

Наблюдаемое расхождение в расчетных и экспериментальных данных позволило сделать предположение о необходимости учета того факта, что в данной схеме эксперимента увеличение одной из волн накачки приводит к росту амплитуды и второй волны накачки, образованной рассеянием на пузырьках. Действительно, точное совпадение расчетных данных с экспериментальными наблюдается в том случае, если эффективность рассеяния накачки на пузырьках составляет не 5%, как учитывалось в расчетах, а меняется от 2 до 6% в измеренном интервале амплитуды волны накачки.

Таким образом, показано, что в соответствии с теорией [2] наблюдалось увеличение коэффициента отражения при увеличении амплитуды волны накачки при четырехволновом взаимодействии звукового излучения в жидкости с пузырьками.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Заболотская Е. А. Обращение волнового фронта звуковых пучков при четырехволновом взаимодействии в жидкости с пузырьками газа // Акуст. журн. 1984. Т. 30. № 6. С. 777—780.
2. Бункин Ф. В., Власов Д. В., Заболотская Е. А., Кравцов Ю. А. Температурный и пузырьковый механизмы четырехфотонного обращения волнового фронта звуковых пучков // Письма в ЖТФ. 1981. Т. 7. № 9. С. 560—563.
3. Власов Д. В., Заболотская Е. А., Кравцов Ю. А. // Обращение волнового фронта в воде с пузырьками // Акуст. журн. 1983. Т. 29. № 1. С. 118—120.
4. Андреева Н. П., Каршиев К., Сабиров Л. М. Обращение волнового фронта звуковых пучков при четырехволновом взаимодействии в жидкости с газовыми пузырьками // Акуст. журн. 1991. Т. 37. № 4. С. 231—233.

Самаркандский государственный университет им. А. Навои

Поступило в редакцию
29.04.92

УДК 621.85:534.013

© 1993 г. А. И. Весницкий, И. В. Милосердова

НЕРЕЗОНАНСНЫЕ ТРАНСМИССИИ

Проблема борьбы с вибрациями и шумами машин, как известно, не находит удовлетворительного решения с помощью традиционных методов [1, 2].

Качественно новые подходы к решению этой проблемы, очевидно, могут быть найдены при анализе динамических процессов, происходящих в элементах машин, с позиции теории волн. В частности, ослабление вибраций и шумов может быть достигнуто путем согласования потоков вибраций, растекающихся по конструкции.

Различие в свойствах звеньев конструкции приводит к отражению потоков вибраций в местах их соединения, а следовательно, к возникновению локальных резонансов и концентрации энергии колебаний на определенных участках системы. Для согласования вибропотоков необходимо наличие безотражательных концевых гасителей и безотражательных согласующих устройств в местах соединения и разветвления звеньев. Такие гасители и согласующие элементы обеспечивают условия передачи энергии потока вибраций в режиме бегущей волны, исключают возникновение резонансов и в этом смысле являются оптимальными.

Настоящая работа является попыткой применить идею согласования потоков вибраций к типовым элементам машин, особенностью которых является дискретный характер (таким, как гусеничные цепи, зубчатые передачи и т. п.).

Детальное изучение проводится на примере крутильных колебаний трансмиссии, модель которой рассматривается в виде полубесконечной цепочки однородных дисков, связанных безинерционными упругими валами. На конце цепочки установлен гаситель колебаний, включающий в себя диск, упругий элемент и демпфер (рис. 1).

Уравнения движения такой системы имеют вид

$$I\ddot{\varphi}_m + c(\varphi_m - \varphi_{m-1}) + c(\varphi_m - \varphi_{m+1}) = 0, \quad m = 2, 3, \dots \quad (1)$$

$$I_1\ddot{\varphi}_1 + c_1\varphi_1 + c(\varphi_1 - \varphi_2) + \alpha_1\dot{\varphi}_1 = 0. \quad (2)$$

Здесь m — порядковый номер диска, φ_m — абсолютный угол поворота m -го диска цепочки, I , c — момент инерции и жесткость цепочки, I_1 , c_1 — инерционно-жесткостные параметры гасителя, α_1 — коэффициент вязких потерь.

Движение m -го диска цепочки в силу уравнения (1) можно представить в виде суперпозиции двух синусоидальных волн, бегущих в противоположных направлениях:

$$\varphi_m(t) = Ae^{i(\omega t + km)} + Be^{i(\omega t - km)}, \quad (3)$$

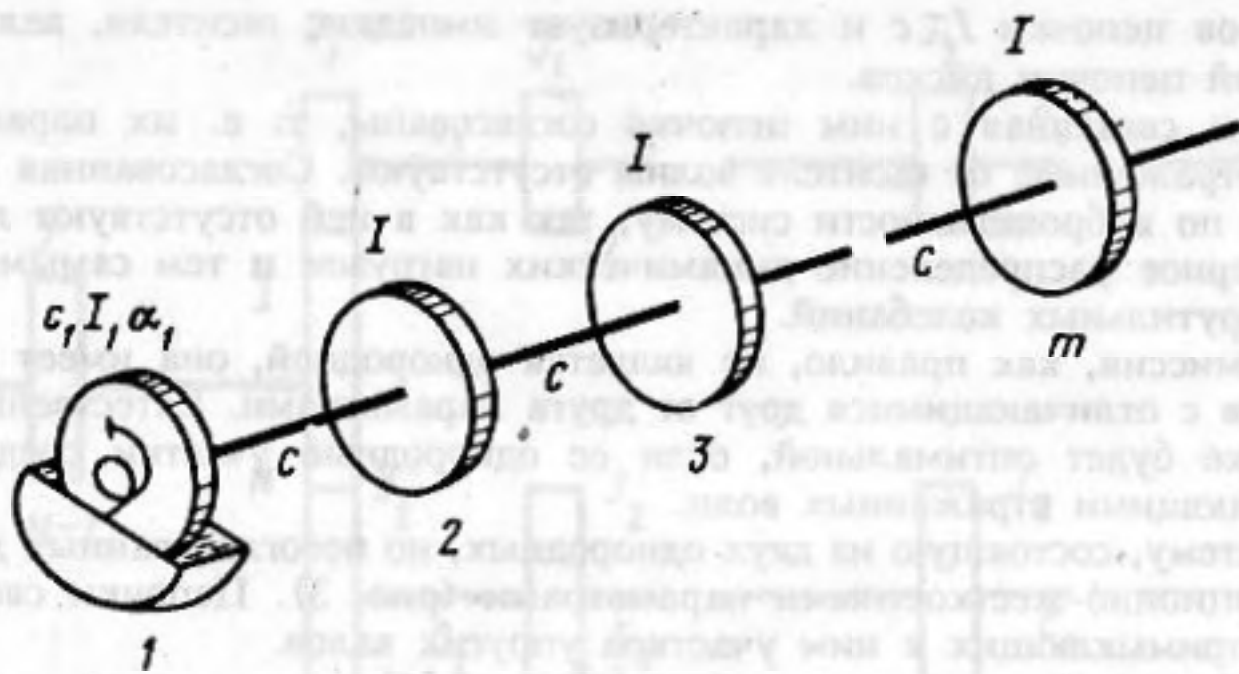


Рис. 1. Закон дисперсии для дискретной крутильной системы

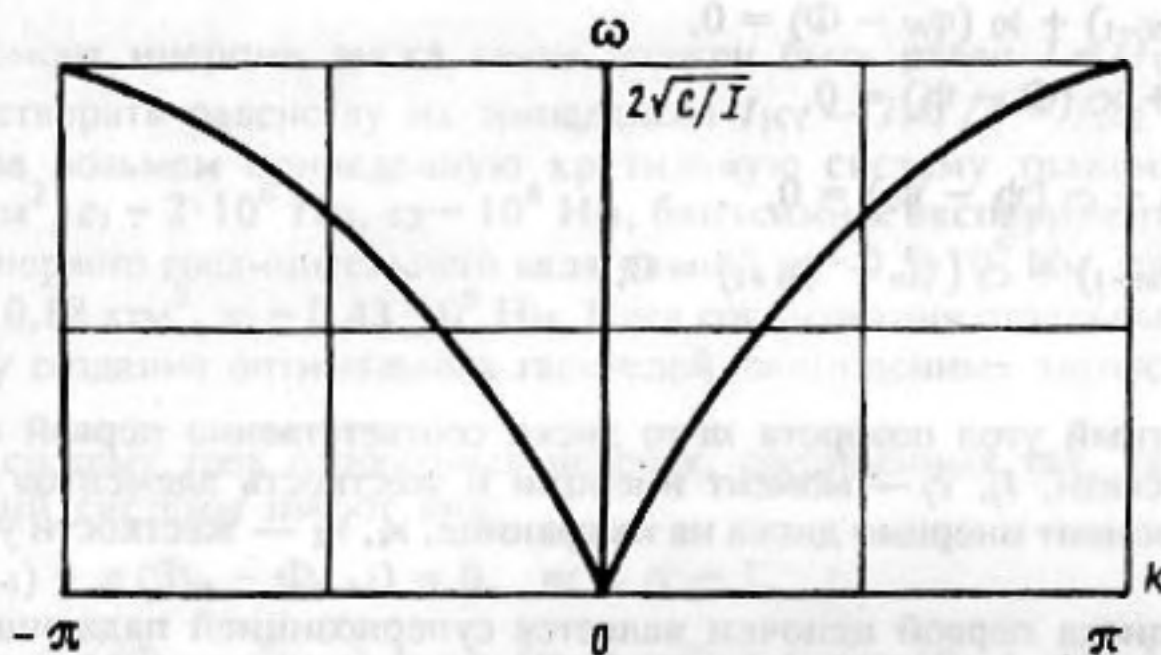


Рис. 2. Дискретная модель трансмиссии с гасителем на конце

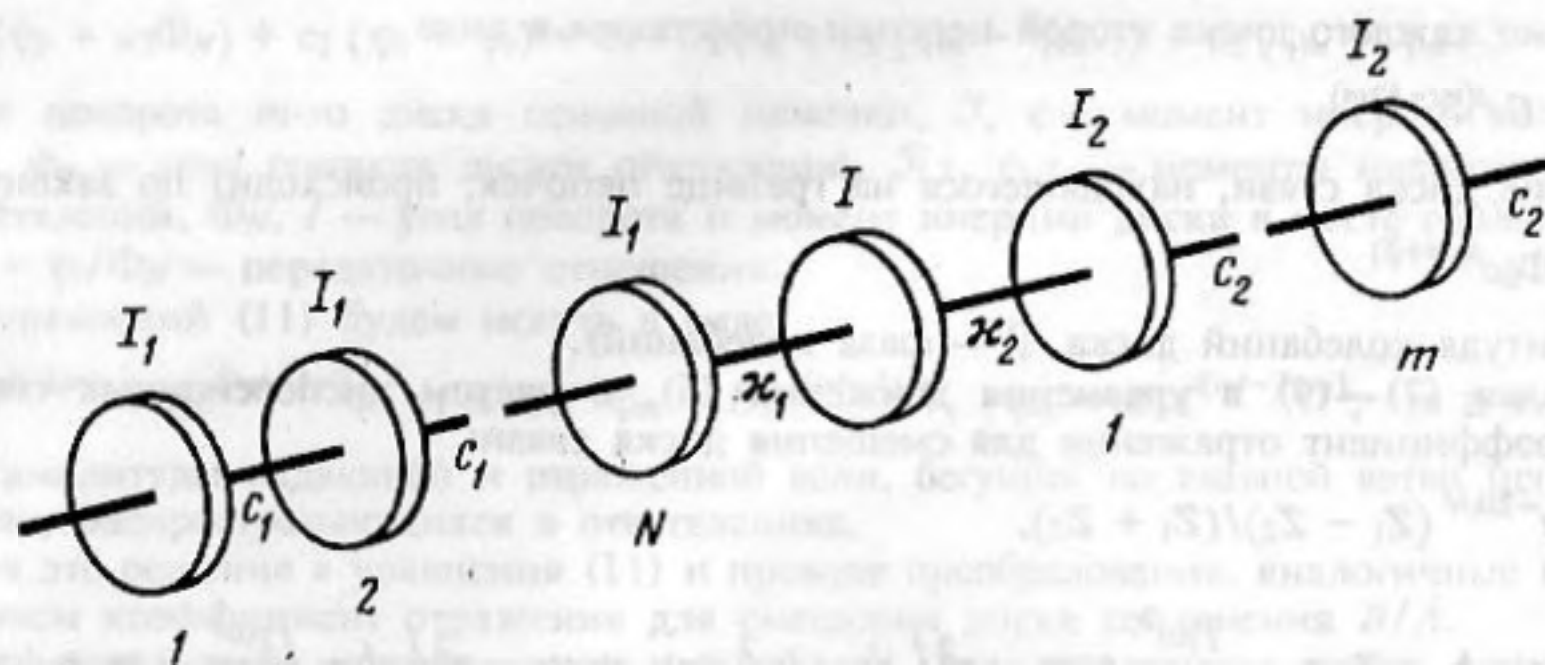


Рис. 3. Система двух однородных несогласованных цепочек

где A — амплитуда волны возмущения, B — амплитуда волны, отраженной от гасителя, ω — частота волны, km — фазовая постоянная, зависящая от номера диска m .

Частота колебаний ω и волновое число k , входящие в решение (3), удовлетворяют дисперсионному уравнению

$$\omega = 2 \sqrt{c/I} |\sin(k/2)|. \quad (4)$$

Закон дисперсии (4) в основном интервале $(-\pi, \pi)$ показан на рис. 2. Для длинноволновых возмущений ($k \ll 1$) из (4) следует линейный закон дисперсии $\omega = \sqrt{c/I} k$. В этом случае дискретная система близка по своим свойствам к распределенному валу, колебания которого описываются волновым уравнением. При $k \gg 1$ предполагается, что частота возмущения ω не совпадает с критическими частотами цепочки, для которых каждая ячейка цепочки является резонатором.

Подстановкой решения (3) в уравнение движения гасителя (2) находится связь между амплитудами падающей (A) и отраженной (B) волн смещения в гасителе [3]:

$$B/A = e^{-2ik} (Z_0 - Z_1)/(Z_0 + Z_1), \quad (5)$$

где $Z_0 = c \sin k/\omega$, $Z_1 = \alpha_1 - i[(I/2 - I_1)\omega + c_1/\omega]$.

Входящая в (5) комплексная величина Z_1 зависит от частоты волны ω , параметров гасителя

α_1, c_1, I_1 , параметров цепочки I, c и характеризует импеданс гасителя, величина Z_0 определяет импеданс однородной цепочки дисков.

Если гаситель и связанная с ним цепочка согласованы, т. е. их параметры удовлетворяют равенству $Z_0 = Z_1$, отраженные от гасителя волны отсутствуют. Согласованная цепочка представляет собой оптимальную по виброактивности систему, так как в ней отсутствуют локальные резонансы, достигается равномерное распределение динамических нагрузок и тем самым обеспечивается наименьший уровень крутильных колебаний.

Реальная трансмиссия, как правило, не является однородной, она имеет ответвления и может состоять из участков с отличающимися друг от друга параметрами. Естественно предположить, что такая система также будет оптимальной, если ее однородные участки соединить согласующими устройствами, не дающими отраженных волн.

Рассмотрим систему, состоящую из двух однородных, но несогласованных друг с другом цепочек с различными инерционно-жесткостными параметрами (рис. 3). Цепочки связаны между собой с помощью диска и примыкающих к ним участков упругих валов.

Движение такой системы описывается уравнениями [4]

$$\begin{aligned} I_1 \ddot{\Phi}_m + c_1 (\Phi_m - \Phi_{m-1}) + c_1 (\Phi_m - \Phi_{m+1}) &= 0, \quad m = -\infty, \dots, N-1, \\ I_1 \ddot{\Phi}_N + c_1 (\Phi_N - \Phi_{N-1}) + \kappa_1 (\Phi_N - \Phi) &= 0, \\ I \ddot{\Phi} + \kappa_1 (\Phi - \Phi_N) + \kappa_2 (\Phi - \psi_1) &= 0, \\ I_2 \ddot{\psi}_1 + \kappa_2 (\psi_1 - \Phi) + c_2 (\psi_1 - \psi_2) &= 0, \\ I_2 \ddot{\psi}_m + c_2 (\psi_m - \psi_{m-1}) + c_2 (\psi_m - \psi_{m+1}) &= 0, \\ m = 2, 3, \dots, \infty, \end{aligned} \quad (6)$$

где Φ_m, ψ_m — абсолютный угол поворота m -го диска соответственно первой и второй цепочки, Φ — угол поворота диска связи, I_j, c_j — момент инерции и жесткость элементов первой ($j=1$) и второй ($j=2$) цепочки, I — момент инерции диска на их границе, κ_1, κ_2 — жесткости участков соединительных валов.

Смещение m -го диска первой цепочки является суперпозицией падающей волны возмущения и волны, отраженной от диска сочленения:

$$\Phi_m(t) = Ae^{j(\omega t - k_1 m)} + Be^{j(\omega t + k_1 m)}. \quad (7)$$

Смещение каждого диска второй цепочки представим в виде

$$\psi_m(t) = Ce^{j(\omega t - k_2 m)}. \quad (8)$$

Движение диска связи, находящегося на границе цепочек, происходит по закону

$$\Phi(t) = \Phi_0 e^{j(\omega t + \beta)} \quad (9)$$

(Φ_0 — амплитуда колебаний диска, β — фаза колебаний).

Подставляя (7) — (9) в уравнения движения (6), с учетом дисперсионных соотношений (4) получаем коэффициент отражения для смещения диска связи:

$$B/A = e^{-2ik_1 N} (Z_1 - Z_2)/(Z_1 + Z_2), \quad (10)$$

$$Z_1 = ic_1 \sin k_1, \quad Z_2 = -\frac{I_1 \omega^2}{2} + \kappa_1 - \kappa_1^2 / \left(-I\omega^2 + \kappa_1 + \kappa_2 - \kappa_2^2 / \left(-\frac{I_2 \omega^2}{2} + \kappa_2 + ic_2 \sin k_2 \right) \right).$$

Из (10) следует, что цепочки согласованы между собой ($B/A = 0$), если жесткости соединительных валов связаны с параметрами цепочек соотношением

$$\begin{aligned} c_1 c_2 \sin k_1 \sin k_2 (\kappa_2^2 c_1 \sin k_1 - \kappa_1^2 c_2 \sin k_2) + \\ + \kappa_2^2 c_2 \sin k_2 (\kappa_1 - I_1 \omega^2 / 2)^2 - \kappa_2^2 c_1 \sin k_1 (\kappa_2 - I_2 \omega^2 / 2)^2 = 0, \end{aligned}$$

а момент инерции диска связи I определяется равенством

$$I\omega^2 = \kappa_1 + \kappa_2 - \frac{\kappa_1^2 (\kappa_2 - I_2 \omega^2 / 2) + \kappa_2^2 (\kappa_1 - I_1 \omega^2 / 2)}{(\kappa_1 - I_1 \omega^2 / 2) (\kappa_2 - I_2 \omega^2 / 2) + c_1 c_2 \sin k_1 \sin k_2}.$$

Таким образом, задача свелась к исследованию системы алгебраических уравнений для определения момента инерции диска связи I и жесткости соединительных валов κ_1, κ_2 по заданным параметрам согласуемых цепочек I_j, c_j и частоте источника ω . Очевидно, при фиксированных параметрах I_j, c_j согласование может быть достигнуто лишь на определенной частоте ω . Заметим, однако, что в случае длинноволновых возмущений ($k_j \ll 1$) согласование достигается практически на всех частотах указанного диапазона. Искомые параметры соединительного элемента I, κ_1, κ_2 подчиняются двум соотношениям, следовательно, один из них может быть выбран произвольно при условии существования положительных решений этих уравнений. В частности, задавая две величины, например, $\kappa_1 = c_1, \kappa_2 = c_2$, получаем, что согласование может быть достигнуто с помощью одного только инерционного

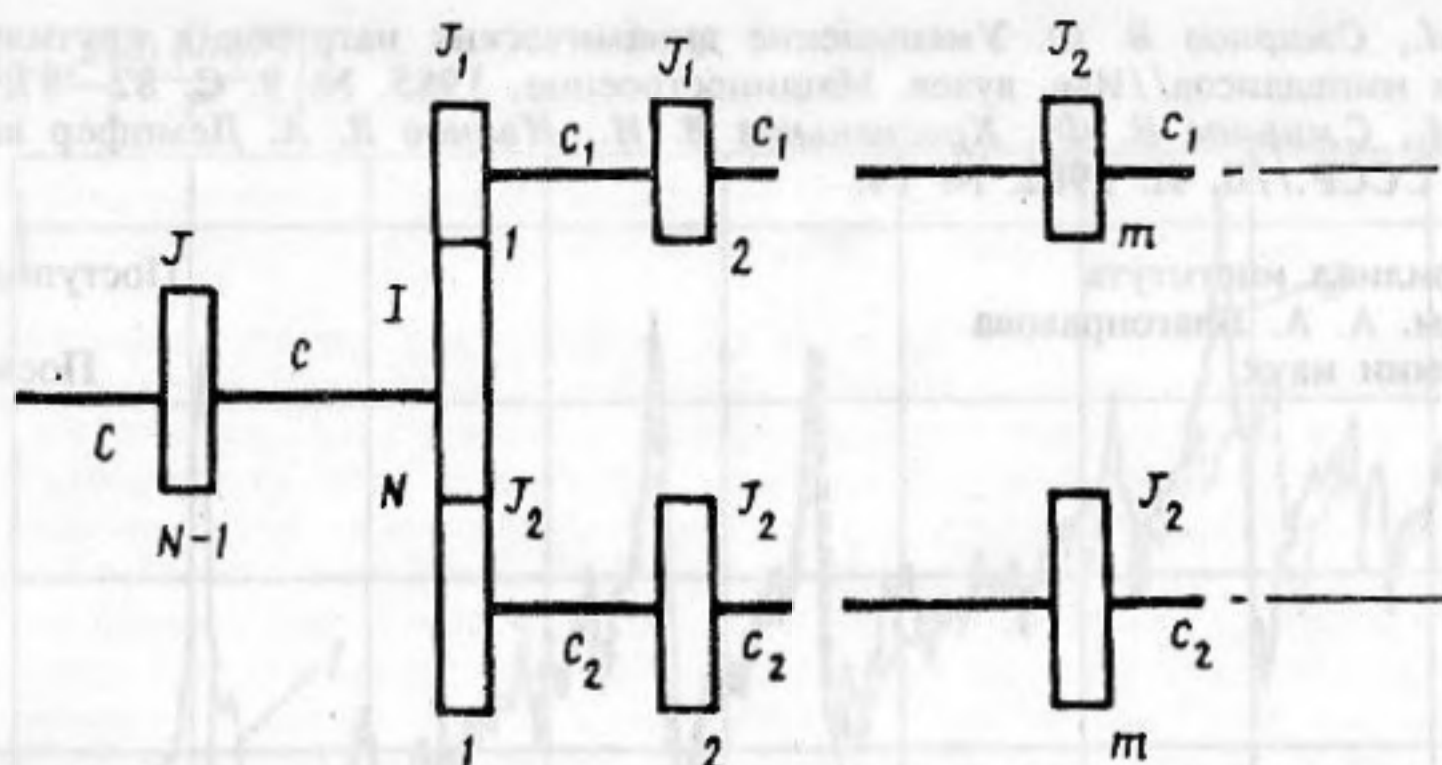


Рис. 4. Система трех однородных цепочек с ответвлением

элемента. При этом момент инерции диска связи должен быть равен $I = (I_1 + I_2)/2$, а параметры цепочек должны удовлетворять равенству их импедансов $I_1 c_1 - I_1 \omega^2/4 = I_2 c_2 - I_2 \omega^2/4$.

В качестве примера возьмем приведенную крутильную систему трансмиссии с параметрами $I_1 = 0,6 \text{ кгм}^2$, $I_2 = 0,8 \text{ кгм}^2$, $c_1 = 2 \cdot 10^6 \text{ Нм}$, $c_2 = 10^6 \text{ Нм}$, близкими к экспериментально исследованным [5]. Задавая жесткость первого соединительного вала равной $\kappa_1 = 0,5 \cdot 10^6 \text{ Нм}$, при частоте возмущений $\omega = 10^3 \text{ с}^{-1}$ получаем $I = 0,88 \text{ кгм}^2$, $\kappa_2 = 0,43 \cdot 10^6 \text{ Нм}$. Идея согласования отдельных звеньев трансмиссии была положена в основу создания оптимальных гасителей, защищенных авторскими свидетельствами (см., например, [6]).

Рассмотрим теперь систему трех однородных цепочек, соединенных так, как показано на рис. 4.

Уравнения колебаний системы имеют вид:

$$\begin{aligned} \mathcal{J} \ddot{\Phi}_m + c (\Phi_m - \Phi_{m-1}) + c (\Phi_m - \Phi_{m+1}) &= 0, \quad m \leq N-1, \\ (I + u_1^2 \mathcal{J}_1 + u_2^2 \mathcal{J}_2) \ddot{\Phi}_N + c (\Phi_N - \Phi_{N-1}) + c_1 u_1 (\varphi_2 + u_1 \Phi_N) + c_2 u_2 (\psi_2 + u_2 \Phi_N) &= 0, \end{aligned} \quad (11)$$

$$\mathcal{J}_1 \ddot{\varphi}_2 + c_1 (\varphi_2 + u_1 \Phi_N) + c_1 (\varphi_2 - \varphi_3) = 0, \quad \mathcal{J}_1 \ddot{\varphi}_m + c_1 (\varphi_m - \varphi_{m-1}) + c_1 (\varphi_m - \varphi_{m+1}) = 0, \quad m \geq 3,$$

$$\mathcal{J}_2 \ddot{\psi}_2 + c_2 (\psi_2 + u_2 \Phi_N) + c_2 (\psi_2 - \psi_3) = 0, \quad \mathcal{J}_2 \ddot{\psi}_m + c_2 (\psi_m - \psi_{m-1}) + c_2 (\psi_m - \psi_{m+1}) = 0, \quad m \geq 3,$$

где Φ_m — угол поворота m -го диска основной цепочки, \mathcal{J} , c — момент инерции и жесткость ее элементов, φ_m , ψ_m — углы поворота дисков ответвлений, $\mathcal{J}_{1,2}$, $c_{1,2}$ — моменты инерции и жесткости элементов ответвлений, Φ_N , I — угол поворота и момент инерции диска в месте сочленения ветвей, $u_1 = \varphi_1/\Phi_N$, $u_2 = \psi_1/\Phi_N$ — передаточные отношения.

Решения уравнений (11) будем искать в виде

$$\Phi_m = A e^{i(\omega t - km)} + B e^{i(\omega t + km)}, \quad m \leq N, \quad \varphi_m = D_1 e^{i(\omega t - k_1 m)}, \quad \psi_m = D_2 e^{i(\omega t - k_2 m)}, \quad m \geq 1.$$

Здесь A , B — амплитуды падающей и отраженной волн, бегущих по главной ветви цепочки, $D_{1,2}$ — амплитуды волн, распространяющихся в ответвлениях.

Подставляя это решение в уравнения (11) и проводя преобразования, аналогичные выполненным выше, определяем коэффициент отражения для смещения диска сочленения B/A .

Анализ величины этого коэффициента показывает, что отраженная волна отсутствует, если моменты инерций диска сочленения I , дисков основной цепочки \mathcal{J} и ответвлений \mathcal{J}_1 , \mathcal{J}_2 удовлетворяют равенству $I = (\mathcal{J} - u_1^2 \mathcal{J}_1 - u_2^2 \mathcal{J}_2)/2$.

Значения импедансов ветвей в этом случае подчиняются соотношению $c \sin k = c_1 u_1^2 \sin k_1 + c_2 u_2^2 \sin k_2$, которое для длинных волн имеет вид $(\mathcal{J}c)^{1/2} = u_1^2 (\mathcal{J}_1 c_1)^{1/2} + u_2^2 (\mathcal{J}_2 c_2)^{1/2}$.

В заключение отметим, что изложенный выше метод определения параметров элементов сочленения и волновые принципы построения цепных моделей трансмиссий могут составить теоретическую основу конструирования согласованных во всех соединениях трансмиссий, оптимальных по интенсивности крутильных колебаний.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Вибрации в технике. Справочник. В 6 т. М.: Машиностроение, 1981. Т. 6. Защита от вибраций и ударов/Под. ред. Фролова К. В. 1981. 456 с.
2. Артоболевский И. И., Бобровницкий Ю. И., Генкин М. Д. Введение в акустическую динамику машин. М.: Наука, 1979. 296 с.
3. Весницкий А. И., Зябликов В. М., Милосердова И. В., Смирнов В. Ф. Оптимальное гашение крутильных колебаний в трансмиссии//Изв. вузов. Машиностроение. 1989. № 5. С. 72—76.
4. Весницкий А. И., Милосердова И. В. Волновые принципы динамического гашения крутильных колебаний в трансмиссиях//Тр. XI Всесоюз. акустич. конф. Сек. Л.—М.: АКИН, 1991. С. 70—72.

5. Зябликов В. М., Смирнов В. Ф. Уменьшение динамических нагрузок в крутильных системах согласованием импедансов // Изв. вузов. Машиностроение, 1985. № 9. С. 82—87.
 6. Зябликов В. М., Смирнов В. Ф., Красеньков В. И., Иванов В. А. Демпфер вязкого трения. А. с. 920299 СССР // Б. И. 1982. № 14.

Нижегородский филиал института
 машиноведения им. А. А. Благоднарова
 Российской академии наук

Поступило в редакцию
 13.01.92
 После исправления
 21.05.92

УДК 534.1

© 1993 г. В. Ю. Кирпичников

О ВОЗМОЖНОСТИ УМЕНЬШЕНИЯ ВИБРОВОЗБУДИМОСТИ ОБОЛОЧКИ ПРИ ДЕЙСТВИИ РАДИАЛЬНОЙ СИЛЫ ПУТЕМ УСТАНОВКИ ВНУТРЕННЕЙ ТОНКОЙ ПЛАСТИНЫ

Подкрепление оболочки пластинчатыми связями (продольными и поперечными перегородками) приводит к изменению ее виброакустических параметров, что выражается, например, в росте значений собственных частот упругих колебаний, изменении амплитудно-частотных характеристик системы и звукоизлучения оболочки при ее вынужденных колебаниях [1].

Оказывается, что внутренняя продольная связь, даже существенно более тонкая, чем круговая цилиндрическая оболочка, возбуждаемая радиальной силой, может на порядок уменьшить уровни вибраций четных резонансных форм колебаний оболочки. Это достигается при установке связи либо в плоскости действия силы, либо перпендикулярно этой плоскости под углом 90° к линии действия силы.

Рассмотрим колебания изотропной оболочки бесконечной длины с радиусом a , толщиной h и одиночной пластинчатой связью толщиной h_1 , в нейтральной плоскости которой находится ось оболочки, при нагружении гармонической силой $F \delta[a(\varphi - \varphi_0)] \exp(i\omega t)$, нормальной к поверхности оболочки. В связи учитываем только продольные колебания, что справедливо при совпадении линий контакта связи и оболочки с образующими, проходящими через пучности форм колебаний оболочки, симметричных относительно плоскости действия силы.

Решение дифференциальных уравнений колебаний оболочки относительно амплитуд радиального (u_{1n}) и тангенциального (u_{2n}) смещений моды n сводится к виду

$$u_{1n} = A_n \left[F_n - 2i\omega Z_F \frac{\sum_{t=-\infty}^{\infty} A_n + 2t}{1 + 2i\omega Z_F \sum_{t=-\infty}^{\infty} A_n + 2t} \right], \quad u_{2n} = \frac{in u_{1n}}{n^2 - (ka)^2},$$

где

$$F_n = \frac{1}{2\pi} \int_0^{2\pi} F(\varphi) e^{-in\varphi} d\varphi, \quad A_n = \frac{a(1 - \mu^2)}{2\pi E h \Gamma_n}, \quad \Gamma_n = 1 - \frac{n^2}{n^2 - (ka)^2} + \epsilon n^4 - (ka)^2, \quad \epsilon = h^2/12a^2,$$

$k = \omega/c$ — волновое число упругих колебаний оболочки по ее периметру, $c = [E/\rho(1 - \mu^2)]^{1/2}$ — скорость продольных волн в материале оболочки; E , μ и ρ — модуль Юнга, коэффициент Пуассона и плотность материала оболочки.

Механическое сопротивление связи по отношению к силам со стороны оболочки запишем в форме

$$Z_F = \frac{iE_1 h_1 k_1 \sin(2k_1 a)}{\omega [1 + \cos(2k_1 a)]},$$

где k_1 — волновое число продольных колебаний связи, а E_1 — модуль Юнга ее материала. Расчеты амплитуд u_{1n} нулевой и четных форм колебаний оболочки для случаев отсутствия ($Z_F = 0$) и наличия в оболочке связи при приложении силы либо по одной из линий крепления связи либо по линии, находящейся на одинаковом угловом расстоянии от ее кромок, показали, что размещение в оболочке даже тонкой связи ($h_1 \leq 0,1h$) приводит к значительному уменьшению вибраций оболочки на резонансных частотах рассматриваемых симметричных форм ее колебаний, поскольку связь во много раз увеличивает их механическое сопротивление.

Влияние тонкой связи на колебания оболочки установлено также экспериментально.

Эксперимент выполнялся с использованием круговой цилиндрической оболочки из стали длиной 1,7 м с радиусом и толщиной равными 0,7 м и 0,004 м. Снаружи оболочка была подкреплена равноотстоящими (0,08 м) кольцами высотой 0,04 м. Пластинчатая связь (0,75 м × 0,6 м) с