АКУСТИЧЕСКИЙ ЖУРНАЛ

Том 39 1993 Вып. 3

УДК 534.21

 О. А. Обрезанова, В. С. Рабинович

АКУСТИЧЕСКОЕ ПОЛЕ ИСТОЧНИКА, ДВИЖУЩЕГОСЯ ПО ПОВЕРХНОСТИ СЛОИСТОГО ВОЛНОВОДА

Рассмотрена задача о нахождении дальнего акустического поля источника, неравномерно движущегося по поверхности слоистого волновода. Использован метод, позволяющий по асимптотике функции Грина стационарной задачи найти асимптотику поля движущегося источника при больших временах и на больших расстояниях. Найденные асимптотические формулы являются равномерными в окрестностях критических частот.

Волновод представляет собой стратифицированный слой жидкости толщины H, характеризуемый скоростью звука $C_0(z)$ и постоянной плотностью ρ, лежащий на жидком однородном полупространстве со скоростью звука C_1 и плотностью ρ_1, причем $C_0(z) \leq C_1$, $\rho \leq \rho_1$.

Акустическое поле создается узкополосным точечным источником давления, неравномерно движущимся по поверхности волновода с дозвуковой скоростью и малым ускорением.

Исследуемая задача является приближенной моделью во многих ситуациях. Отметим две из них.

1. Задача об акустическом поле гармонического источника нормального напряжения, движущегося по поверхности упругого слоя (льда), покрывающего жидкость. При условии, что $\omega_0 h \ll \omega_0 H$, где h — толщина упругого слоя, ω_0 — несущая частота источника, упругий слой моделируется слоем жидкости (см. [1]).

2. Задача об акустических колебаниях, возбуждаемых корпусом судна, движущегося по поверхности жидкости.

Как оказалось при последующем анализе, описанная в работе задача является предельной для задачи об акустическом поле, создаваемом вертикальным диполем, движущимся внутри жидкости, когда глубина его погружения стремится к нулю.

Ранее в работах [2—7] рассматривалась задача расчета акустического поля источника, движущегося внутри волновода. В работе [7] был предложен метод, позволяющий по асимптотике функции Грина стационарной задачи найти асимптотику поля движущегося источника при больших временах и на больших расстояниях. Этот же подход был использован и при решении настоящей задачи, когда источник движется по поверхности слоистого волновода.

Математическая постановка задачи следующая. Горизонтальные переменные обозначены через $\mathrm{x} = (x_1, x_2)$, а вертикальная — через $z (0 \leq z < \infty)$. Акустическое давление $P(t, \mathrm{x}, z)$ удовлетворяет волновому уравнению и граничным условиям:

$$C^{-2}(z)\,\frac{\partial^2 P(t, \mathrm{x}, z)}{\partial t^2} - \Delta_x P(t, \mathrm{x}, z) - \frac{\partial^2 P(t, \mathrm{x}, z)}{\partial z^2} = 0, \quad z \in (0, \infty)$$

$$P(t, \mathrm{x}, 0) = \exp(-i\omega_0 t)\, A(t)\, \delta(\mathrm{x} - \mathrm{x}_0(t)),$$

$$P(t, \mathrm{x}, H - 0) = P(t, \mathrm{x}, H + 0),$$

$$\rho^{-1} P'_z(t, \mathrm{x}, H - 0) = \rho_1^{-1} P'_z(t, \mathrm{x}, H + 0),$$

где $C(z) = \begin{cases} C_0(z), & 0 \le z \le H, \\ C_1, & z > H, \end{cases}$ $\delta(\mathrm{x})$ — дельта-функция Дирака, ω_0 — несущая частота источника, $A(t)$ — амплитуда источника, $x_0(t)$ — вектор-функция, задающая закон движения источника. Узкополосность амплитуды и малость ускорения характеризуется малым параметром $\varepsilon(0 < \varepsilon < 1)$, следующим образом: $A(t) = a(\varepsilon t)$, $\mathrm{x}_0(t) = \mathrm{y}_0(\varepsilon t)/\varepsilon$, где $a(t)$, $\mathrm{y}_0(t)$ достаточно гладкие функции, причем $a(t)$ ограничена на $(-\infty, +\infty)$ вместе со всеми производными.

Выбор единственного решения задачи обеспечивается подходящим выбором функции Грина стационарной задачи на частоте $\omega > 0$.

С помощью теории вычетов получено представление функции Грина стационарной задачи в виде суммы мод и боковой волны:

$$G(\omega, |\mathrm{x}|, z) = \frac{i}{4\rho} \sum_{j=1}^{M} \frac{g(z, \omega, \alpha_j)\, H_0^{(1)}((\omega^2/C_1^2 - \alpha_j^2)^{1/2} |\mathrm{x}|)}{\|g(z, \omega, \alpha_j)\|^2} +$$

$$+ \frac{i}{4\rho_0} \int_0^{\infty} \frac{g(z, \omega, \alpha)\, H_0^{(1)}((\omega^2/C^2 - \alpha^2)^{1/2} |\mathrm{x}|)}{N^2(\omega, \alpha)} d\alpha,$$

где $g(z, \omega, \alpha_j)$ — собственная функция вертикальной задачи Штурма — Лиувилля, соответствующая собственному значению α_j^2, $g(z, \omega, \alpha)$ — обобщенная собственная функция этой задачи (см. [8]) $N(\omega, \alpha)$ — некоторый нормирующий множитель, $\|g(z, \omega, \alpha_j)\|$ — норма в пространстве с весом $L_2(R^+, \rho^{-1})$.

Для акустического давления, которое создается движущимся по поверхности источником, получено интегральное представление через функцию Грина стационарной задачи

$$P(T/\varepsilon, \mathrm{y}/\varepsilon, z) = \frac{1}{2\varepsilon\pi} \int_{-\infty}^{\infty}\int_{-\infty}^{\infty} G(\omega, |\mathrm{y} - \mathrm{y}_0(\tau)|/\varepsilon, z) \times$$

$$\times a(\tau) \exp(-i(\omega(T - \tau) + \omega_0 \tau)/\varepsilon)\, d\omega d\tau,$$

где $T = \varepsilon t$, $\mathrm{y} = \varepsilon \mathrm{x}$.

Двумерным методом стационарной фазы найдены асимптотические формулы при $\varepsilon \to 0$, имеющие следующий вид. Давление представляется в виде суммы мод и боковой волны:

$$P(t, \mathrm{x}, z) = \sum_{j=1}^{\infty} P^j(t, \mathrm{x}, z) + P^0(t, \mathrm{x}, z);$$

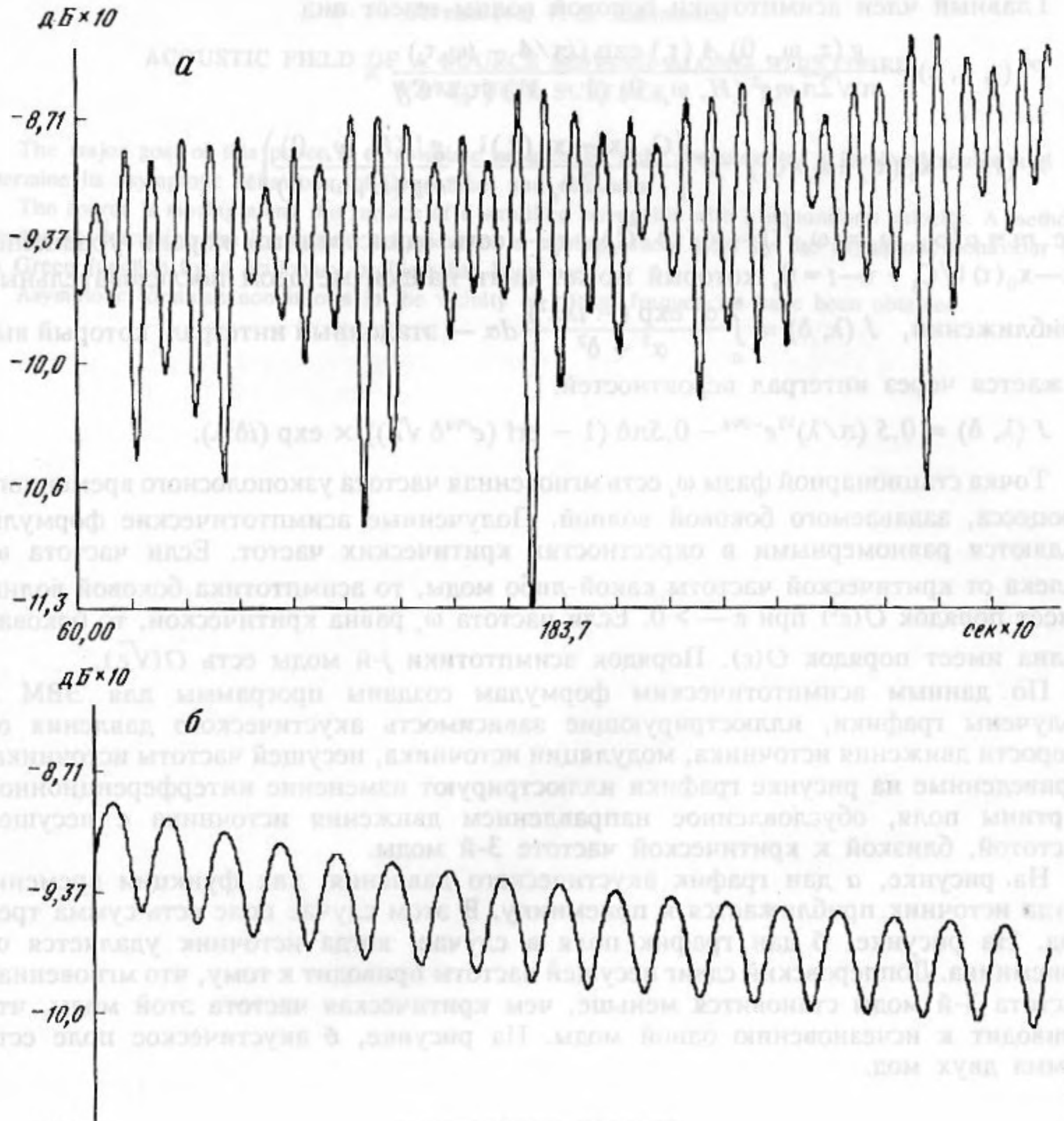
$$P^j(t, \mathrm{x}, z) = \frac{g(z, \omega_j, \alpha_j)\, A(\tau_j)\, |\det S_j''(\omega_j, \tau_j)|^{-1/2}}{\rho\sqrt{8\pi}\, \|g(z, \omega_j, \alpha_j)\|^2 (\varkappa_j(\omega_j) |\mathrm{x} - \mathrm{x}_0(\tau_j)|)^{1/2}} \times$$

$$\times \exp(iS_j(\omega_j, \tau_j) + i\pi/4)(1 + O(\varepsilon)),$$

где $S_j(\omega_j, \tau_j) = \varkappa_j(\omega_j) |x - x_0(\tau_j)| + \omega_j(\tau_j - t) - \omega_0 \tau_j$ — фазовая функция, $S_j''(\omega_j, \tau_j)$ — матрица Гесса фазовой функции, (ω_j, τ_j) находятся из системы уравнений:

$$\begin{cases} \tau - t + \dfrac{|\mathrm{x} - \mathrm{x}_0(\tau)|}{U_j(\omega)} = 0, \\ \omega - \omega_0 - \varkappa_j(\omega) V_n(\tau) = 0, \end{cases}$$

которая при некоторых естественных условиях имеет единственное решение. Это решение можно найти методом последовательных приближений. Здесь $\varkappa_j(\omega) = (\omega^2/C_1^2 - \alpha_j^2)^{1/2}$ — волновые числа, $U_j(\omega)$ — групповая скорость j-й моды, $V_n(\tau)$ — величина проекции вектора скорости в момент времени τ на горизонтальную проекцию вектора, соединяющего движущийся источник с приемником.



Зависимость акустического давления в точке (x, z) от времени; $H = 200$ м; $\rho = 1$; $\rho_1 = 2{,}5$; $A(t) = 1$; $\omega_0 = 93$ Гц;

$$C(z) = \begin{cases} 1520 \text{ м/с}, & 0 < z < 100 \text{ м}, \\ 1530 \text{ м/с}, & 100 \text{ м} < z < 200 \text{ м}, \\ 2000 \text{ м/с}, & z > 200 \text{ м}. \end{cases}$$

$x_0(t) = (Vt,\ 0)$; $V = 10$ м/с; $z = 200$ м; *а* — $x = (36750$ м, $0)$; *б* — $x = (0{,}0)$

Точка стационарной фазы ω_j есть мгновенная частота узкополосного временного процесса, задаваемого j-й модой, что позволяет находить модовый доплеровский сдвиг несущей частоты, который определяется формулой $\varkappa_j(\omega_j)V(\tau_j)$. Очевидно, что при удалении источника от приемника, мгновенная частота моды будет меньше, чем несущая частота источника, а в случае приближения источника, мгновенная частота моды будет больше, чем несущая частота. На частотах ω_0, близких к критическим, доплеровский сдвиг частоты может привести к исчезновению или появлению моды.

Главный член асимптотики боковой волны имеет вид

$$P^0(t, \mathbf{x}, z) \sim \frac{g(z, \omega_s, 0)\, A(\tau_s) \exp(i\pi/4 - i\omega_0\tau_s)}{\pi\sqrt{2\pi}\, m g^2(H, \omega_s, 0)\,(1 - V_n)(\tau_s)/C_1} \times$$

$$\times\, (|\mathbf{x} - \mathbf{x}_0(\tau_s)|\,\omega_s/C_1)^{-1/2} J\left(\frac{C_1\,|\mathbf{x} - \mathbf{x}_0(\tau_s)|}{2\omega_s}, \frac{g_z'(H, \omega_s, 0)}{m g(H, \omega_s, 0)}\right),$$

где $m = \rho/\rho_1$, $\omega_s = \omega_0/(1 - V_n(\tau_s)/C_1)$, τ_s — есть единственный корень уравнения $|\mathbf{x} - \mathbf{x}_0(\tau)|/C_1 + \tau - t = 0$, который может быть найден методом последовательных приближений, $J(\lambda, \delta) = \int\limits_0^\infty \frac{\alpha^2 \exp(-i\lambda\alpha^2)}{\alpha^2 + \delta^2}\, d\alpha$ — эталонный интеграл, который выражается через интеграл вероятностей:

$$J(\lambda, \delta) = 0{,}5\,(\pi/\lambda)^{1/2} e^{-i\pi/4} - 0{,}5\pi\delta\,(1 - \operatorname{erf}(e^{i\pi/4}\delta\sqrt{\lambda})) \times \exp(i\delta^2\lambda).$$

Точка стационарной фазы ω_s есть мгновенная частота узкополосного временного процесса, задаваемого боковой волной. Полученные асимптотические формулы являются равномерными в окрестностях критических частот. Если частота ω_s далека от критической частоты какой-либо моды, то асимптотика боковой волны имеет порядок $O(\varepsilon^2)$ при $\varepsilon \to 0$. Если частота ω_s равна критической, то боковая волна имеет порядок $O(\varepsilon)$. Порядок асимптотики j-й моды есть $O(\sqrt{\varepsilon})$.

По данным асимптотическим формулам созданы программы для ЭВМ и получены графики, иллюстрирующие зависимость акустического давления от скорости движения источника, модуляции источника, несущей частоты источника. Приведенные на рисунке графики иллюстрируют изменение интерференционной картины поля, обусловленное направлением движения источника с несущей частотой, близкой к критической частоте 3-й моды.

На рисунке, *а* дан график акустического давления, как функции времени, когда источник приближается к приемнику. В этом случае поле есть сумма трех мод. На рисунке, *б* дан график поля в случае, когда источник удаляется от приемника. Доплеровский сдвиг несущей частоты приводит к тому, что мгновенная частота 3-й моды становится меньше, чем критическая частота этой моды, что приводит к исчезновению одной моды. На рисунке, *б* акустическое поле есть сумма двух мод.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. *Ковалев А. Н., Ривелис Е. А., Эдельштейн С. Л.* Влияние параметров гидроакустического волновода на коэффициенты затухания мод//Акуст. журн. 1987. Т. 33. Вып. 1. С. 132—134.
2. *Рабинович В. С., Ривелис Е. А., Хоха Ю. В.* Об акустическом поле источника, движущегося в неоднородном акустическом волноводе. М.: Волны и дифракция-90. 1990. Т. 1. С. 163—166.
3. *Олифер А. В., Сойбельман Я. С.* Горизонтальные лучи и вертикальные параболические уравнения в задаче о поле движущегося узкополосного источника звука в мелком море//Математические методы прикладной акустики. Ростов н/Д: Изд. Ростовского университета, 1990. С. 100—115.
4. *Hawker K.* A normal mode theory of acoustic doppler effects in the oceanic waveguide//J. Acoust. Soc. Amer. 1979. V. 65. № 3. P. 675—681.
5. *Ривелис Е. А., Хоха Ю. В., Фрейман М. Е.* Акустическое поле движущегося узкополосного источника в волноводе//Математические методы прикладной акустики. Ростов н/Д: Изд. Ростовского университета, 1987. С. 113—118.
6. *Булдырев В. С.* Звуковое поле источника, движущегося в неоднородном слое, лежащем на однородном полупространстве//Зап. научн. сем. ЛОМИ. 1986. Т. 156. С. 35—48.
7. *Ильичев В. И., Рабинович В. С., Ривелис Е. А., Хоха Ю. В.* Об акустическом поле движущегося узкополосного источника в океанических волноводах//Докл. АН СССР. 1989. Т. 304. № 5. С. 1123—1127.
8. *Березин Ф. А., Шубин М. А.* Уравнение Шредингера. М.: Изд-во МГУ, 1983. С. 324—338.

Ростовский государственный университет

Поступила в редакцию 26.02.92

После исправления 16.10.92

O. A. Obrezanova, V. S. Rabinovich

ACOUSTIC FIELD OF A SOURCE MOVING ALONG STRATIFIED WAVEGUIDE SURFACE

The major goal of this paper is to calculate an acoustic field produced by a localized source and to determine its asymptotic behaviour for large times and distances.

The source is moving along the surface of a stratified waveguide with a nonuniform velocity. A method allowing to determine the asymptotic behaviour of a moving source field by the asymptotic behaviour of the Green function for a stationary problem has been used.

Asymptotic formulae nonuniform in the vicinity of critical frequencies have been obtained.