

© 1993 г. О. Ю. Жарий

## МОДЕЛЬ УЛЬТРАЗВУКОВОГО ДВИГАТЕЛЯ С ФРИКЦИОННЫМ ПРЕОБРАЗОВАНИЕМ ТИПА ДВИЖЕНИЯ В УСЛОВИЯХ ПРОСКАЛЬЗЫВАНИЯ

Предложена простая механическая модель ультразвукового двигателя с преобразованием типа движения. Показано, что преобразование колебательного движения конца возбудителя в однонаправленное вращение ротора осуществляется благодаря изменению величины силы трения в зависимости от направления относительного проскальзывания. Разработанная модель позволила исследовать поведение двигателя в нестационарном, периодическом и установившемся режимах, а также изучить влияние параметров двигателя на максимальный момент, скорость вращения ротора и к.п.д.

Ультразвуковыми двигателями называются технические устройства, преобразующие колебательные и волновые движения упругих тел в поступательные или вращательные движения посредством контактных сил трения. Уникальные возможности ультразвуковых двигателей привлекают все возрастающее внимание исследователей, что подтверждается многочисленными публикациями последних лет (см. [1—9] и цитируемую там литературу).

Большинство работ в этой области являются преимущественно экспериментальными, а теоретические исследования, по мнению автора, в настоящее время развиваются недостаточно. Существующие теоретические модели [4—6] воспроизводят закономерности функционирования ультразвуковых двигателей лишь частично.

Представляется, что дальнейшее продвижение в понимании явлений, происходящих в двигателях, и обобщение накопленных в литературе обширных экспериментальных данных успешнее всего может быть выполнено на основе механических моделей. Необходимыми элементами таких моделей являются обоснованные представления о контактном взаимодействии упругих тел, а также точные уравнения движения ротора двигателя.

В настоящей статье предлагается модель ультразвукового двигателя с фрикционным преобразованием типа движения (mode conversion ultrasonic motor, по терминологии работы [9]). Главная цель автора — продемонстрировать на данном примере то положение, что механические модели ультразвуковых двигателей являются наиболее полными и разносторонними по сравнению с другими возможными, например с моделями, основанными на эквивалентных электрических схемах. Будучи разработанными должным образом, эти модели могут составить надежный фундамент для разработки двигателей всех типов и решения возникающих при этом практических задач.

Схема исследуемого двигателя представлена на рис. 1. Нижний конец ( $x = 0$ ) стержня длиной  $L$ , толщиной  $h$  и шириной  $b$ , приводится в колебательное движение вдоль оси  $ox$ , например при помощи пьезоэлектрического преобразователя. Верхний конец стержня ( $x = L$ ), прижатый к ротору радиуса  $R$  под углом  $\alpha$  к нормали, приводит последний во вращение против часовой стрелки.

Для работоспособности двигателя необходимо, чтобы ротор был первоначально прижат к стержню статической силой некоторой величины  $N_0$ . В результате прижатия, верхний конец стержня смещается в вертикальном направлении на соответствующую этой силе, заранее неизвестную величину  $\delta$ . Обозначим вы-

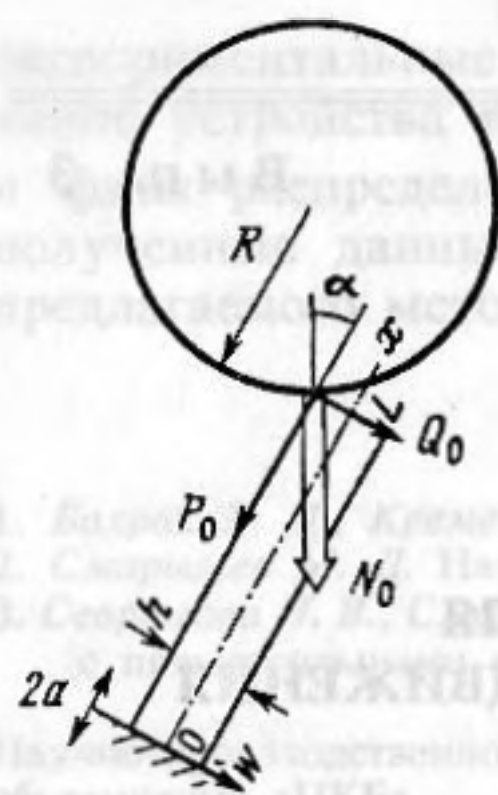


Рис. 1. Схема двигателя

званные первоначальным статистическим нагружением продольные и поперечные смещения точек стержня через  $u_0(x)$  и  $w_0(x)$  соответственно. В процессе начального нагружения ротор может свободно поворачиваться вокруг своей оси. Следовательно, нормальная реакция  $N_0$  — единственная сила, действующая на стержень в точке  $x = L$ .

Разложим силу  $N_0$  на осевую ( $P_0$ ) и поперечную ( $Q_0$ ) компоненты где

$$P_0 = N_0 \cos \alpha, \quad Q_0 = N_0 \sin \alpha. \quad (1)$$

В предположении независимости перемещений  $u_0(x)$  и  $w_0(x)$ , что имеет место для малых деформаций, определяем первое из них из граничной задачи

$$\frac{d^2 u_0}{dx^2} = 0; \quad u_0(0) = 0, \quad ES \frac{du_0(L)}{dx} = -P_0, \quad (2)$$

где  $S = bh$  — площадь поперечного сечения, а  $E$  — модуль Юнга материала стержня. Из (2) находим

$$u_0(x) = -\frac{P_0}{ES} x. \quad (3)$$

Для определения поперечного перемещения  $w_0(x)$  необходимо проинтегрировать уравнение

$$\frac{d^4 w_0}{dx^4} = 0 \quad (4)$$

при следующих граничных условиях [10]:

$$w_0(0) = 0, \quad \frac{dw_0(0)}{dx} = 0, \quad w_0(L) \sin \alpha = \delta, \quad \frac{d^2 w_0(L)}{dx^2} = 0. \quad (5)$$

Решение задачи (4) — (5) имеет вид

$$w_0(x) = \frac{\delta}{2L^3 \sin \alpha} x^2 (3L - x). \quad (6)$$

Вычислим перерезающую силу  $Q$  по формуле [10]:

$$Q = -EI \frac{d^3 w_0}{dx^3}, \quad (7)$$

где  $I = bh^3/12$  — момент инерции поперечного сечения стержня. Подставляя (6) в (7), получим

$$Q = \frac{3EI\delta}{L^3 \sin \alpha} = \text{const}. \quad (8)$$

Очевидно, это значение должно совпадать с поперечной компонентой  $N_0$ , определяемой формулой (1). Приравнявая  $Q$  и  $Q_0$ , получаем соотношение, связывающее величину  $\delta$  с  $N_0$ :

$$\delta = \frac{N_0 L^3 \sin^2 \alpha}{3EI}. \quad (9)$$

Составляя отношение продольного и поперечного перемещений конца стержня  $x = L$ , на основании (3), (6), (9) находим

$$\frac{u_0(L)}{w_0(L)} = \frac{h^2}{4L^2} \text{ctg} \alpha \ll 1 \quad (10)$$

для тонких стержней ( $h \ll L$ ) и не слишком малых углов  $\alpha$ . Впредь будем пренебрегать продольным перемещением в стержне по сравнению с поперечным.

Рассмотрим деформирование стержня при кинематическом возбуждении его конца  $x = 0$ , приводимого в гармоническое движение вдоль оси  $ox$  с амплитудой  $a$  и частотой  $\omega$ . Для удобства, закон возбуждения выбираем в виде

$$u(0) = -a \cos \omega t, \quad a > 0. \quad (11)$$

Предлагаемая нами модель ультразвукового двигателя основывается на следующих предположениях.

1. Стержень недеформируем в осевом направлении (на основании неравенства (10)).

2. Частота возбуждения  $\omega$  мала по сравнению с наименьшей резонансной частотой поперечных колебаний стержня, зажатого на одном конце и свободно опертого — на другом. Это позволяет определить поперечное перемещение  $w(x, t)$  из квазистатического уравнения, аналогичного (4):

$$\frac{d^4 w(x, t)}{dx^4} = 0. \quad (12)$$

3. Конец стержня  $x = L$  находится в условиях непрерывного скользящего контакта с боковой поверхностью ротора. Сцепление может иметь место лишь в дискретные моменты времени.

Последнее предположение является наиболее существенным. Оно обсуждается в конце статьи.

В подвижной системе координат, связанной с нижним концом стержня (рис. 1), граничные условия для уравнения (12) записываются с использованием предположения 1:

$$w(0, t) = 0, \quad \frac{dw(0, t)}{dx} = 0, \quad (13)$$

$$w(L, t) \sin \alpha = \delta - a \cos \alpha \cdot \cos \omega t, \quad \frac{d^2 w(L, t)}{dx^2} = 0.$$

Вследствие линейности граничных задач (4)—(5) и (12)—(13), решение последней может быть получено из (6) заменой  $\delta$  на  $\delta - a \cos \alpha \cos \omega t$ . Получим

$$w(x, t) = \frac{x^2(3L-x)}{2L^3 \sin \alpha} (\delta - a \cos \alpha \cos \omega t). \quad (14)$$

Перерезывающая сила, вычисленная для распределения перемещений (14) по формуле (7), равна

$$Q = Q_0 \left(1 - \frac{a}{\delta} \cos \alpha \cos \omega t\right). \quad (15)$$

В дальнейшем нам необходимо выражение, определяющее касательную к ротору компоненту скорости конца стержня,

$$V_T(t) \equiv \frac{dw(L, t)}{dt} \cos \alpha = V_0 \sin \omega t, \quad (16)$$

где

$$V_0 = \omega a \cos \alpha \operatorname{ctg} \alpha. \quad (17)$$

Для простоты введем еще одно предположение в дополнение к перечисленным выше. Именно, предположим, что амплитуда возбуждения мала по сравнению с первоначальным смещением конца стержня:

$$a \ll \delta, \quad (18)$$

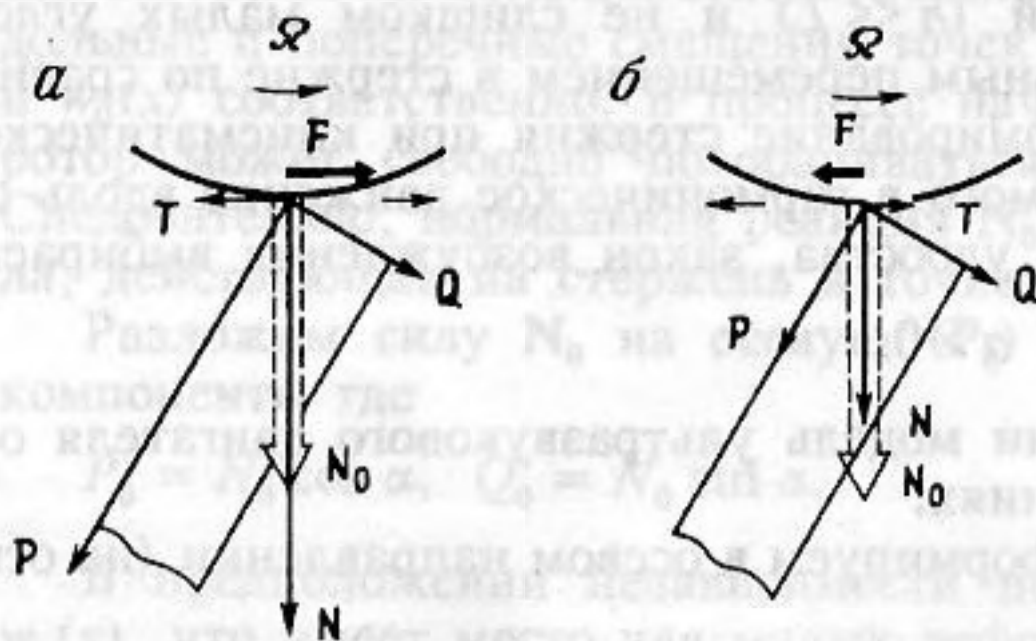


Рис. 2. Принцип действия двигателя: *a* — этап разгона; *b* — этап торможения. Стрелки указывают направление проскальзывания

откуда следует

$$Q \approx Q_0 = \text{const} \quad (19)$$

в любой момент времени.

Предположение о том, что отклонение  $Q$  от ее статического значения  $Q_0$  мало, является не столь существенным по сравнению с выписанными выше, и в принципе может быть опущено. Случай, когда *a* и *b* сравнимы и, следовательно, изменения  $Q$  во времени должны учитываться, приводит лишь к незначительным усложнениям разрабатываемой модели.

С целью установления закономерностей вращения ротора рассмотрим силы, действующие на контактирующий с ним конец стержня (рис. 2): нормальную реакцию  $N$  и касательную силу трения  $T$ . Последняя направлена противоположно относительному проскальзыванию, а ее величина в соответствии с законом трения Кулона [11] пропорциональна

$$T = \mu N. \quad (20)$$

Заметим, что в отличие от авторов работ [4, 6], мы считаем коэффициент сухого трения  $\mu$  постоянным, как это принято в механике контактного взаимодействия [11].

Совместное действие сил  $N$  и  $T$  может быть заменено эквивалентными осевой ( $P$ ) и перерезывающей ( $Q$ ) силами, удовлетворяющими векторному равенству

$$N + T = P + Q. \quad (21)$$

Вспоминая, что величина  $Q$  известна из (1) и (19), из (19)—(21) находим неизвестные величины  $N$ ,  $T$  и  $P$ . Когда проскальзывание направлено вправо (рис. 2, *a*), имеем

$$N = \frac{N_0}{1 - \mu_1}, \quad T = \frac{\mu N_0}{1 - \mu_1}, \quad P = N_0 \frac{\text{ctg } \alpha + \mu}{1 - \mu_1} \sin \alpha, \quad Q = N_0 \sin \alpha, \quad (22)$$

а в противоположном случае (рис. 2, *b*) — соответственно

$$N = \frac{N_0}{1 + \mu_1}, \quad T = \frac{\mu N_0}{1 + \mu_1}, \quad P = N_0 \frac{\text{ctg } \alpha - \mu}{1 + \mu_1} \sin \alpha, \quad Q_0 = N_0 \sin \alpha, \quad (23)$$

где обозначено

$$\mu_1 = \mu \text{ctg } \alpha < 1, \quad (24)$$

а неравенство следует из условия положительности  $N$ .

Уравнения (22), (23) указывают на то, что как нормальная, так и касательная силы изменяются по величине в зависимости от направления проскальзывания при скольжении первоначально изогнутого стержня по поверхности ротора. Сле-

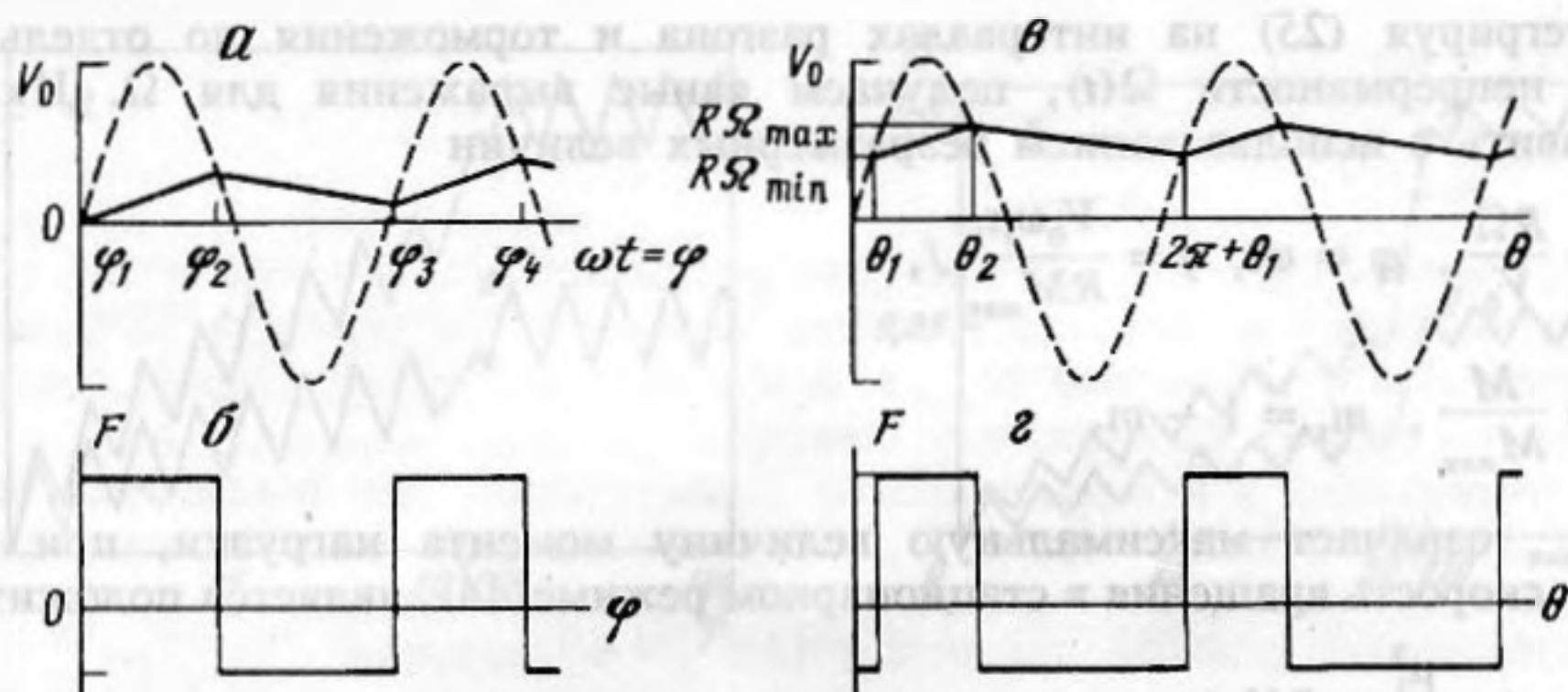


Рис. 3. Переходный режим (а, б) и периодический режим (в, г) ультразвукового двигателя; а, в — линейная скорость ротора  $R\Omega(t)$  (сплошные линии) и скорость конца стержня  $V_T(t)$  (пунктир). б, г — изменение во времени силы  $F(t)$  (26)

довательно, импульс силы  $F = -T$ , действующей на ротор со стороны стержня, вычисленный в течение цикла прямого (слева направо, рис. 2, а) и обратного (рис. 2, б) движения, если конец стержня возвращается в ту же точку закрепленного ротора, будет положительным. Поэтому незакрепленный ротор будет вращаться против часовой стрелки.

Направление проскальзывания определяется знаком относительной скорости конца стержня, т. е. разностью  $V_T(t) - R\Omega$ . На основании этого, уравнение вращения ротора может быть записано в виде (положительное направление угловой скорости  $\Omega$  — против часовой стрелки)

$$J \frac{d\Omega}{dt} = RF(t) - M, \quad (25)$$

где

$$F(t) = \begin{cases} \frac{\mu N_0}{1 - \mu_1} & \text{при } R\Omega(t) < V_T(t), \\ -\frac{\mu N_0}{1 + \mu_1} & \text{при } R\Omega(t) > V_T(t), \end{cases} \quad (26)$$

через  $J$  обозначен момент инерции ротора, а  $M$  — заданный момент нагрузки. Уравнения (25), (26) совместно с (16), (17) составляют полную математическую модель рассматриваемого двигателя в условиях проскальзывания.

Заметим, что уравнение (25) является нелинейным, поскольку сила  $F(t)$  зависит от неизвестной величины  $\Omega$ .

Приступая к анализу динамики двигателя, рассмотрим вначале нестационарный (переходный) режим, когда первоначально неподвижный ротор ( $\Omega(0) = 0$ ) начинает вращаться. На основании (16) видно, что в начальные моменты времени вследствие инерции ротора проскальзывание направлено так, как изображено на рис. 2, а. Поскольку для не слишком больших  $M$  правая часть (25) положительна, будем иметь  $\dot{\Omega} > 0$  для  $t > t_1 = 0$ . Назовем временные интервалы, в которых проскальзывание направлено вправо (рис. 2, а), этапами разгона.

В некоторый момент времени  $t = t_2 > t_1$  в первый раз выполнится равенство

$$V_T(t) = R\Omega(t), \quad (27)$$

и сила  $E(t)$  изменит свое направление. Для  $t > t_2$  будем иметь  $\dot{\Omega} < 0$ . Интервал времени, начинающийся при  $t = t_2$ , назовем этапом торможения. При  $t = t_3$  произойдет новое переключение  $F(t)$  и мы перейдем на второй этап разгона и т. д. (рис. 3, а, б).

Интегрируя (25) на интервалах разгона и торможения по отдельности и требуя непрерывности  $\Omega(t)$ , получаем явные выражения для  $\Omega$ . Их удобно представить с использованием безразмерных величин

$$\bar{\Omega} = \frac{R\Omega}{V_0}, \quad \varphi = \omega t, \quad j = \frac{V_0 \omega \mu_1}{RM_{\max}} J, \quad (28)$$

$$m = \frac{M}{M_{\max}}, \quad m_1 = 1 - m,$$

где  $M_{\max}$  означает максимальную величину момента нагрузки, при котором средняя скорость вращения в стационарном режиме (44), является положительной:

$$M_{\max} = \frac{\mu_1^2}{1 - \mu_1^2} RN_0 \operatorname{tg} \alpha. \quad (29)$$

Занумеровав точки переключения  $F(t)$  начиная с единицы ( $\varphi_1 = 0$ ), представим закон вращения ротора кусочно-линейной функцией:

$$\bar{\Omega}(\varphi) = \sin \varphi_{2k+1} + j^{-1} (1 + \mu_1 m_1) (\varphi - \varphi_{2k+1}), \quad (30)$$

$$\varphi_{2k+1} < \varphi < \varphi_{2k+2},$$

если  $\bar{\Omega} < \sin \varphi$  (этапы разгона), и

$$\bar{\Omega}(\varphi) = \sin \varphi_{2k+2} - j^{-1} (1 - \mu_1 m_1) (\varphi - \varphi_{2k+2}), \quad (31)$$

$$\varphi_{2k+2} < \varphi < \varphi_{2k+3},$$

если  $\bar{\Omega} > \sin \varphi$  (этапы торможения);  $k = 0, 1, 2, \dots$

Моменты перехода от разгона к торможению ( $\varphi_{\text{чет}}$ ) и обратно ( $\varphi_{\text{нечет}}$ ) определяются из рекуррентной последовательности трансцендентных уравнений

$$\sin \varphi_{2k+1} + j^{-1} (1 + \mu_1 m_1) (\varphi_{2k+2} - \varphi_{2k+1}) = \sin \varphi_{2k+2}, \quad (32)$$

$$\sin \varphi_{2k+2} - j^{-1} (1 - \mu_1 m_1) (\varphi_{2k+3} - \varphi_{2k+2}) = \sin \varphi_{2k+3},$$

следующей из (27).

Разрешая уравнения (32) последовательно для  $k = 0, 1, 2, \dots$ , определяем границы этапов ускорения ( $\varphi_1 = 0, \varphi_2, \varphi_3, \varphi_4, \varphi_5, \varphi_6, \dots$ ). Внутри каждого из них  $\Omega$  определяется на основании (30). Между этими интервалами, т. е. на  $(\varphi_2, \varphi_3), (\varphi_4, \varphi_5), \dots$ , имеем интервалы торможения, на которых  $\bar{\Omega}$  определяется формулами (31). Правильное чередование интервалов двух типов гарантируется условием

$$0 < m < 1, \quad \text{или} \quad 0 < M < M_{\max}. \quad (33)$$

Переходные режимы ненагруженного и нагруженного двигателя представлены на рис. 4.

Для больших  $\varphi$ , как видно из рис. 4, графики становятся периодическими, т. е. угловая скорость ротора становится периодической. Для исследования периодического режима предположим, что существуют пределы

$$\theta_1 = \lim_{k \rightarrow \infty} (\varphi_{2k+1} - 2k\pi), \quad \theta_2 = \lim_{k \rightarrow \infty} (\varphi_{2k+2} - 2k\pi). \quad (34)$$

Переходя к пределу при  $k \rightarrow \infty$ , из (32) получим уравнения, определяющие  $\theta_1$  и  $\theta_2$ . После преобразований эти уравнения могут быть записаны в виде

$$\sin \theta_2 - \sin \theta_1 = j^{-1} (1 + \mu_1 m_1) (\theta_2 - \theta_1), \quad (35)$$

$$\theta_2 - \theta_1 = \pi (1 - \mu_1 m_1)$$

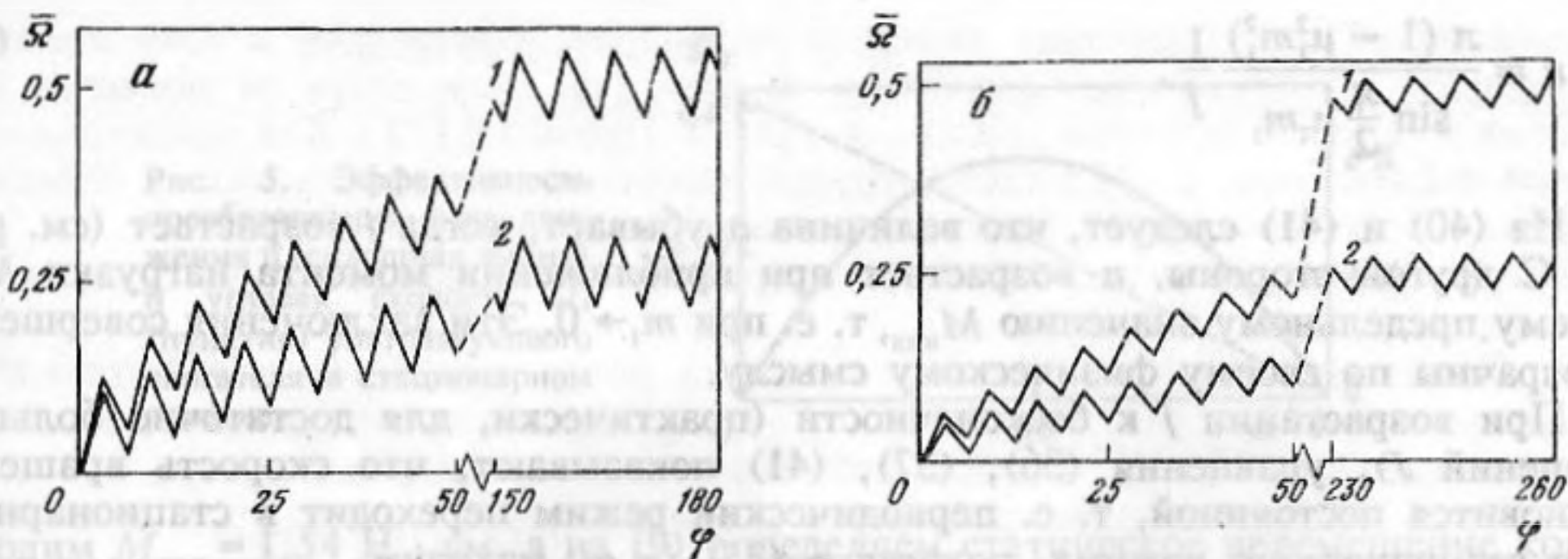


Рис. 4. Переходные режимы двигателя, а —  $j=32,5$ ; б —  $j=65$ . 1 —  $m=0$ ; 2 —  $\tilde{m}=0,5$

и явные выражения для  $\theta_1$  и  $\theta_2$  легко отыскиваются. Скорость вращения ротора дается формулами, получаемыми из (30):

$$\bar{\Omega}(\theta) = \sin \theta_1 + j^{-1} (1 + \mu_1 m_1) (\theta - \theta_1) < \sin \theta, \quad (36)$$

$$\theta_1 < \theta < \theta_2,$$

$$\bar{\Omega}(\theta) = \sin \theta_2 - j^{-1} (1 - \mu_1 m_1) (\theta - \theta_2) > \sin \theta, \quad (37)$$

$$\theta_2 < \theta < 2\pi + \theta_1$$

на этапах разгона и торможения соответственно (рис. 3, в, г).

Условия вещественной разрешимости уравнений (35) и удовлетворения неравенств в (36), (37) накладывают ограничение на безразмерный момент инерции ротора:

$$j > (1 - \gamma_1) \left[ 1 + \pi (1 + \gamma_1) \operatorname{tg} \gamma_2 + \frac{\pi^2 (1 + \gamma_1^2)}{4 \cos^2 \gamma_2} \right]^{1/2} (\cos \gamma_2)^{-1}, \quad (38)$$

где  $\gamma_1 = \mu_1 m_1$  и  $\gamma_2 = (\pi/2)\gamma_1$ .

Функция в правой части (38) ограничена и грубая оценка для  $\mu_1 = 0,346$  показывает, что она не превосходит значения 3,1. Таким образом, для  $j > 3,1$  (что выполняется для практических значений параметров двигателя) это неравенство выполняется.

С физической точки зрения, неравенство (38) означает, что в случае его нарушения, т. е. для слишком легких роторов, ультразвуковой двигатель не может работать стабильно и переходной процесс никогда не перейдет в какой-либо периодический режим.

Для периодического режима можно ввести понятия средней скорости вращения,

$$\bar{\Omega}_m \equiv \frac{1}{2\pi} \int_{\theta_1}^{2\pi+\theta_1} \bar{\Omega}(\theta) d\theta = \left[ 1 - \left( \frac{\pi}{2j} \frac{1 - \gamma_1^2}{\cos \gamma_2} \right)^2 \right]^{1/2} \sin \gamma_2, \quad (39)$$

где использованы уравнения (36), (37), а также степени неравномерности угловой скорости:

$$n \equiv \frac{\Omega_{\max} - \Omega_{\min}}{\Omega_{\max}} = \frac{\bar{\Omega}(\theta_2) - \bar{\Omega}(\theta_1)}{\bar{\Omega}(\theta_2)} = \frac{\pi (1 - \gamma_1^2)}{\sin \gamma_2}. \quad (40)$$

Для больших значений  $j$  вместо (40) можно использовать асимптотическое приближение

$$n \approx \frac{\pi (1 - \mu_1^2 m_1^2)}{\sin \frac{\pi}{2} \mu_1 m_1} \frac{1}{j}. \quad (41)$$

Из (40) и (41) следует, что величина  $n$  убывает, когда  $j$  возрастает (см. рис. 4). С другой стороны,  $n$  возрастает при приближении момента нагрузки  $M$  к своему предельному значению  $M_{\max}$ , т. е. при  $m_1 \rightarrow 0$ . Эти заключения совершенно прозрачны по своему физическому смыслу.

При возрастании  $j$  к бесконечности (практически, для достаточно больших значений  $J$ ), уравнения (36), (37), (41) показывают, что скорость вращения становится постоянной, т. е. периодический режим переходит в стационарный. Для стационарного режима, полагая в (35)  $j = \infty$ , находим

$$\theta_1 = \pi - \theta_2 = \gamma_2, \quad (42)$$

а безразмерная постоянная скорость вращения равна

$$\bar{\Omega}_s = \bar{\Omega}_m = \sin \gamma_2. \quad (43)$$

С использованием размерных величин выразим  $\Omega_s$  через параметры двигателя явным образом:

$$\Omega_s = \frac{\omega a \cos^2 \alpha}{R \sin \alpha} \sin \left[ \frac{\pi}{2} \mu \operatorname{ctg} \alpha \left( 1 - \frac{M}{M_{\max}} \right) \right]. \quad (44)$$

Из последней формулы видно, что  $\Omega_s$  убывает от своего максимального значения до нуля при возрастании  $M$  от нуля до  $M_{\max}$ . Отсюда следует, что величина  $M_{\max}$ , введенная формулой (29), действительно является максимально допустимым моментом нагрузки. Также в соответствии с (39) лишь для  $M < M_{\max}$  будем иметь  $\bar{\Omega}_m > 0$  для конечных значений  $j$  в периодическом режиме.

Рассмотрим характеристику эффективности преобразования возвратно-поступательного движения конца стержня в однонаправленное вращение (это не есть полный к.п.д. ультразвукового двигателя), равную отношению

$$\eta = \left( M \Omega_s \frac{2\pi}{\omega} \right) / \int_{\theta_1/\omega}^{(2\pi+\theta_1)/\omega} F(t) [V_T(t) - R \Omega_s] dt. \quad (45)$$

Путем подстановки (16), (17), (26) и (44) в (45) после необходимых преобразований получим

$$\eta = \frac{m \gamma_3 \sin \gamma_2}{(\gamma_2 - \gamma_3) \sin \gamma_2 + \cos \gamma_2}, \quad (46)$$

где  $\gamma_3 = (\pi/2)\mu_1$ . Зависимости  $\bar{\Omega}_s$  и  $\eta$  от характеристики нагруженности двигателя  $m$  изображены на рис. 5.

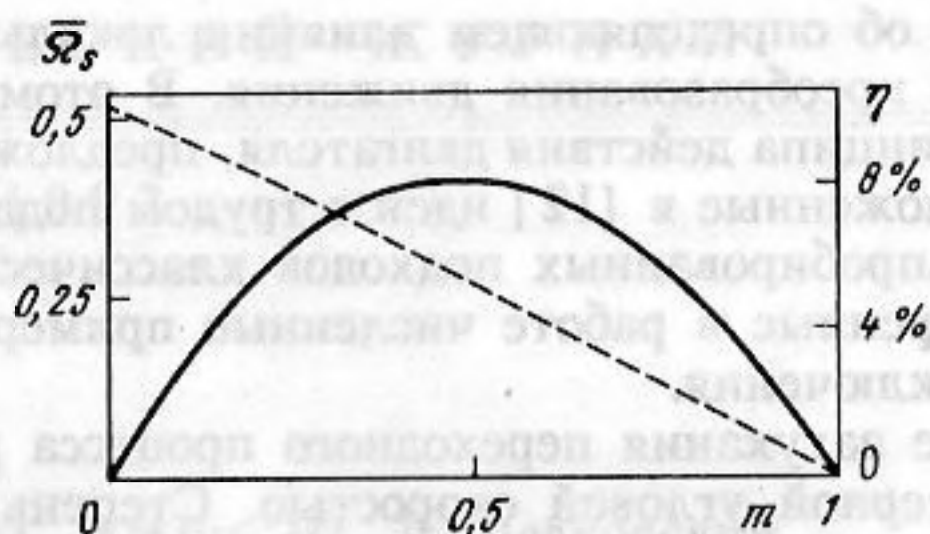
Для численного примера выбран ультразвуковой двигатель со стальным стержнем ( $\rho = 7,8 \cdot 10^3$  кг/м<sup>3</sup>,  $E = 2,2 \cdot 10^{11}$  Н/м<sup>2</sup>), имеющим следующие размеры:  $h = 2$  мм,  $b = 5$  мм,  $L = 20$  мм. Наинизшая собственная частота изгибных колебаний стержня, защемленного на одном конце и свободно опертого на другом, равна  $\Omega_1 = (3,927/L)^2 (EI/\rho S)^{1/2} = 118,2 \cdot 10^3$  рад/с. Частота возбуждения выбрана равной  $\Omega = 62,8 \cdot 10^3$  рад/с. На этой частоте напряженно-деформированное состояние стержня изменяется во времени квазистатически.

Стальной ротор двигателя имеет толщину  $H = 2,5$  мм и радиус  $R = 20$  мм. Его масса равна  $\rho \pi R^2 H = 24,5$  г, а момент инерции  $J = \rho \pi R^4 H / 2 = 49$  г·см<sup>2</sup>.

Коэффициент сухого трения  $\mu$  принят равным 0,2, а угол  $\alpha$  равен 30°, так что  $\mu_1 = 0,346$ .

Для выбранных значений  $\mu_1$ ,  $R$ ,  $\alpha$  и  $N_0 = 1$  кГ = 9,81 Н, на основании (29)

Рис. 5. Эффективность преобразования типа движения  $\eta$  (сплошная линия) и угловая скорость  $\bar{\Omega}_s$  (пунктир) ультразвукового двигателя в стационарном режиме



находим  $M_{\max} = 1,54 \text{ Н} \cdot \text{см}$ , а из (9) определяем статическое перемещение конца стержня  $\delta = 8,9 \text{ мкм}$ .

Задавая  $\alpha = 2 \text{ мкм}$ , мы удовлетворим неравенству (18). При этом угловая скорость ротора в стационарном режиме (44) оказалась равной  $4,87 \text{ рад/с}$  для  $m = 0$  и  $2,4 \text{ рад/с}$  для  $m = 0,5$ .

Безразмерный момент инерции ротора, определяемый из (28), в нашем случае равен  $j = 65$  (неравенство (38) удовлетворяется). Таким образом, графики на рис. 4 соответствуют данному значению  $j$  и вдвое меньшему значению  $j = 32,5$ . Значения параметра  $m$  на рис. 4 взяты равными  $m = 0$  (ненагруженный двигатель) и  $m = 0,5$ , для которого эффективность максимальна (рис. 5). Отметим, что малые значения эффективности ( $< 8\%$ ) являются типичными для двигателей, работающих в условиях скольжения [3].

С целью оценки правдоподобности разработанной модели и полученных на ее основе результатов вернемся к предположениям, использованным при ее построении. Третье из этих предположений позволило разбить решение задачи на два этапа. На первом мы нашли касательную силу  $F(t)$ , действующую на ротор со стороны стержня. На втором этапе неявное выражение для  $F$  было использовано в уравнении вращения ротора (25). Вследствие упомянутого предположения сила  $F$  оказывается разрывной (см. (26), рис. 3, б, г) и, в свою очередь, графики угловой скорости ротора имеют изломы.

Не вызывает сомнения тот факт, что в действительности касательные силы изменяются непрерывно, а угловая скорость вращения есть гладкая кривая. Сила  $F$  претерпевает непрерывные изменения на интервалах сцепления, окружающих точки «переключения»  $F(t)$  в рамках предложенной модели (рис. 3, б, г). Аналогичным образом сглаживаются кривые  $\Omega(t)$  на рис. 3, 4. Однако, когда  $\mu_1$  значительно меньше единицы, интервалы сцепления являются относительно узкими и наличие их не влечет за собой заметных изменений импульса  $F(t)$ , определяющего скорость вращения ротора.

Сцепление между концом стержня и ротором подлежит учету в случаях  $\mu_1 \approx 1$  или  $\mu_1 > 1$ , что имеет место для малых углов  $\alpha$ . Здесь контактная сила определяется совместно с движением ротора исходя из кинематических условий контакта. Автор не видит принципиальных трудностей в построении усовершенствованной модели ультразвукового двигателя рассматриваемого типа, учитывающей сцепление в течение конечных (заранее неизвестных) промежутков времени. Качественно полученные на основании такой модели результаты будут подобны описанным выше, но вычисление количественных характеристик потребует разработки громоздких вычислительных процедур.

Разработанный подход утрачивает силу в случае, когда двигатель работает в условиях отрыва конца стержня от ротора [1].

**Выводы.** В данной работе построена простая механическая модель ультразвукового двигателя с фрикционным преобразованием типа движения и определена область ее применимости. Данная модель является замкнутой, т. е. позволяет найти все количественные характеристики двигателя, включая те из них, которые не обсуждались в известных публикациях (например, неравномерность скорости вращения ротора). Данная модель не использует не всегда обоснованного пред-

положения об определяющем влиянии локальных деформаций в зоне контакта на процесс преобразования движения. В этом она отличается от попытки объяснения принципа действия двигателя, предложенного в [12]. Как представляется автору, изложенные в [12] идеи с трудом поддаются количественному описанию в рамках апробированных подходов классической механики.

Рассмотренные в работе численные примеры дают возможность сделать следующие заключения.

1. После затухания переходного процесса ротор вращается однонаправленно с неравномерной угловой скоростью. Степень неравномерности для достаточно тяжелых роторов обратно пропорциональна моменту инерции ротора.

2. К.п.д. двигателя в режиме скольжения довольно мал ( $< 8\%$ ), причем он максимален при значении момента нагрузки, составляющем половину от максимального момента.

3. Максимальный момент нагрузки пропорционален радиусу и силе первоначального прижатия стержня к ротору.

4. Скорость вращения зависит от параметров возбуждения и характеристик ротора. Она убывает с увеличением момента нагрузки.

Полученные результаты качественно согласуются с экспериментальными данными, представленными в [2—5, 12] для ультразвуковых двигателей различных типов.

#### СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. *Fleisher M., Stein D., Meixner H.* Ultrasonic motor with longitudinally oscillating, amplitude-transforming resonator//IEEE Trans. Ultrason. Ferroelec. Freq. Contr. 1989. V. 36. P. 607—613.
2. *Kamano T., Suzuki T., Otoi E.* Characteristics and model of ultrasonic motor//Jap. J. Appl. Phys. 1988. V. 27. Suppl. 27—1. P. 189—191.
3. *Kurosawa M., Nakamura K., Okamoto T., Ueha S.* An ultrasonic motor using bending vibrations of a short cylinder//IEEE Trans. Ultrason. Ferroelec. Freq. Contr. 1989. V. 36. P. 517—521.
4. *Kurosawa M., Ueha S.* Efficiency of ultrasonic motor using travelling wave//J. Acoust. Soc. Japan. 1988. V. 44. P. 40—46.
5. *Nakamura K., Kurosawa M., Ueha S.* Characteristics of a hybrid transducer-type ultrasonic motor//IEEE Trans. Ultrason. Ferroelec. Freq. Contr. 1989. V. 38. P. 188—193.
6. *Suzuki T., Kamano T., Kazuhara T.* Modelling of progressive wave type ultrasonic motor//Jap. J. Appl. Phys. 1990. V. 29. Suppl. 29—1. P. 194—196.
7. *Takano T., Tomikawa Y., Ogasawara T., Sugawara S., Konno M.* Ultrasonic motors using piezoelectric ceramic multimode vibrators//IEEE Trans. Ultrason. Ferroelec. Freq. Contr. 1990. V. 37. P. 224—229.
8. *Tomikawa Y.* Ultrasonic functional devices//J. Acoust. Soc. Japan. 1991. V. 47. P. 206—212.
9. *Ueha S.* Present status of ultrasonic motors//Proc. IEEE 1989 Ultrason. Symp. V. 2. P. 749—753.
10. *Доннелл Л. Г.* Балки, пластины и оболочки. М.: Наука, 1982. 567 с.
11. *Джонсон К. Л.* Механика контактного взаимодействия. М.: Мир, 1989. 509 с.
12. *Лавриненко В. В., Карташев И. А., Вишневецкий В. С.* Пьезоэлектрические двигатели. М.: Энергия, 1980. С. 23—24.

Киевский университет  
им. Тараса Шевченко

Поступила в редакцию  
26.06.92

O. Yu. Zharii

#### MODEL OF ULTRASONIC MOTOR WITH FRICTIONAL TRANSFORMATION OF MOTION IN SLIP REGIME

A simple mechanical model of a mode conversion ultrasonic motor is proposed. It is revealed that vibrational motion of the beam tip is transformed into unidirectional rotation of a rotor due to the dependence of frictional force magnitude on the slip direction. The developed model allows to investigate the motor behaviour in the transient, periodic and stationary modes of operation and to study the influence of the motor parameters on the maximum torque, revolution velocity, efficiency, etc.