

УДК 534.6.08; 534.26

## ЭКСПЕРИМЕНТАЛЬНЫЙ МЕТОД ОПРЕДЕЛЕНИЯ СЕЧЕНИЯ РАССЕЯНИЯ ВЫТЯНУТЫХ ТЕЛ

© 1997 г. А. В. Лебедев, Б. М. Салин

*Институт прикладной физика РАН  
603600 Нижний Новгород, ул. Ульянова, 46*

Поступила в редакцию 21.12.95 г.

В работе предложен метод определения характеристик рассеяния вытянутых тел. Метод основан на когерентных акустических измерениях на многоэлементной линейной антенне в ближней зоне. Характеристики рассеяния в дальней зоне свободного пространства определяются путем несложных расчетов. Использование оптической теоремы позволяет определить интегральное поперечное сечение рассеяния через измерение на линии, находящейся в области тени тела, в том числе и в области низких частот, где его измерение другими методами осложнено малым отношением сигнал/шум. Обсуждается точность метода. Результаты измерений продемонстрировали возможность практического использования метода.

В настоящее время в решении задач дифракции звука на телах сложной формы достигнут значительный прогресс [1, 2]. Однако, необходимо отметить, что при решении практических задач могут возникнуть проблемы, препятствующие использованию "точных" методов расчета, например, метода граничных интегральных уравнений или метода  $T$ -матриц. Можно указать две основные трудности, возникающие при использовании этих методов. Во-первых, краевые условия на поверхности рассеивателя могут быть не известны, или их определение представляет очень сложную задачу. В первую очередь это касается случая сопоставимых импедансов среды и тела. В качестве примера можно указать на задачу рассеяния звука на упругом теле с большим числом конструктивных неоднородностей. Во-вторых, использование метода  $T$ -матриц в случае вытянутых тел приводит к необходимости привлечения дополнительной априорной информации или усложнению базиса собственных функций, по которому ведется разложение [2, 3]. При использовании метода граничных интегральных уравнений возникают хорошо известные проблемы неустойчивости решения в окрестности характерных частот [1]. Кроме того, при достаточно сложной форме рассеивателя точный расчет может оказаться практически невозможным ввиду большого ранга соответствующих матриц.

Использование приближенных методов расчета, таких как эвристический метод, предложенный в [4] и развиваемый в последующих работах того же автора [5, 6], требует экспериментальной проверки.

В гидроакустике измерение характеристик рассеяния в дальней зоне можно осуществить раз-

личными способами [7]. Но в любом случае возникают две проблемы. Во-первых, при работе в дальней зоне, когда сигнал рассеяния представляет собой сферическую волну, необходимо выделить слабый полезный сигнал на фоне мощного сигнала подсветки. Использование направленных приемно-излучающих систем из-за наличия шумов позволяет достичь лишь конечной величины ослабления прямого сигнала (как показывает опыт работы, в пределах 20–30 дБ), что заметно усложняет задачу определения характеристик рассеяния в области низких частот и направлений, близких к направлению прихода прямой волны. Использование импульсной локации накладывает жесткие требования на расстояния между источником, рассеивателем и приемником и создает дополнительную реверберационную помеху. Во-вторых, что более существенно, акватория, в которой производятся измерения, может существенно исказить характеристики рассеяния за счет волноводных свойств распространения звука. Эту проблему можно в принципе обойти, используя предварительную калибровку водоема. Возникающие при этом сложности хорошо известны и мы их не обсуждаем. Важно то, что измерения характеристик рассеяния в дальней зоне предъявляют жесткие требования к акватории и измерительным средствам, а также требуют предварительной подготовки и достаточно сложной обработки данных, чтобы выделить полезный сигнал.

Поэтому на наш взгляд в задачах гидроакустики для определения бистатистических сечений рассеяния предпочтительно использование техники измерений в ближней зоне с последующим пересчетом полученных данных на дальнюю. Аналогичная методика используется для измерений характеристик слабого излучения пространственно-распределен-

ных частично когерентных источников [8]. При решении задачи рассеяния, когда источники вторичного излучения когерентны, также возможно построить эффективный алгоритм определения характеристик рассеяния по измерениям в ближней зоне.

У измерений в ближней зоне рассеивателя имеются очевидные преимущества. Во-первых, высокое отношение сигнал/шум, что повышает точность измерений. Во-вторых, отсутствие искажений, обусловленных волноводным характером распространения звука в акватории.

Поле излучения от сторонних источников, расположенных на рассеивателе, определяется интегралом Кирхгофа [1], который удобно переписать следующим образом:

$$p(x) = \int_S (-Q(y) + D(y)(\mathbf{n}(y), \nabla)) G(x, y) dS_y, \quad (1)$$

где  $Q(y) = \partial p(y)/\partial n_y$  – плотность сторонних простых источников (распределение нормальной компоненты скорости),  $D(y) = p(y)$  – плотность дипольных источников (распределения давления),  $\mathbf{n}(y)$  – единичный вектор внешней нормали к поверхности рассеивателя,  $G(x, y) = \exp(ik|x - y|)/4\pi|x - y|$  – функция Грина свободного пространства,  $\mathbf{x}, \mathbf{y}$  – векторы, проведенные из начала координат в точку наблюдения и область распределения источников на поверхности  $S$ , окружающей рассеиватель.

Рассмотрим геометрию измерительной системы, работающей в ближней зоне рассеивателя и поперечное сечение цели (рис. 1), где  $L_1$  – максимальная высота тела,  $L_2$  – максимальная толщина. Предположим, что линейная антенна, составленная из эквидистантных ненаправленных приемников давления, расположена на таком расстоянии, что  $L_1$  меньше размера первой зоны Френеля, т.е.  $L_1^2 \ll 2\pi\rho_{\min}/k$ , где  $\rho_{\min}$  – расстояние от оси антенны до цели,  $k$  – волновое число. Предположим также, что антенна находится в волновой зоне  $k\rho_{\min} \gg 1$ . Тогда для оценки полей распределение источников на поверхности  $S$  может быть без ущерба общности сведено к соответствующему распределению источников, локализованных на одной стороне плоскости, ограниченной контуром тела. Ограничения на толщину тела и изменения  $k$  будут указаны ниже при выводе формул пересчета данных измерений на антенне в дальнюю зону. В данный момент дополнительно предположим, что тело имеет нулевую толщину ( $L_2 = 0$ ) и расположено параллельно относительно приемной системы. В этом случае поле на антенне можно представить в виде линейного интеграла по продольной (параллельной оси антенны) координате  $y$ , связанной с рассеивателем:

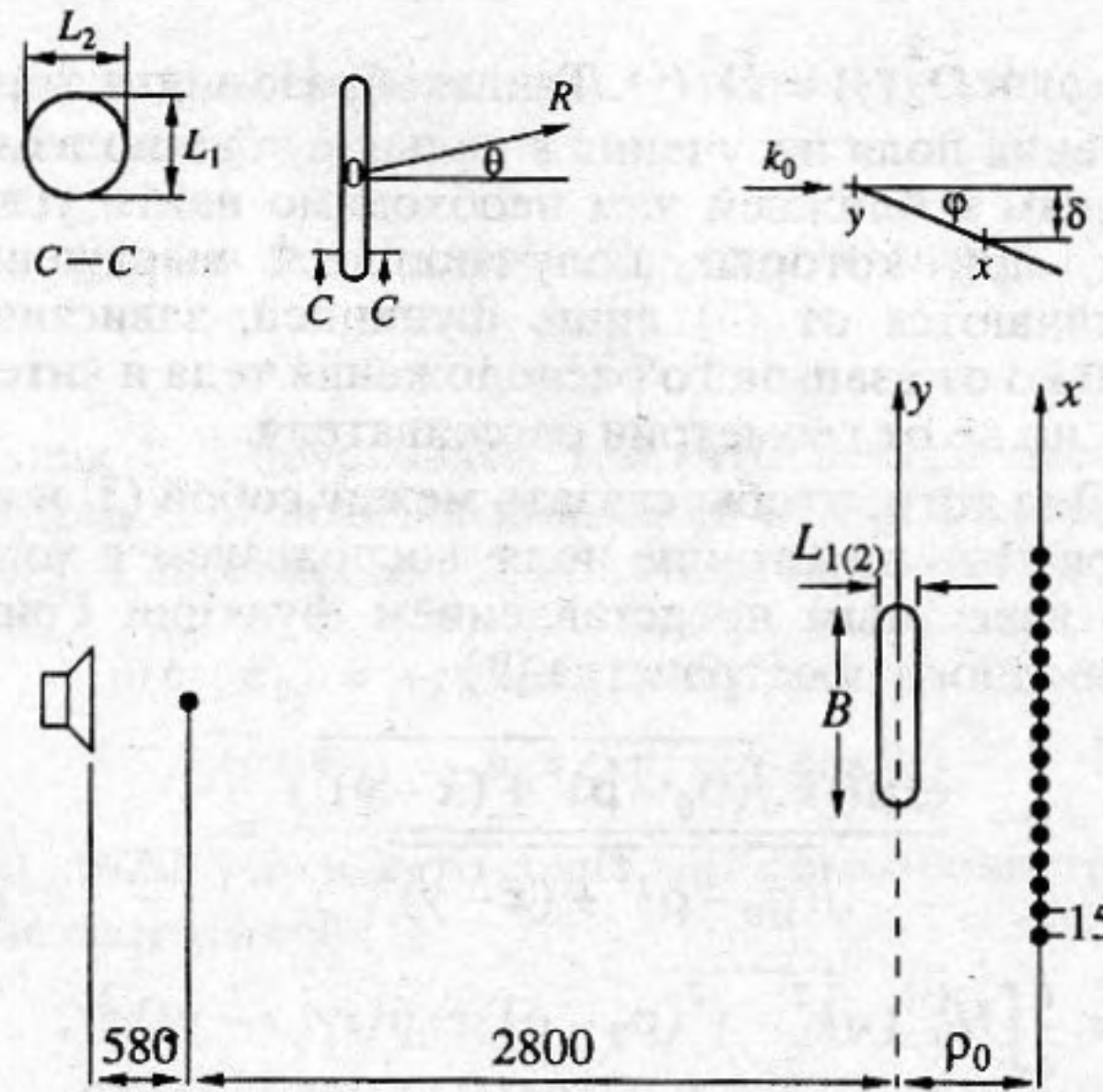


Рис. 1. Геометрия задачи. Схема измерений. Все размеры даны в миллиметрах.

$$p(\rho_0, x) = L_1 \int_{-B/2}^{B/2} (-\tilde{Q}(y) + \tilde{D}(y)(\tilde{\mathbf{n}}, \nabla)) \times \frac{\exp(ik\sqrt{\rho_0^2 + (x-y)^2})}{4\pi\sqrt{\rho_0^2 + (x-y)^2}} dy, \quad (2)$$

здесь  $\tilde{Q}(y), \tilde{D}(y)$  – эквивалентные линейные плотности простых и дипольных источников. Появление в явном виде множителя  $L_1$  связано с малым по сравнению с размером первой зоны Френеля вертикальным размером тела, и выбором соответствующих распределений источников  $\tilde{Q}(y), \tilde{D}(y)\tilde{\mathbf{n}}(y), \mathbf{x}, \mathbf{y}$  – проекции соответствующих векторов  $\mathbf{x}, \mathbf{y}$  на ось, вдоль которой расположена антенна и рассеиватель,  $\rho_0$  – расстояние между антенной и рассеивателем (рис. 1). При расположении точки наблюдения в дальней зоне относительно длины тела ( $B$ ) в точке с координатами  $(R, \theta)$  (рис. 1), интеграл (2) может быть переписан следующим образом:

$$p(R, \theta) = -L_1 \frac{\exp(ikR)}{4\pi R} \times \int_{-B/2}^{B/2} (\tilde{Q}(y) + ik\tilde{D}_1(y) + ik\tilde{D}_2(y)) \exp(-iky \sin \theta) dy, \quad (3)$$

где  $\tilde{D}_1(y) = \tilde{D}(y)n_\rho$  – эквивалентная линейная плотность диполей, ориентированных по координате  $\rho$ ,  $\tilde{D}_2(y) = \tilde{D}(y)n_y$  – эквивалентная плотность диполей, ориентированных по координате  $y$ ,

$\tilde{D}_1^2(y) + \tilde{D}_2^2(y) = \tilde{D}^2(y)$ . Таким образом, для определения поля излучения в дальней зоне по измерениям в ближней нам необходимо найти условия, при которых получающиеся выражения отличаются от (3) лишь функцией, зависящей только от взаимного расположения тела и антенны, но не от геометрии рассеивателя.

Для того, чтобы связать между собой (3) и измеряемые на антенне поля, воспользуемся хорошо известным представлением функции Грина свободного пространства [9]:

$$\frac{\exp(ik\sqrt{(\rho_0 - \rho)^2 + (x - y)^2})}{\sqrt{(\rho_0 - \rho)^2 + (x - y)^2}} = \frac{i}{2} \int H_0^{(1)}(\sqrt{k^2 - \gamma^2}(\rho_0 - \rho)) \exp(i\gamma(x - y)) d\gamma, \quad (4)$$

где  $H_0^{(1)}(t)$  – функция Ханкеля 1-го рода нулевого порядка. Поле на гидрофонах антенны с учетом (2), (4) может быть представлено в виде суммы трех интегралов, отличающихся только ядрами:

$$p(\rho_0, x) = L_1 \int_{-B/2}^{B/2} \left( -\tilde{Q}(y) + \tilde{D}_1(y) \frac{\partial}{\partial \rho} + \tilde{D}_2(y) \frac{\partial}{\partial y} \right) \times \frac{\exp(ik\sqrt{(\rho_0 - \rho)^2 + (x - y)^2})}{4\pi\sqrt{(\rho_0 - \rho)^2 + (x - y)^2}} dy = \frac{iL_1}{8\pi} \int_{-B/2}^{B/2} \int (-\tilde{Q}(y)H_0(k\rho_0) + \tilde{D}_1H_1(k\rho_0)k - i\tilde{D}_2(y)H_0(k\rho_0)\gamma) \exp(i\gamma(x - y)) d\gamma dy, \quad (5)$$

где  $\kappa^2 = k^2 - \gamma^2$ .

Поддействуем оператором Фурье  $\hat{F} = \int \exp(-ikx \sin \theta) dx$  на левую и правую части (5).

В случае бесконечной антенны

$$\hat{F}(p(\rho_0, x)) = \hat{p}(\rho_0, \theta) = \frac{iL_1 H_0(k\rho_0 \cos \theta)}{4}$$

и выражение (5) преобразуется к виду

$$\int_{-B/2}^{B/2} (\tilde{Q}(y) + ik\tilde{D}_2(y) \sin \theta - k\tilde{D}_1(y) \cos \theta \frac{H_1(k\rho_0 \cos \theta)}{H_0(k\rho_0 \cos \theta)}) \exp(-iky \sin \theta) dy. \quad (6)$$

Выше мы предположили, что антенна находится в волновой зоне относительно рассеивателя. При выполнении дополнительного условия  $k\rho_0 \cos \theta \gg 1$  отношение функций Ханкеля нулево-

го и первого порядков равно мнимой единице, а относительная ошибка равна  $i/2k\rho_0 \cos \theta$ . Поэтому формула пересчета данных измерений в ближней зоне (относительно длины тела) на дальнюю зону запишется следующим образом:

$$p(R, \theta) = \frac{\hat{p}(\rho_0, \theta) \exp(ikR)}{i\pi R H_0(k\rho_0 \cos \theta)}. \quad (7)$$

Отметим, что выражение (7) “точное” в случае  $k\rho_0 \cos \theta \gg 1$ . Полагая  $R = 1$  м и взяв модуль выражения (7), нетрудно определить часто используемую в гидроакустике величину – силу цели:

$$СЦ = 20 \log |p(1, \theta_0, \theta) / p_0|,$$

где  $p_0$  – амплитуда поля падающей плоской волны подсветки.

Оценим ошибку при определении поля излучения (рассеяния) в дальней зоне с помощью выражения (7), обусловленную конечностью размеров объекта в направлении  $\rho$  (толщина тела). В случае  $L_2 > 0$  в выражении (3) появится интегрирование по толщине тела ( $\rho$ ) от  $-\Delta\rho$  до  $+\Delta\rho$ . При этом множитель, учитывающий дополнительные фазовые запаздывания, имеет вид  $\exp(-ik\rho \cos \theta)$ . Правая часть (7) определяется аналогичным двойным интегралом по поверхности с тем же распределением источников. Единственное отличие состоит в том, что вместо  $\exp(-ik\rho \cos \theta)$  в подынтегральное выражение войдет  $H_0(k(\rho_0 - \rho) \cos \theta) / H_0(k\rho_0 \cos \theta)$ . Отличие отношения функций Ханкеля от  $\exp(-ik\rho \cos \theta)$  и будет определять точность вычислений поля в дальней зоне по измерениям в ближней с помощью выражения (7). Полагая изменение  $\Delta\rho$  малым по сравнению со средним значением  $\rho$  и используя асимптотические выражения для функции Ханкеля [10], получим величину относительной ошибки, обусловленной в основном амплитудной зависимостью функции Ханкеля от  $\rho$ . Эта ошибка составит  $\Delta\rho / 2\rho_0$ . Например для эксперимента, описание которого приведено ниже, величина  $\Delta\rho = 65$  мм,  $\rho_0 = 550$  мм, и относительная ошибка, обусловленная конечностью толщины тела, составит 5%.

Опираясь на выражение (7), определим функцию рассеяния в виде [1]

$$p_s(R, \theta, \theta_0, \varphi) = p_0 f_s(\theta, \theta_0, \varphi) \frac{\exp(ikR)}{kR},$$

где  $p_0(\theta_0)$  – комплексная амплитуда поля падающей с направления  $\theta_0$  плоской волны подсветки в точке (0, 0) (рис. 1).

Используя (7), запишем выражение для  $f_s(\theta, \theta_0, \varphi)$  через измеряемые величины:

$$f_s(\theta, \theta_0) = \frac{-ik\hat{p}(\rho_0, \theta)}{\pi p_0(\theta_0) H_0(k\rho_0 \cos \theta)}. \quad (8)$$

Здесь зависимость от угла  $\varphi$  опущена (приемная система представляет собой линейную антенну и для каждого  $\varphi$  мы имеем зависимость  $f_s(\theta)$  при неизменном  $\varphi = \text{arctg}(\delta/\rho_0)$  (рис. 1). Неизвестная величина  $p_0(\theta_0)$  может быть определена с помощью той же приемной системы при отсутствии рассеивателя:

$$p_0(\theta_0) = \frac{\hat{p}_0(\rho_0, \theta_0) \exp(-ik\rho_0 \cos \theta_0)}{A}, \quad (9)$$

где  $\hat{p}_0(\rho_0, \theta_0)$  отвечает максимальному значению пространственного спектра  $\hat{p}_0(\rho_0, \theta)$  поля подсветки на антенне в отсутствие рассеивателя,  $A$  — длина антенны. Окончательное выражение для функции рассеяния  $f_s(\theta, \theta_0)$  имеет вид:

$$f_s(\theta, \theta_0) = \frac{-ikA \hat{p}_0(\rho_0, \theta) \exp(ik\rho_0 \cos \theta)}{\pi \hat{p}_0(\rho_0, \theta_0) H_0(k\rho_0 \cos \theta)}. \quad (10)$$

Экспериментально функция рассеяния может быть найдена следующим образом. На первом этапе исследуемый объект смещается на возможно большее расстояние от антенны, или вообще убирается из водоема. При этом определяется распределение давлений на гидрофонах антенны —  $p_0(x)$  и, соответственно,  $\hat{p}_0(\rho_0, \theta)$  в направлении главного максимума. Затем в точку с координатами  $(0, 0)$  помещается рассеиватель. Величина  $\hat{p}(\rho, \theta)$  определяется как интеграл Фурье от возмущений  $p(x) - p_0(x)$ .

В случае  $\delta = 0, \theta = \theta_0$  выражение (10) позволяет определить интегральное сечение рассеяния. В силу оптической теоремы [1, 2]:

$$\sigma_{tot} = \frac{4\pi}{k^2} \text{Im}(f_s(\theta \equiv \theta_0, \theta_0, \varphi = 0)). \quad (11)$$

Подставляя (10) и (11) получим

$$\sigma_{tot} = -\frac{4A}{k} \text{Re} \frac{\hat{p}(\rho_0, \theta_0) \exp(ik\rho_0 \cos \theta_0)}{\hat{p}_0(\rho_0, \theta_0) H_0(k\rho_0 \cos \theta_0)}. \quad (12)$$

Для больших  $k\rho_0 \cos(\theta_0) \gg 1$  возможны упрощения:

$$\sigma_{tot} = -4A \sqrt{\frac{\pi\rho_0 \cos \theta_0}{k}} \Re \left( \frac{\hat{p}(\rho_0, \theta_0)}{\hat{p}_0(\rho_0, \theta_0)} \exp(i\pi/4) \right) \quad (12')$$

Проверим справедливость выражения (12). Предположим, что рассеиватель представляет собой акустически жесткую полосу. Рассмотрим область высоких частот  $kL_1, kB \gg 1$ . Для определения поля вторичных источников используем гипотезу

Кирхгофа [1]. Величины  $\tilde{Q}(y)$  и  $\tilde{D}(y)$ , входящие в интеграл (2), равны:

$$\begin{aligned} \tilde{Q}(y) &= 0, \quad \tilde{D}(y) = -2p_0 \exp(iky \sin \theta_0), \\ \tilde{D}_1 &= \tilde{D}, \quad \tilde{D}_2 = 0. \end{aligned} \quad (13)$$

Знак “-” обусловлен тем, что вектор внешней нормали  $n$  противонаправлен оси  $\rho$ . Подставляя (13) в выражение (6), получаем ( $k\rho_0 \cos \theta_0 \gg 1$ ):

$$\begin{aligned} \hat{p}(\rho_0, \theta_0) &= -p_0 k B L_1 \cos \theta_0 H_0(k\rho_0)/2, \\ \hat{p}_0(\rho_0, \theta_0) &= p_0 A \exp(ik\rho_0 \cos \theta_0), \end{aligned} \quad (14)$$

$\sigma_{tot} = 2BL_1 \cos \theta_0$ , что совпадает с высокочастотной асимптотикой [1].

### ВЛИЯНИЕ КОНЕЧНОСТИ АПЕРТУРЫ ПРИЕМНОЙ СИСТЕМЫ

Выше мы полагали длину измерительной системы бесконечной. Конечность апертуры антенны и ее расположение относительно рассеивателя ведет к появлению дополнительных требований к измерительной системе. Конечность апертуры приемной системы может быть отражена в виде весовых функций  $S_j(y)$  и фазового множителя  $\exp(ik\Delta y \sin \theta)$  в интеграле (6)<sup>1</sup>:

$$\begin{aligned} \hat{p}_A(\rho_0, \theta) &= \frac{iL_1 H_0(k\rho_0 \cos \theta) \exp(ik\Delta y \sin \theta)}{4} \times \\ &\times \int_{-B/2}^{B/2} \left( \tilde{Q}(y) S_0(y) + ik \sin \theta \tilde{D}_2(y) S_2(y) - \right. \\ &\left. - k \cos \theta \tilde{D}_1(y) S_1(y) \frac{H_1(k\rho_0 \cos \theta)}{H_0(k\rho_0 \cos \theta)} \right) \exp(-iky \sin \theta) dy, \end{aligned} \quad (15)$$

где

$$\begin{aligned} S_0(y) &= \frac{kA}{2\pi H_0(k\rho_0 \cos \theta) \cos \theta} \times \\ &\times \int H_0(k\rho_0 \beta(\zeta)) \text{sinc}(kA\zeta/2) \times \\ &\times \exp(-ik(y - \Delta y)\zeta) d\zeta, \end{aligned} \quad (15a)$$

$$\begin{aligned} S_1(y) &= \frac{kA}{2\pi H_1(k\rho_0 \cos \theta) \cos \theta} \times \\ &\times \int H_1(k\rho_0 \beta(\zeta)) \beta(\zeta) \text{sinc}(kA\zeta/2) \times \\ &\times \exp(-ik(y - \Delta y)\zeta) d\zeta, \end{aligned} \quad (15b)$$

<sup>1</sup> Приведенные выражения нетрудно получить, если подействовать оператором Фурье на правую часть уравнения (5) на конечном отрезке, занимаемом измерительной системой:  $[-A/2, +A/2]$ .

$$S_2(y) = \frac{kA}{2\pi H_0(k\rho_0 \cos \theta) \sin \theta} \times \\ \times \int H_0(k\rho_0 \beta(\zeta)) (\zeta + \sin \theta) \operatorname{sinc}(kA\zeta/2) \times \\ \times \exp(-ik(y - \Delta y)\zeta) d\zeta, \quad (15c)$$

$\beta^2(\zeta) = \cos^2 \theta - 2\zeta \sin \theta - \zeta^2$ ,  $\operatorname{sinc}(t) = \sin(t)/t$ ,  $A$  – длина антенны,  $\hat{p}_A(\rho_0, \theta)$  – преобразование Фурье от поля на апертуре антенны,  $\Delta y$ ,  $\rho_0$  – смещение центра антенны относительно центра модели;  $y = 0$ ,  $\rho = 0$  по-прежнему соответствуют середине рассеивателя (рис. 1).

Из выражения (15) видно, что величина  $\hat{p}_A(\rho, \theta)$  отличается от  $\hat{p}(\rho, \theta)$ . Поскольку не известен вклад каждого из источников по отдельности, единственным критерием точности измерений являются малые различия между весовыми функциями и близость их к постоянной величине на продольном масштабе тела –  $B$ . В этом случае выражение (6) нетрудно поправить, вводя вычисляемый множитель, учитывающий конечность апертуры.

Проверим справедливость выражений (15). Предположим, что  $kA \rightarrow \infty$  и воспользуемся определением  $\delta$ -функции через предел [10]:  $\delta(x) = \lim_{\alpha \rightarrow \infty} \alpha \operatorname{sinc}(\alpha x)/\pi$ . Нетрудно видеть, что в этом

случае весовые функции равны единице и выражение (15) совпадает с выражением (6). Предельный переход от  $\operatorname{sinc}(kA\zeta/2)$  к  $\delta$ -функции возможен в том случае, когда остальные величины, входящие в интегралы (15а–с), являются медленно меняющимися функциями на масштабе изменения функции  $\operatorname{sinc}(kA\zeta/2)$ , т.е., при  $|\zeta| < 2\pi/kA$ . Предположим, что  $kA$ ,  $k\rho_0 \gg 1$ . Воспользуемся высокочастотной асимптотикой функции Ханкеля [10]. При оценке интегралов (15а–с) будем принимать во внимание только “быстрые” фазовые изменения. Нетрудно убедиться, что в рамках сделанных допущений, величины  $S_j(y)$  стремятся к единице, а выражение (15) – к выражению (6) при выполнении условий:

$$|\rho_0 \operatorname{tg} \theta - \Delta y + y| \ll A/2 \quad \text{или} \quad (16a) \\ y \in (\rho \operatorname{tg} \theta - \Delta y - A/2, \rho \operatorname{tg} \theta - \Delta y + A/2),$$

$$\frac{2\pi\rho_0}{kA^2 \cos \theta} \ll 1. \quad (16b)$$

Условие (16а) означает, что при измерениях тело должно находиться в прожекторной зоне антенны ( $\rho_0 \operatorname{tg} \theta = -\Delta y$ ) и иметь длину, не превышающую апертуру измерительной системы [11, 12]. Условие (16б) фактически означает, что справедливо приближение геометрической акустики

(величина  $P = \sqrt{kA^2 \cos^3 \theta / 2\pi\rho_0}$  является параметром Фраунгофера).

Таким образом, при использовании приемной системы с конечной апертурой, необходимо обеспечить выполнение условий (16). Если эти условия выполнены, то для определения характеристик рассеяния можно использовать выражения (7), (10)–(12), где в качестве  $\hat{p}(\rho, \theta)$  используются величины, вычисленные по измерениям на антенне конечных размеров. При этом необходимо принять во внимание множитель  $\exp(ik\Delta y \sin \theta)$ . Итоговое выражение (7') запишется следующим образом:

$$p(R, \theta) = \frac{\hat{p}_A(\rho_0, \theta) \exp(-ikR)}{i\pi R H_0(k\rho_0 \cos \theta)} \exp(-ik\Delta y \sin \theta). \quad (7')$$

При вычислении интегралов, определяющих весовые функции, удобно воспользоваться алгоритмом быстрого преобразования Фурье. Результаты расчетов представлены в виде графиков на рис. 2. При расчетах величина  $\rho_0$  полагалась равной 1/2 от длины антенны  $A$ . Для расчетов были выбраны две частоты, отличающиеся на порядок. При этом верхняя частота была равна максимальной частоте, на которой тело можно рассматривать как акустически жесткое – 4000 Гц.

На рис. 2а, 2б представлены результаты расчетов в случае  $\theta = 0$ . Нетрудно видеть, что весовая функция чем ближе к единице, тем больше величина параметра  $P$ . То, что параметром, определяющим точность, является  $P$ , а не  $kA$ , видно из сопоставления графиков на рис. 2с, д, которым отвечают  $kA = 154$ ,  $\theta = 30^\circ$  и  $kA = 100$ ,  $\theta = 0$ , соответственно. Сравнивая между собой графики, представленные на рис. 2, можно заметить, что на точность измерений существенно влияют два обстоятельства. Во-первых, отношение длины рассеивателя к длине антенны  $B/A$  и, во-вторых, взаимное расположение рассеивателя и измерительной системы.

В случае  $B \geq A$  измерения проводить нельзя. В случае  $B \ll A$  весовые функции можно заменить на вычисляемый поправочный комплексный множитель. Точность определения поперечного сечения рассеяния тем выше, чем больше относительная длина антенны  $A/B$ .

Оптимальное относительное положение рассеивателя зависит от угла  $\theta$ , для которого мы восстанавливаем диаграмму направленности в дальней зоне. При измерениях для углов, отличных от нулевого, расположение рассеивателя должно удовлетворять требованию (16а) (рис. 2с).

Определение интегрального сечения рассеяния через оптическую теорему накладывает дополнительные ограничения на длину антенны и волновые размеры исследуемого объекта. Как

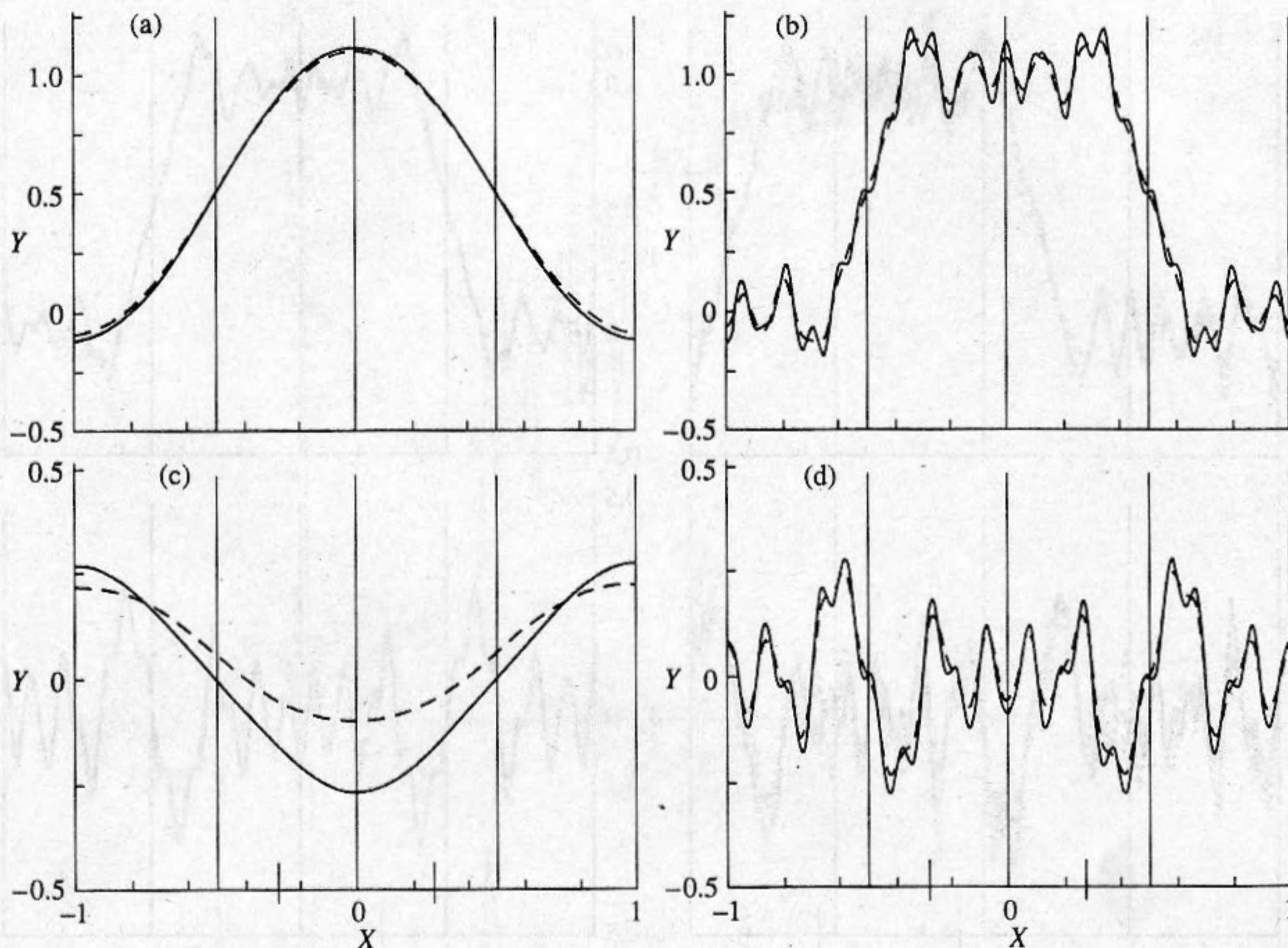


Рис. 2. Весовые функции  $S_j(X)$ . По оси  $X$  отложена величина  $y/A$  (см. выражения (15)), маркеры соответствуют продольному размеру измеряемого объекта,  $Y$  – значения реальной (вверху) и мнимой части  $S_j(X)$ . Сплошные линии отвечают  $S_0(X)$ , пунктир –  $S_1(X)$ , короткий пунктир –  $S_2(X)$ . (a) –  $kA = 7.33$ ,  $\theta = 0$ ,  $P = 2.03$ , (b) –  $kA = 73.3$ ,  $\theta = 0$ ,  $P = 6.43$ , (c) –  $kA = 154$ ,  $\theta = 30^\circ$ ,  $P = 7.5$ , (d) –  $kA = 100$ ,  $\theta = 0$ ,  $P = 7.5$ .

видно из графиков, представленных на рис. 2, конечность апертуры приемной системы приводит к появлению дополнительного фазового множителя. Его величина зависит от положения тела внутри прожекторной зоны антенны.

Наличие фазового множителя приведет к тому, что истинное значение функции рассеяния будет отличаться от измеренного на комплексный множитель. Поэтому относительная ошибка при определении интегрального сечения рассеяния по формуле (12) составит

$$\delta\sigma_{tot} = \frac{\text{Re}(f_s) \sin\chi + \text{Im}(f_s)(\cos\chi - 1)}{\text{Im}(f_s)}, \quad (17)$$

где  $\chi$  – фазовый множитель, обусловленный ограниченностью длины антенны (полагая  $S_0 = S_1 = S_2 = S$ ,  $\chi = \text{arctg}(\Im(S)/\Re(S))$ . Под  $f_s$  подразумевается истинное значение функции рассеяния. В предельном случае при  $P \rightarrow \infty$  величина  $\chi$  стремится к нулю обратно пропорционально  $P$ .

Как видно из формул (12), (14), в области высоких частот, когда волновые размеры тела вели-

ки,  $\Re(f_s) = 0$  и ошибка составляет  $-2\sin^2(\chi/2)$ . В самом неблагоприятном случае малой величины параметра Фраунгофера (рис. 2а) фазовая погрешность  $S_j(y)$  может составить  $\chi \approx \text{arctg}(0.25) = 14^\circ$ . При этом относительная ошибка  $\delta\sigma$  составит  $-3\%$  и может не приниматься во внимание при анализе экспериментальных данных.

В области низких частот, когда волновые размеры тела малы,  $\Re(f_s)$  может значительно превышать  $\Im(f_s)$ . В качестве примера рассмотрим задачу рассеяния звука на пузырьке воздуха. Опираясь на выражения, приведенные в [13], нетрудно убедиться в том, что:

$$\begin{aligned} \Im(f_s) &\approx \Re(f_s)\xi^3, & \omega \ll \omega_0 & \text{(пузырек ведет себя как акустически жесткое тело),} \\ \Im(f_s) &\approx \Re(f_s)\xi, & \omega \gg \omega_0 & \text{(пузырек ведет себя как акустически мягкое тело),} \\ \Im(f_s) &\gg \Re(f_s)\xi, & \omega = \omega_0 & \text{(резонанс).} \end{aligned}$$

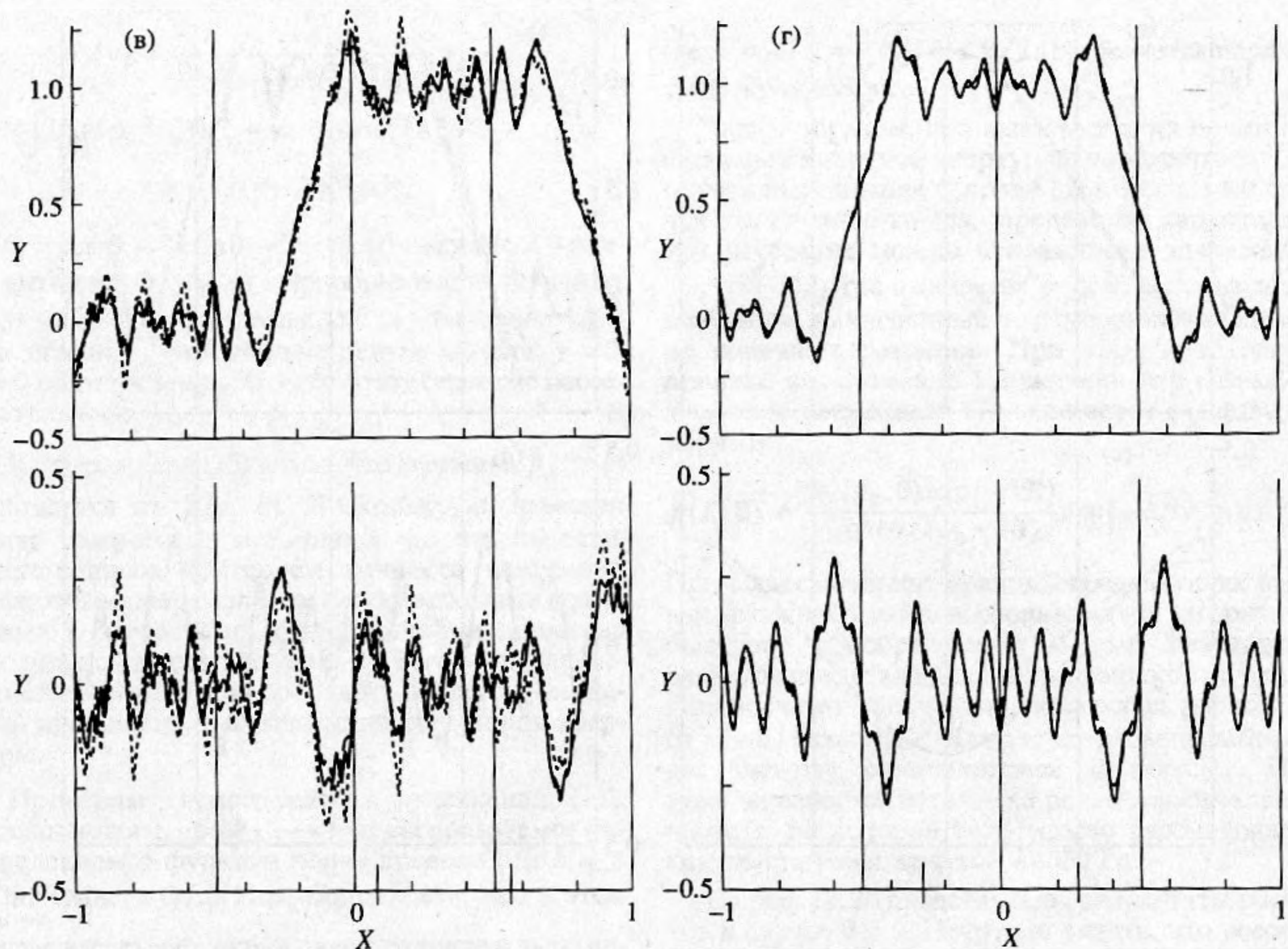


Рис. 2. Окончание.

Здесь  $\xi$  – волновой размер пузырька (предполагается  $\xi \ll 1$ ),  $\omega_0$  – собственная частота колебаний пузырька. В самом неблагоприятном случае  $\omega \ll \omega_0$  относительная погрешность определения сечения рассеяния имеет порядок  $\sin \chi / \xi^3$ . Минимальный волновой размер, при котором относительная погрешность не превышает 100%, составляет  $\sqrt[3]{\sin \chi}$ . В предположении  $k\rho_0 \cos \theta \gg 1$  распределение поля в прожекторной зоне антенны (функции  $S_j$ ) определяется интегралами Френеля. Анализ высокочастотной асимптотики этих функций [10] показывает, что величина  $\chi$  имеет порядок  $1/P$ . Поэтому ограничение снизу на размеры тела имеет вид

$$\frac{\min(L_1, L_2, B)}{A} = \frac{1}{kA^3 \sqrt{P}}$$

### РЕЗУЛЬТАТЫ ЭКСПЕРИМЕНТАЛЬНЫХ ИССЛЕДОВАНИЙ

Рассмотрим в качестве примера использование метода, изложенного выше, измерение интег-

рального поперечного сечения рассеяния жесткого цилиндра с полусферическими заглушками. Геометрия тела и характерные размеры измерительной системы представлены на рис. 1. Размеры цилиндра и расстояние  $\rho_0$  следующие:

поперечные размеры тела  $L_1 = L_2 = 130$  мм,  
длина тела  $B = 548$  мм,

расстояние между осью цилиндра и осью измерительной системы  $\rho_0 = 550$  мм,  $\rho_{\min} = \rho_0 - 0.5L_1 = 495$  мм,

длина измерительной системы  $A = 65 \times 15$  мм = 975 мм.

Измерения проводились в безэховой камере ИПФ РАН в диапазоне частот от 200 Гц до 4 кГц (в области более высоких частот цилиндр уже нельзя рассматривать как жесткий). Облучение цилиндра производилось непрерывным широкополосным шумовым сигналом перпендикулярно оси цилиндра (рис. 1). Регистрация полей  $p_0(x)$  и  $p(x)$  производилась путем дискретного перемещения микрофона с шагом 15 мм по направляющей трубе, находившейся от измеряемого тела на расстоянии 550 мм. Комплексные величины  $p_0(x)$  и

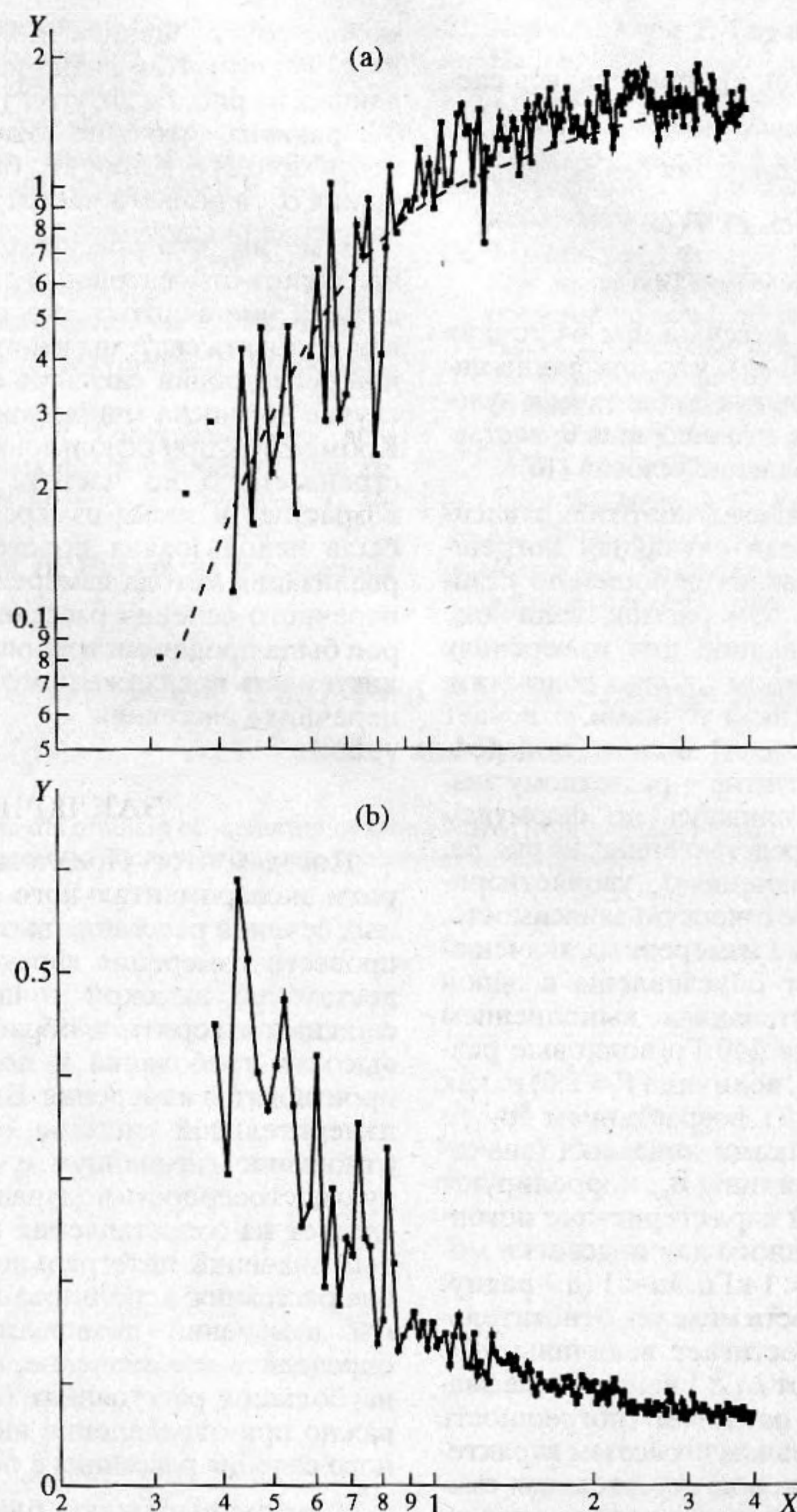


Рис. 3. Частотная зависимость интегрального поперечного сечения рассеяния цилиндра с полусферическими заглушками (а),  $X = ka$ ,  $Y = \sigma_{tot}/(2aB + \pi a^2)$ . (б) – относительная погрешность измерения, обусловленная случайными ошибками,  $Y = \delta\sigma_{tot}$ .

$p(x)$  определялись через соответствующие передаточные функции  $T(\omega, x)$ :

$$T(\omega, x) = \frac{\langle F_1(\omega, x)F_2^*(\omega) \rangle}{\langle |F_2(\omega)|^2 \rangle} \quad (18)$$

Здесь  $F_1(\omega, x)$  – текущий комплексный спектр (верхняя граница спектра 12.8 кГц, разрешение по

частоте 16 Гц) от шумового сигнала, принятого микрофоном, расположенным в точке  $x$ ;  $F_2^*(\omega)$  – текущий комплексно-сопряженный спектр от опорного сигнала, принятого микрофоном, удаленным на 580 мм от излучателя. Для определения передаточной функции использовался анализатор спектра Briel&Kjer2034, сопряженный через интерфейс IEEE488 с персональным ком-

пьютером.

Величины  $\rho_0(\omega, x)$  и  $p(\omega, x)$  определялись следующим образом:

$$\begin{cases} \rho_0(\omega, x) = T_0(\omega, x) - \text{измерения без объекта,} \\ p(\omega, x) = T(\omega, x) - T_0(\omega, x), T(\omega, x) - \\ \text{измерения при наличии объекта.} \end{cases}$$

Размер синтезированной антенны при 64 точках измерения составляет 900 мм, что при длине цилиндра 418 мм и угле подсветки  $\theta_0$ , близком к нулевому (измерения показали, что величина  $\theta_0$  составляла  $3^\circ$ ), обеспечило выполнение условий (16)<sup>2</sup>.

На рис. 3а, 3б представлены частотная зависимость  $\sigma_{tot}$  и относительная случайная погрешность измерения  $\delta\sigma_{tot}$ , равная отношению стандартного отклонения к измеряемой величине, обусловленная использованной при измерениях аппаратурой и характером поля подсветки. Сплошная линия, помеченная точками, отвечает измеренным значениям интегрального поперечного сечения рассеяния, пунтир – расчетному значению (вычисления выполнялись по формулам статьи [14]). Из данных, представленных на рис. 3а, видно, что измеренные значения  $\sigma_{tot}$  удовлетворительно ложатся на теоретическую зависимость. Значительные осцилляции измеренных значений в области низких частот обусловлены с одной стороны неудовлетворительным выполнением условия (16б) (на частоте 240 Гц волновые размеры цилиндра –  $ka = 0.3$ , величина  $P = 1.6$ ) и, как следует из выражения (17), возрастанием  $\delta\sigma_{tot}$ , а с другой – характеристиками динамика (значительные осцилляции величины  $\sigma_{tot}$  коррелируют с провалами в частотной характеристике источника звука), использованного для подсветки модели – область частот  $F < 1$  кГц,  $ka < 1$  ( $a$  – радиус цилиндрической поверхности модели), относительная погрешность  $\delta\sigma_{tot}$  достигает величины 50% (рис. 3б). В области частот  $ka \geq 1$  измеренные значения  $\sigma_{tot}$  совпадают с расчетом (погрешность  $\pm 10\%$  обусловлена в основном шумовым характером источника подсветки, а незначительная смещенность экспериментальных данных относительно теоретической зависимости в области промежуточных значений волнового размера тела  $ka$  может объясняться конечностью апертуры измерительной системы. В области  $ka \sim 1$ , когда реальная и мнимая части функции рассеяния имеют один порядок, относительную ошибку  $\delta\sigma_{tot}$

<sup>2</sup> Выражение (16б) выполняется в области частот выше 1 кГц:  $P = 3.2, 3.2^2 \approx 10 \gg 1$ . Для увеличения  $P$  в области низких частот, где, как видно из графиков рис. 3, имеет место значительное расхождение экспериментальных данных и результатов расчета, необходимо либо уменьшить  $\rho_0$  (при этом возрастет ошибка, обусловленная конечностью размера  $L_2$ ), либо увеличить длину антенны –  $P \sim A/\rho_0^{1/2}$ .

можно грубо оценить, полагая в формуле (17)  $\text{Re}(f_s) = \text{Im}(f_s)$ . Как видно из графиков, представленных на рис. 2а, 2б, угол  $\chi$  составляет примерно 0.2 радиана, что дает относительную погрешность  $\sin(0.2) \approx +20\%$ , что близко к величине смещения  $\sigma_{tot}$  в области частот  $ka = 1 \dots 2$ .

Заметим, что при использовании тонального источника относительная случайная ошибка  $\delta\sigma_{tot}$  должна уменьшиться, но при этом желательно использовать системы многоканальной когерентной регистрации сигналов с большого (в данном случае 66) числа микрофонов (или гидрофонов). Кроме того, при использовании тонального пере-страиваемого по частоте источника очевидно возрастает и время измерений. В данной работе была использована простейшая из возможных реализация метода измерения интегрального поперечного сечения рассеяния, на примере которой была продемонстрирована практическая реализуемость предложенного метода измерений поперечника рассеяния.

## ЗАКЛЮЧЕНИЕ

Поведем итог. Предложенный в работе алгоритм экспериментального определения поперечных сечений рассеяния вытянутых тел позволяет провести измерения характеристик рассеяния с достаточно высокой точностью, не используя сложных алгоритмов обработки и не предъявляя высоких требований к помещению, в котором производятся измерения. Близость расположения измерительной системы обеспечивает высокое отношение сигнал/шум и соответственно высокую достоверность получаемых результатов. Как следует из сопоставления измеренных и расчетных значений интегрального поперечного сечения рассеяния, использование предложенной схемы измерений позволяет достаточно просто определить его значение, не проводя измерений на больших расстояниях от тела. Это особенно важно при определении интегрального поперечного сечения рассеяния в области низких частот.

Авторы выражают благодарность Балалаеву А.Я. и Цибереву А.В. за помощь при проведении измерений.

## СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Шендеров Е.Л. Излучение и рассеяния звука. Л.: Судостроение, 1989.
2. Varadan V.K., Varadan V.V. Acoustic, electromagnetic and elastic wave scattering: Focus on the T-matrix approach. Ohio State University, 1979.
3. Tobocman W. Comparison of the T-matrix and helmholtz integral equation methods for wave scattering calculations // J. Acoust. Soc. Amer. 1985. Vol. 77. no. 2. P. 369–374.

4. *Stanton T.K.* Simple approximate formulas for backscattering of sound by spherical and elongated objects // *J. Acoust. Soc. Amer.* 1989. Vol. 86. no. 4. P. 1499–1510.
5. *DiPerna D.T., Stanton T.K.* Fresnel zone effects in the scattering of sound by cylinders of various length // *J. Acoust. Soc. Amer.* 1991. Vol. 90. no. 6. P. 691–705.
6. *Stanton T.K.* Sound scattering by elongated Elastic Objects. I. Means of scattered field // *J. Acoust. Soc. Amer.* 1992. Vol. 92. no. 3. P. 1641–1664. *Stanton T.K., Chu D., II.* Fluctuation of scattering field. *ibid.*, P. 1665–1678.
7. *Урик Р.Дж.* Основы гидроакустики. Л.: Судостроение, 1978.
8. *Салин Б.М., Турчин В.И.* Голографическое воспроизведение волновых полей с произвольной зависимостью от времени // *Акуст. ж.* 1992. Т. 38. № 1. С. 150–155.
9. *Фелсен Л., Маркувиц Н.* Излучение и рассеяние волн. М.: Мир, 1978.
10. *Корн Г., Корн Т.* Справочник по математике. М.: Наука, 1977.
11. *Турчин В.И., Цейтлин Н.М., Чандаев А.К.* Об измерении диаграмм направленности антенны по излучению источника в зоне Френеля при помощи голографии на СВЧ и обработки на ЭВМ // *Радиотехника и электроника.* 1973. Т. 18. № 4. С. 725–734.
12. *Турчин В.И., Фикс И.Ш.* Дистанционные измерения характеристик движущихся излучателей со сложной пространственно-временной структурой. Часть 1. Основные физические принципы и методы обработки сигналов в высокочастотном приближении // *Томографические методы в физ.-тех. измерениях: Сб. науч. тр. НПО ВНИИФТРИ.* М., 1990. С. 159–173.
13. *Клей К., Медвин Г.* Акустическая океанография. М.: Мир, 1980.
14. *Junger M.C.* Scattering by slended bodies of revolution // *Journ. Acoust. Soc. Amer.* 1982. V. 72. P. 1954–1956.

## Scattering of a Plane Wave from Two Elastic Spheres and Spherical Shells

A. V. Lebedev and B. M. Salin

A rigorous solution to the problem of scattering of sound waves from two close elastic spheres is obtained. Effects caused by the acoustic interaction of these spheres are investigated.