АКУСТИЧЕСКИЙ ЖУРНАЛ

Том 39 1993 Вып. 3

УДК 534.222.1 : 551.463.256 : 551.596.1

© 1993 г. В. Е. Осташев

О ДИСКРЕТНОМ СПЕКТРЕ ЗВУКОВОГО ПОЛЯ В СТРАТИФИЦИРОВАННОЙ ДВИЖУЩЕЙ СРЕДЕ

Вычислена асимптотика дискретного спектра звукового поля точечного источника в стратифицированной движущейся среде. Проведено сравнение дискретных спектров поля, полученных в настоящей и предшествующих ей работах.

В последнее время при вычислении звуковых полей в стратифицированных движущихся средах (в атмосфере и океане) достаточно широко [1—9] стал применяться подход, основанный на выделении дискретного спектра p_d или волноводной части поля точечного источника. Настоящая статья посвящена развитию метода вычисления p_d, предложенного в [7] для нахождения волноводной части поля, и сравнению результатов, полученных в работах [1—10]. Отметим, что сравнение результатов некоторых из этих работ уже проводилось в статьях [11, 12], однако не со всеми выводами этих статей можно согласиться.

Пусть точечный источник звука частоты ω расположен в точке ($x=0$, $y=0$, z_1) декартовой системы координат x, y, z, ось z которой направлена вертикально вверх. Будем считать, что адиабатическая скорость звука $c(z)$, плотность $\rho(z)$ и вектор скорости движения среды $\mathbf{v}(z)$, вертикальная составляющая которого равна нулю, зависят только от z. Тогда поле $p(\mathbf{r}, z)$ рассматриваемого точечного источника определяется соотношениями (см. [2, 13])

$$p(\mathbf{r}, z) = \left(\frac{\rho}{\rho_1}\right)^{1/2} \int\int d^2\varkappa \left(1 - \frac{\varkappa \mathbf{v}}{\omega}\right) e^{i\varkappa\mathbf{r}} \widetilde{p}(\varkappa, z). \tag{1}$$

Здесь $\mathbf{r} = (x, y)$, $\rho_1 = \rho(z_1)$, $\varkappa$ — горизонтальная составляющая волнового вектора, функция $\widetilde{p}(\varkappa, z)$ равна

$$\widetilde{p}(\varkappa, z) = \frac{\widetilde{p}_1(\varkappa, z_>)\, \widetilde{p}_2(\varkappa, z_<)}{\pi W(\varkappa, z_1)}, \tag{2}$$

где $z_> = \max(z_1, z)$, $z_< = \min(z_1, z)$, вронскиан $W = \widetilde{p}_1(dp_2/dz) - \widetilde{p}_2(d\widetilde{p}_1/dz)$. Функции $\widetilde{p}_1$ и $\widetilde{p}_2$ являются решениями уравнения

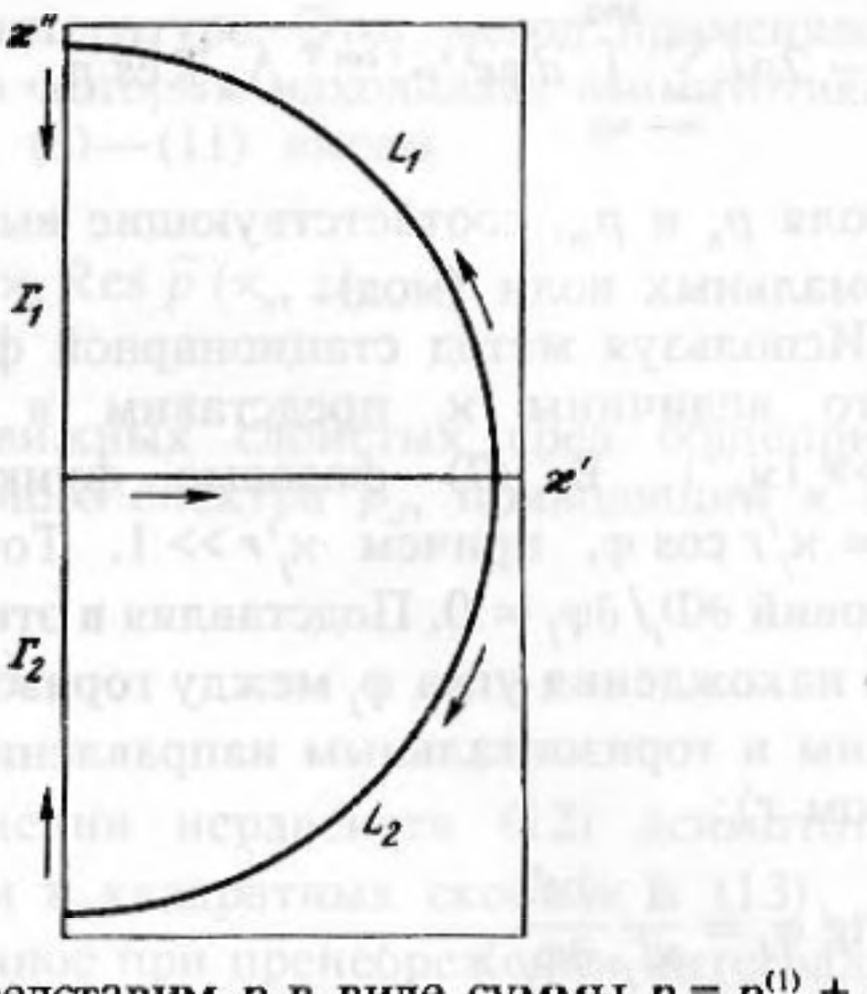
$$\frac{d^2\widetilde{p}_{1,2}}{dz^2} + \left[\frac{(\omega - \varkappa\mathbf{v})^2}{c^2} - \varkappa^2 - \frac{\varkappa\mathbf{v}''}{\omega - \varkappa\mathbf{v}} - 2\left(\frac{\varkappa\mathbf{v}'}{\omega - \varkappa\mathbf{v}}\right)^2 + \right.$$

$$\left. + \frac{\rho'}{\rho}\frac{\varkappa\mathbf{v}'}{\omega - \varkappa\mathbf{v}} + \frac{\rho''}{2\rho} - \frac{3}{4}\left(\frac{\rho'}{\rho}\right)^2\right] \widetilde{p}_{1,2} = 0 \tag{3}$$

и удозлетворяют условиям излучения или граничным условиям соответственно при $z > z_1$ и $z < z_1$. В (3) штрих над ρ и $\mathbf{v}$ означает производную по z. В соотношениях (1) и (3) считаем, что $\omega \neq \varkappa\mathbf{v}$.

Обозначим через φ угол между векторами $\varkappa$ и $\mathbf{r}$, а через $\psi(z)$ — угол между $\mathbf{v}(r)$ и $\mathbf{r}$. Переходя в (1) к интегрированию по $\varkappa$ и ψ, получаем

$$p = \int_{-\pi/2}^{3\pi/2} d\varphi \int_0^\infty d\varkappa e^{i\varkappa r\cos\varphi}\, \Lambda(\varkappa, \varphi, z)\, \widetilde{p}(\varkappa, \varphi, z), \tag{4}$$



Контуры интегрирования на комплексной плоскости. Стрелками указано направление обхода контуров при интегрировании

где $\Lambda = \varkappa(\rho/\rho_1)^{1/2}\ [1 - \varkappa v \cos(\varphi - \psi)/\omega]$. Представим p в виде суммы $p = p^{(1)} + p^{(2)}$, где $p^{(1)}$ и $p^{(2)}$ определяются выражением (4), в котором интегрирование по ψ осуществляется соответственно в пределах $-\pi/2 \le \varphi \le \pi/2$ и $\pi/2 \le \varphi \le 3\pi/2$. Обозначим через I интеграл по $\varkappa$ в (4). Рассмотрим комплексную плоскость $\varkappa$, где $\varkappa = \varkappa' + i\varkappa''$, в которой этот интеграл вычисляется вдоль действительной полуоси. Если ввести малое поглощение в среде, то полюса подынтегрального выражения сместятся с пути интегрирования в первый или четвертый квадранты комплексной плоскости.

При вычислении $p^{(1)}$ дополним I интегралом по части бесконечно удаленной окружности L_1 и интегралом по мнимой полуоси Γ_1 положительных значений $\varkappa''$, а при вычислении $p^{(2)}$ — интегралом по части бесконечно удаленной окружности L_2 и интегралом по мнимой полуоси Γ_2 отрицательных значений $\varkappa''$ (см. рисунок). Используя теорему о вычетах, выразим I через эти интегралы, а также через интегралы по берегам B_1 и B_2 возможных разрезов и сумму вычетов. Подставляя значения I в выражения для полей $p^{(1)}$ и $p^{(2)}$, суммируя эти поля и учитывая, что интегралы по L_1 и L_2 равны нулю, находим

$$p = \int\limits_{-\pi/2}^{\pi/2} d\varphi \left\{ 2\pi i \sum_n e^{i\varkappa_n r\cos\varphi}\, \Lambda_n \operatorname{Res} \widetilde{p}_n - \left(\int\limits_{\Gamma_1} + \int\limits_{B_1} \right) d\varkappa e^{i\varkappa r\cos\varphi}\, \Lambda \widetilde{p} \right\} -$$

$$- \int\limits_{\pi/2}^{3\pi/2} d\varphi \left\{ 2\pi i \sum_m e^{i\varkappa_m r\cos\varphi}\, \Lambda_m \operatorname{Res} \widetilde{p}_m + \left(\int\limits_{\Gamma_2} + \int\limits_{B_2} \right) d\varkappa e^{i\varkappa r\cos\varphi}\, \Lambda \widetilde{p} \right\}. \tag{5}$$

Здесь суммы берутся по всем полюсам $\varkappa_n$ и $\varkappa_m$ функции $\widetilde{p}$ соответственно в первом и четвертом квадрантах комплексной плоскости, $\Lambda_j = \Lambda(\varkappa_j, \varphi, z)$, где индекс j принимает значения индексов n и m, $\operatorname{Res}\widetilde{p}_j = \operatorname{Res}\widetilde{p}(\varkappa_j, \varphi, z)$ — вычет $\widetilde{p}$ в точке $\varkappa_j$. Полюса $\varkappa_j$ определяются из условия

$$W(\varkappa_j, \varphi, z) = 0, \tag{6}$$

из которого следует, что в движущейся среде $\varkappa_j$ зависят от φ.

Рассмотрим слагаемые в правой части (5). Из дальнейшего следует, что при $\varkappa_j' r \gg 1$ интегралы по Γ_1 и Γ_2 не дают вклад в асимптотику дискретного спектра p_2. Интегралы по B_1 и B_2 дают вклад в непрерывный спектр поля. Сумму остальных слагаемых в (5) будем называть асимптотикой дискретного спектра p_d:

$$p_d = \sum_n p_n + \sum_m p_m = 2\pi i \sum_n \int\limits_{-\pi/2}^{\pi/2} d\varphi e^{i\varkappa_n r\cos\varphi}\, \Lambda_n \operatorname{Res} \widetilde{p}_n -$$

$$- 2\pi i \sum_m \int_{\pi/2}^{3\pi/2} d\varphi e^{i\varkappa_m r \cos\varphi} \Lambda_m \operatorname{Res} \widetilde{p}_m, \tag{7}$$

а поля p_n и p_m, соответствующие вычетам $\widetilde{p}$ в точках $\varkappa_n$ и $\varkappa_m$,— асимптотиками нормальных волн (мод).

Используя метод стационарной фазы, вычислим в (7) интегралы по φ. Для этого величины $\varkappa_j$ представим в виде $\varkappa_j = \varkappa_j' + i\varkappa_j''$ и предположим, что $\varkappa_j' \gg |\varkappa_j''|$. В (7) фазовые функции подынтегральных выражений равны $\Phi_j = \varkappa_j' r \cos\varphi$, причем $\varkappa_j' r \gg 1$. Точки стационарной фазы φ_j находятся из условий $\partial\Phi_j/\partial\varphi_j = 0$. Подставляя в эти равенства значения Φ_j, получаем уравнение для нахождения угла φ_j между горизонтальным волновым вектором $\varkappa_j$ нормальной волны и горизонтальным направлением от источника к точке наблюдения (вектором $\mathbf{r}$):

$$\operatorname{tg}\varphi_j = \frac{1}{\varkappa'_j}\frac{\partial\varkappa'_j}{\partial\varphi_j}. \tag{8}$$

Вычисляя в (7) интегралы методом стационарной фазы и ограничиваясь первым членом асимптотического ряда по малому параметру $1/\varkappa_j' r$, получаем искомое выражение для асимптотики дискретного спектра

$$p_d = i\,(2\pi)^{3/2} \sum_j e^{i\varkappa_j r\cos\varphi_j + i\pi s_j/4} \frac{\nu_j \Lambda(\varkappa_j, \varphi_j, z)}{\sqrt{J_j}} \operatorname{Res} \widetilde{p}(\varkappa_j, \varphi_j, z). \tag{9}$$

Здесь $\varkappa_j = \varkappa_j(\varphi = \varphi_j)$, сумма берется по всем полюсам функции $\widetilde{p}$ в первом и четвертом квадрантах, $\nu_j = 1$ в первом и $\nu_j = -1$ в четвертом квадрантах величины J_j и s_j равны

$$J_j = |\partial^2\Phi_j/\partial\varphi_j^2|, \quad s_j = \operatorname{sgn}(\partial^2\Phi_j/\partial\varphi_j^2), \tag{10}$$

где

$$\frac{\partial^2\Phi_j}{\partial\varphi_j^2} = -\varkappa_j' r \left[\cos\varphi_j \left(1 - \frac{1}{\varkappa_j'}\frac{\partial^2\varkappa_j'}{\partial\varphi_j^2}\right) + 2\sin\varphi_j \operatorname{tg}\varphi_j\right]. \tag{11}$$

Все моды дискретного спектра (9) экспоненциально затухают при увеличении r, так как в первом квадранте $\varkappa_n''>0$, $\cos\varphi_n>0$, а в четвертом квадранте $\varkappa_m''<0$, $\cos\varphi_m<0$. Фазовые скорости мод p_n и p_m направлены соответственно от источника и к источнику. В неподвижной среде моды p_m не удовлетворяют условию излучения. В движущейся же среде эти моды, вообще говоря, могут удовлетворять условию излучения, и их необходимо учитывать [14].

Достаточно простые соотношения (8)—(11), позволяющие описать поле в атмосферном или океаническом волноводах, а также поле в зоне тени, получены при условиях

$$\varkappa_j' r \gg 1 \text{ и } \varkappa_j' \gg |\varkappa_j''|. \tag{12}$$

При $\varkappa_j' \sim k$[1] первое из этих неравенств сводится к неравенству $r \gg \lambda$, которое выполняется уже на небольших расстояниях от источника. Второе из неравенств (12), как правило, также можно считать выполненным, поскольку при $\varkappa_j' \le |\varkappa_j''|$ моды быстро затухают при увеличении r и не дают заметного вклада в p_d.

Изложенный выше приближенный метод вычисления интегралов по $\varkappa$ в выра-

[1] Соотношение $\varkappa_j' \sim k$ справедливо не для всех мод. Однако оно, как правило, выполняется для мод, которые дают наибольший вклад в звуковое поле в атмосферном (океаническом) волноводе или в поле в зоне тени.

жениях для $p^{(1)}$ и $p^{(2)}$ хорошо известен в литературе. Этот метод применялся в первых работах (см., например, [15, 16]), в которых находилась асимптотика p_d в слоистой неподвижной среде. При $v=0$ из (8)—(11) имеем

$$p_d = i2\pi^2 \left(\frac{\rho}{\rho_1}\right)^{1/2} \sum_n \left[\sqrt{\frac{2}{\pi\varkappa_n{}'r}}\, e^{i\varkappa_n r - i\pi/4}\right] \varkappa_n \operatorname{Res} \widetilde{p}\,(\varkappa_n, z). \tag{13}$$

В настоящее время в акустике неподвижных слоистых сред общепринят другой, точный метод нахождения дискретного спектра p_d, приводящий к следующему выражению для p_d:

$$p_d = i2\pi^2 \left(\frac{\rho}{\rho_1}\right)^{1/2} \sum_n H_0^{(1)}(\varkappa_n r)\, \varkappa_n \operatorname{Res} \widetilde{p}\,(\varkappa_n, z), \tag{14}$$

где $H_0^{(1)}$ — функция Ханкеля. При выполнении неравенств (12) асимптотика $H_0^{(1)}(\varkappa_n r)$ совпадает с выражением, стоящим в квадратных скобках в (13).

Таким образом, выражение (13), полученное при пренебрежении интегралами по мнимым полуосям, действительно является асимптотикой дискретного спектра (14). Поэтому следует ожидать, что и выражение (9) является асимптотикой дискретного спектра звукового поля в движущейся среде. В принципе это можно доказать, оценив интегралы по мнимым полуосям Γ_1 и Γ_2 подобно тому, как это делается в [16] для случая $v=0$. Однако проще воспользоваться полученным недавно [8, 9] точным выражением для p_d и исходя из него показать, что (9) действительно является асимптотикой дискретного спектра.

Асимптотика дискретного спектра высокочастотного поля точечного источника, расположенного над поверхностью земли в движущейся атмосфере, по-видимому, впервые была приближенно вычислена в работе [10]. В этой работе в интегральном представлении поля (4) сначала методом стационарной фазы вычислялся интеграл по φ. При нахождении же интегралов по $\varkappa$ контуры интегрирования замыкались в первом и четвертом квадрантах комплексной плоскости (см. рисунок) и, кроме того, предполагалось, что полюсов $\varkappa_m$ нет. В результате для p_d получали выражение

$$p_d = i\,(2\pi)^{3/2} \sum_n e^{i\varkappa_n^{(0)} r - i\pi/4}\, \frac{\Lambda(\varkappa_n^{(0)}, 0, z)}{\sqrt{\varkappa_n^{(0)}\, r}} \operatorname{Res} \widetilde{p}\,(\varkappa_n^{(0)}, 0, z), \tag{15}$$

где $\varkappa_n^{(0)} = \varkappa_n(\varphi = 0)$ — полюсы функции $\widetilde{p}(\varkappa, 0, z)$. Здесь и далее формулы и выражения, полученные в других работах, записываем в наших обозначениях.

В (4) функция $\widetilde{p}(\varkappa, \varphi, z)$ при определенных значениях $\varkappa$ и φ имеет полюсы. Поэтому, если в (4) сначала методом стационарной фазы вычислять интеграл по φ, то условия применимости этого метода не выполняются. Таким образом, (15) нельзя считать точным выражением для асимптотики p_d. Из сравнения выражения (15) с правильным выражением (9) для асимптотики p_d следует, что эти выражения совпадают, если индекс j принимает значения индекса n, а $\varphi_n = 0$, $\varkappa_n = \varkappa_n^{(0)}$, $\partial^2\varkappa_n'/\partial\varphi_n^2 = 0$.

Когда в (9) можно считать, что эти равенства приближенно выполняются, зависит от конкретной задачи. В работе [7] было рассмотрено распространение высокочастотного звукового поля в приповерхностном волноводе. Для этой задачи был получен конкретный вид уравнения (8), (см. (21) из [7]). Из этого уравнения следует, что если $v/c \sim 1$, то угол φ_n может быть порядка $\pi/2$, так что амплитуды и фазы мод дискретных спектров (9) и (15), вообще говоря, существенно отличаются. Если же $v/c \ll 1$, то угол φ_n всегда мал $\varphi_n = -(v/c)\sin\psi$. В этом случае фаза $\Phi_n = \varkappa_n r \cos\varphi_n$ мод спектра (9) с точностью до членов порядка v/c равна $\Phi_n = \varkappa_n^{(0)} r$ и совпадает с фазой мод спектра (15). (Здесь мы учли, что с точностью до членов порядка v/c справедливо равенство $\varkappa_n = \varkappa_n^{(0)}$, которое следует из уравнения (17) работы [7], аналогичного нашему уравнению (6). Далее, при $v/c \ll 1$

из [7] следует, что $(1/\varkappa_n')(\partial^2\varkappa_n'/\partial\varphi_n^2)\sim v/c$. Поэтому в (9) $J_n=\varkappa_n' r+O(v/c)$, так что амплитуды мод спектров (9) и (15) отличаются только членами порядка v/c. Однако эти члены приводят лишь к незначительному изменению амплитуды и ими с хорошей точностью можно пренебречь. Таким образом, для рассматриваемой задачи [2] с точностью до членов порядка v/c фазы мод дискретных спектров (9) и (15) совпадают, а несущественным отличием их амплитуд можно пренебречь.

В статьях [1—6] дискретный спектр звукового поля определялся с точностью до членов порядка v/c. В этих статьях, так же как и в [10], в (4) сначала методом стационарной фазы вычислялся интеграл по φ. Интеграл же по $\varkappa$ распространялся на всю действительную ось, после чего контур интегрирования замыкался в верхней полуплоскости комплексных значений $\varkappa$. В результате для p_d получали выражение (15). (Для простоты рассматриваем лишь моды p_n.) Из приведенного выше сравнения спектров (9) и (15) следует, что в тех случаях, когда в [1—6] решалась задача о распространении высокочастотного поля в приповерхностном волноводе [2], с рассмотренной в этих работах точностью фазы мод были вычислены правильно, а в их амплитудах не были учтены только несущественные члены порядка v/c.

Пренебрежение членами порядка v/c в фазе мод, которое делалось в [1—6], может привести к значительному искажению фазы уже на небольших расстояниях от источника. Поэтому в [7] рассмотренным в настоящей работе методом волноводная часть высокочастотного поля в приповерхностном волноводе была вычислена с любой точностью по v/c. В работе [7] получены также общие формулы (7)—(11)[3] для асимптотики p_d для случая, когда моды p_m не возбуждаются.

Точные методы вычисления p_d в стратифицированной движущейся среде развиты в монографии [8] и статье [9]. В этих работах, так же как и в [7], в правой части (4) сначала находили интеграл по $\varkappa$, а уже затем методом стационарной фазы вычисляли интеграл по φ. Однако в отличие от [7] в [9] при вычислении интеграла по $\varkappa$ использовались формулы Сохоцкого, а в [8] этот интеграл распространялся на всю действительную ось, после чего контур интегрирования замыкался в верхней полуплоскости. При выполнении неравенств (12) асимптотики дискретных спектров, найденных в [8] и [9], согласуются с выражением (9). Заметим, что модам p_m в [8] (см. также [11]) соответствуют моды $\mathrm{Re}\varkappa_j<0$, $\mathrm{Im}\varkappa_j>0$, фазовые скорости которых направлены к источнику.

В [11, 12] проводилось сравнение результатов, полученных в монографии [8] и предшествующих ей работах [1, 4, 5, 7]. Относительно [1, 4, 5] в [11] справедливо отмечено, что в них была получена формула (15) и что не выполняется условие применимости метода стационарной фазы, применявшегося в этих работах при вычислении интеграла по φ. Несмотря на невыполнение этого условия в «случае медленных движений среды, который только и рассматривался в [1, 5], формула (15)» мало отличается от (9), так что «основные выводы о влиянии на распространение звука ветра в атмосфере и течений в океане в рассмотренных в [1, 5] случаях сохраняют силу» (см. [11]). (Здесь и далее все цитаты работы [11] взяты со стр. 634.) Соглашаясь, с учетом сноски [2], с приведенными утверждениями, заметим, что они в полной мере относятся и к работе [4], в которой при выводе формулы (15) нигде не отмечается, что она справедлива с любой точностью по v/c, а на второй странице этой работы указано, что вычисления проводятся с точностью до членов порядка v/c.

В [11] также отмечается, «что фазовые и групповые скорости мод» дискретного спектра (15) «всегда параллельны. Это явно противоречит известному эффекту сноса звука потоком». Хотя эти утверждения правильные, контекст, в котором они приведены, может создать у читателя неверное представление о работах [1,

[2] Для задач, отличных от распространения высокочастотного поля в приповерхностном волноводе, соответствие между дискретными спектрами (9) и (15) должно проводиться, строго говоря, исходя из конкретного вида уравнений (6) и (8) для этих задач (см. Приложение).

[3] Формула (9) записана в [7] для рассмотренной в ней конкретной задачи.

4, 5]. Этого не было бы, если бы в указанном месте текста было отмечено, что с рассматриваемой в [1, 4, 5] точностью фазовые и групповые скорости всегда параллельны, так что никакого противоречия не возникает.

Наконец, в [12] на стр. 1005 при рассмотрении асимптотики p_d в однородном волноводе, в котором $v = \text{const}$, читаем: «Если же вычислять асимптотику поля, следуя работам [1, 4, 5], то... ошибка в фазе моды неограниченно растет с ростом r». Это утверждение несправедливо, поскольку с рассмотренной в [1, 4, 5] точностью фаза мод была вычислена правильно.

При сравнении результатов, полученных в [7] и [8], прежде всего отметим, что если рассматриваются только моды p_n, то формулы (15.65—68) в [8] или (11)—(14) в [11], определяющие эти моды, полностью совпадают с формулами (7)—(11), полученными [3] ранее в [7]. Несколько другими словами, это совпадение отмечается в [11] на стр. 634.

Однако здесь же читаем, что в [7] неправильно «утверждается, что ... весь диапазон $\pi/2<\varphi<3\pi/2$ в (4) не дает вклада в дискретный спектр», вследствие чего «ошибочно отсутствуют моды, для которых $\text{Re}\varkappa_j<0$, $\text{Im}\varkappa_j>0$» (при нашем рассмотрении — моды p_m). В действительности же в [7] на стр. 1207 это утверждение формулируется по другому: «из дальнейшего следует, что полюсы $\varkappa_j$ лежат в верхней полуплоскости $\varkappa$». Здесь под «дальнейшим» однозначно подразумеваются выражения (18) и (19) из [7] для горизонтальных волновых чисел $\varkappa_j$ высокочастотного поля в приповерхностном волноводе, из которых следует, что $\varkappa_j$ расположены в первом квадранте. Поэтому в [7] действительно отсутствуют моды p_m, но не ошибочно, как указано в [11], а потому, что в рассмотренной в [7] конкретной задаче они не возникают.

Кроме того, в [11] читаем, что в [7] неправомерно «утверждается, что интеграл по Γ_1... не дает вклада в дискретный спектр», вследствие чего «при $v=0$ (7) не сводится к известной формуле (14), вместо логарифмической особенности звукового давления в нормальной волне при $r\to 0$ (7) предсказывает его стремление к конечному пределу». (В несколько другом виде эта цитата повторяется в [12] на стр. 1004). Эта критика результатов статьи [7] вызвана недостатками в ее изложении. В [7] при выводе формул (8)—(11) справедливо отмечалось, что волноводная часть поля вычисляется при $\varkappa_n' r >> 1$. Однако на необходимость выполнения этого неравенства нужно было указать и при выводе формулы (7), а также дать ссылки на работы [15, 16], в которых использовался схожий метод вычисления асимптотики p_d в неподвижной среде. Тогда бы было очевидно, что вкладом интегралов по $\Gamma_{1,2}$ в p_d можно пренебречь; при $v=0$ выражение (7) совпадает с асимптотикой выражения (14); при $r\to 0$ (7) не описывает p_d.

В заключение укажем на работу [17], в которой при обсуждении возбуждения нормальных волн в слоистой движущейся среде на стр. 1084 написано: «решение этой задачи, предложенное в [18, 19], ошибочно». Заметим, что в обзоре [18] и лекциях [19] (см. § 2.4, 2.5 из [19]) изложены результаты работ [2, 7, 5], в которых было предложено не «ошибочное», а приближенное и асимптотическое решение этой задачи.

Подытоживая сравнение результатов, полученных в работах [1—10], отметим, что сначала в [1—6, 10] было найдено приближенное решение задачи о дискретном спектре звукового поля точечного источника в стратифицированной движущейся среде. Затем в работе [7] было получено асимптотическое решение этой задачи и, наконец, в [8, 9] — точное решение.

Приложение

Покажем, что в некоторых случаях могут выполняться соотношения

$$\varphi_n = O(1),\ \varkappa_n - \varkappa_n^{(0)} = O(v/c). \tag{П.1}$$

Например, при распространении звука в равномерно движущемся слое жидкости, ограниченном плоскостями $z = 0$ и $z = -H$, из соотношений (20) и (30) работы [12] следует, что при $0 < k^2 - \pi^2 n^2/H^2 \le k^2(v/c)^2$ (в этом случае $\varkappa_n << k$) и значениях ψ, не слишком близких к 0 или π, соотношения (П. 1) могут выполняться. Первое из этих соотношений легко объяснимо. Если направление распространения луча (моды) близко к вертикали, т. е. $\varkappa_n << k$, то, как показано в [20], угол φ между азимутальными направлениями фазовой и групповой скорости луча (моды) даже при $v/c << 1$ может быть порядка $\pi/2$.

При выполнении соотношений (П. 1) фазы нормальных волн дискретных спектров (9) и (15) отличаются членами порядка v/c.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. *Чунчузов И. П.* О поле точечного низкочастотного источника звука в атмосфере с неоднородным по высоте ветром//Акуст. журн. 1984. Т. 30. № 4. С. 546—552.
2. *Осташев В. Е.* Волновое описание распространения звука в стратифицированной движущейся атмосфере//Акуст. журн. 1984. Т. 30. № 4. С. 521—526.
3. *Чунчузов И. П.* О поле точечного источника звука в приземном слое атмосферы//Акуст. журн. 1985. Т. 31. № 1. С. 134—136.
4. *Осташев В. Е.* О дискретном спектре звукового поля точечного источника в стратифицированной движущейся среде//Акуст. журн. 1986. Т. 32. № 4. С. 486—491.
5. *Григорьева Н. С., Явор М. И.* Влияние на акустическое поле крупномасштабного течения, качественно меняющего волноводный характер распространения звука в океане//Акуст. журн. 1986. Т. 32. № 6. С. 772—777.
6. *Zorumski W. E., Willshire W. L.* The acoustic field of a point source in a uniform boundary layer over an impedance plane//AIAA Journal. 1986. No 1923. P. 1—14.
7. *Осташев В. Е.* Волноводное распространение высокочастотного звукового поля в стратифицированной движущейся среде вблизи импедансной поверхности//Изв. АН СССР. Физика атмосферы и океана. 1986. Т. 22. № 11. С. 1204—1212.
8. *Бреховских Л. М., Годин О. А.* Акустика слоистых сред. М.: Наука, 1989.
9. *Вдовичева Н. К., Окомелькова И. А., Шерешевский И. А.* О звуковом поле гармонического источника в слоистой среде с течением//Акуст. журн. 1990. № 1. С. 5—11.
10. *Pridmore-Brown D. C.* Sound propagation in a temperature- and wind-stratified medium//J. Acoust. Soc. Amer. 1962. T. 34. № 4. P. 438—443.
11. *Годин О. А.* Дискретный спектр звукового поля в движущейся среде//Акуст. журн. 1990. Т. 36. № 4. С. 630—636.
12. *Годин О. А.* О свойствах дискретного спектра звукового поля точечного источника в движущейся среде//Акуст. журн. 1990. Т. 36. № 6. С. 999—1006.
13. *Осташев В. Е.* О звуковом поле точечного источника в стратифицированной движущейся двухкомпонентной среде//Изв. АН СССР. Физика атмосферы и океана. 1985. Т. 21. № 9. С. 949—955.
14. *Tester B. J.* The propagation and attenuation of sound in lined ducts containing uniform or «plug» flow//J. Sound Vibr. 1973. V. 28. № 2. P. 151—203.
15. *Pekeris C. L.* Theory of propagation of sound in a half-space of variable sound velocity under conditions of formation of a shadow zone//J. Acoust. Soc. Amer. 1946. V. 18. № 2. P. 295—315.
16. *Seckler B. D., Keller J. B.* Asymptotic theory of diffraction in inhomogeneous media//J. Acoust. Soc. Amer. 1959. V. 31. N 2. P. 206—216.
17. *Годин О. А.* Оценки фазовых и групповых скоростей акустических нормальных волн в движущейся слоистой среде//Докл. АН 1990. Т. 310. № 5. С. 1084—1089.
18. *Осташев В. Е.* Теория распространения звука в неоднородной движущейся среде (Обзор)//Изв. АН СССР. Физика атмосферы и океана. 1985. Т. 21. № 4. С. 358—373.
19. *Бабич В. М., Булдырев В. С., Григорьева Н. С., Молотков И. А., Осташев В. Е.* Нестационарные задачи теории дифракции. Казань: Изд-во КАИ, 1988.
20. *Осташев В. Е.* Закон преломления звукового луча в стратифицированной движущейся среде//Акуст. журн. 1985. Т. 31. № 2. С. 225—229.

Акустический институт
им. Н. Н. Андреева
Российской академии наук

Поступила в редакцию
30.09.91
После исправления
20.10.92

V. E. Ostashev

ON DISCRETE SPECTRUM OF SOUND FIELD IN A STRATIFIED MOVING MEDIUM

The paper presents the further development of calculation method for a discrete spectrum of a point source sound field in stratified moving media (atmosphere with a wind and ocean with currents) proposed in the previous paper by the author. Discrete spectra obtained in various papers are widely used now for the study of medium motion effect on sound fields in atmospheric and oceanic waveguides and in shadow zones. Discrete spectra obtained in this and previous papers are compared. It is demonstrated that in early papers the discrete spectrum of a sound field in a moving medium has been calculated approximately while the method proposed by the author allows to obtain its asymptotics for the ranges from the source greater than the wavelength and its precise value is obtained in the papers published recently.