метода.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. *Бахрах Л. Д., Кременецкий С. Д.* Синтез излучающих систем. М.: Сов. радио, 1974.
2. *Смарышев М. Д.* Направленность гидроакустических антенн. Л.: Судостроение, 1973.
3. *Севрюгова Н. В., Смарышев М. Д.* Излучение звука плоской бесконечной периодической структурой с прямоугольными канавками//Акуст. журн. 1971. Т. 17. № 2. С. 419—428.

Научно-производственное объединение «ЦКБ»

Поступила в редакцию 17.05.90

После исправления 18.05.92

V. D. Dvurechenskii, I. V. Kyleshov

METHOD FOR PERIODIC IMPEDANCE STRUCTURES SYNTHESIS

A method for acoustic arrays synthesis allowing to determine unambiguosly the device structure parameters according to a given acoustic field near the array surface of according to a given directivity pattern are proposed.

A method for calculation of acoustic devices constructed on the basis of ribbed structures is described.